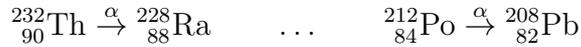


Massendefekt und Bindungsenergie

1. (a) Vervollständige die Zerfallsreihe unter Verwendung des unten stehenden Auszugs aus einer Nuklidkarte in der angegebenen Weise:



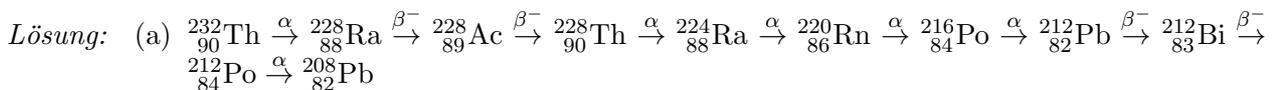
Th 216 28ms α 7,9	Th 217 252μs α 9,2	Th 218 0,1ps α 9,7	Th 219 1,05μs α 9,3	Th 220 9,7μs α 8,8	Th 221 1,68ms α 8,2	Th 222 2,2ms α 8,0	Th 223 0,66s α 7,3 γ 140	Th 224 1,04s α 7,2 γ 177	Th 225 8,72m α 6,5 γ 321	Th 226 31m α 6,3 γ 111	Th 227 18,72d α 6,0 γ 236	Th 228 1,9a α 5,4 γ 0,22	Th 229 7880a α 4,8 γ 194	Th 230 7,54 · 10 ⁴ a α 4,7 γ 68	Th 231 25,5h α 4,1 β ⁻ 0,3 γ 26	Th 232 1410 ¹⁰ a α 4,1 γ 0,059
Ac 215 0,17s α 7,6	Ac 216 0,33ms α 9,0	Ac 217 69ns α 9,7	Ac 218 1,1μs α 9,2	Ac 219 11,8μs α 8,7	Ac 220 26ms α 7,8 γ 134	Ac 221 52ms α 7,7	Ac 222 63s α 6,8	Ac 223 2,10m α 6,6 γ 99	Ac 224 2,9h α 6,1 γ 216	Ac 225 10,0d α 5,8 γ 100	Ac 226 29h β ⁻ 0,9 γ 230	Ac 227 21,8a β ⁻ 0,04 γ 100	Ac 228 6,1h β ⁻ 2,1 γ 165	Ac 229 62,7m β ⁻ 1,1 γ 165	Ac 230 122s β ⁻ 2,7 γ 455	Ac 231 7,5m β ⁻ γ 282
Ra 214 2,46s α 7,1	Ra 215 1,6ms α 8,7	Ra 216 0,18μs α 9,3	Ra 217 1,6μs α 9,0	Ra 218 25,6μs α 8,4	Ra 219 10ms α 7,7 γ 316	Ra 220 23ms α 7,5 γ 465	Ra 221 28s α 6,6 γ 149	Ra 222 38s α 6,6 γ 324	Ra 223 11,43d α 5,7 γ 269	Ra 224 3,7d α 5,7 γ 0,65	Ra 225 14,8d β ⁻ 0,3 γ 40	Ra 226 1600a α 4,8 γ 186	Ra 227 42,2m β ⁻ 1,3 γ 27	Ra 228 5,8a β ⁻ 0,04 γ 0,010	Ra 229 4,0m β ⁻ 1,8 γ	Ra 230 93m β ⁻ 0,8 γ 72
Fr 213 34,6s α 6,8	Fr 214 3,35ms α 8,5	Fr 215 0,09μs α 9,4	Fr 216 0,70μs α 9,0	Fr 217 16μs α 7,6	Fr 218 22ms α 6,8	Fr 219 21ms α 7,3 γ 352	Fr 220 27,4s α 6,7 γ 45	Fr 221 4,9m α 6,3 γ 218	Fr 222 14,2m β ⁻ 1,8 γ 206	Fr 223 21,8m β ⁻ 1,1 γ 50	Fr 224 3,3m β ⁻ 2,6 γ 216	Fr 225 4,0m β ⁻ 1,6 γ 182	Fr 226 48s β ⁻ 3,2 γ 254	Fr 227 2,47m β ⁻ 1,8 γ 90	Fr 228 39s β ⁻ γ 474	Fr 229 50,2s β ⁻ γ 310
Rn 212 24m α 6,3 γ	Rn 213 24ms α 8,1 γ	Rn 214 6,5ms α 10,6	Rn 215 23μs α 8,7	Rn 216 45μs α 8,0	Rn 217 0,54ms α 7,7	Rn 218 35ms α 7,1 γ(609)	Rn 219 3,96s α 6,8 γ 271	Rn 220 56s α 6,3 γ 0,55	Rn 221 25m α 6,0 γ 186	Rn 222 3,825d α 5,5 γ(510)	Rn 223 23,2m β ⁻ γ 593	Rn 224 1,78h β ⁻ γ 261	Rn 225 4,5m β ⁻	Rn 226 7,4m β ⁻	Rn 227 22,5s β ⁻	Rn 228 65s β ⁻ γ 125
At 211 7,22h α 5,9 γ(687)	At 212 119ms α 7,8 γ(687)	At 213 0,11μs α 9,1	At 214 0,76μs α 8,8 gamma	At 215 0,1ms α 8,0 γ 405	At 216 ? α 7,9 γ 103	At 217 32,3ms α 7,1 β ⁻ ...	At 218 ~ 2s α 6,7 β ⁻ ...	At 219 0,9m α 6,3 β ⁻	At 220 3,71m α 5,5 γ 241	At 221 2,3m	At 222 54s	At 223 50s				
Po 210 138,38d α 5,3 γ(803)	Po 211 25,2s α 7,3 γ(687)	Po 212 0,30μs α 8,8 γ	Po 213 4,2μs α 8,4 γ(779)	Po 214 164μs α 7,7 γ(800)	Po 215 1,78ms α 7,4 γ...	Po 216 0,15s α 6,8 γ(805)	Po 217 < 10s α 6,5 β ⁻ ...	Po 218 3,05m α 6,0 β ⁻ ...	Po 219 0,30μs	Po 220 0,30μs α 8,8 γ -						
Bi 209 100	Bi 210 5,013d β ⁻ 1,2 α 4,649	Bi 211 2,17m α 6,6 β ⁻ ...	Bi 212 61m β ⁻ 2,2 α 6,1	Bi 213 45,6m β ⁻ 1,4 α 5,87	Bi 214 19,9m β ⁻ 1,5 α 5,45	Bi 215 7,6m	Bi 216	Bi 217	Bi 218							
Pb 208 52,4	Pb 209 3,235h β ⁻ 0,6	Pb 210 22,3a β ⁻ 0,02 α 3,72	Pb 211 36,1m β ⁻ 1,4 γ 405	Pb 212 11h β ⁻ 0,60 γ 0,30	Pb 213 10,2m	Pb 214 26,8m β ⁻ 0,7 γ 352										

126

142

- (a) Welche spezielle Eigenschaft haben die Massenzahlen aller Elemente dieser Zerfallsreihe?
 (b) Beim α-Zerfall von Th-232 zu Ra-228 finden wir im Feld für Th-232, dass die Energie der α-Teilchen 4,1 MeV beträgt. Bestätige durch Rechnung, dass dieser Wert korrekt ist. Führe diese Rechnung auch für den Zerfall von Bi-212 durch und vergleiche dein Ergebnis mit dem in dem Auszug aus der Nuklidkarte angegebenen Wert.

Benötigte Kernmassen: He-4: 4,001 506 5 u, Bi-212: 211,946 667 2u, Po-212: 211,943 700 0 u,
 Ra-228: 227,983 777 6 u, Th-232: 231,989 682 1 u. Masse des Elektrons: 5,48580 · 10⁻⁴ u



- (b) Alle Massenzahlen der Zerfallsreihe sind Vielfache von 4.

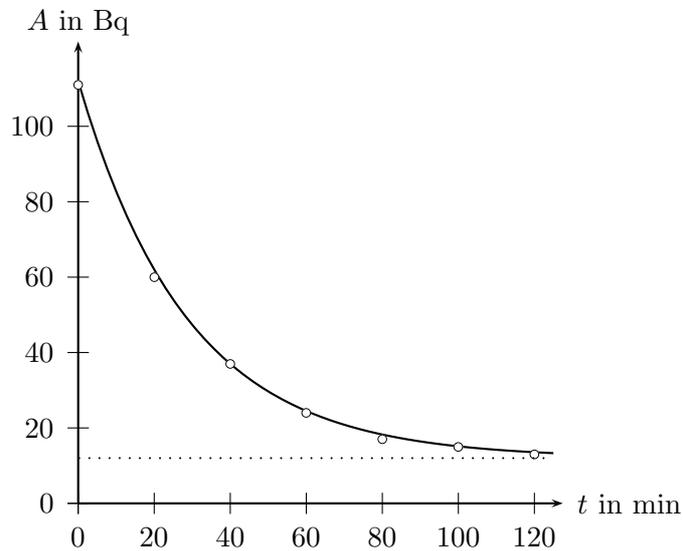
(c) $(231,989\,682\,1 - 227,983\,777\,6 - 4,001\,506\,5) \text{ uc}^2 = 4,1 \text{ MeV}$
 $(211,946\,667\,2 - 211,943\,700\,0 - 5,48580 \cdot 10^{-4}) \text{ uc}^2 = 2,2 \text{ MeV}$

2. In einem physikalischen Labor hat man die Aktivität von Bi-214 während einer Zeitdauer von zwei Stunden gemessen. Man erhielt die folgenden Ergebnisse:

t in min	0	20	40	60	80	100	120
$A(t)$ in Bq	111	60	37	24	17	15	13

- (a) Zeichne das zugehörige t - A -Diagramm.
 (b) Entnimm aus diesem Diagramm die Nullrate und ermittle dann die Halbwertszeit von Bi-214, wenn bekannt ist, dass sich die Aktivität nach dem Ablauf von zwei Stunden kaum mehr ändert.

Lösung: (a) t - A -Diagramm

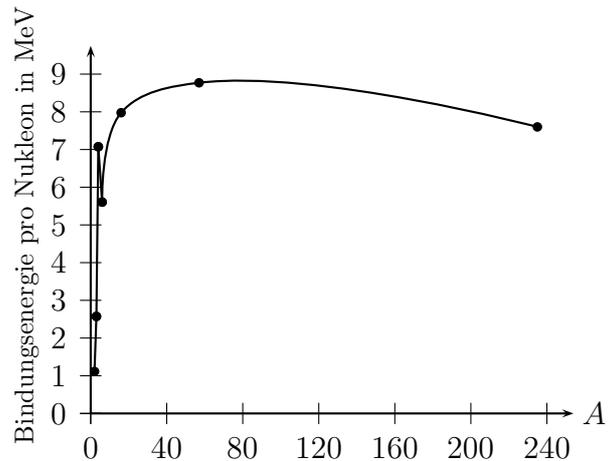


- (b) Zunächst kann man dem Diagramm entnehmen, dass die Nullrate nicht größer als 13 Bq ist. Man kann vermuten, dass die Nullrate bei 12 Bq liegen dürfte. Die um die Nullrate korrigierten Messwerte lauten

t in min	0	20	40	60	80	100	120
$A(t)$ in Bq	99	48	25	12	5	3	1

so, dass man auf eine Halbwertszeit von etwa 20 min kommt.

3. In dem nebenstehend abgebildeten Diagramm ist die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon in MeV gegen die Nukleonenzahl A aufgetragen.



- (a) Wie viel Energie wird etwa bei der Spaltung von einem Uran-235-Kern frei, wenn man davon ausgeht, dass die Spaltprodukte in die der Urankern zerbricht, etwa gleich groß sind?
- (b) Wie viele Uran-235-Kerne muss man spalten, um $1,0 \ell$ Wasser von 0°C auf 100°C zu erwärmen (spezifische Wärmekapazität von Wasser $c = 4,19 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$, Dichte von Wasser $\rho = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)? Welcher Masse an U-235 entspricht dies?
- (c) Angenommen eine Stadt mit 1,5 Millionen Einwohnern hat einen Jahresbedarf von 10^{10} kWh an elektrischer Energie und der Wirkungsgrad eines Kernkraftwerks beträgt 0,34.
Wie viel Uran-235 benötigt man um den Energiebedarf der Stadt zu decken?
- (d) Wieso benötigt man, um die Energiemengen aus den beiden vorhergehenden Teilaufgaben bereitzustellen, etwa 140-mal soviel natürliches Uran wie berechnet?
- (e) Welche Masse an Steinkohle müsste man verfeuern um die gleiche Menge an Energie zu erzeugen, wenn der spezifische Brennwert von Steinkohle $30 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$ beträgt?

Lösung: (a) $\approx 235 \cdot (8,3 \text{ MeV} - 7,6 \text{ MeV}) = 0,16 \text{ GeV}$

(b) $1,6 \cdot 10^{16}$; $0,0062 \text{ mg}$

(c) $1,6 \text{ t}$

(d) In natürlich vorkommendem Uran sind nur 0,718% Uran-235.

(e) $1,2 \text{ Mio. t}$

4. In der Sonne fusionieren vier Wasserstoffatome (${}^1_1\text{H}$) zu einem Heliumatom (${}^4_2\text{He}$).

- (a) Welche Energie ΔW wird dabei frei?
- (b) Die Sonne hat die Strahlungsleistung $P = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Wie viele Heliumatome entstehen pro Sekunde in der Sonne? Welche Masse verliert die Sonne an einem Tag?

Nuklid	${}^1_1\text{H}$	${}^4_2\text{He}$
Masse in u	1,007825032	4,002603254

Lösung: (a) Freiwerdende Energie pro Fusionsreaktion:

$$\begin{aligned}\Delta W &= (4 \cdot M_{\text{H1}} - M_{\text{He4}})c^2 = (1,007825032 - 4,002603254)uc^2 = \\ &= 0,028696874 uc^2 = 4,28 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 26,7 \text{ MeV}\end{aligned}$$

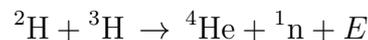
(b) Abgestrahlte Energie pro Sekunde: $W = P \cdot 1 \text{ s} = 3,84 \cdot 10^{26} \text{ J}$

Zahl der Fusionsreaktionen und somit der entstehenden He-Atome pro Sekunde:

$$N = \frac{W}{\Delta W} = 8,97 \cdot 10^{37}$$

$$\Delta M = N \cdot \Delta m \cdot 24 \cdot 3600 = 3,69 \cdot 10^{14} \text{ kg}$$

5. Die Gleichung

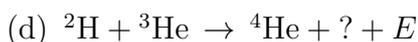
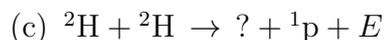
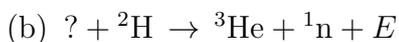
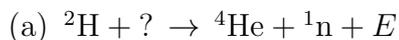


beschreibt eine von mehreren Arten wie durch die Kernfusion in einem Stern Energie gewonnen wird. Berechne die bei dieser Kernreaktion frei werdende Energie E in der Einheit 1 MeV. Entnimm die dazu benötigten Daten der nebenstehenden Tabelle ($u = 1,660540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $e = 1,602\,176\,487 \text{ C}$).

Teilchen	Masse in u
${}^1_0\text{n}$	1,008 665
${}^2\text{H}$	2,013 553 6
${}^3\text{H}$	3,015 501
${}^4\text{He}$	4,001 506 5

Lösung: $E = (2,013\,553\,6 + 3,015\,501 - 4,001\,506\,5 - 1,008\,665) uc^2 = 2,818\,150 \text{ J} = 17,589\,249 \text{ MeV}$

6. Im folgenden sind vier unvollständige Kernreaktionen, auf denen die Energieerzeugung in der Sonne beruht, angegeben. Vervollständige jeweils die Kernreaktionsgleichung und berechne jeweils den Betrag der frei werdenden Energie E .



Benötigte Kernmassen:

Element	Masse in u
${}^1_1\text{p}$	1,007 276 6
${}^1_0\text{n}$	1,008 665
${}^2\text{H}$	2,013 553 6
${}^3\text{H}$	3,015 501
${}^3\text{He}$	3,014 932 8
${}^4\text{He}$	4,001 506 5

Dabei ist $u = 1,660540 \cdot 10^{-27}$ kg die atomare Masseneinheit. Der Wert der Lichtgeschwindigkeit ist $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- Lösung:*
- (a) ${}^2\text{H} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^1_0\text{n} + 17,589\,49 \text{ MeV}$
 - (b) ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + {}^1_0\text{n} + 3,268\,939 \text{ MeV}$
 - (c) ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{H} + {}^1_1\text{p} + 4,032\,940 \text{ MeV}$
 - (d) ${}^2\text{H} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^1_1\text{p} + 18,353\,25 \text{ MeV}$