SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit TEX

Verschiedenes (SINUS-Transfer)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

18. Mai 2006

*Die Aufgaben stehen für private und unterrichtliche Zwecke zur Verfügung. Eine kommerzielle Nutzung bedarf der vorherigen Genehmigung.

Inhaltsverzeichnis

1 Vernetzende Aufgaben **3**

2 Knobelaufgaben **7**

1 Vernetzende Aufgaben

1. **Der Brunnen**

   Ein Brunnen soll 12 m tief ausgeschachtet werden. Zum Schutz gegen das Erdreich soll er innen mit einer 38 cm dicken Ziegelwand ausgemauert werden. Die Mauer soll $0,5$ m aus dem Erdreich ragen. Der Innendurchmesser des Brunnens soll $2,10$ m betragen.

   (a) Wie viel m^3 Erdreich sind auszuschachten?

   (b) Pro $1m^3$ Mauerwerk werden 380 Ziegelsteine benötigt. Wie viele Ziegelsteine sind nötig?

   (c) Wie viele Liter Wasser stehen in dem Brunnen, wenn der Wasserspiegel $4,20$ m von der Oberkante der Mauer entfernt ist?

Lösung: (a) Es müssen $77m^3$ (Kontrolle: $77,09$) Erdreich ausgeschachtet werden.

(b) Zum Ausmauern des Brunnens werden ca. 14000 (Kontrolle:14063) Steine benötigt.

(c) Im Brunnen stehen ca. 29000 (Kontrolle: $28747,93$) l Wasser

2. **St. Cyriakus**

   In Gernrode am Nord-Ost-Rand des Harzes wurde 961 mit dem Bau der Kirche St. Cyriakus begonnen. Sie gehört zu den bedeutendsten Kirchenbauten Deutschlands. St. Cyriakus hat eine Doppelturmfassade mit kegelförmigen Dächern. Ein Dach ist

9 m hoch. Der Durchmesser der Grundfläche beträgt 5, 20 m. Aus Gründen des Denkmalschutzes muss eine besondere Dacheindeckung gewählt werden, die pro m^2 375 € kostet. Bei der Materialbestellung wird mit einer 15% größeren Fläche gerechnet (Verschnitt). Das Amt für Denkmalschutz übernimmt 55% der Kosten, die bei der Neueindeckung der beiden Türme anfallen. Wie viel Geld bezahlt das Amt?

Lösung: Die Dachfläche beträgt ca. 153 (Kontrolle: 153, 07) m^2, aber es müssen ca. 176 (Kontrolle: 176, 03) m^2 Material bestellt werden. Das Amt für Denkmalschutz übernimmt von den Gesamtkosten (66011, 25 €) 36306, 19 €

3. **Von Würfeln und Wurzeln**

Wie verhalten sich die Kanten zweier Würfel, deren Rauminhalte (Oberflächen) im Verhältnis

(a) 1 : 3

(b) 2 : 3

(c) 1 : 4

stehen?

Lösung: (a) $1 : \sqrt[3]{3}$ $(1 : \sqrt{3})$
(b) $\sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{3}$ $(\sqrt{2} : \sqrt{3})$
(c) $1 : \sqrt[3]{4}$ $(1 : 2)$

4. **Bundestagswahl**

   1998 verteilten sich die Sitze des deutschen Bundestages nach dem Wahlergebnis wie folgt:

SPD:	294
CDU:	198
Bündnis 90/Die Grünen:	47
CSU:	47
FDP:	43
PDS:	37

   Zeichne ein Kreisdiagramm mit $r = 5\,\text{cm}$.

Lösung:

SPD:	$158,92°$
CDU:	$107,03°$
Bündnis 90/Die Grünen:	$25,41°$
CSU:	$25,41°$
FDP:	$23,41°$
PDS:	$20,00°$

5. **Sektgläser**

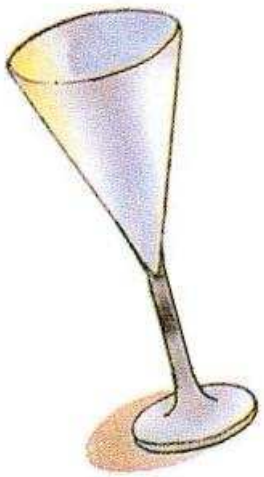
   Der Kelch eines Sektglases ist 12 cm hoch und hat einen oberen Innendurchmesser von 7 cm.

   (a) In welchem Abstand vom oberen Rand muss der Eichstrich für $0,1\,\text{l}$ Sekt angebracht werden?

   (b) Wie viel Prozent spart man, wenn man die Gläser nur bis 1 cm unter den Eichstrich füllt?

   (c) Erkundige dich nach dem Preis für ein Glas Sekt im Lokal und dem Preis für eine Flasche Markensekt im Supermarkt. Berechne den Gewinn in € und in Prozent.

   (d) Wie hoch muss der Preis sein, wenn das Glas mit Sekt und Orangensaft gefüllt wird?



Lösung: (a) $r = 3,03\,\text{cm}$; $h = 10,39\,\text{cm}$; Abstand vom oberen Rand $= 1,61\,\text{cm}$
(b) $h' = 9,39\,\text{cm}$; $r' = 2,74\,\text{cm}$; $V' = 73,82\,\text{cm}^3$; $26,18\%$
(1) ca. 80% der Höhe: $9,6\,\text{cm}$

6. **Informationsweitergabe**

Während einer Klassenarbeit wird eine Information von Schüler zu Schüler weiter gegeben. Erfahrungsgemäß wird bei der Weitergabe die Information in 20% der Fälle verfälscht.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der letzte Schüler der Klasse (18 Schüler) die Information richtig erhält?

(b) Nach der wievielten Weitergabe sinkt die Wahrscheinlichkeit für eine unverfälschte Information unter 30%?

Lösung: (a) $P = 0,8^{17} \approx 0,0225 = 2,25\%$
(b) $0,8^x < 0,3 \qquad x > \frac{\lg 0,3}{\lg 0,8} \approx 5,4 \qquad$ ab der 6. Weitergabe

7. **Schwierige Pyramide**

Von einer quadratischen Pyramide sind gegeben:
$M = 1680\,\text{cm}^2$ und $s = 37\,\text{cm}$. Berechne das Volumen.

Lösung: Die Pyramide hat ein Volumen von 6316,8 Kubikzentimeter

2 Knobelaufgaben