
SMART

**Sammlung mathematischer Aufgaben
als Hypertext mit T_EX**

Arithmetik (SINUS-Transfer)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

12. September 2006

*Die Aufgaben stehen für private und unterrichtliche Zwecke zur Verfügung. Eine kommerzielle Nutzung bedarf der vorherigen Genehmigung.

Inhaltsverzeichnis

1	Bruchrechnung	3
2	Rechnen mit Größen	5
3	Zahldarstellung	25

1 Bruchrechnung

1. Brüche machen die Musik

Einen guten Einstieg in die Addition von Brüchen bieten Achtel- und Viertelnoten in einem Musikstück im 4/4-Takt. Die Darstellung von Notenwerten ist den Schülern der 6. Jahrgangsstufe aus dem Musikunterricht bekannt.

- (a) Wiederholung der Darstellung von Noten und Pausen in der Musik

Notenwerte und Pausenwerte

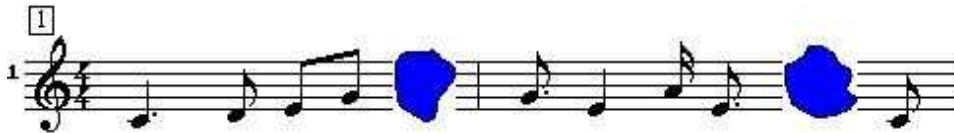
- (b) Analyse eines bekannten Musikstücks

Hoch auf dem gelben Wagen

Beim 4/4-Takt ergeben alle Notenwerte in einem Takt ein Ganzes.

- (c) Erweiterung auf sechzehntel Noten
 (d) Das folgende Musikstück ist leider durch zwei Tintenkleckse verunstaltet. Welche Pausenwerte verbergen sich hinter den beiden Klecksen? Gib deine Antwort zuerst in Bruchschreibweise und dann in der Musikschreibweise an.

1 Bruchrechnung



2. Cooler Igel

Die Körpertemperatur eines Igels beträgt 35°C . Während des Winterschlafs sinkt sie im Oktober auf $\frac{3}{7}$ und im Januar auf $\frac{1}{7}$ des ursprünglichen Wertes. Berechne die beiden Temperaturen!

Lösung: Oktober: 15°C , Januar: 5°C .

3. Gemischte Zahlen

Schreibe als gemischte Zahl:

a) $\frac{243}{46}$ b) $\frac{765}{125}$ c) $\frac{888}{96}$

Lösung: a) $5\frac{13}{46}$ b) $6\frac{3}{25}$ c) $9\frac{1}{4}$

2 Rechnen mit Größen

1. Sprungweiten

Tierart	Sprungweite (SW)	Körperlänge (KL)	SW/KL
Tiger	5 m	3 m	
Floh	0,6 m	3 mm	
Heuschrecke	2 m	6,5 cm	
Känguru	13,5 m	1,2 m	
Springfrosch	2 m	6 cm	
Fuchs	2,8 m	1,2 m	
Löwe	5 m	1,90 m	
Hirsch		2,40 m	4,5
Waldmaus	0,7 m	1/8 der SW	

- Ergänze die Werte in der letzten Spalte.
- Um einen Überblick zu gewinnen ist es günstiger, das Verhältnis in Abhängigkeit von der Körpergröße graphisch darzustellen. Trage auf der waagrechten Achse die Körpergröße und auf der senkrechten Achse das Verhältnis ein. Was kannst du ablesen?
- Welches Tier würdest du als den besten Springer bezeichnen und warum?
- Wie weit könnte ein Mensch von 1,80 m Körpergröße mit dem Sprungvermögen einer Heuschrecke springen?
- Gulliver ist auf die Größe einer Heuschrecke geschrumpft, hat sein Sprungvermögen aber beibehalten. Wie weit kann er springen?
- Wie weit kann ein Hirsch springen?
- Wie groß ist die Waldmaus?

Hinweis: Vernetzung mit Themengebiet Zuordnungen/Graphen

- Lösung:*
- 1,5 / 200 / 31 / 11 / 33 / 2,5 / 2,5 / 4,5 / 8
 - Tiere mit kleinerer Körperlänge haben das bessere Sprungvermögen.
 - Floh (vgl.a)
 - 55,80 m
 - So weit wie als Riese.
 - 10,80 m

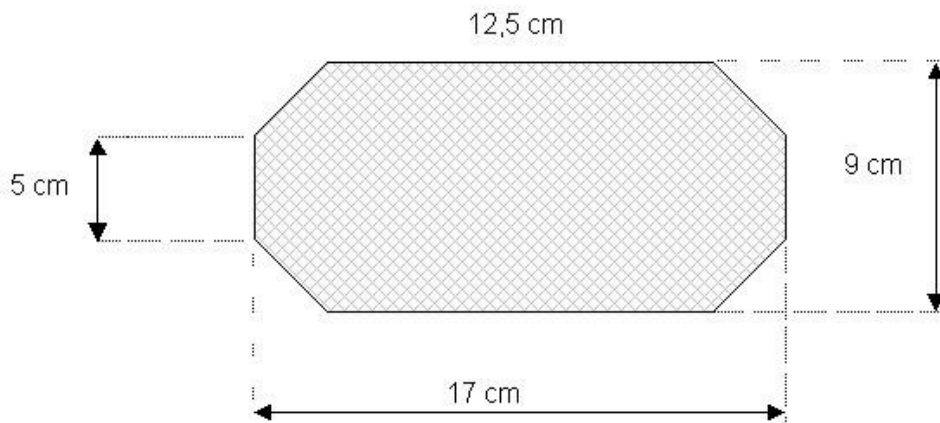
2 Rechnen mit Größen

(g) etwa 8,75 cm

2. Gärtnerei

In einer Gärtnerei werden kleine, quaderförmige Schalen bepflanzt. Sie haben folgende Abmessungen: Höhe 7,5 cm, Breite 9 cm, Länge 17 cm.

- Wie viele cm^3 Blumenerde sind für eine Schale erforderlich, wenn sie bis auf 1 cm unter dem Rand gefüllt werden soll?
- Ein 50 Liter-Sack Blumenerde kostet 6,40 Euro. Wie hoch sind die Kosten für das Füllen des Blumenkastens?
- Wie viel % weniger Blumenerde werden benötigt, wenn man die Grundfläche gemäß der Skizze (s. unten) verkleinert?
- In der Gärtnerei wird eine bepflanzen Schale für 6,60 Euro zum Verkauf angeboten. Die Kosten lagen bei 0,08 Euro für die Blumenerde, 1,40 Euro für die Pflanzen und 0,95 Euro für die Schale. Vergleiche den Verkaufspreis mit der Summe der Kosten!
- Ein großes Restaurant kauft zur Dekoration der Tische 35 dieser Pflanzschalen und erhält einen Rabatt von 5 %. Wie hoch ist der Rechnungsbetrag?
- Wie viele Schalen aus (a) und (b) passen maximal auf eine Transportpalette von 36cm x 61cm Größe? Skizziere die optimale Anordnung!
- Wie verändern sich die Kosten für Blumenerde und Pflanzen, wenn alle Maße einschließlich Rand verdoppelt werden?



Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung und Geometrie

2 Rechnen mit Größen

- Lösung:*
- (a) $994,5 \text{ cm}^3$
 - (b) rd. 0,13 Euro
 - (c) Es wird 5,9 % weniger Blumenerde benötigt.
 - (d) Summe der Kosten: 2,43 Euro / Verkaufspreis: 6,60 Euro / Differenz: 4,17 Euro (171,6 %)
 - (e) 219,45 Euro
 - (f) Es passen maximal 14 Schalen auf die Transportplatte.
 - (g) Die Kosten für die Blumenerde sind 8-mal so groß, für die Pflanzen 4-mal.

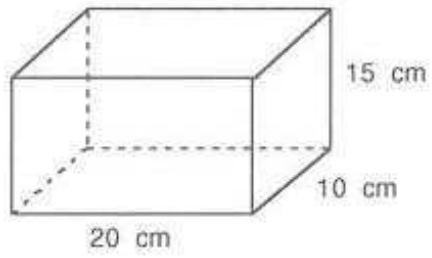
3. Geburtstagsgeschenk

Heike möchte ihrer Schwester zum Geburtstag einen selbstgebastelten Geschenkkarton überreichen, der mit Popkorn gefüllt wird. Ein Schreibwarengeschäft bietet farbiges Tonpapier in der Größe DIN A2 an. Ein DIN A2-Blatt hat die Form eines 420 mm breiten und 594 mm langen Rechtecks.

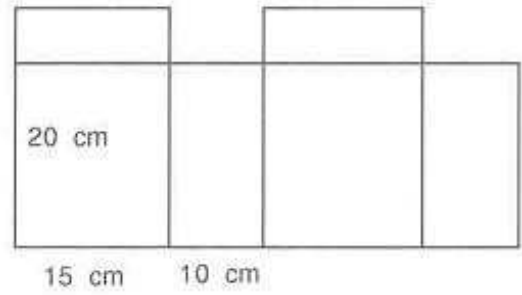
Heike kauft einen solchen Bogen Tonpapier. Daraus möchte sie einen Quader mit Grundfläche 20 cm x 10 cm und Höhe 15 cm basteln.

- (a) Berechne den Flächeninhalt eines solchen DIN A2-Blattes in Quadratzentimetern.
- (b) Heike zeichnet zur Vorbereitung zwei Netze des Quaders (ohne Klebekanten) im Maßstab 1:5. Begründe, warum die abgebildeten Netze nicht geeignet sind.
- (c) Zeichne ein geeignetes Netz im Maßstab 1:5 (ohne Klebekanten).
- (d) Wieviel Quadratzentimeter Verschnitt bleibt übrig, wenn du aus deinem Netz den Quader baust? Wieviel % sind das? Kannst du durch ein anderes Netz den Abfall verringern?
- (e) Wie viel Gramm wiegt der Quader, wenn das Tonpapier die Qualität $240\text{g}/\text{m}^2$ hat?
- (f) Heike kauft im Supermarkt einen 5-Liter-Eimer Popkorn. Sie möchte den Quader vollständig füllen und ihrer Schwester schenken. Den Rest behält sie. Wer hat mehr Popkorn?
- (g) Welche Abmessungen könnte ein Quader haben, damit beide die gleiche Menge Popkorn bekommen?

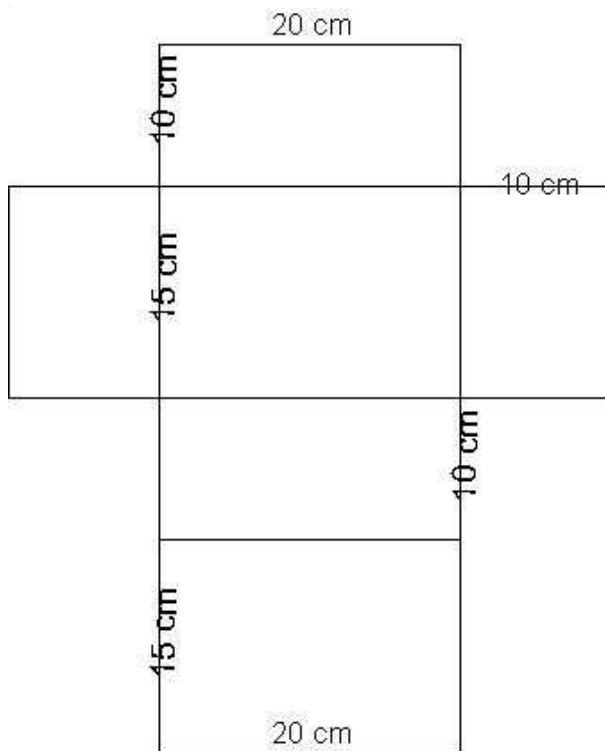
2 Rechnen mit Größen



Netz 1



Netz 2



Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung und Geometrie (Flächen und Volumina)

2 Rechnen mit Größen

- Lösung:*
- (a) $2494,8\text{cm}^2$
 - (b) Bei Netz 1 wäre die Grundfläche $20\text{ cm} \times 15\text{ cm}$. Bei Netz 2 wäre die Schachtel offen.
 - (c) Zeichnung
 - (d) Der Abfall (Verschnitt) beträgt $1194,8\text{cm}^2$ (47,9 %).
 - (e) 31,2 g
 - (f) Heike bekommt nur 2 Liter Popkorn.
 - (g) $10\text{ cm} \times 12,5\text{ cm} \times 20\text{ cm}$

4. Wechselkurse

Nach ihrem Abitur möchte Anne in den wohlverdienten Urlaub nach Frankreich und Italien. Da sie weiß, dass der Euro auch in diesen Ländern gilt, hat sie sich folgende Tabelle besorgt:

	= DEM	= FRF	= ITL
1 Euro	1,95583	6,55957	1936,27

DEM: Deutsche Mark; FRF: Französische Franc; ITL: Italienische Lira

- (a) Aus der Tabelle kann sie die Wechselkurse von DM in Franc und Lira nicht direkt entnehmen. Nach kurzer Rechnung erhält sie folgende Kurse:

	= FRF	= ITL
1 DEM	3,353854	989,99

Bestätige dies durch eigene Rechnung.

- (b) Vor Antritt ihrer Reise möchte Anne Geld bei ihrer Sparkasse umtauschen. Sie tauscht jeweils 300 DM in Franc und in Lira. Die Sparkasse erhebt jeweils eine Gebühr von 3 % vom getauschten DM-Betrag - dem sog. DEM-Gegenwert. Die Mindestgebühr beträgt 2,50 DEM. Wie viel Franc und wie viel Lira bekommt Anne bei ihrem Umtausch?
- (c) Bei einem Einkaufsbummel in Cannes entdeckt sie eine Bluse, die 149 FRF kosten soll. Wie viel ist dies in DEM?
- (d) Da ihr die ewige Rechnerei zu umständlich geworden ist, möchte sie sich für Italien eine kleine Tabelle anlegen, mit der sie Lira in DM umrechnen kann.

ITL	5000	10000	15000	20000	30000	40000	50000
DEM							

- i. Fülle diese Tabelle aus.
- ii. Welche Art von Zuordnung liegt der Tabelle zugrunde?

2 Rechnen mit Größen

- iii. Stelle die Zuordnung graphisch dar.
- iv. Leite eine Faustformel zur Umrechnung von Lira in DM her.
- (e) Das das Geld natürlich nicht reicht, zieht Anne mit ihrer EC-Karte Geld am Automaten in Italien.
 - i. Zu Hause entdeckt sie, dass unabhängig vom gezogenen Betrag jedes Mal eine Gebühr von 2,56 Euro erhoben wird. Sie hatte zweimal Geld am Automaten gezogen und dabei insgesamt 600 000 ITL erhalten. Wie viel DM sind insgesamt von ihrem Konto abgebucht worden?
 - ii. Wäre es günstiger gewesen, wenn sie 600 000 ITL vorher in Deutschland umgetauscht hätte?

Hinweis: Vernetzung mit den Themengebieten Prozentrechnung und Lineare Funktionen

Lösung: (a) $1\text{DM} = 0,51113\text{ EUR} = 3,35279\text{ FRF} = 9869,69\text{ ITL}$

(b) 288087,09 ITL, 975,97 FRF

(c) 44,44 DM

(d) i. $1000\text{ ITL} = 0,51645\text{ EUR} = 1,01\text{ DM}$

ITL	5000	10000	15000	20000	30000	40000	50000
DEM	5,05	10,10	15,15	20,20	30,30	40,40	50,50

ii. proportionale Zuordnung

iii. Gerade

iv. Betrag in ITL /1000 entspricht Betrag in DM

(e) i. 616,26 DM

ii. 624,23 DM. Damit ist die EC-Karte günstiger.

5. Saft

Gabi möchte für eine Klassenfeier Orangensaft kaufen. Ein Händler bietet diesen in drei Verpackungsgrößen an:

1/3 l Getränkekartons für 0,44 Euro

0,75 l Glasflaschen für 0,89 Euro

2,5 l Jumbopacks für 2,75 Euro

- (a) Wie viel kostet jeweils ein Liter Orangensaft?
- (b) Um wie viel % ist die gleiche Menge Orangensaft aus den Getränkekartons teurer als der Saft aus den Glasflaschen?
- (c) Gabi soll 12 l Saft kaufen. Wie viel muss sie mindestens bezahlen? (Natürlich darf Gabi auch mehr Saft kaufen, wenn sie dadurch Geld sparen kann!)
- (d) Wie viel muss Gabi mindestens bezahlen, wenn sie **genau** 12 l Saft mitbringen soll?

2 Rechnen mit Größen

- (e) 100 ml Orangensaft enthalten 40 mg Vitamin C. Das sind 66% des Tagesbedarfs eines Schülers. Wie viele Schüler könnten ihren Tagesbedarf mit 12 l Saft decken?
- (f) Die Grundfläche der Jumbopacks ist 10 cm breit und 12,5 cm lang. Bestimme die Höhe der Behälter.
- (g) Der Hersteller der Jumbopacks plant, 5-Liter-Behälter auf den Markt zu bringen. Dazu möchte er die Breite der Packs verdoppeln. Wie viel Prozent Verpackungsmaterial spart er im Vergleich zu zwei 2,5-Liter-Behältern? (Klebekanten sollen nicht berücksichtigt werden.)

Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung und Geometrie (Flächen und Volumina)

- Lösung:*
- (a) Getränkekartons 1,32 Euro, Glasflaschen 1,19 Euro, Jumbopacks 1,10 Euro
 - (b) ca. 11,2 %
 - (c) 12,64 Euro
 - (d) 13,59 Euro
 - (e) 80
 - (f) 20 cm
 - (g) 21,74 %

6. Taxifahrt

- (a) Die Taxitarife in Essen (Stand Februar 2002) gibt die folgende Tabelle wieder:

gefahrenene Strecke	6h - 22h (Normaltarif)	22h - 6h (Nachttarif)
bis 10 km	1,33 Eur/km	x Eur/km
ab 11 km	1,25 Eur/km	1,35 Eur/km

Vor Antritt der Fahrt wird immer eine Grundgebühr von 2 Euro angesetzt, mit dieser werden die Kosten der Anfahrt vom Taxistand zum Kunden berechnet.

- i. Wie teuer ist vormittags eine Fahrt von 7,6 km Länge?
- ii. Der Zähler im Taxi springt in 0,1 Euro - Schritten, zum ersten Mal direkt beim Losfahren von 2 Euro auf 2,10 Euro. Wie muss also der Fahrpreis gerundet werden?
- iii. Wie teuer ist um 13.30 h eine Fahrt von 13,8 km Länge?
- iv. Eine Fahrt im Normaltarif unter 10 km kostete lt. Zähler 13,70 Euro. Welche Strecke wurde gefahren? Warum ist das Ergebnis nicht eindeutig?
- v. Eine Fahrt von genau 5 km kostet zwischen 22 h und 6 h exakt 9,20 Euro, weil nachts ein höherer km-Preis als tagsüber gilt. Wie hoch ist dieser?
- vi. Gib die Kosten K einer Fahrt im Normaltarif bis 10 km Länge allgemein als Funktion der gefahrenen Strecke von x km an.

2 Rechnen mit Größen

- vii. Wie ändert sich der Funktionsterm für den Normaltarif, wenn mehr als 10 km gefahren werden?
- (b) In jedem Fahrpreis ist der Erlös des Taxiunternehmers und die Umsatzsteuer enthalten. Letztere muss der Taxiunternehmer an das Finanzamt abführen. Bei Fahrten bis 50 km beträgt die Umsatzsteuer 7 % des Erlöses, bei Fahrten über 50 km sogar 16 %.
- Berechne den Erlös nach Abführen der Steuern bei einer Fahrt von 50 km im Normaltarif.
 - Ab welcher Fahrtstrecke im Normaltarif und über 50 km hat der Taxiunternehmer einen größeren Erlös als bei einer Fahrt von 50 km ?
- (c) Der Zähler im Taxi springt in 10-Cent-Schritten.
- Wie vielen gefahrenen Metern entspricht das im Normaltarif bis 10 km ?
 - Beschreibe in Worten die Funktion, mit der der Zähler arbeitet.

Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung und Lineare Funktionen

- Lösung:*
- (a)
- 12,108 Euro
 - auf volle 10 Cent.
 - 20,10 Euro
 - 8,722 km - 8,797 km (nicht eindeutig wegen der 10-Cent-Sprünge)
 - 1,44 Euro
 - $K(x) = 1,33x + 2,0$ (Treppenfunktion, s. oben)
 - $K(x) = 1,25x + 2,8$
- (b)
- 61,03 Euro
 - ab 54,4 km
- (c)
- 75,2 m
 - Die Maßzahl der Fahrstrecke in km wird durch 0,0752 geteilt, das Ergebnis aufgerundet und mit 0,10 multipliziert. Abschließend wird noch die Maßzahl 2 der Grundgebühr addiert. Das Endergebnis ist der Fahrpreis in Euro.

7. Kupfer und Zink

Kupfer hat eine Dichte von $8,96g/cm^3$ und Zink eine von $7,14g/cm^3$

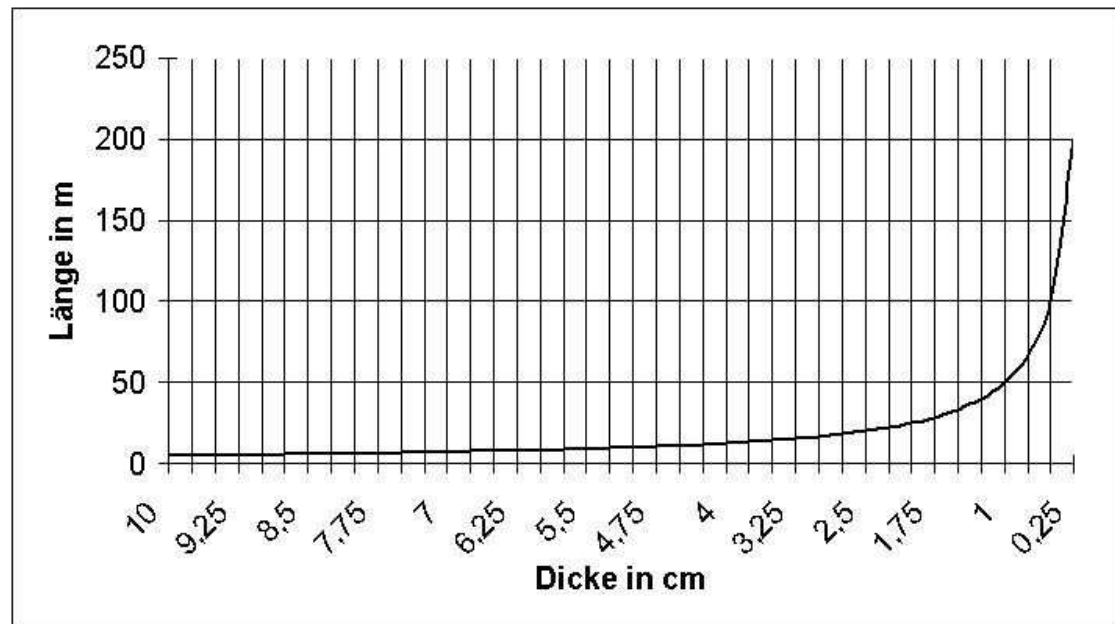
- Wie viel wiegt eine 10 cm breite und 5 m lange Kupferstange mit quadratischem Querschnitt?
- Eine Zinkstange hat die gleichen Abmessungen wie die Kupferstange. Um wie viel % ist sie leichter?

2 Rechnen mit Größen

- (c) Die Kupferstange soll zu einer 10 cm breiten und 0,1 mm dicken Folie ausgewalzt werden. Wie lang wird diese Folie?
- (d) Stelle den Zusammenhang zwischen Dicke und Länge der Folie graphisch dar.
- (e) Eine $3m^2$ große Kupferplatte hat die Masse von 540 kg. Wie dick ist diese Platte?
- (f) Wie dick ist eine Zinkplatte gleicher Masse und mit gleicher Grundfläche?
- (g) Messing ist eine Legierung von Kupfer und Zink im Verhältnis 2:3. Welche Dichte hat diese Legierung?
- (h) In einer Kiste befinden sich Kupfer- und Zinkkugeln. Alle Kugeln haben ein Volumen von $2,5cm^3$. Es sind 3mal so viel Kupfer- wie Zinkkugeln in der Kiste. Die Kugeln in der Kiste haben zusammen eine Masse von 1531 g. Wie viele Kugeln sind in der Kiste enthalten?

Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung, Lineare Funktionen und Geometrie (Flächen und Volumina)

- Lösung:*
- (a) 448 kg
 - (b) 20,2 %
 - (c) 500 m
 - (d) siehe Abb.

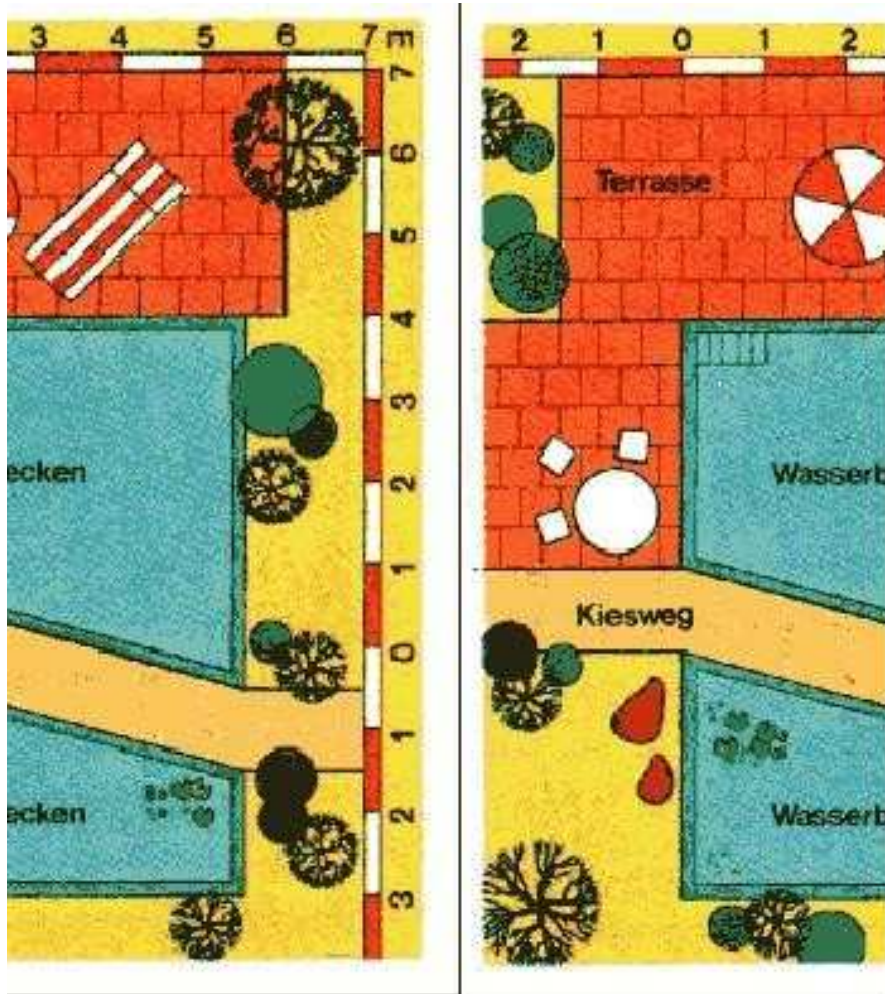


- (e) $2cm$
- (f) $2,5cm$
- (g) $7,868g/cm^3$

(h) 72

8. Garten

Familie Schneider plant die Neuanlage ihres Gartenbereichs. Die unten stehende Zeichnung verdeutlicht, wie sie sich das Ergebnis gedacht hat.



Die Zeichnung wurde dem Band „Zahlen und Größen, Mathematik Gesamtschule, Klasse 8,“ Cornelsen Verlag, entnommen.

Bei der Planung wurden folgende Punkte aufgestellt, die einzeln zu berücksichtigen

sind:

- Bau der Wasserbecken
- Anlage des Kiesweges
- Bau der Terrasse
- Bepflanzung der Grünflächen

Für jeden einzelnen Punkt wurde nun eine eigene Kalkulation aufgestellt, wobei die reine Arbeit nicht mitgerechnet werden soll, denn diese will Familie Schneider ja selbst erledigen.

- (a) **Bau der Wasserbecken.** Um die Wasserbecken anzulegen müssen für die Berechnung der entstehenden Kosten folgende Punkte berücksichtigt werden:
- i. Um welche geometrische Form handelt es sich bei den Grundflächen der Wasserbecken?
 - ii. Wie groß ist die Grundfläche der beiden Wasserbecken zusammen?
 - iii. Die Becken sollen 1,30 m tief ausgeschachtet werden. Wie viel Kubikmeter Erde müssen ausgehoben werden?
 - iv. Wie schwer ist der Aushub, wenn 1 Kubikmeter Erde 1800 kg wiegt?
 - v. Wie viele LKW-Ladungen (Nutzlast je 7,5 t) sind das?
 - vi. Die Fahrt eines LKW kostet inklusive Miete und Deponiegebühren 40 Euro. Wie teuer ist die Abfuhr des Aushubs?
 - vii. Für den Bau der Wasserbecken werden u.a. Beton, Mauersteine, Fliesen, Sand, Kies und Zement benötigt. Dabei muss man mit 28 Euro pro cm Becken rechnen. Wie teuer wäre demnach der Bau der beiden Wasserbecken?
 - viii. Berücksichtigt man die Wandstärke der Becken, so haben beide Becken zusammen eine Fläche von 25 Quadratmetern. In den Becken sind insgesamt 27500 l Wasser. Das Wasser steht in beiden Becken gleich hoch. Berechne die Wassertiefe.
 - ix. Was kostet die Wasserfüllung, wenn man von einem Preis von 2,60 Euro pro Kubikmeter ausgeht?
 - x. Familie Schneider hat für den Bau der Wasserbecken 1600 Euro eingeplant. Kommt sie damit hin?
- (b) **Anlage des Kiesweges.** Um den Kiesweg anzulegen müssen für die Berechnung der entstehenden Kosten folgende Punkte berücksichtigt werden:
- i. Der Kiesweg hat eine Fläche von 9,5 Quadratmetern. Begründe dies.
 - ii. Für den Weg wird die Erde 12 cm tief abgetragen. Wie viel Aushub ist dies?
 - iii. Die Kiesmenge muss 11 % größer sein als der Aushub. Wie viel Kies benötigt man?
 - iv. 1 Kubikmeter Kies kostet 17,90 Euro. Familie Schneider bekommt einen Barzahlerrabatt von 2,5 % eingeräumt. Wie hoch ist die Rechnung des Baustoffhändlers?

- (c) **Bau der Terrasse.** Um die Terrasse anzulegen müssen für die Berechnung der entstehenden Kosten folgende Punkte berücksichtigt werden:
- i. Wie viel Quadratmeter Terrasse müssen angelegt werden?
 - ii. Für die Terrasse wird die Erde 10 cm tief abgetragen. Wie viel Aushub ist dies?
 - iii. Die Steine sollen in einem 7 cm tiefen Sandbett verlegt werden. Wie viel Kubikmeter Sand wird benötigt?
 - iv. 1 Quadratmeter Terrassensteine kostet 7,50 Euro und 1 Kubikmeter Sand 14,50 Euro. Berechne die Kosten für Steine und Sand.
- (d) **Bepflanzung der Grünflächen.** Für die Bepflanzung der Grünflächen ist zu berücksichtigen:
- i. Wie viele Quadratmeter Grünfläche müssen bepflanzt werden?
 - ii. Auf der gesamten Fläche soll Rasen eingesät werden. Grassamen kosten pro Quadratmeter 0,16 Euro. Berechne die Kosten für den Rasen.
 - iii. Für die Bepflanzung kauft Familie Schneider drei Koniferen zu je 9 Euro, zwei Forsythien zu je 5 Euro, einen Apfelbaum zu einem Stückpreis von 16 Euro, vier Rosenstöcke zu je 3 Euro, zwei Packungen Tulpenzwiebeln zu je 2,20 Euro, drei Packungen Krokuszwiebeln à 2,50 Euro sowie zwei Packungen Narzissenzwiebeln zu je 2,20 Euro. Wie teuer sind die Pflanzen insgesamt?

Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung und Geometrie (Flächen und Volumina)

- Lösung:*
- (a)
- i. Trapez
 - ii. $33m^2$
 - iii. $42,9m^3$
 - iv. 77220 kg
 - v. 11
 - vi. 440 Euro
 - vii. 1201,20 Euro
 - viii. $1,1m$
 - ix. 71,50 Euro
 - x. nein
- (b)
- i. $2,5m^2 + 5,5m^2 + 1,5m^2 = 9,5m^2$
 - ii. $1,14m^3$
 - iii. $1,2654m^3$
 - iv. 22,08 Euro
- (c)
- i. $30m^2$
 - ii. $3m^3$
 - iii. $2,1m^3$

- iv. 255,45 Euro
- (d) i. $32m^2$
- ii. 5,12 Euro
- iii. 81,30 Euro

9. Frostschutzmittel

Frostschutzmittel hat eine Dichte von $1,11g/ml$.

- (a) Wie viel wiegt die Füllung einer 3-Liter-Flasche?
- (b) In den Kühler eines Autos werden 3 Liter Wasser und 1 Liter Frostschutzmittel geschüttet. Welche Dichte hat die Mischung?
- (c) Die Kühlflüssigkeit in einem Auto hat eine Dichte von $1,04g/ml$. Welcher Anteil an Frostschutzmittel ist in der Flüssigkeit enthalten?
- (d) Auf der Flasche ist folgende Tabelle abgebildet:

Konzentration des Frostschutzmittels	Schutz bis zur Temperatur
35 %	-20 Grad Celsius
40 %	-25 Grad Celsius
45 %	-30 Grad Celsius

Bis zu welcher Temperatur ist der Kühler geschützt?

Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung und Lineare Funktionen

- Lösung:*
- (a) 3,33 kg
 - (b) $1,0275g/ml$
 - (c) rd. 36 %
 - (d) -21 Grad

10. Herzvolumen

Das menschliche Herz hat im allgemeinen ein Schlagvolumen von $70cm^3$, bei ruhigen Beschäftigungen schlägt es in der Minute 70 mal (Ruhepuls), bei großer Anstrengung 200 mal (Belastungspuls).

- (a) Wie viel Liter Blut hat dein Herz in einer Stunde gepumpt, wenn du dich 20 Minuten ausgeruht und danach 40 Minuten intensiv Sport getrieben hast? (Schreibe die Rechnung auch als Term.)

2 Rechnen mit Größen

- (b) Wieviel Liter Blut befördert ein normales Herz in 70 Jahren? Gehe dabei von durchschnittlich 80 Schlägen pro Minute aus. Vergleiche die Blutmenge mit einer Größe aus dem Alltag, z. B. mit Tanklastzügen, die 40000l fassen und 10m lang sind.
- (c) i. Erläutere, wie der Term aus den obigen Angaben gebildet wurde: $y = 70 \times 70x + 200(60 - x)70$, wobei y die in einer Stunde gepumpte Blutmenge ist.
ii. Vereinfache den Term.
iii. Zeichne den Graphen in einem geeigneten Definitionsbereich.
- (d) Stelle einen Term für die Anzahl der Herzschläge pro Stunde auf.

Hinweis: Vernetzung mit Themengebiet Lineare Funktionen

Lösung: (a) 658l

- (b) Es wären 5151 Tanklastzüge mit je 40000l nötig. Sie würden einen Konvoi von 51,51km Länge bilden.
- (c) i. Die in einer Stunde gepumpte Blutmenge addiert sich aus der Blutmenge bei Ruhepuls und bei Belastungspuls. x ist die Ruhezeit mit einem Puls von 70 Schlägen pro Minute, $60 - x$ die Zeit mit 200 Schlägen pro Minute (Belastungspuls). Zusätzlich muss mit dem Schlagvolumen von $70(\text{cm}^3)$ multipliziert werden.
ii. $V(x) = 4900x + (12000 - 200x)70$
iii. Es ergibt sich eine fallende Gerade, Def.-Bereich $0 \leq x \leq 60$.
- (d) f: $y = 70x + 200(60 - x) = -130x + 12000$

11. Wasservorräte

Auf der Erde gibt es 38028000 km^3 Wasser, welches nicht Meerwasser ist. Das sind etwa 2,8 % der gesamten Wasservorräte der Erde. Es teilt sich auf in 13000 km^3 Wasser in der Atmosphäre (Niederschläge, Wolken), 27820000 km^3 Polar-, Meer- und Gletschereis, 233000 km^3 Oberflächenwasser (Bäche, Flüsse, Seen) und 8595000 km^3 Grundwasser. Zur Trinkwassergewinnung sind nur das Oberflächenwasser und das Grundwasser nutzbar.

- (a) Wie groß ist die Gesamtwassermenge der Erde?
- (b) Ein Schwimmbecken ist 50 m lang, 4 m tief und 12 m breit.
i. Wieviel l Wasser passen in das Becken?
ii. Wie viele Schwimmbecken könnte man mit dem Wasser der Atmosphäre füllen?
- (c) Wie groß ist der für Trinkwassergewinnung nutzbare Anteil am Süßwasservorrat?

- (d) Entwirf ein Diagramm, das möglichst anschaulich die Wasservorräte der Erde zeigt.

Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung und Geometrie (Flächen und Volumina)

- Lösung:* (a) 1358142857 km^3
(b) i. $0,0000024 \text{ km}^3$
ii. 5,42 Milliarden
(c) ca. 23,2 %
(d) Ein Kreisdiagramm ist günstig.

12. Atemluft

Um den Sauerstoffgehalt der Luft zu messen erhitzt man in einer geschlossenen Apparatur Luft und Eisenwolle im Überschuss. Das bedeutet, dass man mehr Eisenwolle verwendet, als mit Sauerstoff reagieren kann. Dabei reagiert der gesamte Sauerstoff mit dem Eisen zu Eisenoxid (Rost), und die Menge der eingeschlossenen Luft verringert sich von 140 ml auf 111 ml .

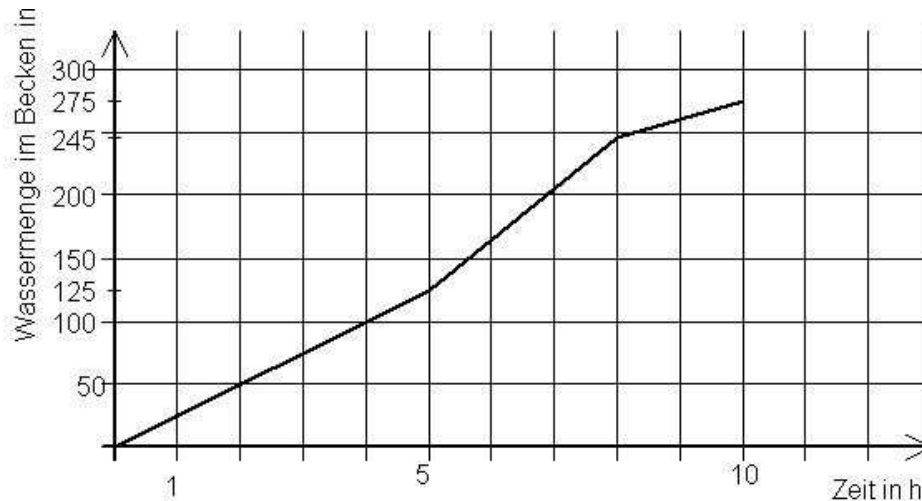
- (a) Wie hoch ist der Sauerstoffgehalt der eingeschlossenen Luft gewesen? In der Atemausluft des Menschen liegt der Sauerstoffgehalt ungefähr bei 15 %.
- (b) Wie viel % des eingeatmeten Sauerstoffs ist dann in der Lunge von den roten Blutkörperchen aufgenommen worden?
- (c) Ein 70 kg schwerer, gesunder Mann atmet 500 ml Luft pro Atemzug ein, in der Minute atmet er im Schnitt 16 mal. Wie viel l Sauerstoff nehmen die roten Blutkörperchen dieses Mannes in einer Stunde auf?
- (d) Beim längeren Fahrradfahren müssen im Durchschnitt $2,4 \text{ l}$ Sauerstoff pro Minute aufgenommen werden. Wie viel l Luft müssen dafür eingeatmet werden?

Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung

- Lösung:* (a) 20,7 %
(b) 27,5 %
(c) 27 l
(d) ca. 42 l

13. Schwimmbecken

Ein 25 m langes, 5 m breites und $2,60 \text{ m}$ tiefes Schwimmbecken wird über zwei Zuläufe, die getrennt geöffnet werden können, gefüllt.



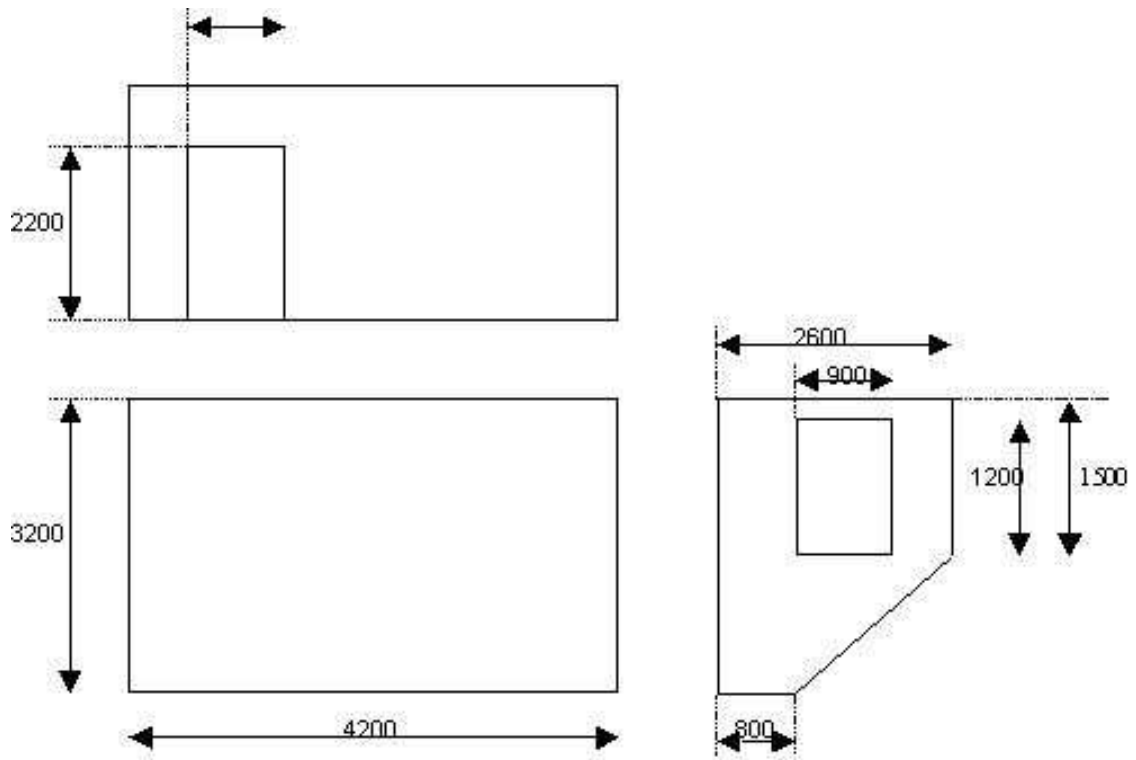
- Beschreibe den Füllvorgang mit Hilfe des Graphen.
- Wie hoch steht zum Schluss das Wasser?
- Bestimme die unterschiedlichen Zulaufsraten (= Wassermenge/Zeiteinheit) in m^3/h und in l/min . Erkläre, wie es zu den unterschiedlichen Zulaufsraten kommt.
- Berechne, wie lange das Füllen des Beckens bis zu einem Wasserstand von 2,20 m dauert, wenn pro Std. $40 m^3$ Wasser ins Becken fließen. Zeichne den zugehörigen Graphen in das obige Koordinatensystem ein.

Hinweis: Vernetzung mit Lineare Funktionen und Geometrie (Flächen und Volumina)

- Lösung:*
- Im Zeitraum von 0-5 h steigt die Wassermenge gleichmäßig (linear) von $0 m^3$ auf $125 m^3$. Im Zeitraum von 5-8 h nimmt die Zulauftrate zu, die Wassermenge steigt linear von $125 m^3$ auf $245 m^3$. Im Zeitraum von 8-10 h ist die Zulauftrate geringer als in den Stunden davor, die Wassermenge nimmt linear um $30 m^3$ zu und erreicht nach 10 Stunden die Marke von $275 m^3$.
 - 2,20 m
 - Zulauftrate 1 = $25 m^3/h = 416,67 l/min$, Zulauftrate 2 = $40 m^3/h = 666,67 l/min$, Zulauftrate 3 = $15 m^3/h = 250 l/min$. Nur Zulauf 1 ist in den ersten 5 Stunden geöffnet. Dann sind die Zuläufe 1 und 2 zusammen 3 Stunden lang geöffnet. Nur Zulauf 2 ist in den beiden letzten Stunden geöffnet.
 - 6 h 52 min 30 s

14. Renovieren

Familie Werner will das Dachzimmer ihres Sohnes Peter renovieren. Die genauen Maße (in mm) können der Zeichnung entnommen werden:



- (a) Es soll Teppichboden verlegt werden. Den Teppich, für den sich die Familie entschied, gibt es in den Breiten 4 m und 5 m zu den Preisen 37 Eur bzw. 48 Eur je lfd. Meter.
- i. Die Familie möchte den Boden ohne Naht verlegen. Wieviel muss sie für den Teppich bezahlen?
 - ii. Die Familie erwägt, den Teppich zu zerschneiden und zwei rechteckige Flächen zu verlegen. Wie viel muss sie mindestens bezahlen?
 - iii. Der Vater beginnt zu überlegen, wie man den 5 m breiten Teppichboden so geschickt zerlegen kann, dass man weitere Kosten spart. Plötzlich meint Peter: "Vergiss es!" Warum?
- (b) Alle Seitenwände sollen gestrichen werden. $2,5\text{ l}$ weiße Wandfarbe kosten 8 Eur und reichen für 15 m^2 . Welche Kosten muss Fam. Werner einplanen?
- (c) Peter möchte eine Wand mit dem blauen Emblem des MSV versehen. Zum Abtönen des exakten Farbtons benötigt er genau $0,4\text{ l}$ weiße Farbe. Wie kann er diese Menge abmessen, wenn ihm nur $0,7\text{ l}$ - und 1 l -Gefäße zur Verfügung stehen?
- (d) Die Dachschräge soll mit waagrechten Nut- und Federbrettern verkleidet werden. Dazu müssen zuerst als Untergrund einfache Latten längs der Schräge auf-

2 Rechnen mit Größen

gebracht werden. Die Latten müssen am Anfang, am Ende und in einem Abstand von höchstens 80 cm angebracht werden. Wie viel Meter Untergrundlatten müssen mindestens erworben werden?

Hinweis: Vernetzung mit Prozentrechnung und Geometrie (Flächen und Volumina)

- Lösung:*
- (a) i. 153,60 €
 - ii. 125,80 €
 - iii. Man benötigt selbst bei einer "restfreien" Verlegung $13,44 \text{ m}^2$ Teppichboden, die Kosten von 129,03 € liegen über dem Preis der oberen Lösung.
- (b) 16 €
- (c) Zweimal das kleinere Gefäß füllen und in das größere Gefäß umkippen, bis dieses voll ist. Der im kleineren Gefäß verbleibende Rest sind 0,4 l.
- (d) 17,36 m

15. Gummibärchenbeschaffung

Für ein Schulfest sollen mindestens 5 kg Gummibärchen, Lakritz usw. eingekauft werden. Die Organisatoren haben sich in verschiedenen Läden nach den Preisen erkundigt.

Angebot 1:



Angebot 2:



Angebot 3:

2 Rechnen mit Größen



Vergleiche die Preise und bewerte die Ergebnisse!

Lösung: Lösungen zur Gummibärchen-Aufgabe

Angebot 1:

Gewicht	Preis
800 g	2,56 €
100 g	0,32 €
1500 g	4,80 €
5000 g	16,00 €
5600 g	17,92 €

Angebot 2:

Gewicht	Preis
300 g	0,86 €
100 g	0,29 €
1500 g	4,30 €
5000 g	14,33 €
5100 g	14,62 €

Angebot 3:

Gewicht	Preis
250 g	1,67 €
50 g	0,33 €
100 g	0,67 €
1500 g	10,00 €
5000 g	33,33 €
3000 g	20,00 €

16. Größen

Wandle in die angegebene Einheit um.

2 Rechnen mit Größen

- a) 89,12 kg (g) b) 0,342 t (kg) c) 76 543 g (kg) d) 0,00354 t (kg)
e) 7,2 g (mg) f) 3 t (g) g) 0,0064 mg (g) h) 6 712 mg (kg)

Lösung: a) 89 120 g b) 342 kg c) 76,543 kg d) 3,54 kg
 e) 7 200 mg f) 3 000 000 g g) 0,0000064 g h) 0,006712 kg

17. Größen

Wandle in die angegebene Einheit um.

- a) in m: 4,4 km b) in dm: 3440 mm
 54 dm 0,054 m
 1754 mm 143 cm
 0,78 cm 0,005 km

Lösung: a) 4400 m b) 34,4 dm
 5,4 m 0,54 dm
 1,754 m 14,3 dm
 0,0078 m 50 dm

18. Größen

Wandle um.

$$133 \text{ a} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ha} \quad 15 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ a} \quad 0,01 \text{ km}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ a}$$

$$3434 \text{ dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ a} \quad 0,04 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ha} \quad 0,15 \text{ ha} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$$

Wandle um.

$$0,51 \text{ hl} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ l} \quad 0,3 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3 \quad 789 \text{ l} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ hl}$$

$$84\,498 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3 \quad 10,4 \text{ l} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3 \quad 439\,000 \text{ mm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$$

Lösung: 1,33 ha; 0,15 a; 100 a

0,3434 a; 4 dm²; 1500 m²

51 l; 300 cm³; 7,89 hl

84,498 m³; 10 400 cm³; 439 cm³

3 Zahldarstellung

1. Die Dualorgel

Bei der Dualorgel handelt es sich um ein Bewegungsspiel, mit dem die Dualzahlen dargestellt werden. Es hat sich an unserer Schule sehr bewährt bis hin zu Vorführungen auf Klassenfesten und ähnlichen Veranstaltungen.

Schritt 1: Auswahl der Orgelpfeifen

Man wählt eine Reihe von Schülerinnen und Schülern aus, circa 6. Diese setzen sich nebeneinander hin. Jede Person stellt eine Stelle im Dualsystem dar. Die linke steht bzw. sitzt für 2^0 , die nächste für 2^1 , die nächste für 2^2 usw. Steht die Person, so gilt diese Stelle als belegt und sitzt sie, so gilt die Stelle als nicht belegt. Auf diese Weise kann man also Zahlen im Dualsystem im wahrsten Sinn des Wortes darstellen.

Beispiel 1: Dualzahl-Darstellung der Zahl 12



Beispiel 2: Dualzahl-Darstellung der Zahl 5



Schritt 2: Das Spiel

Das Spiel ist ganz einfach. Der Rest der Klasse zählt aufsteigend 0, 1, 2 bis zur

3 Zahldarstellung

größten Zahl, die die Dualorgel darstellen kann. Die Dualorgel hat sich dann zu jeder Zahl entsprechend aufzustellen. Der Person, die 2^0 darstellt, ist natürlich am meisten gefordert, da sie dauernd in Bewegung ist. Das Zähltempo muss angemessen sein. Es ist erstaunlich zu beobachten, welchen Ehrgeiz die Schülerinnen und Schüler entwickeln, um auf diese Weise z.B. bis 64 zu zählen. In der Regel kommt man um eine Zugabe nicht herum, zumindest am Ratsgymnasium in Münster.

2. Terme

- a) Berechne die Terme, ohne den Taschenrechner zu benutzen.

$$1674 \cdot 28 \quad 1,674 \cdot 28 \quad 1,674 \cdot 2,8 \quad 1,674 \cdot 0,28$$

- b) Wie heißen diese Terme?
c) Woraus setzen sich diese Terme zusammen?
d) Wie viele Stellen hinter dem Komma hat das jeweilige Ergebnis?
e) Kontrolliere deine Ergebnisse, indem du die Umkehraufgaben berechnest.

Lösung: a) 46872; 46,872; 4,6782; 0,46872
b) Produktterme
c) Faktoren
d) 0; 3; 4
e) $546872 : 28 = 1674$; $46,872 : 28 = 1,674$; $4,6782 : 2,8 = 1,674$; $0,46872 : 0,28 = 1,674$

3. Wespe

Die Anzahl der Flügelschläge einer Wespe beträgt etwa 23 in der Sekunde.

- a) Wie viele Flügelschläge macht die Wespe in einer Minute (in einer Viertelstunde), wenn sie ihre Flügel immer gleich schnell bewegt?
b) Wie groß ist die Anzahl, wenn die Wespe an einem Tag 3 Stunden geflogen ist?

Lösung: a) $60 \text{ s} \cdot 23 \frac{\text{Flügelschläge}}{\text{s}} = 1\,380 \text{ Flügelschläge}$
 $15 \text{ min} \cdot 1\,380 \frac{\text{Flügelschläge}}{\text{min}} = 20\,700 \text{ Flügelschläge}$
b) $12 \text{ Viertelstd.} \cdot 20\,700 \frac{\text{Flügelschläge}}{\text{Viertelstd.}} = 248\,400 \text{ Flügelschläge}$

4. Zahlen

Addiert man 8 zum Produkt aus einer natürlichen Zahl und ihrem Vorgänger, so erhält man 280. Wie heißen die Zahl und ihr Vorgänger?

3 Zahldarstellung

Lösung: $n \cdot (n - 1) + 8 = 280$
 $\Leftrightarrow n^2 - n + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 272$
 $\Leftrightarrow (n - \frac{1}{2})^2 = 272\frac{1}{4}$
 $\Leftrightarrow n - \frac{1}{2} = \sqrt{272\frac{1}{4}} \vee n - \frac{1}{2} = -\sqrt{272\frac{1}{4}}$
 $\Leftrightarrow n - \frac{1}{2} = 16\frac{1}{2} \vee n - \frac{1}{2} = -16\frac{1}{2}$
 $\Leftrightarrow n = 17 \vee n = -16$
 $L = \{17\}$

5. Geldscheine

Frau Schmidt erhält am Bankschalter 1000 € in 50 €-Scheinen und in 20 €-Scheinen ausbezahlt, insgesamt 35 Scheine. Wie viele Scheine jeder Art sind es?

Lösung: 25 Stück 20 €-Scheine und 10 Stück 50 €-Scheine.