

## Ergebnis, Ergebnisraum, Ereignis

1. Gib für folgende Zufallsexperimente einen geeigneten Ergebnisraum  $\Omega$  und seine Mächtigkeit  $n = |\Omega|$  an:

- (a) Eine Münze und ein Würfel werden geworfen.
- (b) Es wird dreimal gewürfelt.
- (c) Drei Münzen und zwei Würfel werden geworfen.
- (d) Aus einer Urne, die jeweils zehn rote, blaue und grüne Kugeln enthält, werden nacheinander drei Kugeln gezogen.

*Lösung:* Es wird jeweils der feinste Ergebnisraum ( $n$  möglichst groß) angegeben:

- (a)  $\Omega = \{W1, W2, W3, W4, W5, W6, Z1, Z2, Z3, Z4, Z5, Z6\}$ ,  $n = |\Omega| = 2 \cdot 6 = 12$
- (b)  $\Omega = \{111, 112, 113, 114, 115, 116, 121, \dots, 666\}$   
 $n = |\Omega| = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$
- (c)  $\Omega = \{WWW11, WWW12, WWW13, \dots, ZZZ66\}$   
 $n = |\Omega| = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 = 2^3 \cdot 6^2 = 288$
- (d)  $\Omega = \{rrr, rrb, rrg, rbr, rbb, rbg, \dots, ggg\}$   
 $n = |\Omega| = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$

2. (a) Schreibe für folgende Ergebnisräume *alle* möglichen Ereignisse auf. Wie viele sind es jeweils? Welches Gesetz vermutest du?

$$\Omega_0 = \emptyset, \quad \Omega_1 = \{1\}, \quad \Omega_2 = \{1, 2\}, \quad \Omega_3 = \{1, 2, 3\}, \quad \Omega_4 = \{1, 2, 3, 4\}$$

(b) Wie viele verschiedene Ereignisse gibt es bei dem Zufallsexperiment „Werfen von drei Münzen“?

*Lösung:* (a)  $\Omega_0$  hat nur ein Ereignis, nämlich  $\emptyset$ .

$$\Omega_1: \emptyset, \{1\} = \Omega_1$$

$$\Omega_2: \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\} = \Omega_2$$

$$\Omega_3: \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\} = \Omega_3$$

$$\Omega_4: \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\} = \Omega_4$$

Ergebnisraum	$\Omega_0$	$\Omega_1$	$\Omega_2$	$\Omega_3$	$\Omega_4$
Zahl der Ereignisse	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$

Der vermutete Zusammenhang gilt allgemein:

Zu jedem  $\Omega$  gibt es  $2^{|\Omega|}$  verschiedene Ereignisse.

(b)  $\Omega = \{WWW, WWZ, WZW, WZZ, ZWW, ZWZ, ZZW, ZZZ\}$  mit  $|\Omega| = 8$ .

$\implies$  Es gibt  $2^8 = 256$  verschiedene Ereignisse.

### 3. Führerscheinprüfung

- (a) Drei Prüflinge legen die Führerscheinprüfung ab. Beschreibe das Ereignis E: „Genau zwei Prüflinge bestehen“ als Menge.
- (b) Drei Prüflinge legen die Führerscheinprüfung ab. Beschreibe das Ereignis E: „Mindestens zwei Prüflinge bestehen“ als Menge.
- (c) Drei Prüflinge legen die Führerscheinprüfung ab. Beschreibe das Ereignis E: „Genau ein Prüflinge besteht nicht“ als Menge.

Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

- Lösung:*
- (a)  $E = \{110, 101, 011\}$ ; 1: „Prüfling besteht“, 0: „Prüfling besteht nicht“
  - (b)  $E = \{111, 110, 101, 011\}$ ; 1: „Prüfling besteht“, 0: „Prüfling besteht nicht“
  - (c)  $E = \{110, 101, 011\}$ ; 1: „Prüfling besteht“, 0: „Prüfling besteht nicht“

### 4. Urnenmodell

- (a) Die Wahrscheinlichkeit 0,3 soll durch eine Urne simuliert werden. Gib einen passenden Urneninhalt an und beschreibe die Art des Ziehens.
- (b) Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens liegt bei etwa 49%. Eine Familie hat drei Töchter. Gib eine passende Simulation an.

Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

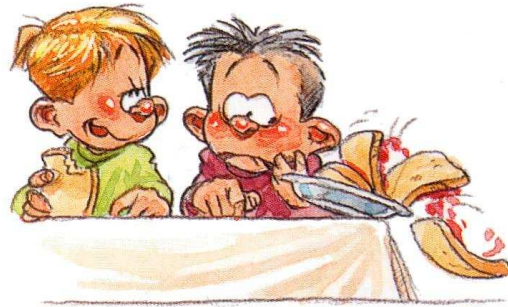
- Lösung:*
- (a) drei schwarze und sieben weiße Kugeln; Treffer, wenn scharze Kugel gezogen wird; es wird „mit Zurücklegen“ gezogen
  - (b) Urne mit 49 roten (Mädchen) und 51 blauen Kugeln (Jungen). Man zieht „mit Zurücklegen“ und erhält drei rote Kugeln.

### 5. Aufgabe zur Anwendung

Lege die möglichen Ergebnisse fest und entscheide und begründe, ob es sich bei den folgenden Experimenten um ein Laplace-Experiment (Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind) handelt oder nicht.

- (a) Eine Geldmünze wird geworfen.
- (b) Ein Elfmeter wird geschossen.
- (c) Ein Marmeladenbrot fällt vom Tisch.
- (d) Ein Dartpfeil wird auf die Dartscheibe geworfen.

Überlege dir drei Experimente die ein Laplace-Experiment darstellen und drei die dies nicht tun!



- Lösung:*
- (a) Laplace-Experiment (wobei in der Natur kein wirkliches Laplace-Experiment existiert)
  - (b) kein Laplace-Experiment
  - (c) Laplace-Experiment
  - (d) kein Laplace-Experiment

## 6. Aufgabe zur Anwendung

Welche der folgenden Laplace-Annahmen sind gerechtfertigt, welche sind nur annähernd gerechtfertigt, welche sind eindeutig falsch?

- (a) Es gibt 12 Monate, also ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand im Januar Geburtstag hat,  $\frac{1}{12} \approx 8,3\%$ .
- (b) Es gibt 7 Wochentage, also ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig herausgegriffene Person in diesem Jahr an einem Sonntag Geburtstag hat,  $\frac{1}{7} \approx 14,3\%$ .
- (c) Es gibt 7 Wochentage, also ist die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Advent dieses Jahr auf einen Montag fällt,  $\frac{1}{7} \approx 14,3\%$ .
- (d) Jeder Knopf hat zwei Seiten. Also ist die Wahrscheinlichkeit, dass er auf die Oberseite fällt, 50%.

- Lösung:*
- (a) naja
  - (b) ja
  - (c) nein
  - (d) nein