SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit TEX

Neue Aufgaben (SINUS-Transfer)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

18. Mai 2006

Inhaltsverzeichnis

1 Neue Aufgaben, März 2006

1. Cooler Igel
   Die Körpertemperatur eines Igels beträgt 35 °C. Während des Winterschlafs sinkt sie im Oktober auf $\frac{3}{7}$ und im Januar auf $\frac{1}{7}$ des ursprünglichen Wertes. Berechne die beiden Temperaturen!

   Lösung: Oktober: 15 °C, Januar: 5 °C.

2. Gemischte Zahlen
   Schreibe als gemischte Zahl:

   a) $\dfrac{243}{46}$ b) $\dfrac{765}{125}$ c) $\dfrac{888}{96}$

   Lösung: a) $5\frac{13}{46}$ b) $6\frac{3}{25}$ c) $9\frac{1}{4}$

3. Gummibärchenbeschaffung
   Für ein Schulfest sollen mindestens 5 kg Gummibärchen, Lakritz usw. eingekauft werden. Die Organisatoren haben sich in verschiedenen Läden nach den Preisen erkundigt.

   Angebot 1:

   Angebot 2:

Angebot 3:

Vergleiche die Preise und bewerte die Ergebnisse!

Lösung: Lösungen zur Gummibärchen-Aufgabe

Angebot 1:

Gewicht	Preis
800 g	2,56 €
100 g	0,32 €
1500 g	4,80 €
5000 g	16,00 €
5600 g	17,92 €

Angebot 2:

Gewicht	Preis
300 g	0,86 €
100 g	0,29 €
1500 g	4,30 €
5000 g	14,33 €
5100 g	14,62 €

Angebot 3:

Gewicht	Preis
250 g	1,67 €
50 g	0,33 €
100 g	0,67 €
1500 g	10,00 €
5000 g	33,33 €
3000 g	20,00 €

4. Größen
   Wandle in die angegebene Einheit um.

a) 89,12 kg (g)	b) 0,342 t (kg)	c) 76 543 g (kg)	d) 0,00354 t (kg)
e) 7,2 g (mg)	f) 3 t (g)	g) 0,0064 mg (g)	h) 6 712 mg (kg)

Lösung:

a)89 120 g	b) 342 kg	c) 76,543 kg	d) 3,54 kg
e) 7 200 mg	f) 3 000 000 g	g) 0,0000064 g	h) 0,006712 kg

5. Größen
   Wandle in die angegebene Einheit um.

a) in m:	4,4 km	b) in dm:	3440 mm
	54 dm		0,054 m
	1754 mm		143 cm
	0,78 cm		0,005 km

Lösung:

a)	4400 m	b)	34,4 dm
	5,4 m		0,54 dm
	1,754 m		14,3 dm
	0,0078 m		50 dm

6. Größen
   Wandle um.
   133 a = ________ ha 15 m^2 = ________ a 0,01 km^2 = ________ a

   3434 dm^2 = ________ a 0,04 m^2 = ________ ha 0,15 ha = ________ m^2

   Wandle um.
   0,51 hl = ________ l 0,3 dm^3 = ________ cm^3 789 l = ________ hl

   84 498 dm^3 = ______ m^3 10,4 l = ______ cm^3 439 000 mm^3 = ______ cm^3

Lösung: 1,33 ha; 0,15 a; 100 a

0,3434 a; 4 dm^2; 1500 m^2

51 l; 300 cm^3; 7,89 hl

84,498 m^3; 10 400 cm^3; 439 cm^3

7. Terme

   a) Berechne die Terme, ohne den Taschenrechner zu benutzen.

   $$1674 \cdot 28 \quad 1{,}674 \cdot 28 \quad 1{,}674 \cdot 2,8 \quad 1{,}674 \cdot 0{,}28$$

   b) Wie heißen diese Terme?

   c) Woraus setzen sich diese Terme zusammen?

   d) Wie viele Stellen hinter dem Komma hat das jeweilige Ergebnis?

   e) Kontrolliere deine Ergebnisse, indem du die Umkehraufgaben berechnest.

Lösung:
a) 46872; 46,872; 4,6782; 0,46872
b) Produktterme
c) Faktoren
d) 0; 3; 4
e) 546872 : 28 = 1674; 46,872 : 28 = 1,674; 4,6872 : 2,8 = 1,674; 0,46872 : 0,28 = 1,674

8. Wespe
   Die Anzahl der Flügelschläge einer Wespe beträgt etwa 23 in der Sekunde.

   a) Wie viele Flügelschläge macht die Wespe in einer Minute (in einer Viertelstunde), wenn sie ihre Flügel immer gleich schnell bewegt?

   b) Wie groß ist die Anzahl, wenn die Wespe an einem Tag 3 Stunden geflogen ist?

Lösung:
a) $60\,\text{s} \cdot 23\,\frac{\text{Flügelschläge}}{\text{s}} = 1\,380$ Flügelschläge
$15\,\text{min} \cdot 1\,380\,\frac{\text{Flügelschläge}}{\text{min}} = 20\,700$ Flügelschläge
b) $12\,\text{Viertelstd.} \cdot 20\,700\,\frac{\text{Flügelschläge}}{\text{Viertelstd.}} = 248\,400$ Flügelschläge

9. Zahlen
   Addiert man 8 zum Produkt aus einer natürlichen Zahl und ihrem Vorgänger, so erhält man 280. Wie heißen die Zahl und ihr Vorgänger?

Lösung: $n \cdot (n-1) + 8 = 280$
$\Leftrightarrow n^2 - n + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 272$
$\Leftrightarrow (n - \frac{1}{2})^2 = 272\frac{1}{4}$
$\Leftrightarrow n - \frac{1}{2} = \sqrt{272\frac{1}{4}} \vee n - \frac{1}{2} = -\sqrt{272\frac{1}{4}}$
$\Leftrightarrow n - \frac{1}{2} = 16\frac{1}{2} \vee n - \frac{1}{2} = -16\frac{1}{2}$
$\Leftrightarrow n = 17 \vee n = -16$
$L = \{-16, 17\}$

10. Geldscheine
    Frau Schmidt erhält am Bankschalter 1000 € in 50 €-Scheinen und in 20 €-Scheinen ausbezahlt, insgesamt 35 Scheine. Wie viele Scheine jeder Art sind es?

Lösung: 25 Stück 20 €-Scheine und 10 Stück 50 €-Scheine.

11. Mit Stühlen kann man handeln...
    Ein Möbelhersteller hat einen Bestand von 512 gleichen Schreibtischstühlen. Der Herstellungspreis für einen Stuhl liegt bei 117,30 €. Der Verkaufspreis für einen Stuhl beträgt 72 % mehr als der Herstellungspreis.

    a) Berechne den Verkaufspreis für alle Stühle.
    b) Firma B möchte 100 Stühle erwerben, wenn sie auf die gesamte Menge einen Rabatt von 20 % erhält. Wie hoch wäre jetzt der Verkaufspreis pro Stuhl?
    c) Herr Z. kauft für seine Kinder drei Stühle. Er hat 600 € bei sich. Reicht das Geld?

Lösung:
a) 201,76 € kostet ein Stuhl im Verkauf; 512 Stühle kosten 103 299,07 €.
b) 100 Stühle kosten 20 176,00 €; davon 80 % sind 16 140,80 €. Ein Stuhl kostet jetzt nur noch 161,41 €.
c) Das Geld reicht nicht, es fehlen ihm 5,28 €.

12. Zinsen
    Berechne die Zinsen.

    a) 13 678 € zu 7 % für 6 Monate
    b) 67 432 € zu 5,25 % für 122 Tage

Lösung: a) 478,73 €
b) 1 199,73 €

13. Rollerreparaturen
Weil Martina ihren Motorroller reparieren lassen muss, überzieht sie ihr Konto bei der Bank um 548 €. Es werden 12,75 % Zinsen berechnet. Nach 25 Tagen kann Martina diesen Kredit zurückzahlen. Wie viele Zinsen muss sie zahlen?

Lösung: 4,85 €

14. Von den Zinsen leben...
Welches Kapital muss angelegt werden, um bei einem Zinssatz von 8 % in einer Woche 105 € Zinsen zu erhalten?

Lösung: 67 500 € müssen angelegt werden.

15. Erst anmelden, dann einschalten...
Ein Händler bietet an: Für eine Stereoanlage für 980 € erhält der Kunde bei Barzahlung 2,5 % Rabatt (Preisnachlass). Wie hoch ist der Barzahlungspreis?

Lösung: 955,50 € kostet die Stereoanlage.

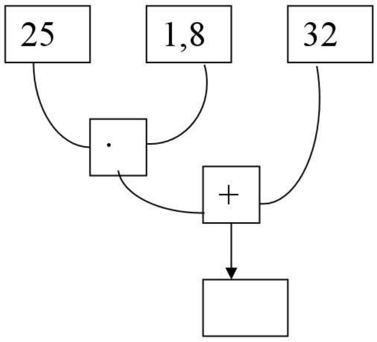
16. Augen auf beim Autokauf!
Herr Frisch kauft ein neues Auto für 27 850 €. Nach 6 Jahren Gebrauch nimmt es eine Autohandlung mit 10 640 € Zahlung. Mit welchem jährlich gleichbleibenden Abschreibungsfaktor hatte man gerechnet? Wie viel Prozent Verlust hat er jährlich?

Lösung: Abschreibungsfaktor 0,85; 14,8 % beträgt die Abschreibung jährlich.

17. Kapitalanlage
Bei einer Sparkasse, die $4\frac{1}{4}$ % Zinsen gewährt, hat jemand 3 500 € angelegt. Nach 2 Jahren zahlt er weitere 1 500 € ein und hebt nach weiteren 3 Jahren 2 000 € ab. Welches Guthaben hat er nach weiteren 4 Jahren angespart?

Lösung: 4735,47 €

18. Ganz schön heiß: Celsius und Fahrenheit



a) Berechne und schreibe als Term gemäß obiger Abbildung.

b) Das Ergebnis zeigt, wie viel 25 °C in Grad Fahrenheit sind. Verändere Rechenbaum und Term so, dass damit jede beliebige in Grad Celsius angegebene Temperatur in Grad Fahrenheit umgerechnet werden kann.

c) Schreibe den Term für die Umkehrung, so dass Temperaturen, die in Grad Fahrenheit angegeben sind, in Grad Celsius umgerechnet werden.

Lösung: 77 Grad Fahrenheit. Umkehrung: Erst 32 subtrahieren, dann durch 1,8 dividieren.

19. Ich schwärme für die Terme...
Fasse die Terme zusammen.

a) $5{,}2\,a - 6\,b + 14\,c - 66\,a - 42\,a + 20\,c - 5{,}8\,b =$

b) $17\,a - (43\,b + 17{,}8\,a - 22\,c) - 66{,}2\,b =$

c) $2{,}5\,a + 3\,(7\,a - 5{,}2\,b) - 66{,}8\,b + 12,8\,a =$

d) 44 cm – 2 mm + 0,8 m + 0,005 km – 33 cm – 0,04 m =

e) $0{,}65\,\alpha + 7{,}8\,\lambda - 3\,\varrho + (13\,\alpha - 10\,\lambda - 670\,\varrho) =$

Lösung:
a) $-102{,}8\,a - 11{,}8\,b + 34\,c$
b) $-0{,}8\,a - 109{,}2\,b + 22\,c$
c) $36{,}3\,a - 82{,}4\,b$
d) 586,8 cm
e) $13{,}65\,\alpha - 2{,}2\,\lambda - 673\,\varrho$

20. Herr Binomi lässt grüßen...
Wende die binomischen Formeln an.

a) $(3\,a + 2\,b)^2 =$

b) $(6\,r - 7\,s)^2 =$

c) $(1{,}3\,p + 3\,t)(1{,}3\,p - 3\,t) =$

Lösung: a) $9\,a^2 + 12\,ab + 4\,b^2$

b) $36\,r^2 - 84\,rs + 49\,s^2$

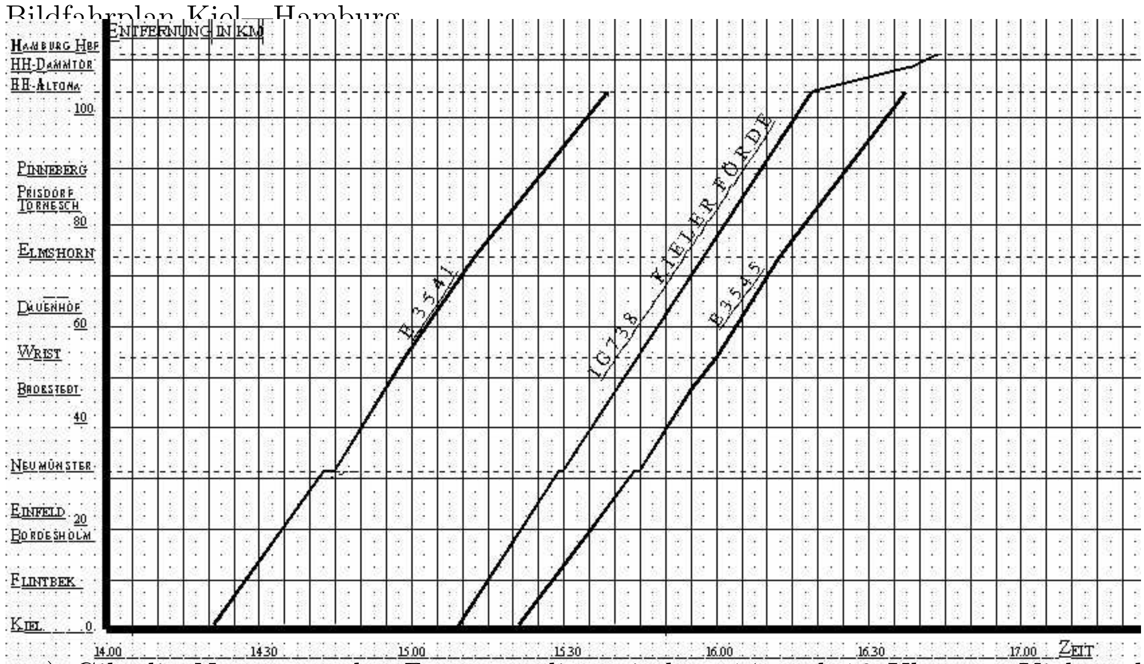
c) $1{,}69\,p^2 - 9\,t^2$

21. Lineare Gleichungssysteme
Löse das lineare Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren.

$$\begin{array}{lrcl} \text{(I)} & 2\,(x+3) + 4\,y & = & 3\,(x-2) + 7 \\ \text{(II)} & 5\,x - 2\,(y+3) & = & 4\,x + 8\,(y - 2{,}5) \end{array}$$

Lösung:

22. Bildfahrplan Kiel – Hamburg



a) Gib die Nummern der Züge an, die zwischen 14 und 16 Uhr von Kiel nach Hamburg fahren.

b) Notiere daneben ihre Abfahrtzeiten von Kiel.

Zugnummern	Abfahrtzeiten

c) Welcher Zug ist (welche Züge sind) am schnellsten von Kiel in Hamburg-Altona?

d) Suche eine günstige Verbindung von Kiel nach Hamburg-Altona heraus. Begründe: ______________________________

____

e) Wie viele Minuten braucht der Zug für die Strecke? ______________________________

____

f) Der 5601 fährt um 15.50 Uhr ab Kiel und ist um 16.18 Uhr in Neumünster, fährt dort um 16.20 Uhr ab und kommt um 16.52 in Elmshorn an. Wann wird er bei gleicher Geschwindigkeit in Hamburg-Altona sein? ______________________________

____

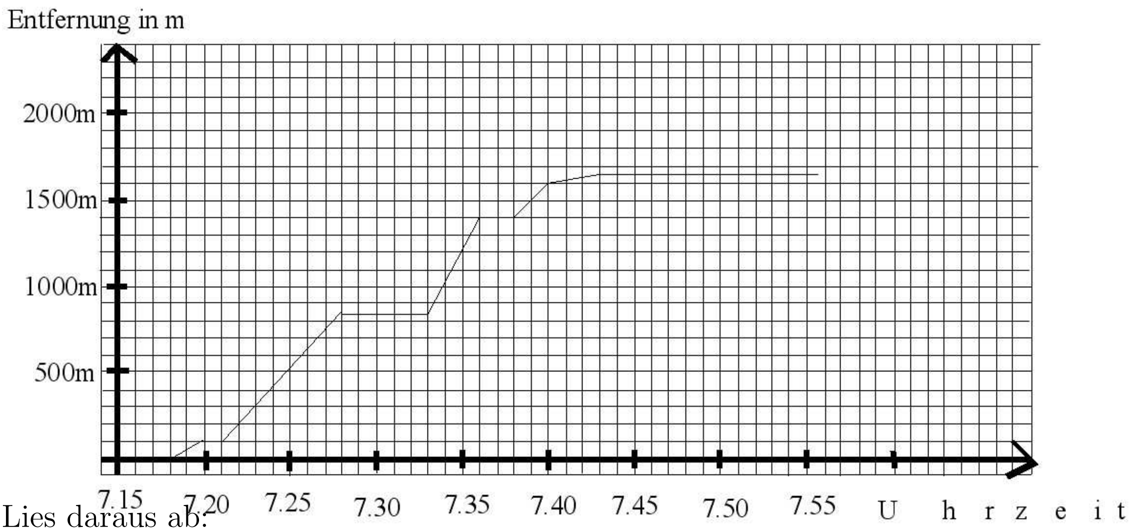
g) Kannst du auch den Graphen eines Zuges einzeichnen, der von Hamburg-Altona nach Kiel fährt? Der E 3550 z. B. fährt um 14.20 Uhr ab Hamburg- Altona, ist um 14.42 Uhr in Elmshorn, um 14.55 Uhr in Wrist, um 15.09 Uhr in Neumünster, fährt dort um 15.11 Uhr ab, ist um 15.20 Uhr in Bordesholm und um 15.35 Uhr in Kiel.

h) Finde selbst interessante Aufgaben zu diesem Bildfahrplan.

Lösung:

23. Petras Schulweg

Petra fährt jeden Morgen mit dem Fahrrad zur Schule und trifft auf dem Weg zur Schule einige Freundinnen. An zwei Stellen müssen sie an Ampeln Hauptstraßen überqueren. Nachdem sie ihr Fahrrad abgestellt hat, muss sie die letzten 30 m einen kleinen Hang hinaufgehen, um ins Schulgebäude zu gelangen. Der Verlauf von Petras Weg zur Schule ist hier abgebildet:



Lies daraus ab:

a) Um welche Uhrzeit verlässt Petra ihr Elternhaus?

b) Wann kommt sie in der Schule an?

c) Wann trifft sie sich mit ihrer Freundin?

d) Wann warten beide an der ersten Ampel auf eine weitere Klassenkameradin?

e) Wann müssen sie an der zweiten Ampel warten?

f) Um wieviel Uhr merkt sie, dass sie sich beeilen muss? Begründe, woran du das erkennst.

g) Kannst du noch mehr aus der Tabelle ablesen? Notiere das.

h) Zeichne den Verlauf deines eigenen Schulweges in ein Diagramm.

i) Kannst du dir andere Situationen mit solchen „Verlaufsskizzen“ vorstellen?

Lösung:

a) Petra verlässt ihr Elternhaus um 7.18 Uhr.

b) Sie kommt um 7.43 Uhr in der Schule an.

c) Um 7.20 Uhr trifft sie sich mit ihrer Freundin.

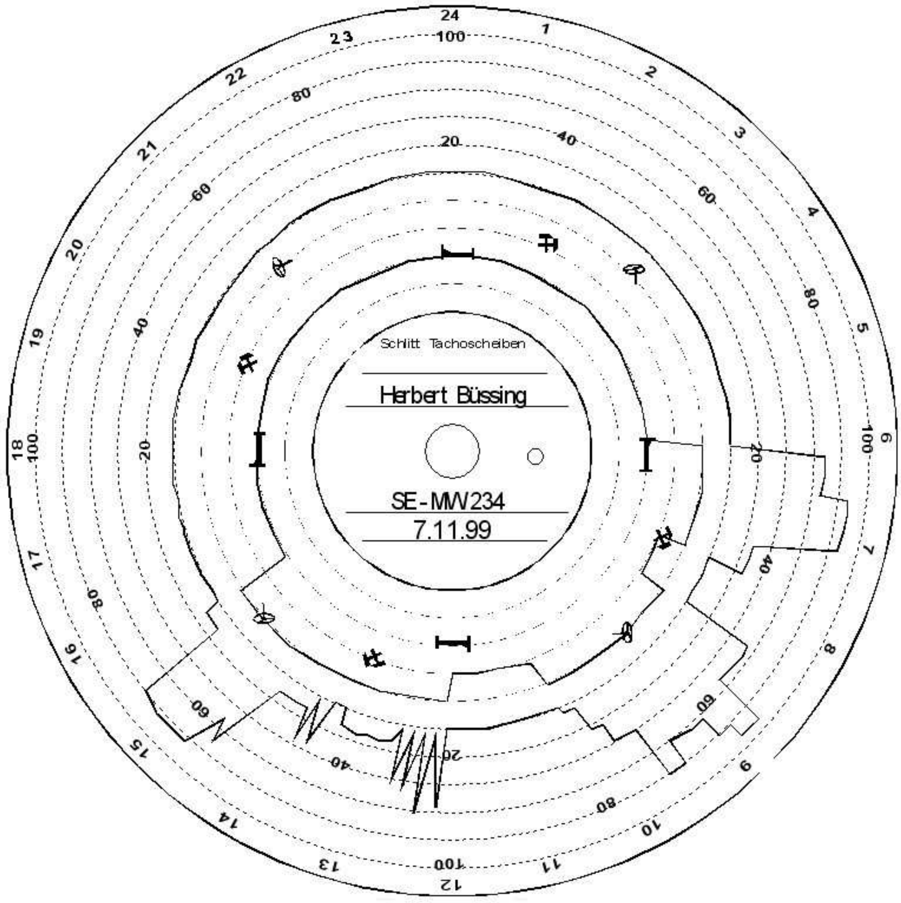
d) Um 7.28 Uhr warten beide an der ersten Ampel auf weitere Freundinnen.

e) Um 7.36 Uhr müssen sie an der zweiten Ampel warten.

f) Um 7.33 Uhr merkt sie, dass sie sich beeilen müssen. Danach verläuft der Graph der Wegstrecke nämlich steiler, das bedeutet, dass sie schneller sind.

g) Z. B. auf der letzten Strecke bevor sie die Schule erreichen, ist sie wesentlich langsamer, wohl deshalb, weil sie das letzte Ende zu Fuß und bergan gehen müssen. Nachdem sie von zu Hause aufgebrochen ist, ist sie zunächst auch noch langsam…

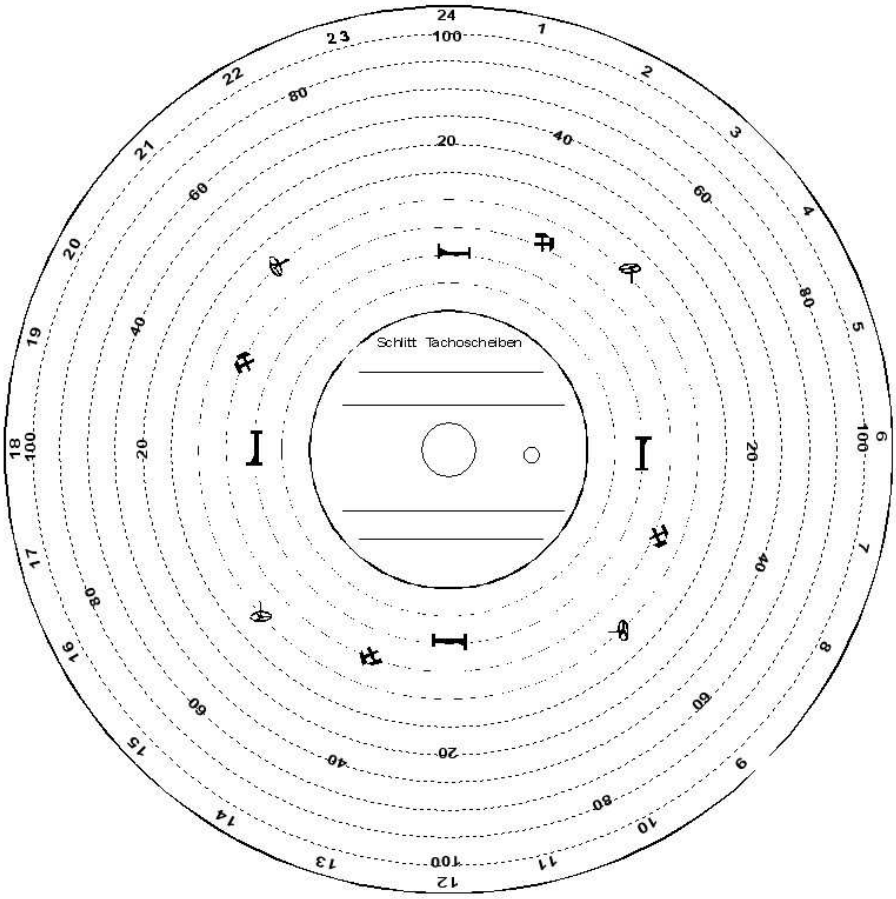
24. Tachograph



Um 6.30 Uhr startet Fernfahrer Herbert K. seinen 40-Tonner und fährt vom Hof der Spedition, für die er arbeitet. Mit durchschnittlich 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ steuert er seinen LKW durch den beginnenden Berufsverkehr zu einem Elektrogroßhandel, den er um 7.15 Uhr erreicht. Dort angekommen, parkt er sein Fahrzeug und fängt an, es mit 62 Kühlschränken und 27 Spülmaschinen zu beladen. Nach ca. 40 Minuten hat Herbert K. seinen Lastzug beladen, alle Formalitäten erledigt und startet zur nahe gelegenen Autobahn. Mit den vorgeschriebenen 80 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fährt er Richtung Süden. Um 9.00 Uhr hält er für ein zweites Frühstück an einer Raststätte an. Da er dort seinen Freund Karl trifft, dauert es 50 Minuten, bis er endlich weiter fährt. Mit durchschnittlich 65 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ erreicht er nach 2,5 Stunden die Autobahnausfahrt, an der er die Autobahn verlässt. Jetzt dauert es noch 20 Minuten, da er im Durchschnitt nur 20 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fahren kann, bis er sein Ziel erreicht. (Aus: Segeberger Zeitung vom 09.09.1999)

a) Wie sieht die Tachoscheibe von Fernfahrer Herbert K. aus? Trage deine Werte in die leere Tachoscheibe ein.

b) Überlege dir selbst eine Geschichte und zeichne dazu einen passenden Fahrtenverlauf.



Legende zur Tachoscheibe
Ungleichmäßige Öffnung in der Mitte bewirkt eindeutiges Mitführen der eingelegten Tachoscheibe.

Angaben in der Mitte: Name des Fahrzeugführers, Abfahrtsort, Bestimmungsort, Abfahrtstag, Ankunftstag, Amtliches Kennzeichen des Fahrzeugs, Kilometerstand bei der Ankunft, Kilometerstand bei der Abfahrt, gefahrene Kilometer.

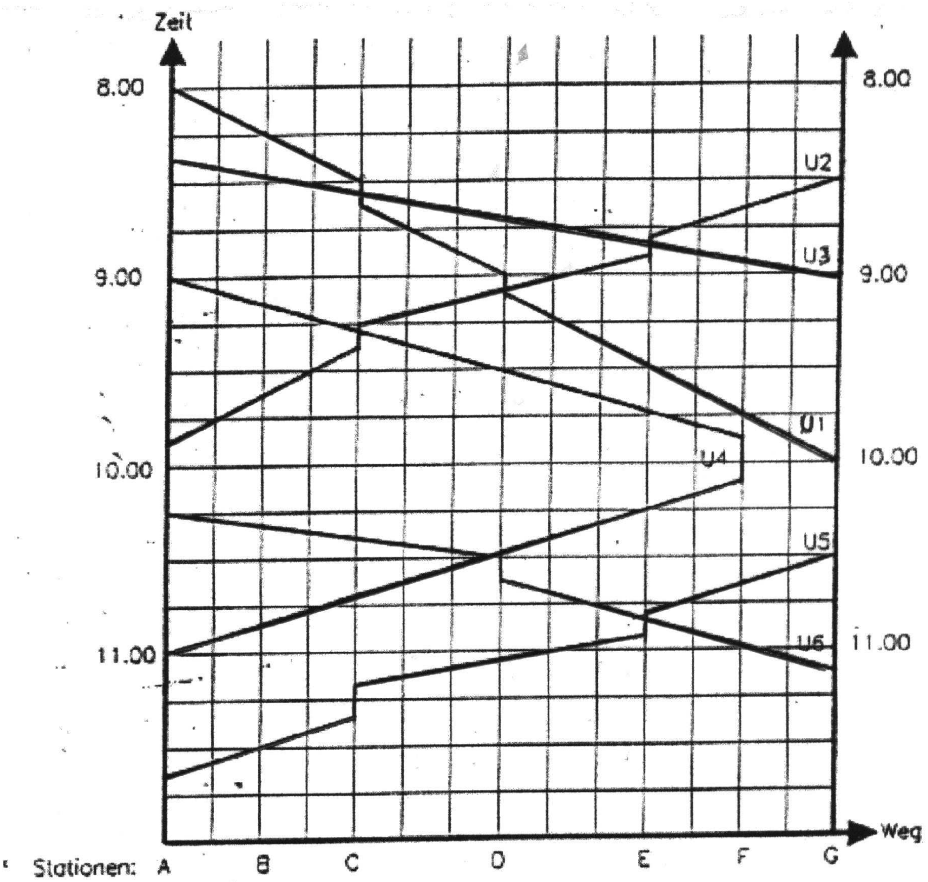
1. Kreisring mit zackigen Ausschlägen: Kilometeraufschrieb
Jeder Ausschlag entspricht 5 gefahrenen Kilometern, also einmal hoch und runter bedeutet 10 gefahrene Kilometer. Dieser Teil dient der Kontrolle, ob alle gefahrenen Kilometer fortlaufend mit offiziell vorgelegten Tachoscheiben dokumentiert werden. Eine Tachoscheibe muss an die folgende lückenlos anschließen.

Symbole für die Tätigkeiten:

Lenkzeit Arbeitszeit Mitfahrzeit Ruhezeit

Lösung:

25. Fahrdienstleiter bei der U-Bahn
    In einem Stellwerk findest du folgenden U-Bahn-Plan vor. Könntest du dich in diesem Plan zurechtfinden?



a) Versuche, den Fahrplan zu lesen.
b) Schreibe einige U-Bahnverbindungen auf.
c) Warum ist es zum Lesen des Planes nicht notwendig, daß die U-Bahnen mit Pfeilen gekennzeichnet sind?
d) Was macht U2 um 8.48 Uhr?
e) Welche U-Bahnen begegnen sich?
f) Kann man zwischen 9.00 Uhr und 10.00 Uhr von A nach G fahren?
g) Bei U6 sind die Linien unterschiedlich steil. Erkläre die Bedeutung.

h) Zeichne eine eigene U-Bahnverbindung ein.

Lösung: b) U1 fährt um 8.00 Uhr in Station A los und erreicht um 10.00 Uhr Station G. U2 fährt um 8.30 Uhr in Station G los und erreicht um 9.50 Uhr Station A. U3 fährt um 8.22 Uhr in Station A los und fährt ohne Haltepause durch bis Station G. Sie erreicht die Station um 9.00 Uhr.
U4 fährt um 9.00 Uhr in Station A los, erreicht um 9.55 Uhr Station F, hält 10 Minuten und fährt dann direkt zurück zu Station A, die um 11.00 Uhr erreicht wird.
U5 und U6 fahren ähnlich wie U1—U4.

c) Die Leserichtung (Fahrtrichtung der U-Bahn) ist von der Zeitachse abhängig: Linke Zeitachse, fallende Verbindung, Fahrtrichtung A bis G. Rechte Zeitachse, fallende Verbindung, Fahrtrichtung G bis A.

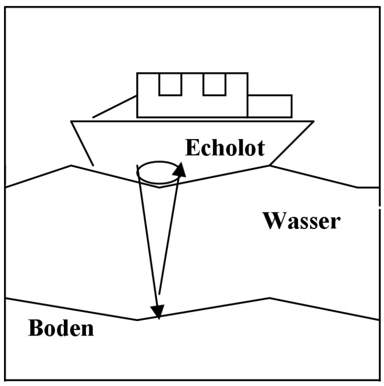
d) Halt an Station F (weitere Beispiele für Haltestationen sind möglich).

e) U1 und U2, U1 und U3, U2 und U3, U2 und U4, U4 und U6, U5 und U6.

f) Nein.

g) Unterschiedliche Steigung bedeutet unterschiedliche Geschwindigkeit von U6: Steilere Steigung, größere Geschwindigkeit — flachere Steigung, kleinere Geschwindigkeit.

26. Echolot
Beim Echolot sendet man Schallwellen auf den Meeresgrund. Bei einer Wassertiefe von 1480 m benötigen die Schallwellen für die Entfernung vom Echolot zum Meeresboden zwei Sekunden. Bei einer Wassertiefe von 2960 m benötigen sie dann vier Sekunden.



a) Ein Echolot hat bei fünf Messungen in einem Abstand von 50 m nach folgenden Zeiteinheiten die vom Meeresboden zurückkehrenden Schallwellen aufgezeichnet:

nach 1,5 s nach 1,2 s nach 2 s nach 1,1 s nach 0,9 s

Kannst du einen Verlauf des Meeresbodens zeichnen (Maßstab 1:1000)?

b) Ein Echolot hat folgende Tiefen des Meeresboden gemessen: 740 m, 1776 m, 1184 m, 2664 m. Gib die dazugehörigen Zeiten an.

c) Nach welcher Funktionsgleichung sendet das Gerät?

d) Zeichne einen Graphen mit geeigneter Achseneinteilung.

Lösung:

27. Natürliche Nachtsichtgeräte: Die Ohren der Fledermaus
Fledermäuse und Wale nutzen das Ultraschallprinzip. Das heißt: Sie stoßen Ultraschalltöne mit der Nase aus und fangen das Echo nach einer bestimmten Zeiteinheit wieder mit den Ohren auf. Auf diese Weise können sie sich auch bei Dunkelheit orientieren.

a) Für das Lufttier Fledermaus gilt: Die Ultraschalltöne der Fledermaus treffen nach einer Sekunde auf einen 331 m entfernten Gegenstand. Zeichne einen sinnvollen Graphen. Berücksichtige dabei die Größen Zeit und Weg.

b) Bei einer sitzenden Fledermaus wurden die Zeitspannen zwischen Aussenden des Ultraschalls und Auffangen des Echos, das von verschiedenen Insekten zurückprallte, mit 1,7 s, 4 s und 1,4 s gemessen. Wie weit waren die Insekten jeweils von der Fledermaus entfernt?

Lösung:

28. Hungriger Wal
Für das Meerestier Wal gilt: Die ausgesendeten Schallwellen treffen nach 2 Sekunden auf einen 1,480 km entfernten Gegenstand.

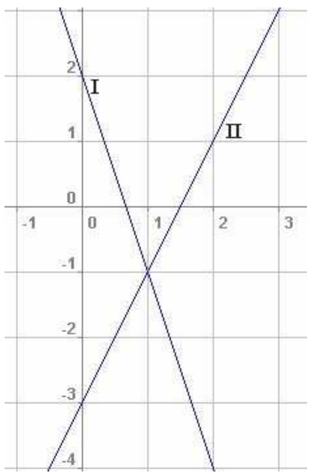
a) Zeichne einen sinnvollen Graphen. Berücksichtige dabei die Größen Zeit und Weg.

b) Wann hat der Wal einen Tintenfisch geortet, der in 962 m Entfernung auf einem Stein festsitzt?

c) Wie viele Minuten nach dem Orten kann der Wal den Tintenfisch fressen, wenn er mit einer Geschwindigkeit von $v = 30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ schwimmt?

Lösung:

29. Lineare Funktionen



a) Bestimme die Normalform der Funktionsgleichung der Geraden I und II.

b) Lies den Schnittpunkt der beiden Geraden miteinander aus der Zeichnung ab.

c) Überprüfe deine Lösung rechnerisch.

d) Überprüfe, ob der Punkt A (−2 | 4) auf der Geraden I liegt und ob der Punkt B (4 | 5) auf der Geraden II liegt.

Lösung: a) (I) $y = -3\,x + 2$, (II) $y = 2\,x - 3$

b) P (1 | − 1)

c) Werte aus b) für x und y einsetzen und dadurch erhaltene Aussage auf Wahrheit prüfen.

d) A liegt nicht auf I, B liegt auf II.

30. Spritverbrauch
Seit kurzem fährt Andrea täglich mit ihrem Motorrad „Blitz“ zur Schule. Von einem Freund hat sie erfahren, dass der Treibstoffverbrauch abhängig ist von der gefahrenen Geschwindigkeit und dass sich der Treibstoffverbrauch für ihr Motorrad im Bereich von 40 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ bis 100 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ nach der Formel $y = 0{,}0002\,x^2 + 0{,}009\,x + 3{,}4$ errechnen lässt.

a) Zeichne einen Graphen zum Ablesen des Treibstoffverbrauchs zwischen diesen Geschwindigkeiten.

b) Ihr Schulweg beträgt 15,2 km. Der Tank des Motorrades fasst ca. 7 ℓ. Wie viele Tage kommt sie mit einer Tankfüllung aus, wenn sie mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 60 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fährt und das Motorrad nur für Hin- und Rückfahrten zur Schule und nach Hause nutzt?

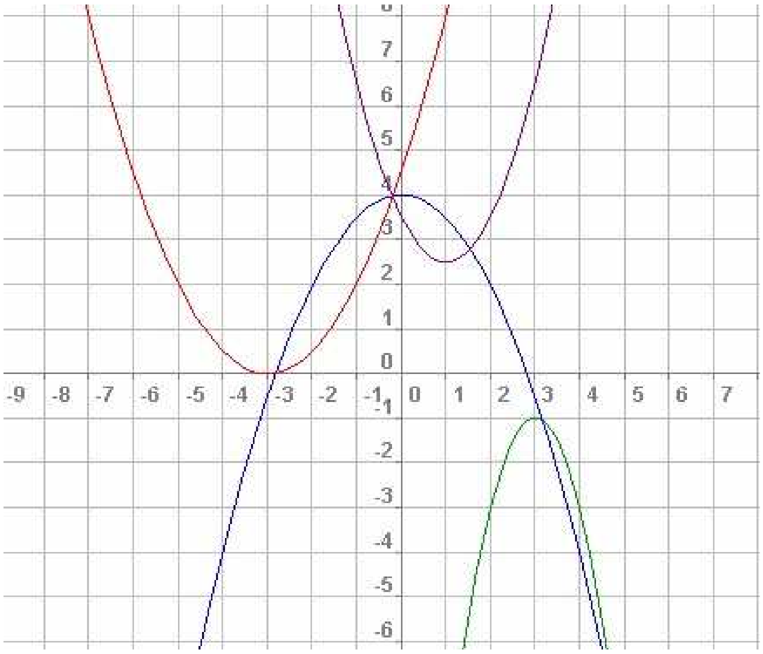
Lösung: zu b): knapp 5 Tage

31. Quadratische Gleichungen
    Bestimme die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

    a) $(x+7)\,(2\,x-4)-20=(x-3)^2$
    b) $18+8\,(x-3)-2\,x\,(x-1)=2\,x$

Lösung: a) $L=\{3,-19\}$
b) $L=\{3,1\}$

32. Quadratische Funktionen

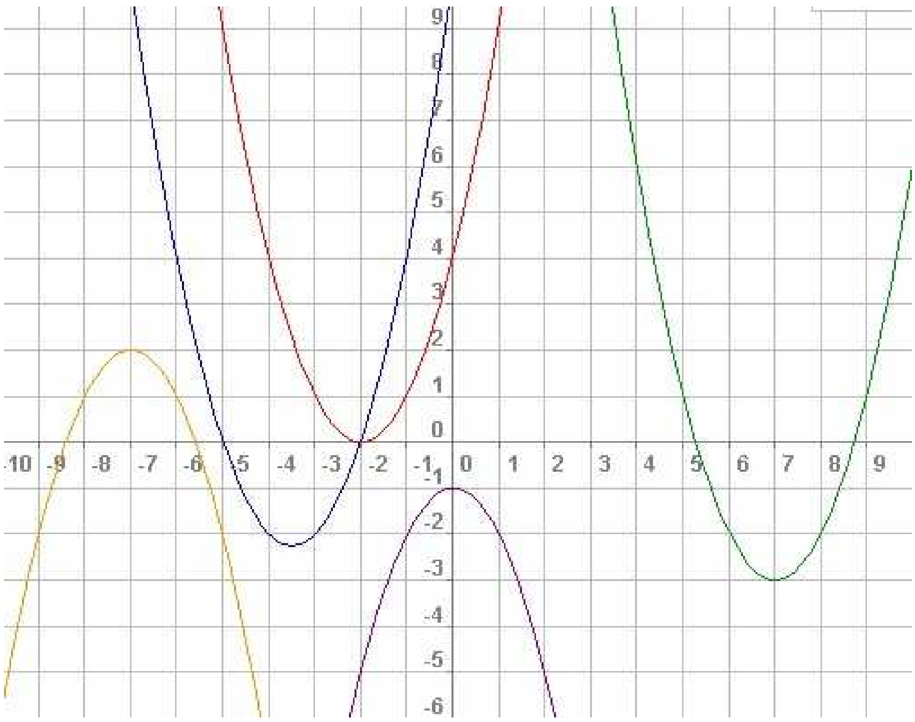


Es sind Funktionsgleichungen und Graphen quadratischer Funktionen gegeben. Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung?

a) $y=(x-1)^2+2{,}5$
b) $y=-0{,}5\,x^2+4$
c) $y=-2\,(x+3)^2+1$
d) $y=0{,}5\,(x+3)^2$

Lösung: a) lila
b) blau
c) grün
d) rot

33. Quadratische Funktionen



a) Bestimme aus der Zeichnung die Koordinaten der Scheitelpunkte.

b) Gib die Funktionsgleichungen der verschobenen Normalparabeln an.

Lösung:

blau:	$S(-3{,}5 \mid -2{,}25)$	$y = (x+3{,}5)^2 - 2{,}25$
rot:	$S(-2 \mid 0)$	$y = (x+2)^2$
grün:	$S(7 \mid -3)$	$y = (x-7)^2 - 3$
orange:	$S(-7 \mid 2)$	$y = -(x+7)^2 + 2$
lila :	$S(0 \mid -1)$	$y = -x^2 - 1$

34. Somatogramm

Bei Untersuchungen von Kindern in den ersten 30 Lebensmonaten wird bei jeder Untersuchung die Körpergröße eines Kindes in Bezug gesetzt zu seinem Lebensalter und mit medizinischen Richtwerten verglichen. Um die Entwicklung beurteilen zu können, werden die Werte in ein Koordinatensystem eingetragen.

In Abbildung 1 siehst du ein derartiges Koordinatensystem, in das die Wachstumskoordinaten eines Kindes als Punkte eingetragen sind. Tabelle 1 zeigt die Zuordnung „Lebensalter (Monate) ⟶ Körpergewicht".

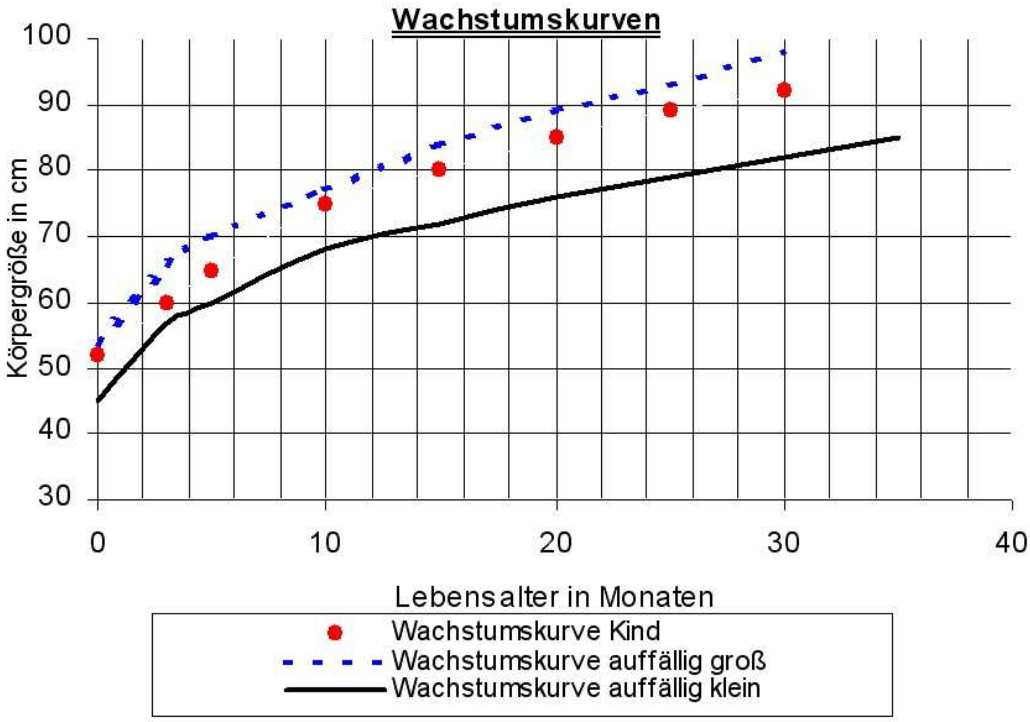


Abb. 1: Körpergröße eines Kindes in Abhängigkeit von seinem Lebensalter

Lebensalter / Monate	Körpergewicht / g
0	3 600
1	3 800
2	4 200
3	4 900
5	7 000
7	8 400
22	12 000

Tab. 1: Körpergewicht eines Kindes in Abhängigkeit von seinem Lebensalter (nach Westermann, Mathematik 7, 1988, S. 27)

a) Fertige zu Abb. 1 eine Tabelle an.

b) Was bedeutet es, wenn Ulrike mit 5 Monaten 80 cm groß ist ?

c) Schätze ihre Größe mit 18 Jahren und mit 60 Jahren.

d) Überlege, warum Kinderärzte solche Kurven anlegen.

e) Trage die in Tab. 1 angegebenen Zahlenpaare als Punkte in ein Koordinatensystem ein. Überlege dir für die Achsen eine geeignete Einteilung.

f) Übertrage die Werte aus dem Untersuchungsbogen (Abb. 2) ebenfalls in Tabellen und Koordinatensysteme.

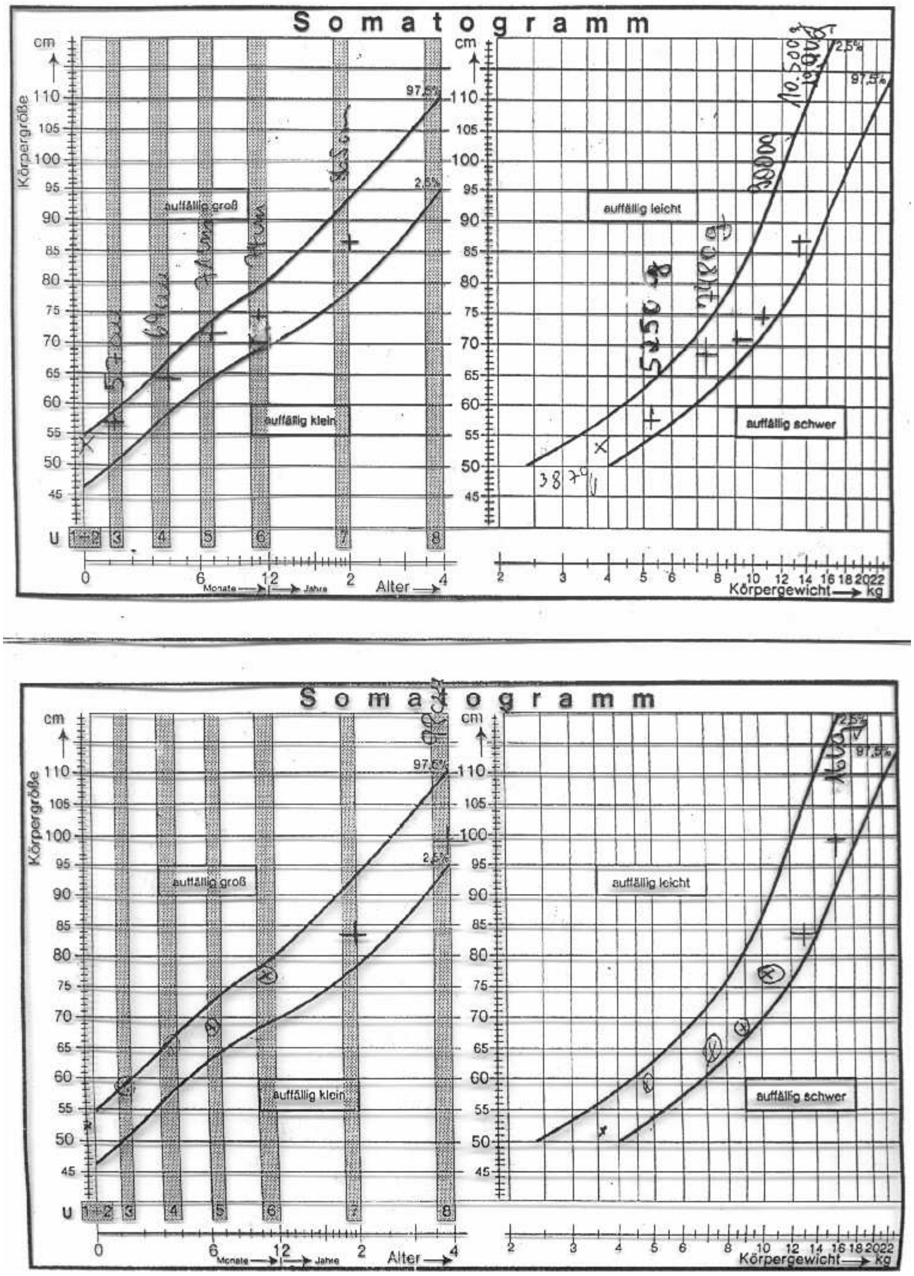


Abb. 2: Original-Somatogramme eines Kinderarztes

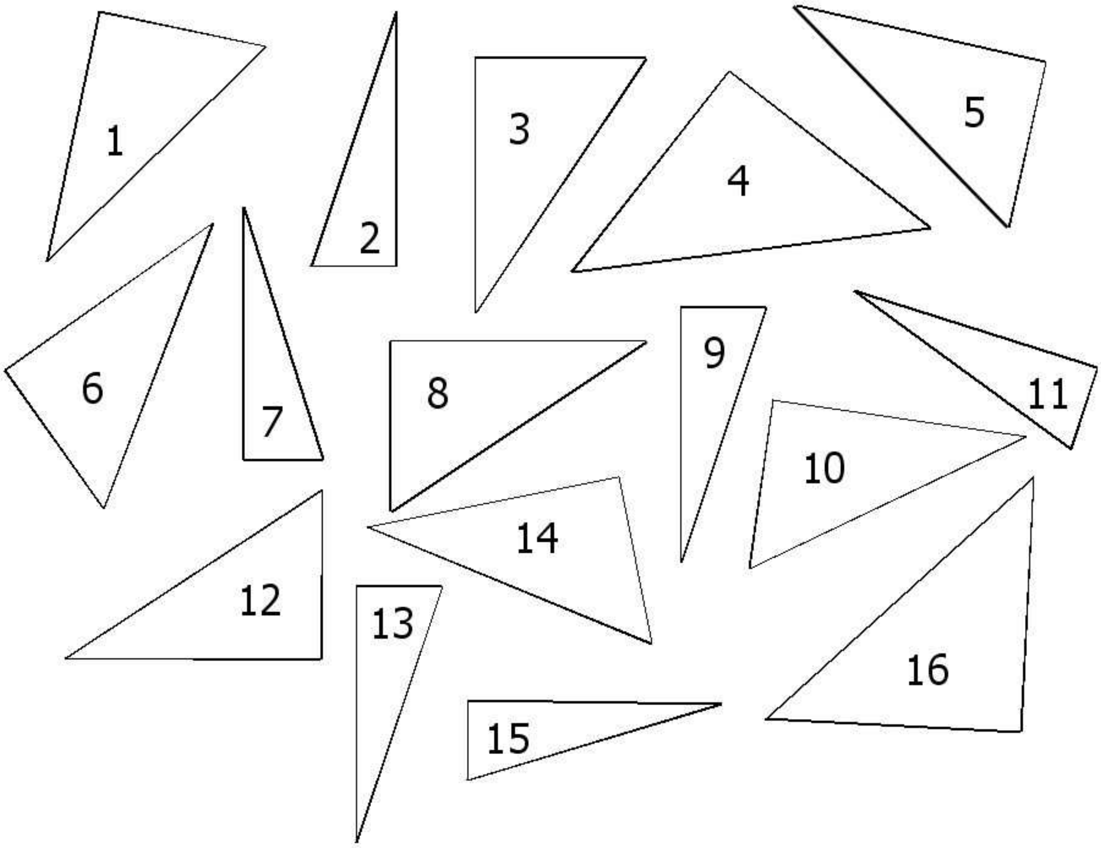
Lösung:

35. Anmalen
Fünf Maler streichen in sechs Tagen eine Fläche von 1980 m^2. Wie viele Arbeiter werden für eine Fläche von 792 m^2 in vier Tagen benötigt?

Lösung: 3 Maler.

36. Kongruente Dreiecke

    a) Welche dieser Dreiecke sind kongruent?



    b) Setze alle Dreiecke zu einer möglichst einfachen Fläche zusammen.

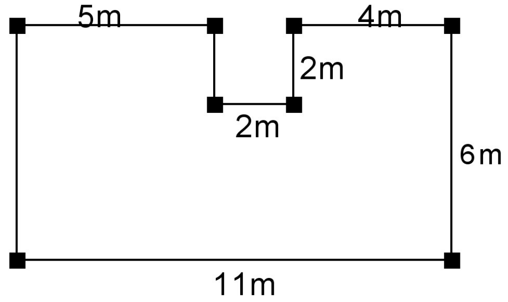
Lösung:

37. Mit zweierlei Maß messen...

    a) „Maßstab 1:250 000“ — erkläre die Bedeutung dieser Angabe.
    b) Welcher wirklichen Länge entsprechen 25 mm auf einer Karte?
    c) Welchen wirklichen Flächeninhalt hat ein kreisförmiges Gebiet, das auf der Karte einen Radius von 1,4 cm hat?
    d) Die Orte Großdorf und Kleindorf liegen 64 km auseinander. Welcher Länge entspricht das auf der Karte?

Lösung:

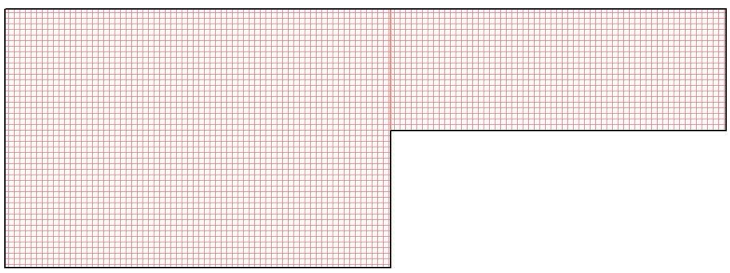
38. Top-Figur



a) Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten Figur.
b) Gib den Maßstab zu dieser Abbildung an.
c) Berechne den Umfang der Figur.
d) Stelle dir die Figur als geschlossenes Rechteck vor. Wie viel Prozent der Gesamtrechtecksfläche macht das entstandene Quadrat aus?

Lösung: a) 62 m^2
b) Maßstab 1:200
c) 38 m
d) ca. 6,06 %

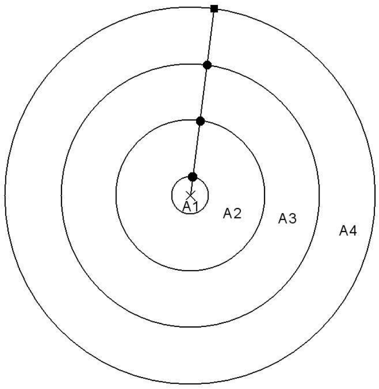
39. Liegender Teppich



Abgebildet ist der Fußboden zweier ineinander übergehender Zimmer im Maßstab 1:100. Dieser Fußboden soll mit Teppichboden ausgelegt werden. Um die Teppichkanten soll eine Leiste angebracht werden. Der Teppichboden kostet 26 € pro m^2; ein Meter Fußleiste kostet 5,80 €. Wie teuer wird die Renovierung?

Lösung: 21,7 cm^2 bzw. 21,7 m^2; Messungenauigkeit in Wirklichkeit mit einbeziehen.
Preis (Teppich): 564,20 €
24,8 cm bzw. 24,8 m
Preis (Leisten): 143,84 €
Preis (gesamt): 708,04 €

40. Kreisringe

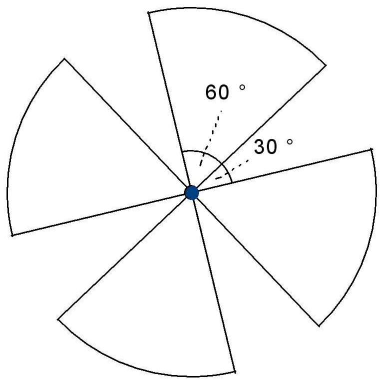


a) Berechne die Größe der Kreisringflächen A_2 bis A_4. Beachte die Größe des jeweiligen Radius. Der Radius r_1 des kleinen Innenkreises beträgt 0,75 cm; die Breite jedes Kreisringes beträgt 2,5 cm.

b) Wie viel Prozent der gesamten Kreisfläche entfällt auf die Kreisringfläche A_4?

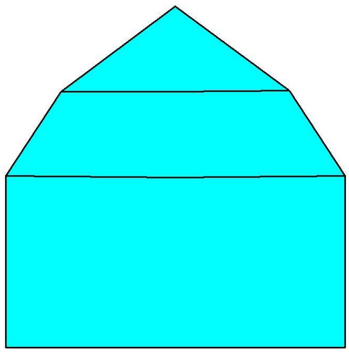
Lösung: a) $A_{\mathrm{Kr2}} = 31{,}42\ \mathrm{cm}^2$, $A_{\mathrm{Kr3}} = 70{,}69\ \mathrm{cm}^2$, $A_{\mathrm{Kr4}} = 110{,}0\ \mathrm{cm}^2$
b) ca. 51,42 %

41. Urlaub in Holland
Berechne den Flächeninhalt der Mühlenflügel (d = 8 cm).



Lösung:

42. Bunte Bude
Die unten abgebildete Giebelfläche eines Gebäudes (Maßstab 1:150) soll mit Farbe gestrichen werden.

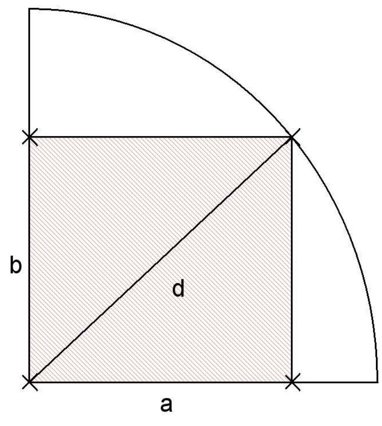


a) Berechne die Fläche. Entnimm dazu die Maße der Zeichnung, beachte den Maßstab.

b) Ein Eimer Farbe enthält 18 kg und kostet 65,00 €. Pro m^2 werden 1,2 kg benötigt. Wie teuer wird der Anstrich?

Lösung: a) 14,772 cm^2 bzw. 33,237 m^2
b) 39,8844 kg; 2,2 Eimer $\Rightarrow$ 3 Eimer; 195 € kostet der Anstrich.

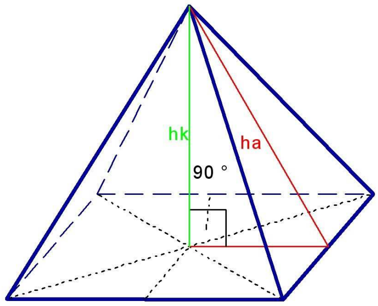
43. Flächen berechnen



Berechne den Flächeninhalt der weißen Fläche (d = 8 cm, a = 6,5 cm).

Lösung: 50,27 cm^2 – 30,32 cm^2 = 19,95 cm^2

44. Wer im Glashaus sitzt...
    Von einer Pyramide aus Glas (Dichte für Glas $\varrho = 2{,}7\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) mit quadratischer Grundfläche sind gegeben:



a) $a = 15$ cm, $h_\text{a} = 18$ cm
b) $h_\text{k} = 7{,}8$ cm, $h_\text{a} = 9{,}4$ cm
c) $V = 260\ \ell$, $h_\text{k} = 7{,}2$ dm

Berechne die jeweils fehlenden Größen (a, h_a, h_k, s, V, M, O und die Masse m)!

Lösung:
a) $h_\text{k} = 16{,}36$ cm; $s = 19{,}5$ cm; $V = 1227{,}23$ cm^3; $M = 540$ cm^2; $O = 765$ cm^2; $m = 3313{,}52$ g
b) $a = 10{,}49$ cm; $s = 10{,}76$ cm; $M = 197{,}248$ cm^2; $O = 307{,}328$ cm^2; $V = 286{,}208$ cm^3, $m = 772{,}7616$ g
c) $a = 10{,}41$ cm; $h_\text{a} = 8{,}88$ cm; $s = 10{,}3$ cm; $M = 184{,}932$ cm^2; $O = 293{,}266$ cm^2; $m = 702$ g

45. Kupferbolzen
    Ein Zylinder aus Kupfer (Dichte für Kupfer $\varrho = 8{,}9\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) hat eine Masse von 1500 kg und eine Körperhöhe von 45 cm.

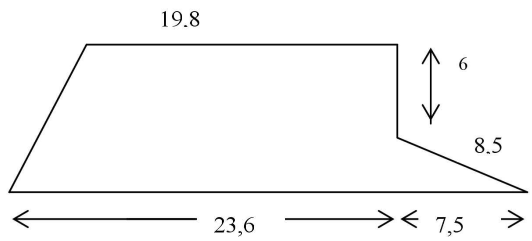
a) Fertige eine Planfigur an.
b) Berechne das Volumen und die Oberfläche des Zylinders.

Lösung: b) $V = 168{,}539$ dm^3; $O = 172{,}5315402$ dm^2

46. Die Würfel sind gefallen...
    Wie oft passt ein Würfel mit der Kantenlänge 2 cm in einen Würfel mit den Kantenlängen 6 cm, 8 cm, 4 cm?

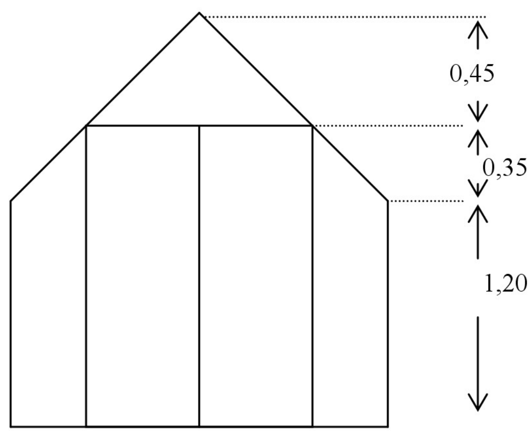
Lösung: 27 mal, 64 mal, 8 mal

47. Flächeninhalt und Umfang
Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der abgebildeten Figur. Die Maße sind in cm angegeben! Hinweis: Zeichne Hilfslinien ein.



Lösung:

48. Hexenhäuschen
Benenne die Formen der einzelnen Scheiben eines Giebelfensters und berechne ihren Flächeninhalt und den Flächeninhalt der Gesamtfläche der Scheiben. Maße in m.



Lösung: 3,36 m^2

49. 15 m^2

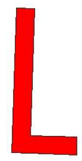
   a) Zeichne ein Rechteck mit 15 m^2 Flächeninhalt.

   b) Zeichne ein Parallelogramm mit 15 m^2 Flächeninhalt.

   *c) Schaffst du es auch, eine Raute mit 15 m^2 Flächeninhalt zu zeichnen?

Lösung: Produkte gemäß Flächeninhaltsformeln zusammenstellen, Maßstab erforderlich (Papierverbrauch Original!).

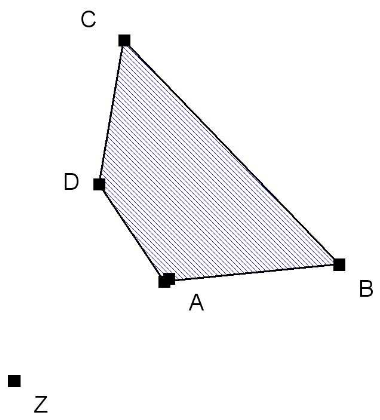
50. Vergrößern



Vergrößere den vorgegebenen Buchstaben mit dem Faktor 2,5.

Lösung: Zentrische Streckung.

51. Stretching

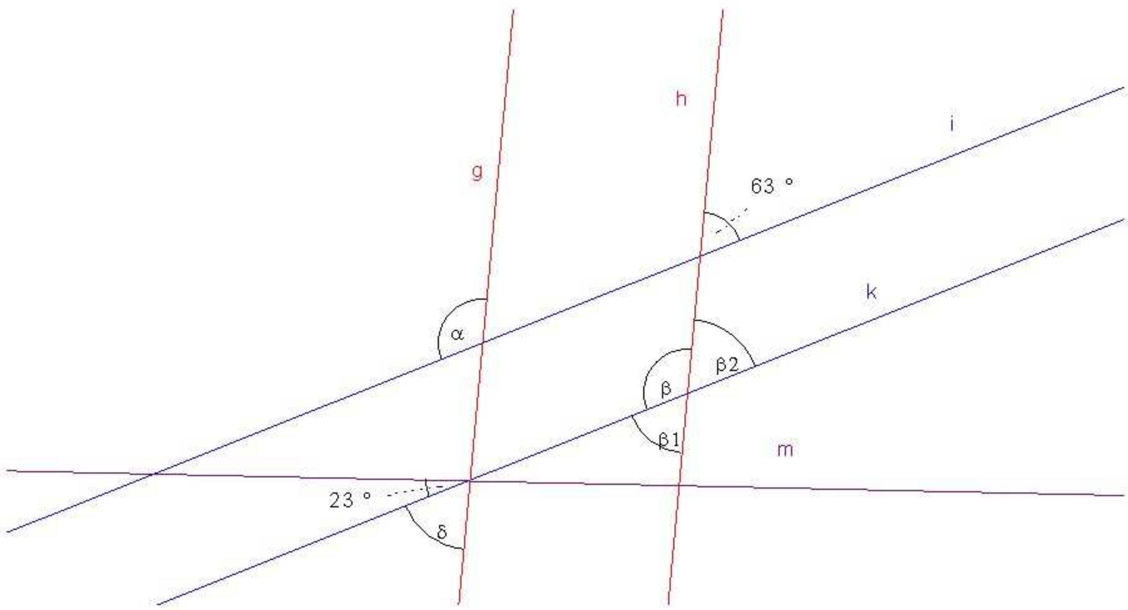


a) Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks ABCD, indem du erforderlichen Längen misst.

b) Bilde das Viereck ABCD durch zentrische Streckung mit k = 1,5 ab. Bestimme jeweils den Flächeninhalt von Original und Bild.

Lösung:

52. Winkel
Die Geraden g und h sind zueinander parallel und ebenso die Geraden i und k. Bestimme die Größe der eingezeichneten Winkel! Finde andere Winkel, benenne sie und bestimme deren Größe.



Lösung:

53. Kartennavigation
Auf einer Karte, Maßstab 1:48 000, wird ein gerader Weg mit 1,2 cm gemessen. Punkt A liegt auf der Höhenlinie 480 m, Punkt B liegt auf der Höhenlinie 590 m. Wie lang ist der Weg in Wirklichkeit?

Lösung: Die maßstäblich umgerechnete direkte Entfernung beträgt 576 m, unter Berücksichtigung des Höhenunterschieds von 110 m ergibt sich eine Luftlinie von 586,4 m.

54. Geheimbotschaften

Lars und Tim Hendrik haben zusammen eine Geheimschrift ausgeknobelt. Sie ersetzen in einer Nachricht jeden Buchstaben durch einen anderen, der im Alphabet erst nach fünf weiteren Buchstaben folgt.
Damit die Mitteilungen schneller verschlüsselt und entschlüsselt werden können, haben beide ein Hilfsmittel zur Darstellung dieser Geheimschrift.

a) Entwickle eine Darstellung, die dir als Schlüssel dienen kann.
b) Entschlüssele folgenden Satz:
JKX SGZNKSGZOQATZKXXOINZ HXOTMZ YVGYY.
c) Verschlüssele folgenden Satz:
WAS HAST DU AM WOCHENENDE GEMACHT.

d) Schreibe eine Antwort in Geheimschrift an deinen Nachbarn.

*e) Entwickle eine eigene Geheimschrift und schreibe eine Botschaft.

*f) Kannst du hier den Schlüssel bestimmen? Wenn ja, dann schreibe ihn auf.
BYQ FYQR BS ESR ECKYAFR.

(* Zusatzaufgabe)

Lösung: Lösungen zur Geheimbotschaften-Aufgabe

a) SCHLÜSSEL

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Geheim	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F

b)

JKX SGZNKSGZOQATZKXXOINZ HXOTMZ YVGYY
DER MATHEMATIKUNTERRICHT BRINGT SPASS

c)

WAS HAST DU AM WOCHENENDE GEMACHT?
CGY NGYZ JA GS CUINKTKTJK MKSGINZ?

d) OIN NGHK MKRKYKT. (Vorschlag)

e) Entwickle eine eigene Geheimschrift und schreibe eine Botschaft.

f) SCHLÜSSEL

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Geheim	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X