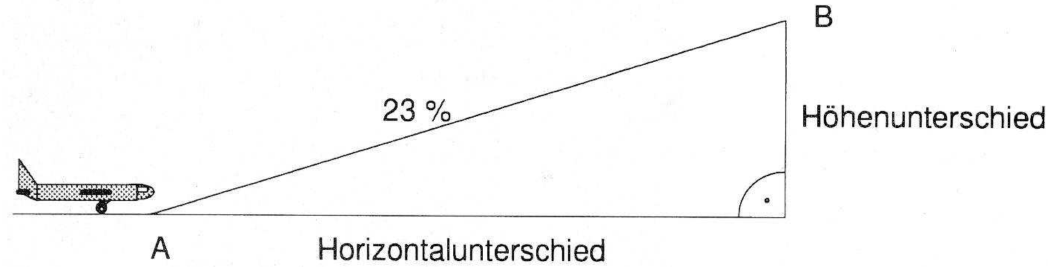
Sinus, Kosinus, Tangens am rechtwinkligen Dreieck

1. **Über den Wolken ...**

   Doris Trump ist Pilotin eines Passagierflugzeuges. Sie ist dafür verantwortlich, dass sich ihre Gäste während des Fluges wohlfühlen. Vor allem beim Start hat sie darauf zu achten, dass nach dem Abheben vom Boden eine Steigung von 23% nicht überschritten wird.



   Die Steigung von $23\% = 0,23$ wird aus dem Quotienten von Höhen- und Horizontalunterschied ermittelt: $Steigung = \frac{Höhenunterschied}{Horizontalunterschied}$.

   Unsere Pilotin Doris Trump hat es da einfacher - ganz ohne Rechnerei. Sie schaut nur auf das Steigungsmessgerät im Cockpit ihres Flugzeuges. Dieses zeigt nämlich den Winkel an, den die Flugstrecke mit der Horizontalstrecke bilden soll. Man nennt diesen Winkel Anstellwinkel, d.h. dieser Winkel wird von der Pilotin eingestellt, der tatsächliche Ansteigwinkel ist aber ein anderer. Dabei ist die Differenz vom tatsächlichen Ansteig- und dem theoretischen Anstellwinkel u.a. von Richtung und Stärke des Windes sowie vom Luftdruck abhängig.

Doris Trump hebt mit ihrer Maschine Richtung London ab. Vom Steigungsmessgerät liest sie einen Steigungswinkel von 16° ab.

(a) Wie groß ist die Steigung des Flugzeuges in Prozent?

(b) Gib die tatsächlich geflogene Steigung in Prozent an, wenn wir annehmen, dass der Ansteigwinkel der Boing $747 - 400$ um 3° kleiner ist als der Anstellwinkel.

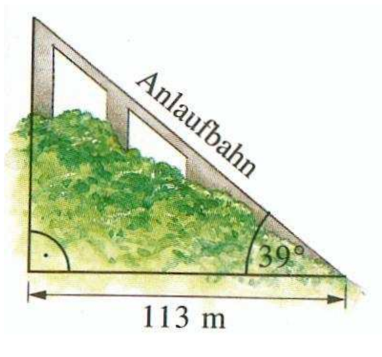
Quelle: RAAbits Reihe 5 Material S. 5

Lösung: (a) $\approx 28,67\%$

(b) $\tan 13° \approx 23,09\%$

2. **Aufgaben zur Anwendung**

In Oberstdorf befindet sich eine der größten Skiflugschanzen der Welt. Sie wird auch „Himmelsguckloch“ genannt.



