SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit TEX

Algebra (SINUS-Transfer)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

18. Mai 2006

Inhaltsverzeichnis

1 Lineare Gleichungssysteme

1.

   Variationen:

   (a) Schüler sollen die Fragestellung selbst entwickeln
   (b) Ändert den Comic so ab, dass die Informationen nicht ausreichen für eine eindeutige Bestimmung der Preise.

   Erwachsene: \$ $5,25$
   Kinder: \$ $3,75$

2. Variationen:

   (a) nur erste Situation vorgeben
   (b) unmögliche Zahlen vorgeben
   (c) eine Sprechblase leer lassen

   Erdnüsse: $3,90$ €
   Bier: $4,20$ €

3. Variationen der Aufgabe:

   Verwenden der Original-Fragestellungen:

   (a) 34 wird als Rechenergebnis genannt. Welche Gleichung gilt für x = Anzahl der Münzen links und y = Anzahl der Münzen rechts?
   (b) Es gibt noch eine zweite Gleichung für x und y. An sie denkt der Zauberer im zweiten Bild bei einem schnellen Blick auf die Münzen. Welche ist es?
   (c) Könnte der Zauberer auch mit anderen Zahlen als 3 und 4 multiplizieren lassen?

   Das Ergebnis liegt zwischen 27, falls alle Münzen in der linken Hand sind und 36, falls alle Münzen in der rechten Hand sind. Zieht man als Zauberer das genannte Ergebnis von 36 ab, so erhält man die Anzahl der Münzen in der rechten Hand.
   Dahinter steckt, dass sich der Zauberer irgendwann einmal die beiden linearen Gleichungen $3x + 4y = 34$ und $x + y = 9$ gedacht, für $y = 9 - x$ eingesetzt und so die Gesetzmäßigkeit erkannt hat.

4.

Variationen:

(a) Schüler entwickeln eigene Fragestellung
(b) graphische Lösung
(c) Graphen durch Gleichung beschreiben
(d) Lösung mit linearem Gleichungssystem

Wenn Herr Muffig hinter der Familie herläuft: nach $2,5$ Stunden. Er kann ihnen aber auch entgegen laufen.

5. Quelle: Schnittpunkte 9, 1995

(a) An den Unterbrechungen der Linien erkennt man die Haltestationen der Züge. Die verschiedenen Richtungen der Strecken lassen Rückschlüsse auf die Geschwindigkeit und die Fahrtrichtung der Züge zu. Die Überschneidungen zweier Linien markieren die Anschlussmöglichkeit von einem zum anderen Zug.

6.

Dreieck 1:
Es wird angegeben: $I: c = 8 \quad II: a + b = 10 \quad III: b = a + 3$
Lösung: $a = 3,5 \quad b = 6,5 \quad c = 8$

Dreieck 2:
Es wird angegeben: $I: \beta = 90° \, (da\ h_c = a) \quad II: a = 4 \quad III: 4b = 7a$
Lösung: $a = 4 \quad b = 7 \quad ? = 90°$

Dreieck 3:
Es wird angegeben: $I: a + 3 = b \quad II: a + 6 = c \quad III: 2a = c$
Lösung: $a = 6 \quad b = 9 \quad c = 12$

Dreieck 4:
Es wird angegeben: $I: a + b + c = 20 \quad II: c = b + 4 \quad III: 3b = 2c + 2$
Lösung: $a = -4 \quad b = 10 \quad c = 14$
Dieses Dreieck kann nicht konstruiert werden!

Dreieck 5:
Es wird angegeben: $I: a = b \, (da\ \alpha = \beta) \quad II: 2a = 3c \quad III: a + b + c = 16$
Lösung: $a = 6b = 6 \quad c = 4$

Dreieck 6:
Es wird angegeben: $I: \alpha = 60° \quad II: 6h_c = 3c \quad III: c - h_c = 4$
Lösung: $? = 60° \quad h_c = 4 \quad c = 8$

Dreieck 7:
Es wird angegeben: $I: a + b = 21 \quad II: b = 0,75a \quad III: c^2 = 4a + 1$
Lösung: $a = 12 \quad b = 9 \quad c = 7$

Dreieck 8:
Es wird angegeben: $I: a+b+c=12 \quad II: c=0,80b \quad III: a+b=2c$
Lösung: $a=3 \quad b=5 \quad c=4$

7. Quelle: MatheNetz 9, Westermann

   Variationen:

   eigene Graphen und Geschichten finden lassen

   $(I)K: y=\frac{1}{4}x+5 \quad (II)K: y=7 \quad (III)K: y=\frac{3}{4}x+4$
   $(I)H: y=\frac{3}{4}x \quad (II)H: y=\frac{3}{4}x \quad (III)H: y=\frac{3}{4}x$

8.

   Quelle: MUED

   (a) 3360 Tonnen - 1440 Tonnen = 1920 Tonnen - Werden in der BRD Wechselköpfe statt normaler Zahnbürsten benutzt, so fallen 1920 t weniger Müll an.

   (b) Beim durchschnittlichen Verbrauch von drei Zahnbürsten pro Person im Jahr ergeben sich bei 80 Millionen Einwohnern 3360 Tonnen Abfall. Pro Person: 3360 Tonnen/80 Mio. = 33360000000 g/80000000 = 42 g für 3 Zahnbürsten. Gewicht einer Zahnbürste (Griff + Kopf) = 42 g : 3 = 14 g.

   (c) 3.1440 t/80 Mio. = 18 g pro Person und Jahr für 3 Wechselköpfe. Ein Wechselkopf wiegt 6 g.

   (d) Werden pro Person im Jahr durchschnittlich ein Griff und drei Köpfe verbraucht, so entsteht der Müll aus (c), nämlich 18 g dafür. Sei G das Gewicht des Griffes, K das Gewicht des Kopfes dann gilt:
   $(I): G+K=14$
   $(II): G+3K=18$
   $\Rightarrow K=2$ und $G=12$
   Der Griff wiegt 12 g. Ein Wechselkopf wiegt 2 g.

   (e) Auswiegen liefert: Ein Wechselkopf wiegt 2 g. Da immer 1 Griff und 3 Wechselköpfe in einer Packung sind, ist wohl auch gemeint, dass ein Griff ein Jahr lang hält und in der Zeit 3 Wechselköpfe gebraucht werden (sollten) - also alle 4 Monate ein neuer.

   (f) 12 vollständige Zahnbürsten *à* 14 g macht 168 g Müll. 1 Griff von 12 g und 12 Wechselköpfe *à* 2 g (die können auch ohne Griff gekauft werden) ergeben pro Person 36 g Müll im Jahr und somit eine Ersparnis von 132 g.

   (g) Wenn alle Einwohner vollständige Zahnbürsten verwenden würden wären das 13440 Tonnen Müll für die BRD pro Jahr. Bei Wechselköpfen würde der Zahnbürstenmüllberg jedoch nur 2880 Tonnen wiegen, also 10560 Tonnen Ersparnis.

9.

1. M - U - R - C - I - A (Stadt im Südosten Spaniens, Hauptstadt der Provinz und der autonomen Region Murcia (11.317 Quadratkilometer, $1,1$ Millionen Einwohner) am Ufer des Segura.
2. $x = 17 \quad y = 32$
3. $x = 21 \quad y = 30$
4. $\alpha = 66 \quad \gamma = 48$
5. $x = 120 \quad y = 240$
6. $x = 50 \quad y = 120$
7. $x = 7 \quad y = 21$

10. Variation: Schüler selbst Fragestellungen finden lassen

(a)

$$\begin{vmatrix} 120x = y \\ 100x - 30 = y \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow x = 1,5;\ y = 180$
(bei einer Entfernung von 30 km zwischen Arbeitsstedt und Freital)

(b) Die Züge treffen sich bei weniger (genau, mehr) als 100 km Entfernung zwischen Arbeitsstedt und Freital vor (in, nach) Schlafhausen. (individuell)

11.

(a) 289 Minuten (34 Minuten)

(b) 115

12. Es sind 6 Hennen und 6 Hasen.

13. Es kann entweder die Zahl 69 oder die Zahl 96 sein.

14. Laut Rechnung bei > 31 Fahrenheit.

15. Man benötigt $53,33$ kg der Sorte A (30%) und $26,66$ kg der Sorte B (40%)

16.

17. Der eine hat $14,5$ Rubel; der andere hat $19\frac{1}{3}$ Rubel.

18.

19. Die Flussgeschwindigkeit beträgt $7\frac{km}{h}$ und das Schiff fährt mit $16\frac{km}{h}$.

20.

(a) $x = 1$ und $y = 0,5$

(b) $x = -4$ und $y = -4,46$

Die Ursache dafür liegt darin, dass die beiden Geraden fast die gleiche Steigung haben und folglich eine geringfügige Änderung der Steigung einer Geraden den Schnittpunkt beider Geraden erheblich verschiebt.

21.

(a)
$$\left| \begin{array}{l} y = 0,5x + 0,5 \\ y = -x + 2 \end{array} \right|$$

(b)
$$\left| \begin{array}{l} y = 0,25x + 0,25 \\ y = -0,5x + 1 \end{array} \right|$$

(c)
$$\left| \begin{array}{l} y = 2x + 4 \\ y = -0,5x \end{array} \right|$$

(d)
$$\left| \begin{array}{l} y = -3x + 4 \\ y = x \end{array} \right|$$

22.

23. Man benötigt $383,33\,\text{kg}$ Äpfel, $300,33\,\text{kg}$ Birnen und $216,33\,\text{kg}$ Kirschen.

24.

25.

2 Wurzeln, Potenzen, reelle Zahlen

1. Quelle: Schnittpunkt 9 (1995)

   Variationen:

   (a) einfachere Zahlen
   (b) ein weiteres offensichtliches Beispiel einfügen
   (c) weiteren Pfeil einzeichnen
   (d) Pfeile ganz weglassen
   (e) Zahlen betrachten, die keinen Partner haben
   (f) Zuordnungstabelle

   - $12 \to 144$; $0,2 \to 0,04$; $1,5 \to 2,25$; $\frac{1}{10} \to \frac{1}{100}$; $12 \to 144$; $17 \to 289$; $7 \to 49$; $30 \to 900$
   - Zahlen, die keinen (rationalen) Partner haben: 298; $2,5$; 99
   - Fehlende Zahlenpartner: $5 \to 25$; $0,02 \to 0,0004$; $2 \to 4$; $10 \to 100$

2. Quelle: Schnittpunkt 9 (1995)

3. Quelle: Schnittpunkt 9 (1995)   CASABLANCA

4.

5. Quelle: Lambacher Schweizer 9 (1997)

6. Quelle: mathematik lehren 70 (1995)

7. Quelle: Herget/Scholz: Die etwas andere Aufgabe, S. 76

   (a) Kaffeebohne: Länge: ca. 10 mm; Breite: ca. 7 mm; Höhe: ca. 4 mm. Dies entspricht einem rechnerischen Volumen von $280\,\text{mm}^3$. Abschätzung durch $100\,\text{mm}^3$. Also gilt für das Volumen V von einer Trillion gemahlener Kaffeebohnen: $V \approx 1 Trillion 100\,\text{mm}^3 = 10^{18} \cdot 10^{-6}\,\text{km}^3 = 100\,\text{km}^3$
   (b) Beispiel einer Lagerhalle: Länge = Breite = 10 km, Höhe = 1 km. Eine Halle dieses Volumens gibt es auf der Erde sicher nicht.

(c) Masse einer Kaffeebohne: ca. $0,1\,\mathrm{g}$. Also enthält ein Pfund ($500\,\mathrm{g}$) ca. 5000 Kaffeebohnen. Bei 24.800 Paletten *à* 60 Kartons *à* 12 Päckchen zu $500\,\mathrm{g}$ können maximal $24800 \cdot 60 \cdot 12.5000 = 8,928 \cdot 101^0 \approx 10^{11}$, also 100 Milliarden Kaffeebohnen gelagert werden.

(d) Für den Faktor f, der das Verhältnis von angeblicher Anzahl und maximaler Anzahl von Kaffeebohnen in der Lagerhalle angibt, gilt ungefähr: $f \approx \frac{10^{18}}{10^{11}} = 10^7 = 10\,Millionen$.
Im Depot lagert also nur der zehnmillionste Teil.

(e) Der Verfasser wollte wohl ausdrucken, dass eine sehr große (unvorstellbar große) Anzahl von Kaffeebohnen im Depot lagert, hat aber den Realitätsgehalt seiner Aussage nicht geprüft.

8. Quelle: MUED

Auf dem 64. Feld müssten $2^{63}(2^{63} = 2^3 \cdot (2^{10})^6 \approx 8\,Trillionen)$ Weizenkörner liegen. Nach Vester entspricht dies der tausendfachen Weltjahresproduktion.

9. Quelle: Schnittpunkt 9 (1995)

Endziffer bleibt in der fünften Potenz erhalten. Allerdings muss das Jahrzehnt geschätzt werden.

10. Quelle: Lambacher Schweizer 10 (1997)

Die Taschenrechneranzeige verändert sich durch die Substraktion nicht. Der Substrahend ist im Vergleich zum Minuend viel zu klein als dass der Taschenrechner dies anzeigen könnte. Welche Zahl müsste er anzeigen?
Für Fachleute: Auslöschungseffekt durch die beschränkte Mantissenlänge der TR-Gleitpunkt-Zahlensystems (meist 10 bis 13; in der Anzeige wird oft weniger dargestellt).

11. Quelle: Schnittpunkt 9 (1995)

Endziffer bleibt in der fünften Potenz erhalten. Allerdings muss das Jahrzehnt geschätzt werden.

12.

Quelle: Jahnke, T. in JMD (1983), S. 163-170

13.

- $1,112123123412345123456\ldots$
- $1,101001000100010000010000001\ldots$

14. Variationen:
    (a) Tel-Nr. eines Schülers verwenden
    (b) Wie oft muss man bei einer sechsstelligen Zahl höchstens nachfragen? Antwort: Zwanzig Mal

15.

    Quelle: Lambacher Schweizer (1997)

3 Prozentrechnung

1. Anregung zum Öffnen dieser Aufgabe:

   Die Schüler führen selbst Befragungen durch (z. B. Lieblingsmusikgruppe).

2.

   Anregungen zur Öffnung der Aufgabe:

   (a) Vergleiche!
   (b) Finde selbst möglichst viele sinnvolle Fragestellungen.
   (c) Arbeitsblatt zu interessanten Informationen aus dem Tierreich (Traglast, Sprungweite/-höhe, Gewicht von Neugeborenen)
   (d) Informationen über vom Aussterben bedrohte Tiere
   (e) Ab- und Zunahme als Bruch berechnen (um die Hälfte,...)

3. Anregungen zum Öffnen der Aufgabe:

   (a) Vergleich verschiedener Bankangebote, die von den Schülern eingeholt wurden.
   (b) Vergleich vorgegebener Bankangebote: 4% Zinsen pro Jahr bei Bankhaus Kies, bei Spk. Schotter 1% Zinsen im ersten und 7% Zinsen im zweiten Jahr.

4.

   Anregung zur weiteren Öffnung:

   Nur Aufg. (c) stellen oder nur Prospekt aushändigen.

   (a) $70,06; 70,35; 70,05; 70,07; 70; 70,10$; (Angaben jeweils in %, gerundet auf 2 Stellen nach dem Komma genau)
   (b) z.B.: 1. $6280 € \times \frac{p}{100} = 1880 € \ldots p = 29,94$ also Preissenkung um etwa $70,06\%$ 2. $6280 € - 1880 € = 4400 € \ldots 6280 € \times \frac{p}{100} = 4400 € \ldots p = 70,06$
   (c) Der Text wirbt mit falschen Versprechungen (vgl. Aufgabenteil (a)).

5.

(a) Man erwartet Reduzierungen um exakt 30 bzw. 50%.

(b) $30,19$; $20,53$; $27,22$; $33,44$; $33,56$; $35,18$; $20,48$; $21,33$; $17,47$; $28,78$; $31,01$; $21,83$; $35,18$; $27,50$; $30,45$; $34,23$; $38,61$; $40,16$; $40,16$; $20,04$; $33,41$; $30,06$; $25,06$; $33,41$; $29,03$; $30,89$; $30,19$; $28,65$; $26,83$; $28,55$; $48,17$; $33,28$ (Angaben jeweils in %, gerundet auf 2 Stellen nach dem Komma).

(c) Die Anzeige verspricht Falsches. Nirgends wird exakt um die angegebenen Prozentsätze reduziert. In 14 Fällen liegt die Reduzierung unter 30%, in 15 Fällen zwischen 30 und 40%, in 3 Fällen zwischen 40 und 50%. Die Maximale Reduzierung beträgt $48,17$%, die minimale $17,47$%.

(d) Die Briefe sollten die Ergebnisse des Aufgabenteils (c) beinhalten.

6.

7. *Lösung:*

(a) 1,5 / 200 / 31 / 11 / 33 / 2,5 / 2,5 / 4,5 / 8

(b) Tiere mit kleinerer Körperlänge haben das bessere Sprungvermögen.

(c) Floh (vgl.a)

(d) 55,80 m

(e) So weit wie als Riese.

(f) 10,80 m

(g) etwa 8,75 cm

8.

(a) 994,5 cm^3

(b) rd. 0,13 Euro

(c) Es wird 5,9 % weniger Blumenerde benötigt.

(d) Summe der Kosten: 2,43 Euro / Verkaufspreis: 6,60 Euro / Differenz: 4,17 Euro (171,6 %)

(e) 219,45 Euro

(f) Es passen maximal 14 Schalen auf die Transportplatte.

(g) Die Kosten für die Blumenerde sind 8-mal so groß, für die Pflanzen 4-mal.

9.

10.

11.

12.

a) 201,76 € kostet ein Stuhl im Verkauf; 512 Stühle kosten 103 299,07 €.
b) 100 Stühle kosten 20 176,00 €; davon 80 % sind 16 140,80 €. Ein Stuhl kostet jetzt nur noch 161,41 €.
c) Das Geld reicht nicht, es fehlen ihm 5,28 €.

13.

a) 478,73 €
b) 1 199,73 €

14.

4,85 €

15.

67 500 € müssen angelegt werden.

16.

955,50 € kostet die Stereoanlage.

17.

Abschreibungsfaktor 0,85; 14,8 % beträgt die Abschreibung jährlich.

18.

4735,47 €

4 Rationale Zahlen

1. Anregung zur Öffnung der Aufgabe: Ersetzen der Fragestellungen durch: Welche Information kann man der Karte entnehmen?

2.

3.

5 Terme und Gleichungen

1. 3 Faltlinien der Länge l (29,7 cm) und 3 Faltlinien der Länge b (21 cm)
   $l + l + l + b + b + b + d + d = 3l + 3b + 2d$; Gesamtlänge: 224,9 cm
   2 Diagonalen d (36,4 cm)

2.
   (a) $2l + 4b + 6h + 20 = 2(l + 2b + 3h) + 20 = 262\,\text{cm}$
   (b) $4l + 2b + 6h + 20 = 2(2l + b + 3h) + 20 = 282\,\text{cm}$
   (c) $4l + 4b + 8h + 20 = 2(2l + 2b + 4h) + 20 = 356\,\text{cm}$
   (d) $2l + 2b + 4h + 20 = 2(l + b + 2h) + 20 = 188\,\text{cm}$

   Teil 2 bei b nicht möglich!

3.
   (a) 12 Streichhölzer
   (b) b): 13, da die Möglichkeit zum SZweierquadratnicht genutzt wird
   c): 16 Streichhölzer: 4 mehr als in a)
   (c) Q: Anzahl der Quadrate, V: Anzahl der Viererquadrate, D: Anzahl der Dreierquadrate, Z: Anzahl der Zweierquadrate, S: Anzahl der Streichhölzer.
      i. $4 \cdot D = S | 2 \cdot V + 2 \cdot Z = S$
      ii. $2 \cdot V + 1 \cdot D + 1 \cdot Z = S | 1 \cdot V + 3 \cdot D = S$
      iii. $4 \cdot V = S$
   (d)

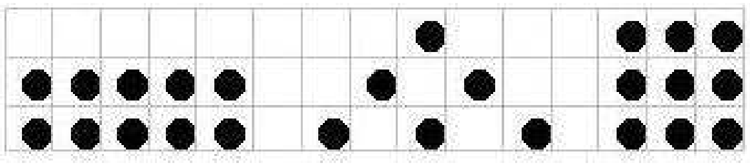
$Q = 5$	$Q = 6$	$Q = 7$	$Q = 8$	$Q = 9$
$S = 15$	$S = 17$	$S = 20$	$S = 22$	$S = 24$
$3 \cdot 5 = 15$	$3 \cdot 5 + 2 = 17$	$6 \cdot 3 + 2 = 20$	$6 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 22$	$6 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 24$

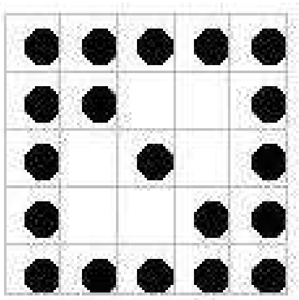
   (e) 100 Quadrate: mindestens 220 Streichhölzer (z.B. $20 \cdot D + 80 \cdot Z$), höchstens 400 ($100 \cdot V$)
   1000 Quadrate: mindestens 2064 Streichhölzer (z.B. $64 \cdot D + 936 \cdot Z$), höchstens 4000 ($1000 \cdot V$)
   (f) 100 Streichhölzer: 43 Quadrate ($14 \cdot D + 29 \cdot Z$)
   1000 Streichhölzer: 478 Quadrate ($44 \cdot D + 434 \cdot Z$)
   (g) mit 7 Streichhölzern

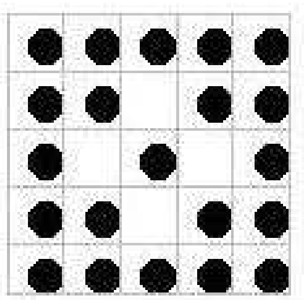
4.

(a) n: Anzahl der Plättchen auf der Grundseite. N: Anzahl der Gesamtplättchen. Dann gilt: $N = 4n - 4 = 4(n-1)$. Für $N = 28$ gilt: $n = 8$. Für $N = 68$ gilt: $n = 18$.

(b) jeweils fortgesetzt...(Dreieck innen leer)







$2n + 3(n-2) = 5n - 6$ $\qquad$ $2n + 3(n-2) + n - 3 = 6n - 9$

(c) z.B. siehe rechts oben

5. Variationen:

Bundesliga-Spiele, Händeschütteln

(a)

(b) 12 [20; 90]

(c) $n(n-1) = n^2 - n$

(d) 9 [11]

6. Kevin war 24.

7. Heft: 6 €; Stift: 6 €; Buch: 10 €; Füller: 8 €; Kuli: 4 €.

8. Mütze: 20 €; Hose: 60 €; T-Shirt: 30 €; Kickboard: 110 €.

9. 8 h 40 min bis Treff. Also um 13.40 Uhr.

10. Einholen nach $0,875\,\mathrm{h} = 52,5\,\mathrm{min}$.

11.

12. $b^2 + ab + a^2 + ab = (b + 2a) \cdot b + a^2 = (a + 2b) \cdot a + b^2 = (a + b)^2$

13.

(a) $\frac{100^2-6^2}{4} = 2491$

(b) $\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2}{4} = ab$

14.

(a) bei 120 km: Transporter: $108{,}2$ €; Klein-Lkw: $121{,}8$ €; Lkw: $163{,}8$ €

(b) $13{,}6$ €; 42 €

(c) $T = 0{,}36x + 65$; $K = 0{,}39x + 75$; $L = 0{,}54x \cdot 99$

(d) $84{,}75$ €, $94{,}5$ €, 114 €, $133{,}5$ €; 153 €; ca. $320{,}5$ km

(e) $T = 73 + 0{,}18x$; $K = 87 + 0{,}22x$; $L = 125 + 0{,}3x$;

(f) Nein, weil die Tagesmiete konstant ist.

(g) Transporter 82 €; 91 €; 100 €; 109 €;
Klein LKW 98 €; 109 €; 120 €; 131 €;
LKW 140 €; 155 €; 170 €; 180 €.

(h) ca. $805{,}5$ km

(i) An die Autovermietung sind jeweils zu zahlen:
$4 \cdot 65\,\text{km} = 260\,\text{km} \Rightarrow 87 + 0{,}22 \cdot 160 = 122{,}2$
$2 \cdot 65\,\text{km} = 130\,\text{km} \Rightarrow 125 + 0{,}3 \cdot 30 = 134$

Welche Lösung insgesamt günstiger wäre, ist gar nicht so leicht zu entscheiden: Beim Sparangebot fallen wahrscheinlich höhere Benzinkosten an. Und vielleicht sind ja andere Faktoren entscheidender als die Kosten.

15.

16.

(a) 12 Flaschen à $0{,}7\,l$ kosten $7{,}60$ € (ohne Pfand)

(b) Jedes Kind eine Flasche, Eltern zusammen 3 bis 4 am Tag: ca. 6 Flaschen. $3-4$ Kisten pro Woche, fast $30\,l$

(c)

	$100\,l$	$200\,l$	$300\,l$
Aquamaxx	$48{,}5$ € + 120 €	$81{,}70$ € + 120 €	$130{,}55$ € + 120 €
Kasten	$91{,}20$ €	$182{,}40$ €	240 €

(d) Kasten: $K = 91{,}2$ x. Aquamaxx: $A = 16{,}34x + 120$ (in €; x in $40l$-Einheiten)

(e) A: $100l$ Leitungswasser kosten $0{,}85$ €, also kosten $40l$ $0{,}34$ €. Dazu kommen 16 € für die Patrone. Also kosten $40l$ Mineralwasser $16{,}34$ €.
K: In einem Kasten sind $8{,}4l$, also braucht man für $40l$ ca. $4{,}8$ Kisten und die kosten ca. $36{,}48$ €. Differenz also $20{,}14$ €. Damit macht sich die Anschaffung nach 6 Patronen bezahlt und das sind $240l$ Mineralwasser, d.h. die Aussage stimmt.

(f) $91,20x = 36,48x \Leftrightarrow x = 5,96$ also nach der 6. Patrone.

17. $U = a + b + c + d + (a + c) + (d + b) = 2a + 2b + 2c + 2d = 2(a + b + c + d)$
$A = a \cdot (b + d) + c \cdot d = (a + c) \cdot d + a \cdot b = (a + c) \cdot (b + d) - b \cdot c = ab + ad + cd$

18.

19.

(a) Oben steht die 71

(b) $F2, F3$ um 1 erhöhen: Erhöhung tritt dreimal auf. Damit erhöht sich $F10$ um 3
$F1$ um 1 erhöhen: Erhöhung tritt einmal auf. Damit erhöht sich $F10$ um 1

(c) $F1$ um 1 erhöhen: Erhöhung tritt einmal auf. Damit erhöht sich $F10$ um 1
$F2$ um 1 erhöhen: Erhöhung tritt viermal auf. Damit erhöht sich $F10$ um 4
$F3$ um 1 erhöhen: Erhöhung tritt sechsmal auf. Damit erhöht sich $F10$ um 6

(d) $F1$: Erhöhung um 2; $F2, F3$: Erhöhung um 6; $F4$: Erhöhung um 2;

(e) Oberstes Feld: 128 → erstes Feld: 31; Oberstes Feld: 176 → erstes Feld: 43

(f) Oberstes Feld: 124 → erstes Feld: 14; Oberstes Feld: 188 → erstes Feld: 22

20. *Lösung:*

(a) $(a \cdot 10 + 5)^2 = a^2 \cdot 100 + a \cdot 100 + 25 = (a^2 + a) \cdot 100 + 25 = a \cdot (a + 1)100 + 25$

(b) $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$

(c) $x \cdot (x + 2) + 1 = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

(d) $(n + 1)^2 = n^2 + (2n + 1)$, also $(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$

(e) $x^2 + y^2 = n \Rightarrow (x + y)^2 + (x - y)^2 = 2n$

21.

77 Grad Fahrenheit. Umkehrung: Erst 32 subtrahieren, dann durch 1,8 dividieren.

22.

a) $-102{,}8\,a - 11{,}8\,b + 34\,c$

b) $-0{,}8\,a - 109{,}2\,b + 22\,c$

c) $36{,}3\,a - 82{,}4\,b$

d) 586,8 cm

e) $13{,}65\,\alpha - 2{,}2\,\lambda - 673\,\varrho$

23.

a) $9\,a^2 + 12\,ab + 4\,b^2$

b) $36\,r^2 - 84\,rs + 49\,s^2$

c) $1{,}69\,p^2 - 9\,t^2$