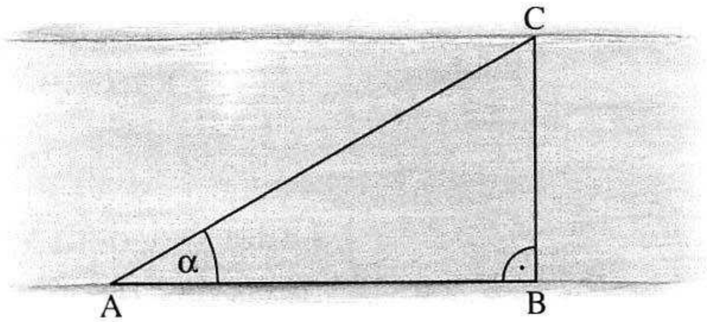
(a) Welchen Höhenunterschied hat die Anlaufbahn und wie lang ist sie?

(b) Welchen Höhenunterschied legt ein Springer auf der Anlaufbahn zurück, wenn diese wegen zu großer Weiten der Teilnehmer im ersten Durchgang im zweiten Durchgang um 5 m verkürzt worden ist?

Lösung: (a) Höhenunterschied $= 91,5\,\text{m}$ Länge der Anlaufbahn $= 145,4\,\text{m}$
(b) Höhenunterschied $= 88,4\,\text{m}$

3. **Aufgaben zur Anwendung**

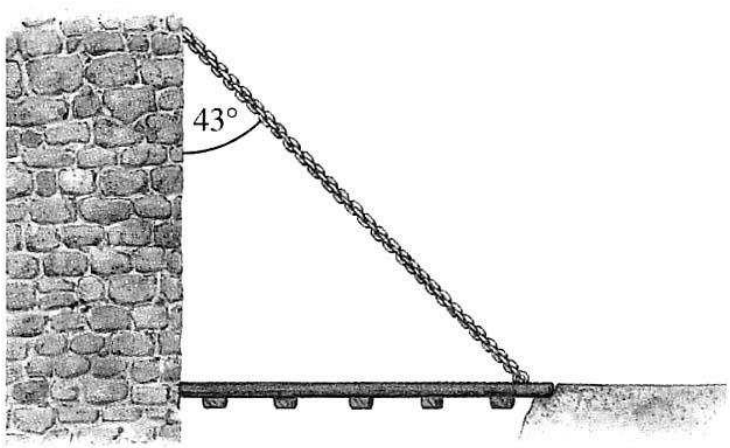
Um die Breite eines Flusses zu bestimmen, hat man unmittelbar an einer Uferseite eine Strecke $|\overline{AB}| = 80\,\text{m}$ abgesteckt und den Visierwinkel $\alpha = 38°$ gemessen. Wie breit ist der Fluss?



Lösung: Breite des Flusses $= 62,5\,\text{m}$

4. **Aufgaben zur Anwendung**

Ritter Eisenkopf soll für die neue Zugbrücke unter anderem eine Kette kaufen, mit der man die 8 Meter lange Brücke im Notfall hochziehen kann. Bei seinen vielen Einkaufszetteln findet er jedoch nur die nebenstehende Zeichnung ohne Längenangabe der Kette. Kannst du ihn davor bewahren ohne Kette in die Burg heimzukehren?



Lösung: Die Kette muss mindestens $11{,}7\,\mathrm{m}$ lang sein.

5. **Aufgaben zur Anwendung**

Die Steigung einer Straße mit dem Steigungswinkel α ist der Wert von $\tan\alpha$, umgerechnet in Prozent.

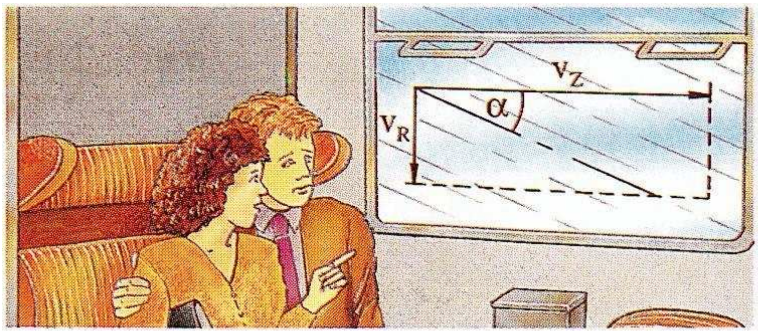
(a) Die steilste Straße der Welt soll im neuseeländischen Ort Duneddin sein. Sie hat den Steigungswinkel 31°. Ermittle die Steigung.

(b) Ein Spezialfahrzeug für Waldarbeit im Gebirge kann 50° geneigte Hänge hochfahren. Wieviel % Steigung sind das?

Lösung: (a) 60% Steigung
(b) 119% Steigung

6. **Aufgaben zur Anwendung**

   Bei Windstille bilden die Regentropfen am Fenster eines mit einer Geschwindigkeit $v_z = 140\,\frac{km}{h}$ fahrenden Zuges einen Winkel $\alpha = 20°$ mit der Waagerechten. Berechne die Fallgeschwindigkeit v_R der Regentropfen.



Lösung: Die Regentropfen fallen mit einer Geschwindigkeit von $14,15\,\frac{m}{s}$ oder $50,96\,\frac{km}{h}$.

7. Begründen Sie anhand einer Zeichnung:

$$\cos(90^o - \alpha) = \sin\alpha$$

Lösung:

8. Begründen Sie anhand einer Zeichnung:

$$(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$$

Lösung:

9. Vereinfachen Sie für $0 \leq \alpha \leq 90^o$: $\sqrt{1+\tan^2\alpha} \cdot \sin(90^o - \alpha)$

Lösung: 1

10. Vereinfachen Sie die folgenden trigonometrischen Ausdrücke so weit wie möglich:
    (a) $\frac{1}{\tan\alpha\cos\alpha}$
    (b) $\sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{\tan\alpha}$
    (c) $\sqrt{1+\sin\alpha} \cdot \sqrt{1-\sin\alpha}$
    (d) $\dfrac{1}{1+(\tan\alpha)^2}$

Lösung: (a) $\frac{1}{sin\alpha}$ (b) $\frac{1}{sin\alpha}$ (c) $|cos\alpha|$ (d) $(cos\alpha)^2$

11. Bestimme die Definitionsmenge des Terms

$$\frac{\sin\alpha}{\tan\alpha \cdot (\tan^2\alpha + 1)}$$

für $\alpha \in [0°; 90\circ]$ und vereinfache diesen soweit wie möglich.

Lösung: $D =]0°; 90°[$, $\cos^3\alpha$

12. Bestimme die Definitionsmenge des Terms

$$\frac{\tan\alpha - \tan\alpha \cdot \sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}$$

für $\alpha \in [0°; 90°]$ und vereinfache diesen soweit wie möglich.

Lösung: $D =]0°; 90°[$, $\frac{1}{2}$

13. Der **Kotangens** eines Winkels ist definiert als $\cot\varphi = \dfrac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$. Gib die Definitionsmenge an und vereinfache soweit wie möglich:

$$\frac{1}{1+\tan^2 x} + \frac{1}{1+\cot^2 x}$$

Lösung: $D =]0°; 90°[$, $\dfrac{1}{1+\tan^2 x} + \dfrac{1}{1+\frac{1}{\tan^2 x}} = 1$

14. Vereinfachen Sie folgenden Term für $\alpha \in]0°; 90°[$ soweit wie möglich.

$$\cos(90° - \alpha) \cdot \sqrt{1 + (\tan\alpha)^2}$$

Lösung: $\tan\alpha$

15. Drücken Sie $\sin\alpha$ für $0° \leq \alpha < 90°$ durch $\tan\alpha$ aus.
Hinweis: Quadrieren Sie zunächst $\tan\alpha$.

Lösung: $\sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{(\tan\alpha)^2+1}}$

16. Zeige für $0° \leqq \alpha < 90°$ die Gültigkeit folgender Formel:

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\alpha}}$$

Lösung: