SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit $\TeX$

Jahrgangsstufe 6 (Realschule)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

18. März 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Die Menge der positiven rationalen Zahlen

1. Die folgenden Brüche sind dadurch entstanden, dass man zunächst mit 5 und dann nochmals mit 6 gekürzt hat. Bestimme jeweils den ursprünglichen Bruch.
   $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{7}$, $5\frac{1}{8}$, $\frac{60}{12}$, $7\frac{8}{8}$

2. (a) Schreibe fünf Brüche hin, die sich nur aus den Ziffern 1 und 3 zusammensetzen und die man nicht kürzen kann.
   (b) Schreibe fünf Brüche hin, die sich jeweils aus drei verschiedenen Ziffern zusammensetzen und die gleichzeitig $\frac{1}{3}$ ergeben.

3. Karin und Uwe lesen in der Zeitung:
   „Die Zuschauerzahlen für das jährlich stattfindende Open-Air-Festival in Kreischhausen schwanken in letzter Zeit stark: Während es im Jahre 2007 ein Drittel weniger Zuschauer als im Jahre 2006 gab, kamen im Jahre 2008 ein Drittel mehr Zuschauer als 2007.“
   Uwe meint: „Also sind es 2008 wieder genauso viele Teilnehmer wie 2006.“
   Karin entgegnet: „Das sieht zwar auf den ersten Blick so aus, aber wenn beispielsweise im Jahr 2006 …“

   Setze den Gedanken von Karin fort. Begründe damit, dass Uwes Aussage nicht zutrifft.

2 Rechnen mit positiven rationalen Zahlen

1. Berechne:
   (a) $\frac{12}{24} - \frac{1}{3} + \frac{7}{42}$
   (b) $(\frac{12}{24} + \frac{15}{20}) : \frac{27}{36}$

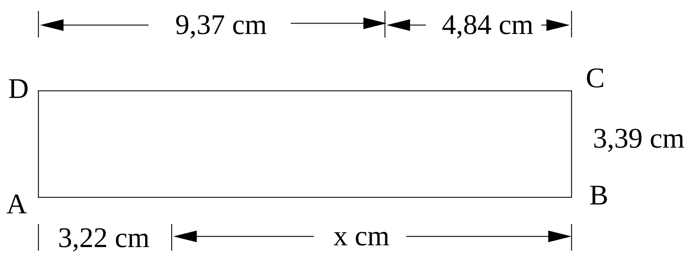
2. Egon bekommt folgende Aufgabe: $7\frac{1}{3} : (2\frac{1}{2} - \frac{5}{2}) =$
   Er denkt erst nach, bevor er rechnet. Dann ruft er: „Die Aufgabe kann man doch im Kopf ausrechnen, da kommt $7\frac{1}{3}$ heraus!“.
   Stimmt das? Begründe deine Ansicht.

3. (a) Untersuche, ob die Summe aus einem echten Bruch und seinem Kehrbruch $\frac{3}{7}$ ergeben kann.
   (b) Untersuche, ob der Quotient aus einem unechten Bruch und seinem Kehrbruch $\frac{3}{7}$ ergeben kann.

4. (a) Welche Zahl ergibt durch ihren 6. Teil geteilt den Wert 6?
   (b) Welche Zahl ergibt durch ihren 6. Teil geteilt den Wert 5?

5. Berechne jeweils auf zwei verschiedene Arten:
   (a) $0,25 \cdot (3,5 - 1,9)$
   (b) $(-3,56 + 6,7 - 9,84) \cdot 100$

6. Berechne x am Rechteck $ABCD$ (Die Zeichnung ist nicht maßstabgerecht.):



7. Die drei Söhne des verstorbenen Scheichs Minussi erben eine Kamelherde, die aus 17 Tieren besteht. Im Testament heißt es:
„Mein erstgeborener Sohn Ali soll die Hälfte der Tiere, Abdulla ein Drittel und Arif ein Neuntel der Kamelherde bekommen. Kein Kamel darf geschlachtet werden.“
Die Söhne sind ratlos. (Warum?) Sie tragen ihr Problem einem Nachbarn vor, der als weiser Mann bekannt ist. Er überlegt nicht lange und gibt ihnen den folgenden Rat: „Ich besitze selbst Kamele. Davon leihe ich euch eines. Vollzieht damit die Teilung wie es das Testament verlangt.“
Wie viele Kamele bekommt jeder der Söhne? Was fällt dir auf? Hast du eine Erklärung dafür?

8. Bei Wandverkleidungen werden häufig Profilbretter verwendet. Der im Handel angebotene Preis pro m^2 bezieht sich aber auf die Fläche der Bretter und nicht auf die zusammengesteckten Bretter der zu bedeckenden Wandfläche. Es ist davon auszugehen, dass $1\,\mathrm{m}^2$ Bretter nur $0,9\,\mathrm{m}^2$ Wandfläche bedeckt.
   (a) Es sollen $12,4\,\mathrm{m}^2$ Wand verkleidet werden. Wie viel im Handel angebotene m^2 Profilbretter müssen mindestens angeboten werden?
   (b) Ein Brett ist $3,40\,\mathrm{m}$ lang und $121\,\mathrm{mm}$ breit. Wie viele m^2 können mit diesem Brett tatsächlich bedeckt werden? Wie viele solcher Bretter braucht man mindestens für $1\,\mathrm{m}^2$ Wandfläche?
   (c) Im Prospekt wird der m^2 Profilbretter zu $4,55$ € angeboten. Wie hoch ist der Preis pro m^2 Wandfläche? Reichen 75 € für eine Wandfläche von $13,5\,\mathrm{m}^2$?

9. Ein Grundstück wird vermessen und die Länge auf $83,5\,\mathrm{m}$ und die Breite auf $42\,\mathrm{m}$ festgelegt.
   (a) Welchen Flächeninhalt besitzt das Grundstück?
   (b) Ein Käufer bietet für das Grundstück 250000 €. Von welchem Preis pro m^2 geht der Käufer aus? (auf Euro genau).
   (c) Der Käufer will auf dem Grundstück ein Hotel einrichten. Die örtlichen Bauvorschriften besagen, dass höchstens ein Drittel des Grundstücks bebaut werden darf. Welche Grundfläche hat das Hotel, wenn der Käufer das Höchstmaß dafür sogar um $200\,\mathrm{m}^2$ unterschreitet.

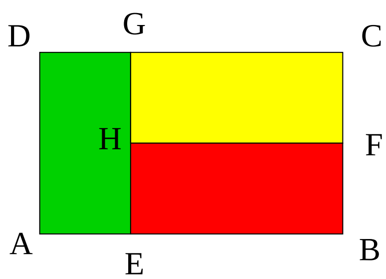
10. Bei einer Tombola wurden $\frac{2}{3}$ der Lose an Kinder und $\frac{1}{4}$ der Lose an Erwachsene verkauft. Es blieben 100 Lose übrig, 97 davon waren Nieten.
Wie viele Lose wurden verkauft?

11. Wie viele Quadrate zu je $2,5\,\text{cm}$ Seitenlänge ergeben einen Quadratmeter?

12. Es gibt viele Zahlenpaare, deren Produktwert 0,64 beträgt.
    (a) Gib 10 solche Zahlenpaare an.
    (b) Ermittle dasjenige Zahlenpaar, das den kleinsten Summenwert besitzt. Entdeckst du vielleicht ein weiteres Zahlenpaar (Produktwert 0,64), mit dem man einen noch kleineren Summenwert erzeugen kann?
    (c) Wiederhole das Experiment jeweils mit den Produktwerten 6,25 und 1,6. Was stellst du fest, wenn du wieder den kleinsten Summenwert berechnest?

13. Bei einem Hilfsprojekt in Afrika wird Milchpulver, das in Säcken zu je $24\,\text{kg}$ verpackt ist, in Tüten mit $1\frac{4}{5}\,\text{kg}$ Inhalt abgefüllt.
    (a) Wie viele ganze Tüten können aus zwei Säcken insgesamt abgefüllt werden?
    (b) In einer Verteilerstelle für Hilfsgüter befinden sich 22 dieser Säcke. Durch einen Wasserschaden werden $176\,\text{kg}$ davon unbrauchbar. Welcher Bruchteil der ursprünglichen Menge kan jetzt noch verwendet werden?
    (c) Bei einem der Säcke ist durch ein Loch $\frac{2}{15}$ des Inhalts verloren gegangen. Wie viele ganze Tüten kann man von dem Rest des Sackinhalts noch füllen?
    (d) Der LKW der Hilfsorganisation, der die Säcke brachte, war um $04:40$ Uhr gestartet, hatte um $07:25$ Uhr eine Pause von $1\frac{2}{5}$ Stunden eingelegt, musste wegen einer Reifenpanne um $09:40$ Uhr nochmals die Fahrt für $1\frac{11}{12}$ Stunden unterbrechen und kam schließlich um $12:25$ Uhr bei der Verteilerstelle an. Wie lang war die reine Fahrzeit des LKWs?

14.



Nach dieser Abbildung der Nationalflagge von Benin in Afrika soll eine Fahne aus Tuch gefertigt werden, die $5\,\text{m}$ breit und $3\,\text{m}$ hoch ist.

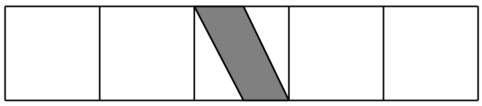
(a) In einer Fabrik wird sie so genäht, dass das Rechteck $AEGD$ $\frac{2}{5}$ der Fahnenfläche einnimmt. Die beiden anderen Rechtecke sind gleich groß.
Berechne die Stoffmenge für jedes Rechteck in m^2.

(b) Eine andere Fabrik näht die Fahne so, dass alle drei inneren Rechtecke gleich groß sind.
Berechne Breite und Höhe jedes dieser Rechtecke in Metern. Runde auf Zentimeter genau.

(c) In einer dritten Fabrik wird die Fahne so genäht, dass die Rechtecke $AEGD$ und $EBFH$ zusammen genau so groß sind wie das Rechteck $HFCG$.
Ordne den Flächeninhalt dieser drei Rechtecke der Größe nach.
Übrigens: Diese Fahne wäre in Benin wahrscheinlich unverkäuflich. Warum?

15. Um Bakterien einer Zellkultur abzutöten, werden Antibiotika eingesetzt. In der ersten Stunde wird die Hälfte der Bakterien getötet, in der zweiten Stunde von den noch vorhandenen ein Drittel und in der dritten Stunde von den noch vorhandenen ein Viertel.
Berechne den Bruchteil der Bakterien, die dann noch vorhanden sind.

16.

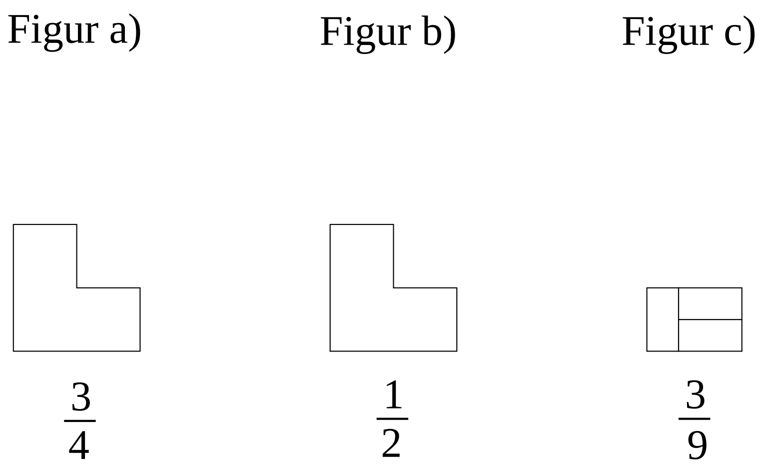


Hier sind fünf Quadrate zu einem Rechteck zusammengesetzt worden.
Welcher Bruchteil der Rechtecksfläche ist gefärbt?

17. Gleiche Symbole bedeuten gleiche positive Ziffern; verschiedene Symbole bedeuten verschiedene positive Ziffern:

$$(\Delta + \Box)^2 = \mathrm{O}\Delta\,\Box$$

18.



Jede der drei Figuren stellt den darunter angegebenen Bruchteil eines ganzen Rechtecks dar.

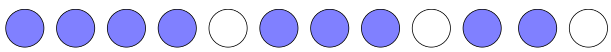
(a) Ergänze sauber jede der Figuren zu einem Ganzen.

(b) Schreibe die dazu passenden Brüche in die Kästchen:

Figur a) $\frac{3}{4} + \boxed{} = 1$ Figur b) $\boxed{} + \boxed{} = 1$

Figur c) $\boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

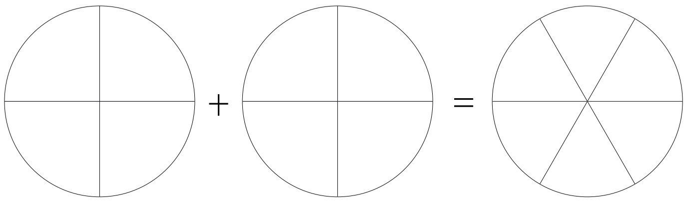
19.



(a) Welcher Bruchteil der Kugeln ist dunkel? Bruchteil: __________

(b) Würdest du rechts eine helle oder dunkle Kugel als nächste hinlegen? Begründe:

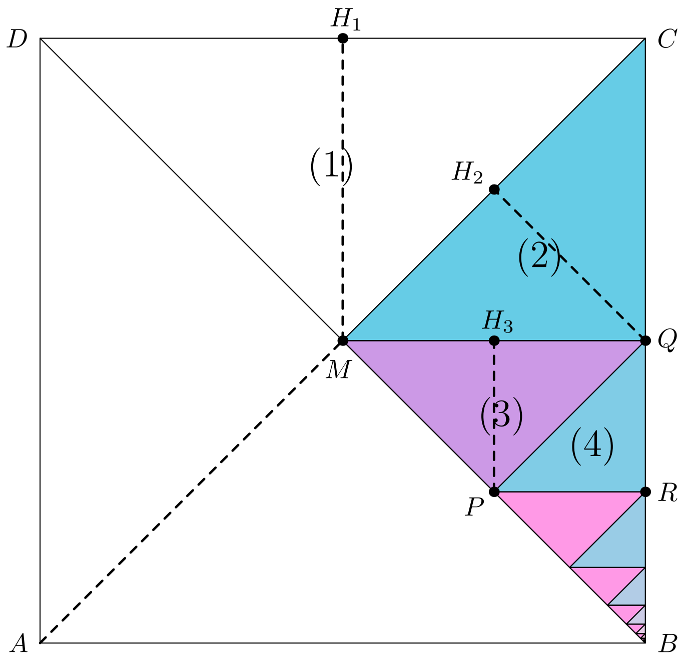
20. Fritz rechnet: $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6}$



(a) Zeige an den drei Kreisen mit Hilfe von Farben, dass Fritz nicht recht hat. Notiere deine Begründung:

(b) Welchen Fehler hat Fritz gemacht?

21.



Im Quadrat $ABCD$ sind die Dreiecke (1), (2), (3), (4), … zu sehen.
Achte bei den folgenden Fragen auf die gestrichelten Hilfslinien.

(a) Welche gemeinsame Besonderheiten besitzen alle diese Dreiecke?

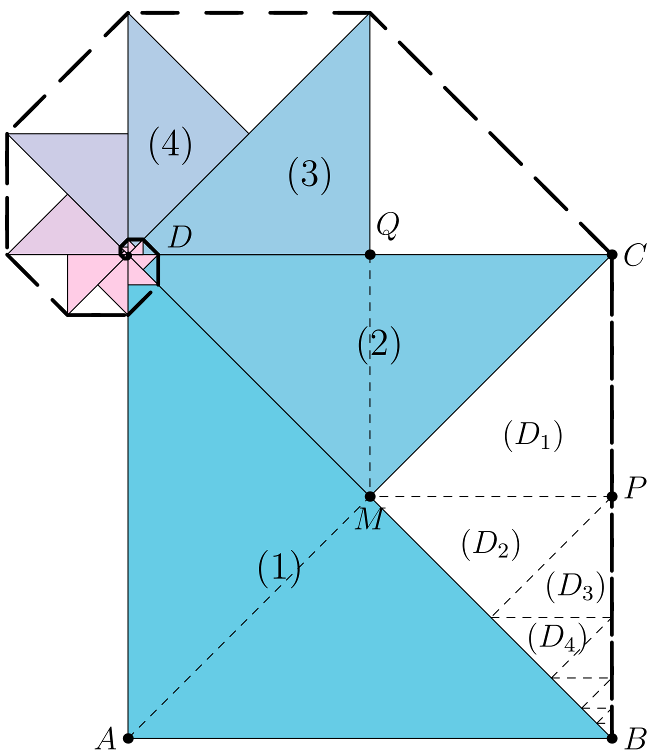
(b) Welchen Bruchteil der Quadratfläche A_Q nimmt das Dreieck (1) ein?

(c)
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Flächeninhalt $A_{(1)}$ des Dreiecks (1) und dem Flächeninhalt $A_{(2)}$ des Dreiecks (2)? Begründe.
- Welchen Bruchteil der Quadratfläche A_Q nehmen die beiden Dreiecke (1) und (2) zusammen ein? Wie viel Prozent sind das?

(d)
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Flächeninhalt eines dieser immer kleiner werdenden Dreiecke und seinem jeweiligen Vorgänger? Begründe deine Antwort anhand der Dreiecke (2), (3) und (4).
- Welchen Bruchteil der Quadratfläche nimmt das Dreieck (4) ein?

(e)
- Welchen Bruchteil der Quadratfläche nehmen alle Dreiecke (1), (2), (3), (4), ... zusammen ein?
- Was ergibt $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \ldots$?

22.



Im Quadrat $ABCD$ sind die getönten Dreiecke (1), (2), (3), (4), ... und die „weißen“ Dreiecke (D_1),(D_2), $D_3)$, (D_4), ... zu sehen.

(a) Welche gemeinsame Besonderheiten besitzen alle diese Dreiecke?

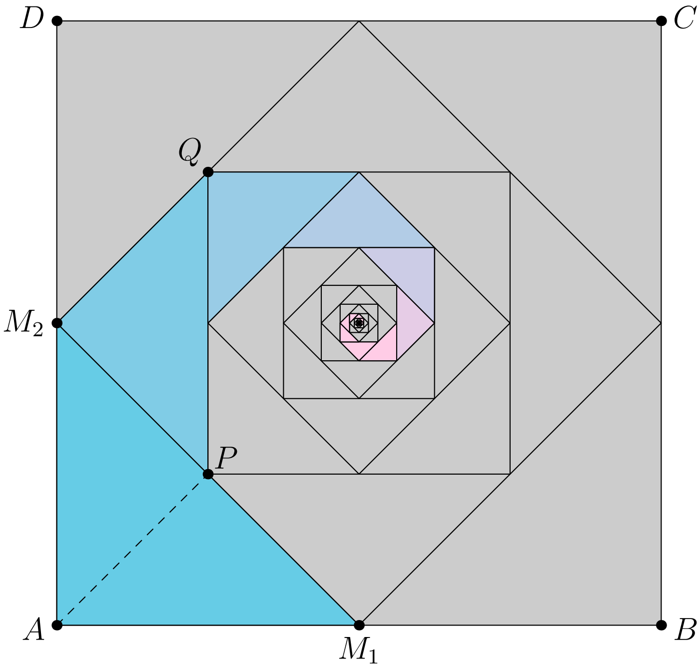
(b) Welchen Bruchteil der Quadratfläche nimmt das getönte Dreieck (1) ein?

(c)
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Flächeninhalt $A_{(1)}$ des Dreiecks (1) und dem Flächeninhalt $A_{(2)}$ des Dreiecks (2)? Begründe.
- Welchen Bruchteil der Quadratfläche A_Q nehmen die beiden getönten Dreiecke (1) und (2) zusammen ein? Wie viel Prozent sind das?

(d)
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Flächeninhalt eines dieser immer kleiner werdenden getönten Dreiecke (1), (2), (3), (4), ... und seinem jeweiligen Vorgänger? Begründe deine Antwort anhand der Dreiecke (D_1),(D_2), $D_3)$, (D_4) ....
- Welchen Bruchteil der Fläche des Quadrates $ABCD$ nimmt das getönte Dreieck (4) ein?

(e)
- Wie groß sind alle getönten Dreiecke (1), (2), (3), (4), ... zusammen?
- Was ergibt $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots$?
- Was ergibt $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \ldots$?

23.



Der Schweizer Künstler Eugen Jost hat ein Bild gemalt, in dem lauter ineinander geschachtelte Quadrate dargestellt sind. Das Bild oben verdeutlicht dies.

(a) Erkläre, wie Eugen Jost diese Quadrate zustande gebracht hat.

(b) Eine chinesische Spruchweisheit lautet: „Das Unendliche ist ein Quadrat ohne Ecken.“ Erkläre den Zusammenhang zwischen dieser Aussage und dem Bild.

(c) In der obigen Darstellung sind einige Dreiecke nochmals farbig herausgehoben, die sich im Uhrzeigersinn spiralförmig in das Zentrum Z des Quadrates hineinwinden. Die Spirale beginnt mit dem Dreieck AM_1M_2.

- Welche gemeinsame Besonderheiten weisen diese Dreiecke in der Spirale auf?
- Welchen Bruchteil des Flächeninhaltes des Quadrates $ABCD$ nimmt das Dreieck AM_1M_2 ein? Wie viel Prozent sind das?
- Begründe: Der Flächeninhalt des nächst kleineren Dreiecks PQM_2 ist halb so groß wie der des Dreiecks AM_1M_2. Betrachte dazu die gestrichelte Hilfslinie $[AP]$.

(d)
- Zeichne das Quadrat AM_1ZM_2 mit einer Seitenlänge von 4 cm.
  Übertrage das Dreieck PQM_2 in der richtigen Position.
  Begründe: Alle Dreiecke in der Spirale des Bildes lassen sich lückenlos in dem Quadrat AM_1ZM_2 unterbringen.
- Begründe: Der Flächeninhalt aller Dreiecke in der Spirale ergibt zusammen ein Viertel des Flächeninhaltes des Quadrates $ABCD$.
- Was ergibt $\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{16} + \dfrac{1}{32} + \dfrac{1}{64} + \ldots$?

24. Gib 10 Brüche an, die zwischen $\dfrac{7}{9}$ und $\dfrac{8}{9}$ liegen.

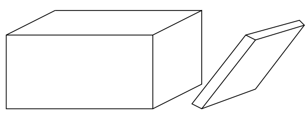
25. Berechne:

(a) Ein Drittel von $0,03$

(b) Ein Viertel von $\frac{4}{100}$

(c) Fünf Hundertstel von $0,2$

26.



Im altägyptischen „Papyrus Rhind“ (ca. 1650 v.Chr.) wird die Frage aufgeworfen, wie neun Brote auf zehn Personen gerecht aufgeteilt werden können.

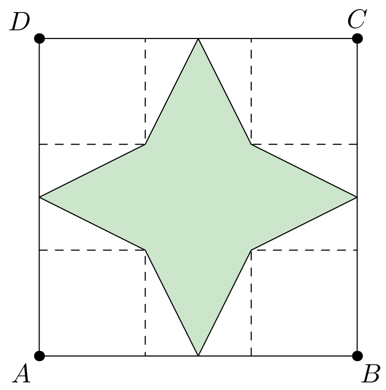
(a) Egon meint: „Das ist doch nicht schwer; man muss halt $\frac{9}{10}$ eine jeden Brotes abmessen und dann alles verteilen.“ Edwin hat jedoch Einwände: „Dann bekäme am Ende eine Person ....“
Welches Problem hat Edwin erkannt?

(b) Die Alten Ägypter zerlegten $\frac{9}{10}$ in eine Summe aus verschiedenen Brüchen:

$$\frac{9}{10} = \bigcirc + \frac{1}{5} + \frac{1}{30}$$

- Welcher Bruchteil muss an Stelle des Kreises eingesetzt werden?
- Angenommen, jedes der neun Brote hat die Form eines 30 cm langen Quaders.
  Wie würden solche Brote dann zerlegt? Hältst du diese Teilung für besser als den Vorschlag von Egon? Begründe deine Anwort.

27.

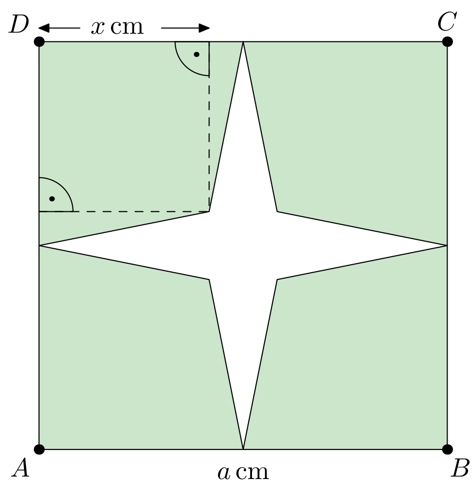


Jede Seite des Quadrates $ABCD$ ist in drei gleiche Teile geteilt worden. Dadurch ist der symmetrische vierzackige Stern entstanden.

(a) Zeichne den Stern in ein Quadrat mit der Seitenlänge 6 cm.

(b) Welchen Bruchteil der Quadratfläche nimmt der Stern ein?

28.



Der Stern in der Mitte entsteht, wenn du wie am Punkt D gezeigt, auch anden drei anderen Eckpunkten ein Qadrat mit den gestrichelten Hilfslinien einzeichnest.

(a) Zeichne für $x = 2$ den Stern in ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge 6 cm.

(b) Welchen Bruchteil der Quadratfläche nimmt der Stern ein?

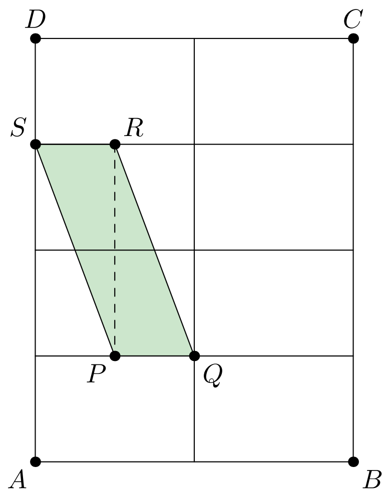
29. Dr. Stuart Savory hat eine Regel veröffentlicht, wie man überprüfen kann, ob eine natürliche Zahl (z.B. 1295) durch 7 teilbar ist:

- Streiche die letzte Ziffer (im Beispiel die „5“, das ergibt 129) .
- Subtrahiere das Doppelte der gestrichenen Zahl von der Restzahl: $129 - 2 \cdot 5 = 119$.
- Wenn 119 durch 7 teilbar ist dann ist auch 1295 durch 7 teilbar. Das ist hier der Fall.
- Wenn du nicht mit einer gewöhnlichen Division ausrechenen willst, ob 119 durch 7 teilbar ist, kannst du jetzt das Experiment wiederholen:
  $11 - 2 \cdot 9 = 11 - 18 = -7$ und $\mid -7 \mid = 7$ ist durch 7 teilbar. (Für negative Zahlen ist die Division durch 7 kaum in Gebrauch; daher die Betragsstriche.)

(a) Überprüfe mit dieser Regel die folgenden Zahlen auf ihre Teilbarkeit durch 7:
1386; 1814; 4648; 4873; 5096; 4473; 44 730 und schließlich 1 000 007.
Für die beiden letzten Zahlen kannst du auch ohne die Regel eine Entscheidung treffen.

(b) Diese Teilbarkeitsregel von Dr. Savory zu lernen, ist im Schullehrplan nicht vorgesehen. Welchen Grund könnte das haben? Formuliere eine Antwort.

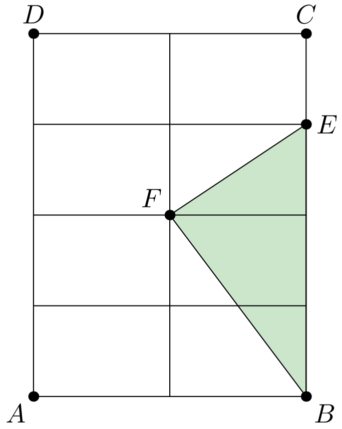
30.



(a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$ und $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$.

(b) Welchen Bruchteil der Fläche des Rechtecks $ABCD$ nimmt das Viereck $PQRS$ ein?

31.



(a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$ und $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$.

(b) Wie viel Prozent der Fläche des Rechtecks $ABCD$ nimmt das Dreieck BEF ein?

32. Gegeben ist die Menge M von unmittelbar aufeinander folgenden Stammbrüchen:

$$M = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \ldots\right\}$$

(a) Berechne:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$ ______________________________

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$ ______________________________

$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} =$ ______________________________

$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} =$ ______________________________

(b)
- Notiere eine Regel, die beschreibt, wie du den Nenner des Ergebnisses berechnest.
- Notiere eine Regel, die beschreibt, wie du den Zähler des Ergebnisses berechnest.

(c) Stelle $\frac{31}{240}$ als Summe zweier unmittelbar aufeinander folgender Stammbrüche dar.

(d) Untersuche, ob sich $\frac{293}{21467}$ als Summe zweier unmittelbar aufeinander folgender Stammbrüche darstellen lässt.

(e) Begründe, weshalb sich $\frac{123008}{3782742016}$ nicht als Summe zweier unmittelbar aufeinander folgender Stammbrüche darstellen lässt.

3 Dezimalbrüche

1. Es gilt z.B. $0,\overline{2} = \frac{2}{9}$, $0,\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ und $0,\overline{7} = \frac{7}{9}$.
   Nun wird die folgende Summe gebildet: $1 + 0,1 + 0,01 + 0,001 + \cdots$.
   (a) Schreibe die drei Nachfolger des Summanden 0,001 hin. Beschreibe, wie sich die Summe aufbaut.
   (b) Berechne den Wert der obigen Summe.
   (c) Berechne den Wert der Summe $3 - 0,2 - 0,02 - 0,002 - \cdots$

2. Bereche den Wert der Differenz $1 - 0,\overline{9}$.

3. Berechne: (a) $(2,3^2 - 1,7^2) : 0,6$ (b) $(3,1^2 - 0,6^2) : 2,5$
   (c) $(4,7^2 - 1,2^2) : 5,9$ (d) $(5,3^2 - 1,9^2) : 7,2$
   Was stellst du fest? Schreibe es auf.

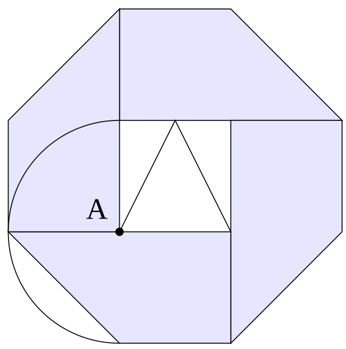
4. Herr G. Wicht ist 120 kg schwer. Er beginnt am 1. Oktober eine radikale Abmagerungskur.
   (a) Am 1. November hat er 15% seines Körpergewichts verloren. Wie schwer ist er jetzt?
   (b) Bis zum 1. Dezember verliert er erneut 15% an Gewicht. Wie schwer ist er zu diesem Zeitpunkt?
   (c) Im Januar jedoch - nach den vielen Feiertagen - zeigt die Waage wieder 120 kg an! Um wie viel Prozent hat er in den beiden vergangenen Monaten wieder zugenommen? Runde auf eine Kommastelle.

5. Herr R. Asant startet um 8 Uhr mit seinem Auto von Nürnberg zum 450 km entfernten Düsseldorf. Er will dort um 13 Uhr ankommen. Leider erreichte Herr Asant aufgrund eines Staus bis zum 225 km entfernten Frankfurt nur die Hälfte der erforderlichen Durchschnittsgeschwindigkeit.
   Um wie viel müsste er seine Durchschnittsgeschwindigkeit von Frankfurt nach Düsseldorf steigern, um die ursprünglich errechnete Durchschnittsgeschwindigkeit doch noch zu erreichen?

6. Berechne jeweils den Wert der Summe in jeder Einheit, die in der Summe auftaucht.
   (a) $0,5\,\text{m} - 3,0\,\text{dm} + 13,2\,\text{cm}$
   (b) $0,45\,\text{m}^2 - 4\,\text{dm}^2 - 250\,\text{cm}^2$
   (c) $\frac{1}{5}\,\text{h} + 45\,\text{min} + 120\,\text{s}$

7. Wasser vergrößert sein Volumen beim Gefrieren um 10%.
   (a) Berechne das Volumen des Eises, das dann aus 1 Liter Wasser entstanden ist.
   (b) Wie viele Liter Wasser entstehen, wenn $5\frac{1}{2}\,\text{dm}^3$ Eis geschmolzen sind?

8. Während der Übertragung der US-Tennismeisterschaften 2003 in New York war im Fernsehen ein Firmenlogo zu sehen, das so ähnlich aussah wie die Abbildung unten. Der Halbkreis mit dem Mittelpunkt A und das Dreieck im Inneren des weißen Quadrates wurden zusätzlich eingezeichnet.



   (a) Begründe: Wenn der Flächeninhalt dieses Dreiecks $4,5\,\text{cm}^2$ beträgt, muss eine Seite des mittleren Quadrates $3\,\text{cm}$ lang sein.
   (b) Zeichne die Figur mit dieser $3\,\text{cm}$ langen Quadratseite.
   (c) Welchen Bruchteil der Gesamtfläche nimmt das Dreieck im Zentrum ein?
   (d) Schneide von einem Quadrat aus Papier mit der Seitenlänge $9\,\text{cm}$ die vier Ecken so ab, dass der Umriss dieses Logos entsteht.
   Klebe die Figur in dein Heft.
      - Wie viel Prozent des ursprünglichen Papierquadrates sind weggefallen?
      - Begründe: Das Quadrat im Inneren hat einen Umfang von $12\,\text{cm}$.

9. Erika möchte ihre Superstarsammlung erweitern. Dazu kauft sie einige Poster, 3 CDs, 48 Aufkleber und eine DVD. Insgesamt bezahlt sie 94,13 €.
   Folgende Preise sind bekannt: ein Aufkleber kostet 39 ct, die drei CDs kosten 19,99 € und die DVD 44,50 €.

(a) Wie viele Poster kauft sie, wenn eines 91 ct kostet?

(b) Auf einem Aufkleber ist Daniel 140 mm groß. Er ist im Maßstab 1 : 12 abgebildet. Wie groß ist er in Wirklichkeit? (Ergebnis in Komma-Schreibweise!)

10.

$$\frac{\square}{7} \cdot 2\frac{1}{3} = \triangle$$

Die Platzhalter $\square$ und $\triangle$ vertreten natürliche Zahlen.

(a) Berechne $\square$ für $\triangle = 337$.

(b) Berechne $\triangle$ für $\square = 111$.

(c) Uwe behauptet: „Wenn du für den Platzhalter $\square$ ein Vielfaches von 7 einsetzt, geht die Rechnung immer auf."
Eva widerspricht: „Nur, wenn du für den Platzhalter $\square$ eine durch ... teilbare Zahl einsetzt, geht die Rechnung auf."

- Begründe, dass Uwe nicht recht hat.
- Was hat Eva gemeint? Begründe, dass sie recht hat.

11. Im Vorverkauf für ein Open-Air-Festival in einem Stadion mit 20 000 Plätzen wurden 12 000 Eintrittskarten abgesetzt. Während der Veranstaltung war das Stadion zu 90% besetzt.
Berechne die Gesamteinnahmen, wenn eine Karte im Vorverkauf für 20 € und an der Stadionkasse für 25 € zu haben war.

12. Der Anglerverein „Petri Heil" hat 120 Mitglieder. 75% davon sind Erwachsene. Dem Verein treten 10 Männer und 5 Jugendliche neu bei.

(a) Wie viele Jugendliche sind danach im Verein?

(b) Wie viel Prozent Erwachsene sind danach im Verein? Runde den Prozentsatz auf eine Stelle nach dem Komma.

13. Gib 10 Brüche an, die zwischen $\frac{7}{9}$ und $\frac{8}{9}$ liegen.

14. Berechne:

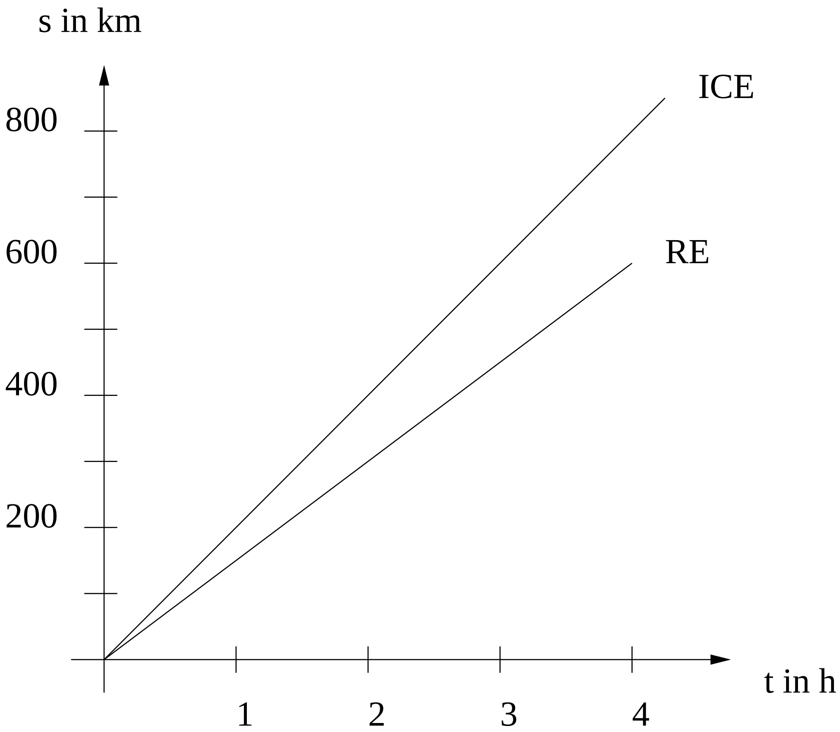
(a) Ein Drittel von $0,03$

(b) Ein Viertel von $\frac{4}{100}$

(c) Fünf Hundertstel von $0,2$

4 Direkte Proportionalität

1. Folgende direktproportionale Zuordnung ist gegeben:



   (a) Lies aus dem Diagramm ab, wie weit ICE und RE jeweils in 2 h fahren.

   (b) Berechne den Proportionalitätsfaktor für ICE und RE! Was bedeutet er?

   (c) Eine Regionalbahn fährt in 4 h 300 km. Trage diese Halbgerade ein!

2. Überprüfe, ob jeweils eine direkte proportionale Zuordnung vorliegt und begründe kurz.

   (a)

Verbrauch in l	Strecke in km
4,25	70
12,75	210

(b)

Stückzahl	Preis in €
2	1,60
4	3,20
10	7,20

(c)

Menge in kg	Preis in €
2,5	10,0
0,5	2,5

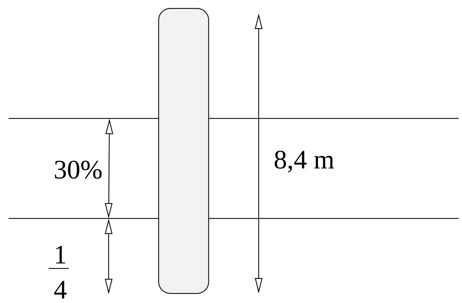
3. Die folgende Wertetabelle enthält direktproportionale Wertepaare. Berechne die fehlenden Werte und trage die Wertepaare in ein Gitternetz ein!

Menge in l	4	6	8	
Preis in €	6			16,5

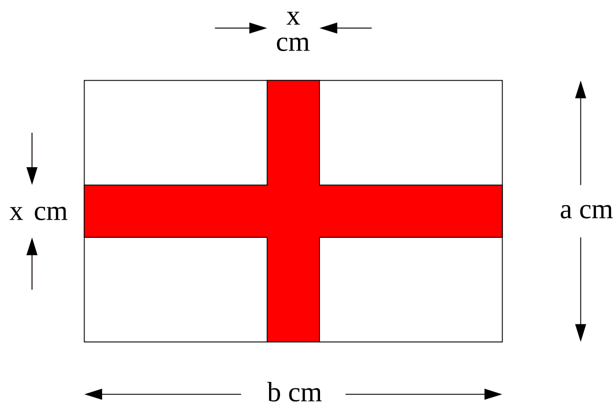
x-Achse: 1 cm $\widehat{=}$ 2 l
y-Achse: 1 cm $\widehat{=}$ 2 €

4. Im Urlaub fährt Sabine mit ihren Eltern nach Griechenland. Dort sieht sie eine Statue unter einem Winkel von 37° und ist 18 m von ihr entfernt. Sabine ist 1,50 cm groß.
   (a) Fertige eine Skizze im Maßstab 1 : 150 an.
   (b) Wie groß ist die Statue in Wirklichkeit?

5. Ein 8,4 m langer Pfahl steckt zu $\frac{1}{4}$ im Boden und zu 30 % im Wasser. Fertige eine Skizze mit den gegebenen Daten an und berechne wie viele Meter aus dem Wasser herausragen?



6. Das ist ein Bild der Nationalflagge von England.



(a) Zeichne die Figur für $b = 8$, $a = 5$ und $x = 1$.

(b) Diese Fahne ist aus Tuch gefertigt worden, die $5,40\,\text{m}$ lang und $3,00\,\text{m}$ breit ist.

- Berechne den Flächeninhalt eines der weißen Rechtecke im Inneren, wenn das Kreuz $\frac{2}{9}$ der Gesamtfläche einnimmt.
- Berechne den Flächeninhalt des Kreuzes, wenn eines der weißen Rechtecke im Inneren 20% der Gesamtfläche der Fahne einnimmt.

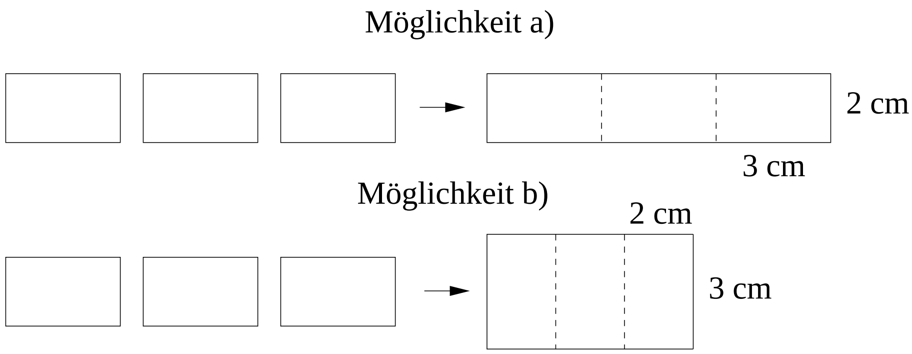
5 Die Menge der ganzen Zahlen

1. Gib genau 100 ganze Zahlen an, die kleiner als 5 sind. Setze dabei die drei Punkte sinnvoll ein.

2. Wie viele negative ganze Zahlen gibt es, die nicht kleiner als -10 sind? Begründe deine Antwort.

3. Herr Piepaga hat für seine Zoohandlung Zwergmäuse zu je 3 € und Goldhamster zu je 5 € eingekauft. Insgesamt hat er dafür 54 € ausgegeben.
   (a) Stelle zum Text die passende Gleichung auf. Dabei soll z der Einzelpreis für eine Zwergmaus und g der Einzelpreis für einen Goldhamster sein.
   (b) Zeige, dass sich die Gleichung von Aufgabe (a) in die Gleichung $g = \dfrac{54 - 3z}{5}$ umformen lässt.
   (c) Wie viele Zwergmäuse und wie viele Goldhamster hat Herr Piepaga eingekauft? Es gibt mehrere Möglichkeiten.

4.



Die Abbildung zeigt, wie du auf verschiedene Weise drei kongruente Rechtecke mit einer Länge von jeweils 3 cm und einer Breite von jeweils 2 cm zu einem größeren Rechteck zusammenfügen kannst.
   (a) Berechne den Umfang des großen Rechtecks in der Möglichkeit a) und in der Möglichkeit b).

(b) Es entstehen nach der Möglichkeit a) und der Möglichkeit b) noch größere Rechtecke, wenn du 17 kongruente kleine Rechtecke mit denselben Abmessungen wie oben dargestellt aneinander fügst. Berechne für a) und b) den Umfang des betreffenden großen Rechtecks.

(c) • Zeige: Wenn mit Hilfe der Möglichkeit a) x Rechtecke zusammengefügt werden, dann gilt für den Umfang u des betreffenden großen Rechtecks in Abhängikeit von x:

$$u_a(x) = (6 \cdot x + 4)\,\text{cm mit } x \in \mathbb{N}$$

• Zeige: Wenn mit Hilfe der Möglichkeit b) y Rechtecke zusammengefügt werden, dann gilt für den Umfang u des betreffenden großen Rechtecks in Abhängikeit von y:

$$u_b(y) = (4 \cdot y + 6)\,\text{cm mit } y \in \mathbb{N}$$

(d) Berechne die Anzahl x von kleinen Rechtecken, die sich nach der Möglichkeit a) zu einem großen Rechteck mit einem Umfang von 292 cm zusammenfügen lassen.

(e) Gibt es eine Anzahl y von kleinen Rechtecken, die sich nach der Möglichkeit b) zu einem großen Rechteck mit einem Umfang von 5, 36 m zusammenfügen lassen? Begründe.

(f) Kannst du nach irgend einer Möglichkeit a) oder b) aus kleinen Rechtecken ein Rechteck mit einem Umfang von 12345 cm zusammenfügen? Begründe.

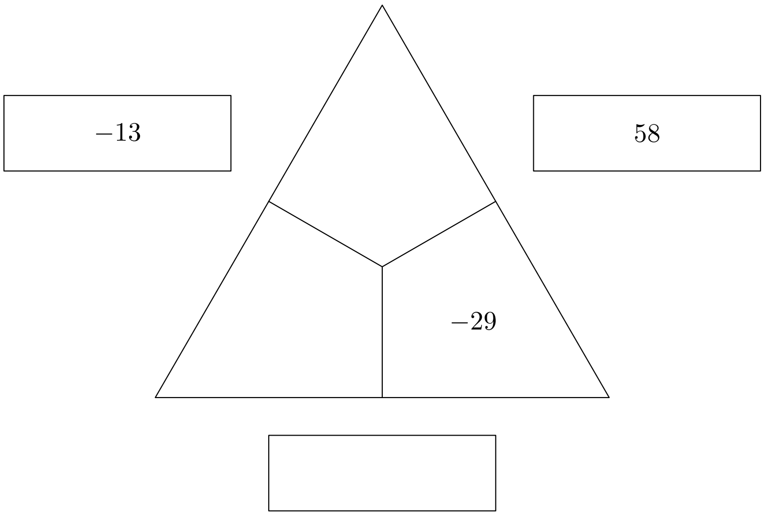
(g) Tabellarisiere u_a und u_b so weit, bis mindestens fünf gemeinsame Umfangslängen auftauchen.
Entnimm der Tabelle diese Umfangslängen und die Zahl der benötigten Rechtecke im Fall a) und im Fall b).

(h) Begründe, dass du beliebig viele gemeinsame Umfangslängen mit der Methode a) und mit der Methode b) erzeugen kannst.

5. Berechne den Term $\frac{6}{\square} - \frac{\square}{6}$ für $\square \in \{1;\ 2;\ 3;\ 6\}$. Addiere dann alle Termwerte.

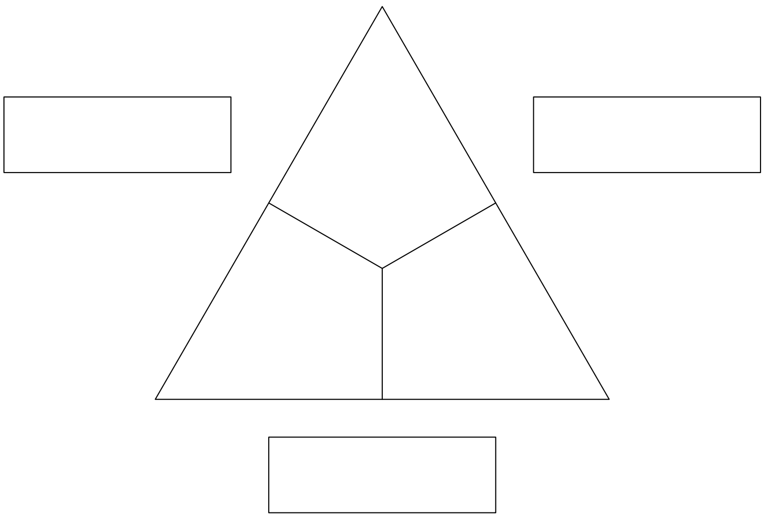
6. Berechne den Term $\frac{6}{\square} + \frac{\square}{6}$ für $\square \in \{1;\ 2;\ 3;\ 6\}$. Addiere dann alle Termwerte.

7.



In die drei Felder im Dreieck gehören ganze Zahlen, wobei in jedem der Rechtecke der Wert der Summe aus den beiden jeweils gegenüberliegenden Zahlen im Dreieck steht. Berechne die noch fehlenden Zahlen.

8.



In die drei Felder im Dreieck gehören ganze Zahlen, wobei in jedem der Rechtecke das Produkt aus den beiden jeweils gegenüberliegenden Zahlen im Dreieck steht. Wir nennen die Plätze, die mit ganzen Zahlen zu belegen sind, „Zellen“. Das Dreieck enthält drei Zellen und die Rechtecke außen stellen drei weitere Zellen dar. Untersuche, ob die folgenden Behauptungen wahr sind:

(a) Wenn eine Dreieckszelle mit null belegt ist, dann muss in zwei Außenzellen null stehen.

(b) Wenn eine Außenzelle mit null belegt ist, dann muss eine weitere Außenzelle null enthalten.

(c) Wenn in allen Außenzellen null steht, dann enthalten auch die inneren Dreieckszellen lauter Nullen.

6 Grundbegriffe der ebenen Geometrie

1. (a) Zeichne das Dreieck ABC mit $A(0 \mid 0)$, $B(3 \mid 1)$ und $C(-1 \mid 3)$ in ein Koordinatensystem.

   Platzbedarf: $-5 \leqq x \leqq 5$ und $-3 \leqq y \leqq 5$

   (b) Bezeichne den Mittelpunkt der Strecke $[BC]$ mit M.

   (c) Zeichne die Parallele p_1 zur Strecke $[AB]$ durch den Punkt C.

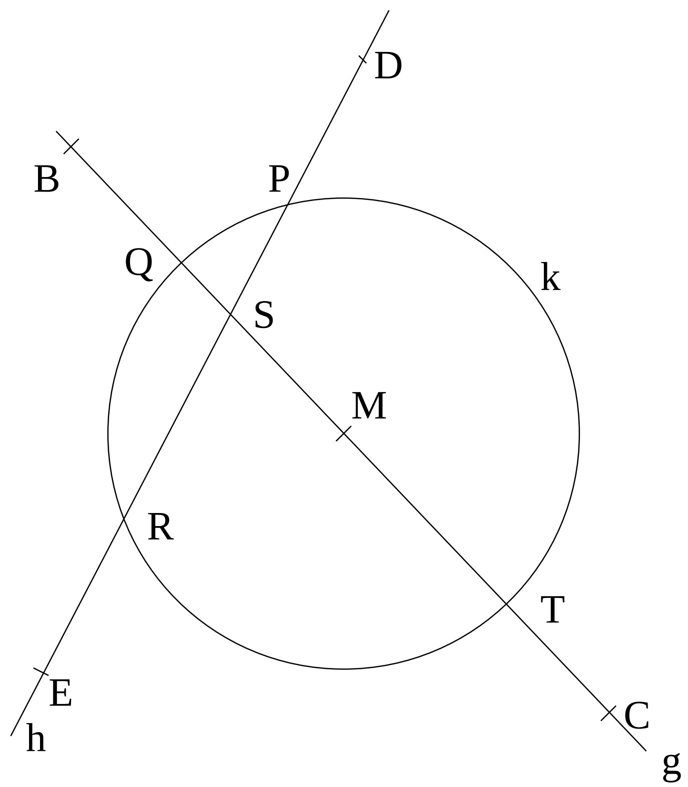
   (d) Zeichne die Parallele p_2 zur Strecke $[BC]$ durch den Punkt A.

   (e) Es gilt dann $p_1 \cap p_2 = \{D\}$. Gib die Koordinaten des Punktes D an.

   (f) Es gibt eine Gerade g, so dass $B \in g \wedge g \perp p_1$ gilt. Zeichne diese Gerade g und deren Schnittpunkte mit p_1 und p_2 ein.

   (g) Welche besonderen Vierecke entdeckst du jetzt in der Figur?

2. Fülle die Lücken an Hand der Zeichnung richtig aus!



(a) Der Durchmesser von k beträgt:

(b) $M \in$ .....

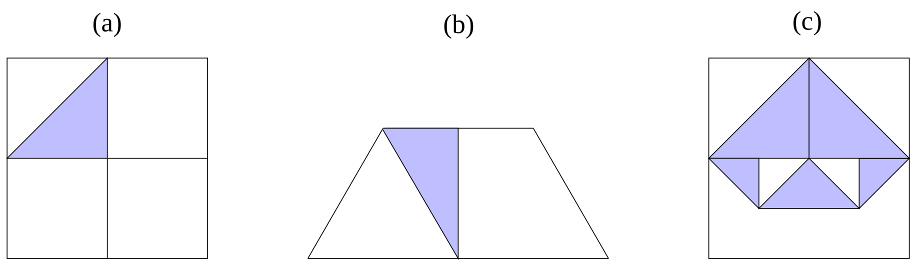
(c) $[TB \ldots h$

(d) $[QS] \ldots [BT]$

(e) ..... $\notin k$

(f) ..... $\nsubseteq [BC]$

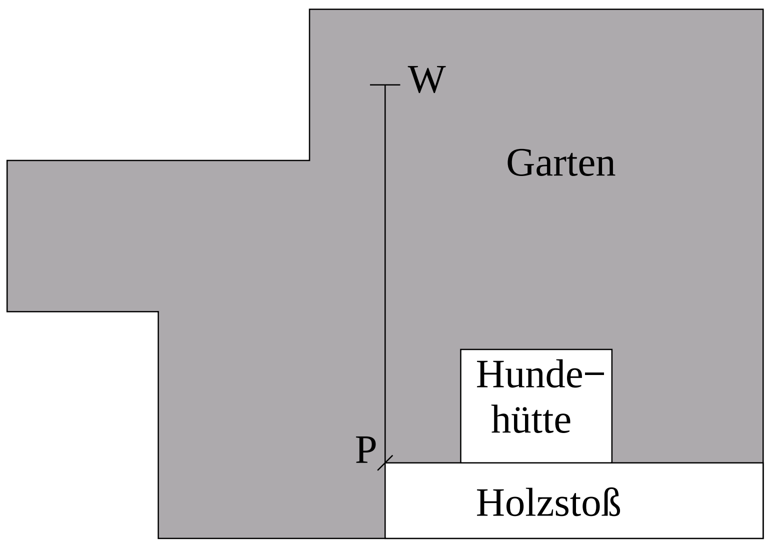
3. In den drei Bildern sind Winkel mit den Maßen $\{30°; 45°; 60°; 90°; 120°; 135°\}$ zu sehen.



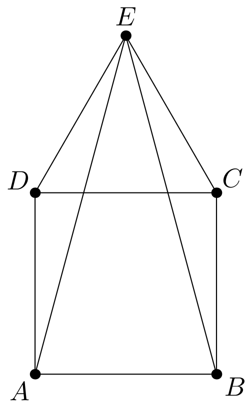
(a) Übertrage die Figuren (a), (b) und (c) auf kariertes Papier.

(b) Welchen Bruchteil der Gesamtfläche nimmt jeweils die dunkel eingefärbte Fläche ein?

4. Hier siehst du die maßstabsgetreue Skizze eines Grundstücks. Der Wachhund W zieht gerade an der Leine, die am Punkt P befestigt ist.
Zeichne ein, wo sich der Hund innerhalb des Gartens bewegen kann!

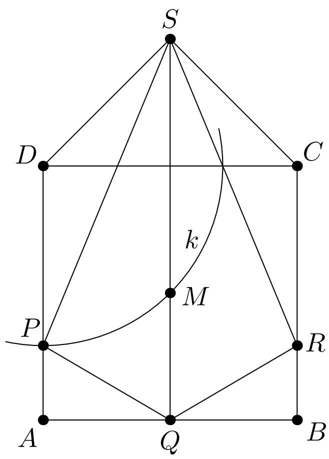


5. An das Quadrat $ABCD$ ist das gleichseitige Dreieck DCE angefügt worden.



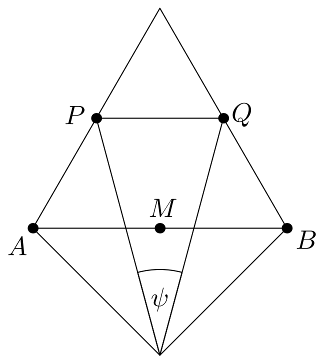
   (a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$.
   (b) Berechne die Maße der Innenwinkel des Dreiecks ABE.

6. An das Quadrat $ABCD$ ist das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck DCS angefügt worden.
   Der Punkt D ist der Mittelpunkt des Kreisbogens k durch den Quadratmittelpunkt M. Dadurch entsteht der achsensymmetrische Drachen $PQRS$.



   (a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$.
   (b) Berechne das Maß φ des Winkels PSR.
   (c) Welchen Flächeninhalt hätte das Quadrat $ABCD$, wenn das Dreieck DCS einen Flächeninhalt von $6\,\text{cm}^2$ hätte?

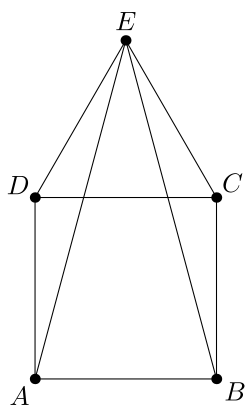
7. Der achsensymmetrische Drachen ist aus einem gleichseitigen und einem gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck zusammengefügt worden. Die Punkte P und Q sind Seitenmittelpunkte.



   (a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$.

   (b) Berechne das Winkelmaß ψ.
   Tipp: Zeichne ausgehend vom Mttelpunkt M zwei geeignete Hilfslinien ein.

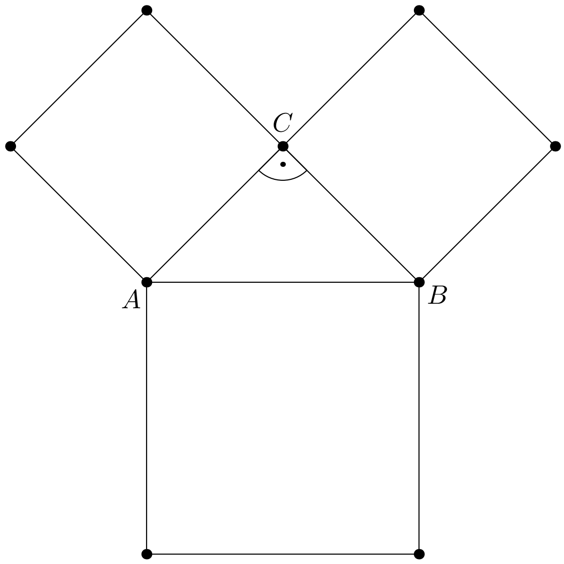
8. An das Quadrat $ABCD$ ist das gleichseitige Dreieck DCE angefügt worden.



   (a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$.

   (b) Berechne die Maße der Innenwinkel des Dreiecks ABE.

9. Der Lehrer B. Weis legt seiner 6. Klasse die unten dargestellte Figur vor. Dort sind an das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC drei Quadrate angefügt worden. Diese Quadrate sollen die Schülerinnen und Schüler miteinander vergleichen.



(a) Zuerst bekommt die Klasse den Auftrag, die Figur für $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$ zu zeichnen. Zeichne selbst.

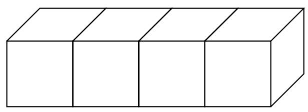
(b) Maria meint: „Die beiden oberen Quadrate sind gleich groß, weil … .“ Finde eine richtige Fortsetzung ihres angefangenen Satzes.

(c) Franz stellt mit seinem Geodreieck fest, dass die Seite $[AC]$ in seiner Zeichnung $4{,}2\,\text{cm}$ lang ist. Damit rechnet er weiter. Wie fällt am Ende sein Vergleich der drei Quadrate aus?

(d) Fritz dagegen hat $\overline{AC} = 4{,}3\,\text{cm}$ gemessen. Zu welchem Ergebnis kommt er dann?

(e) Ursula meldet sich: „Herr Weis, eigentlich braucht man gar nicht zu rechnen. Ich habe Diagonalen eingezeichnet. Da habe ich sofort gesehen, dass … .“
Ergänze deine Zeichung entsprechend der Idee von Ursula.
Welche Entdeckung hat Ursula gemacht? Notiere eine Begründung dafür.

10.



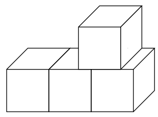
Vier Würfel werden zu einem Quader zusammengefügt. Das Volumen dieses Quaders beträgt $62{,}5\,\text{cm}^3$.

(a) Berechne die Oberfläche des Quaders.

(b) Die vier Würfel lassen sich noch auf andere Weise zu einem Quader zusammenfügen, nämlich so, dass dann der Quader zwei quadratische Seitenflächen bekommt.

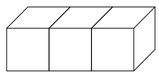
- Zeichne ein Schrägbild dieses Quaders.
- Berechne die Oberfläche dieses Quaders.

11.



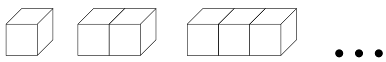
Jeder der vier Würfel besitzt eine Kantenlänge von $2,5\,\mathrm{cm}$. Berechne die Oberfläche des Körpers.

12.



Drei Würfel werden zu einem Quader zusammengefügt. Die Oberfläche dieses Quaders beträgt $87,5\,\mathrm{dm}^2$. Berechne die Kantenlänge eines Würfels.

13.



Gleiche Würfel werden immer wieder zu neuen Quadern auf die oben dargestellte Weise aneinander gefügt. Die Kantenlänge eines Würfels soll $2\,\mathrm{cm}$ betragen.

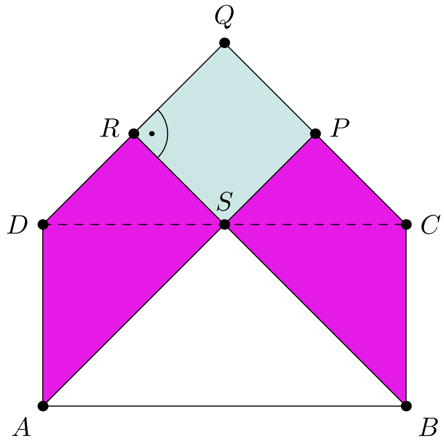
(a) Berechne die Oberfläche O_3 des Quaders, der aus drei Würfeln zusammengefügt ist.

(b) Berechne die Oberfläche O_{100} des Quaders, der sich aus 100 Würfeln zusammensetzt in der Einheit dm^2..

(c) Aus wie vielen Würfeln mit der Kantenlänge $2\,\mathrm{cm}$ setzt sich ein Quader zusammen, dessen Oberfläche $600\,\mathrm{cm}^2$ beträgt?

(d) Untersuche, ob man mit solchen Würfeln auf dieses Weise einen Quader mit einer Oberfläche von $20\,\mathrm{dm}^2$ zusammenbauen kann.

14.



Die beiden Dreiecke ABS und DCQ sind kongruente, gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke.

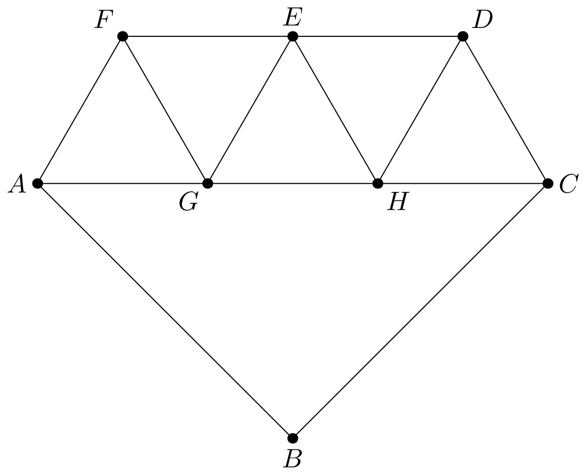
(a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$.

(b) Begründe: Das Viereck $SPQR$ ist ein Quadrat. Zeichne dazu eine geeignete Hilfslinie ein.

(c) Um wie viel Prozent ist der Flächeninhalt des Trapezes $ASRD$ größer als der des Quadrates $SPQR$? Zeichne dazu eine geeignete Hilfslinie ein.

(d) Vergleiche den Flächeninhalt des Quadrates $SPQR$ mit der Gesamtfigur $ABCQD$. Vervollständige dazu deine Zeichnung mit weiteren geeigneten Hilfslinien.

15.



Über der Hypotenuse $[AC]$ des gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecks ABC liegt das Trapez $ACDF$, das sich aus fünf gleichseitigen Dreiecken zusammensetzt.

(a) Zeichne die Figur für $\overline{AC} = 9\,\text{cm}$, wobei über der Strecke $[DF]$ 6 cm Platz bleiben sollen.

(b) Benenne die Innenwinkel des Trapezes $ACDF$ mit griechischen Buchstaben. Berechne diese Innenwinkel.

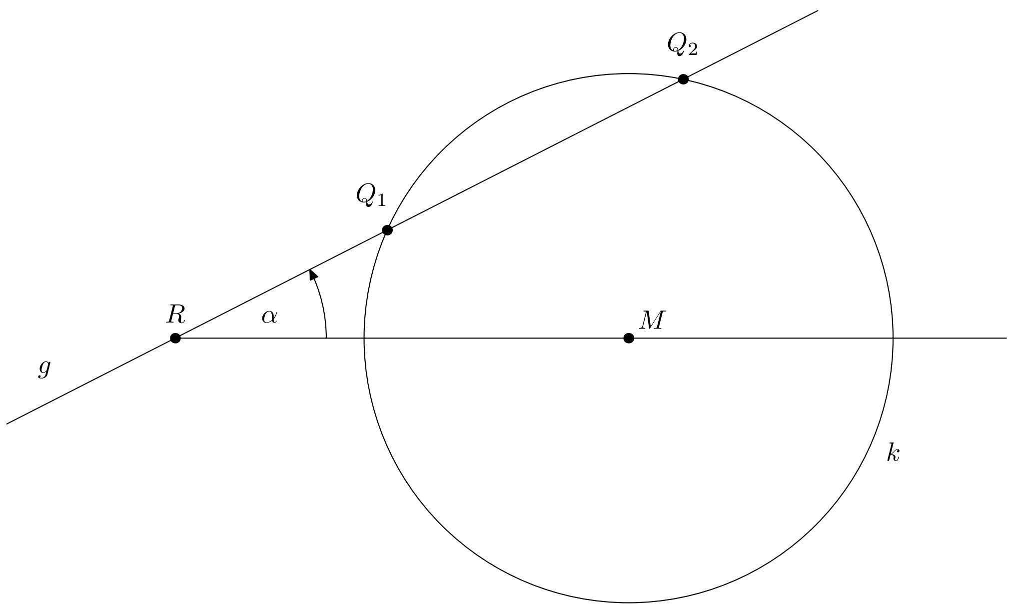
(c) Verlängere die Strecken $[AF]$ über F und $[CD]$ über C hinaus so weit, bis sie sich im Punkt S schneiden. Begründe: Im Dreieck FDS gibt es zwei Innenwinkel mit dem Maß 60°.

(d) Wie viele Dreiecke vom Typ AGF passen lückenlos in das Dreieck FDS? Begründe.

(e) In der Figur sind drei Drachenvierecke mit dem Eckpunkt H zu erkennen. Zeichne sie farbig ein. Um welche besonderen Drachenvierecke handelt es sich? Begründe.

(f) In der Figur ist ein weiteres Drachenviereck mit dem Eckpunkt H verborgen. Zeichne es farbig ein.

16.



Die Gerade g durch den Punkt R schneidet die Kreislinie k in den Punkten Q_1 und Q_2.

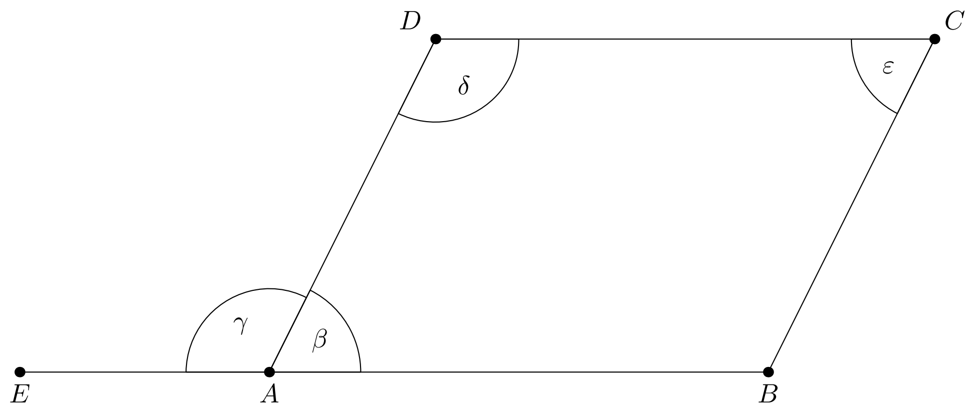
(a) Welchen Namen trägt diese Gerade bezüglich ihrer Lage zur Kreislinie k?

(b) Stelle dir vor, der Winkel mit dem Maß α wird jetzt langsam in Pfeilrichtung größer und größer, bis $\alpha = 90°$ wird. Dabei ändert auch die Gerade g ihre Lage zur Kreisline k.

- Was lässt sich dann während dieser Winkelvergrößerung vom Anfang bis zum Ende über die Lage dieser Geraden g zur Kreislinie k aussagen?

- Was lässt sich gleichzeitig über die mitwandernden Punkte Q_1 und Q_2 aussagen?

17.



Auf der Kreislinie k liegen die vier Punkte P_1, P_2, P_3 und P_4.

(a) Zeichne jeweils mit dem Kreisradius r die vier zugehörigen Tangenten und ihre Schnittpunkte ein.

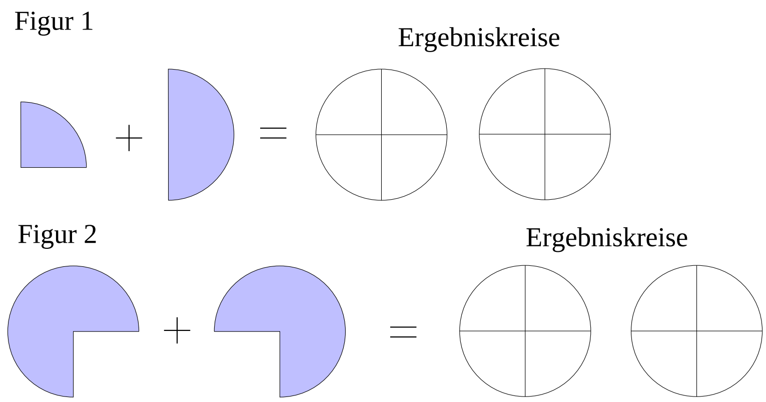
(b) Die vier Tangentenschnittpunkte bilden ein Viereck. Um welches besondere Viereck handelt es sich? Begründe:

____

____

____

18.



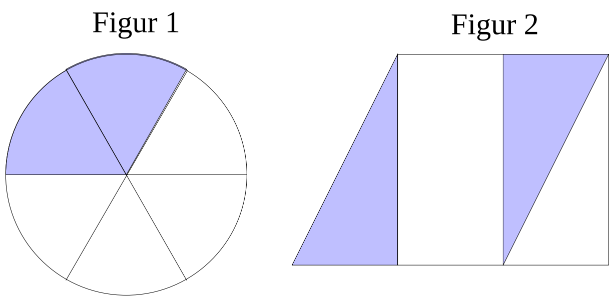
(a) Kennzeichne farbig den richtigen Bereich in den Ergebniskreisen. Decke dabei möglichst viele Einzelteile im jeweils ersten Ergebniskreis ab.

(b) Schreibe jeweils die Rechnung mit Brüchen dazu:

Figur 1: ______________________________

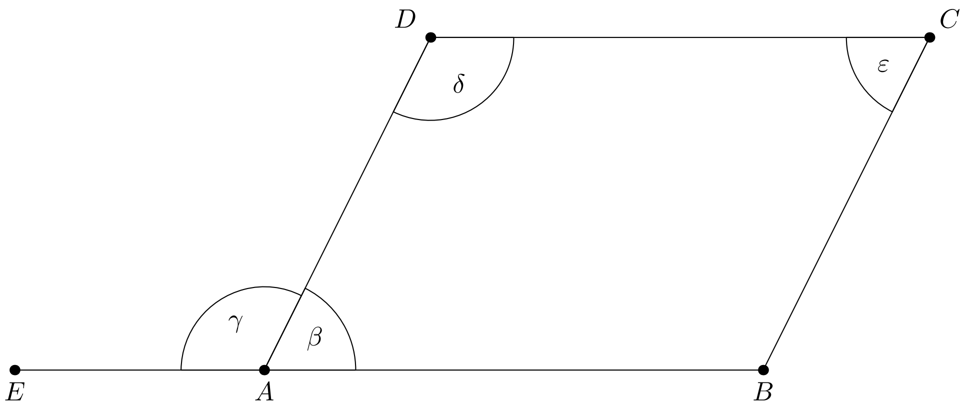
Figur 2: ______________________________

19.



Welcher Bruchteil ist jeweils eingefärbt?

20.

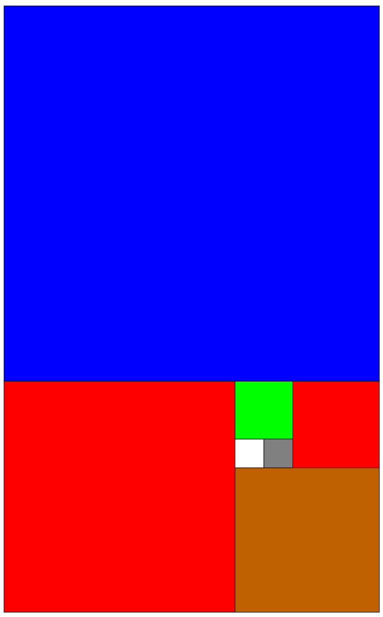


(a) Um welches besondere Viereck handelt es sich beim Viereck $ABCD$? Begründe deine Antwort.

(b)
- Bestimme mit dem Geodreieck die mit griechischen Buchstaben gekennzeichneten Winkelmaße.
- Was fällt dir an deinen Messergebnissen auf?

(c) Egon bastelt die Figur aus vier Stäben: $[LB]$, $[BC]$, $[CD]$ und $[AD]$, wobei das Viereck an den Punkten A, B, C und D beweglich ist.
- Wie ändern sich β, ε und δ, wenn γ größer wird?
- Wie ändern sich γ, ε und β, wenn δ kleiner wird?
- Wie groß müsste γ sein, damit Egon ein Rechteck erhält?

21.



Der Schweizer Maler Eugen Jost hat ein rechteckiges Bild gemalt, das sich aus lauter Quadraten zusammenfügt. Die Seitenlänge a der beiden kleinsten Quadrate soll jeweils 1 cm betragen.

a in cm	1	1	2	3	5		
A in cm^2	1	1	4	9			
$\frac{A_{Quadrat}}{A_{Vorgänger}}$		$1:1=1$	$4:1=4$	$9:4=2,25$			
a in cm							
A in cm^2							
$\frac{A_{Quadrat}}{A_{Vorgänger}}$							

In der Tabelle sind in den beiden ersten Zeilen die Seitenlänge a und der zugehörige Flächeninhalt A der einzelnen Quadrate so dargestellt, dass auf ein Quadrat stets das nächst größere folgt.
In der dritten Zeile wird jeweils der Quotient aus dem Flächeninhalt eines Quadrates und dem Flächeninhalt seines Vorgängers berechnet.

(a) Ergänze jeweils die leeren Zellen in der ersten Zeile. Notiere, wie du dabei vorgegangen bist.

(b) Fülle den Rest der zweiten Zeile aus.

(c) Berechne den Inhalt der noch leeren Zellen in der dritten Zeile. Runde dabei jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma. Was stellst du fest?

22. Herr Knörz gibt Schreinermeister Hobel den Auftrag, ihm eine Tischplatte aus Eichenholz zu fertigen. Dazu hat der Kunde folgende Wünsche:

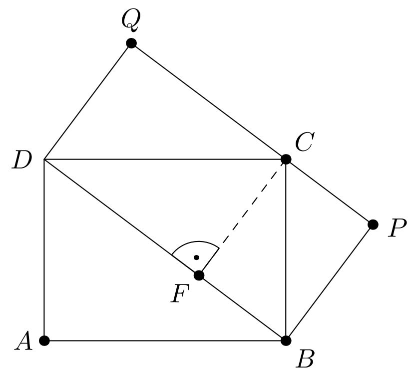
- Die Tischplatte soll 80 cm breit und 4 cm dick sein.
- Die Tischplatte soll doppelt so lang wie beit sein.
- Die Fläche der Tischplatte soll mindestens $1,5\,\text{m}^2$ betragen.

Meister Hobel macht sich eine Skizze und rechnet dann. Schließlich schüttelt er den Kopf: „Lieber Herr Knörz, das geht leider nicht. Entweder ... “

(a) Begründe, dass die Tischplatte unter den angegebenen Bedingungen nicht gefertigt werden kann.

(b) Setze die Aussage von Meister Hobel, die mit „Entweder“ beginnt, logisch fort.

23.

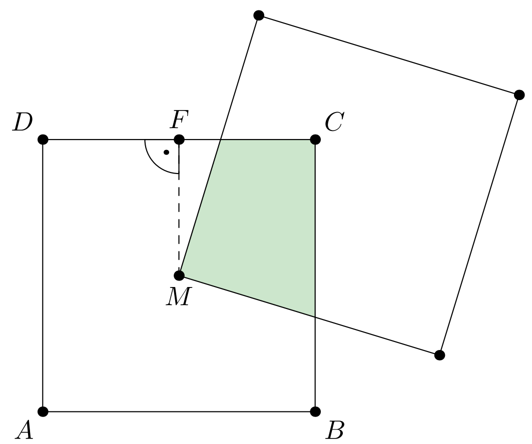


Die Vierecke $ABCD$ und $DBPQ$ sind jeweils Rechtecke.

(a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$ und $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$.

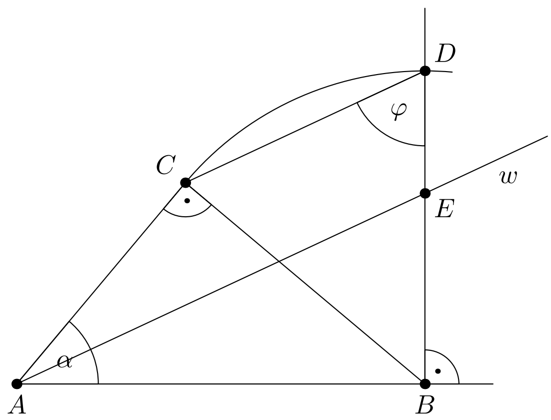
(b) Begründe: Das Rechteck $ABCD$ hat den gleichen Flächeninhalt wie das Rechteck $DBPQ$.

24.



Zwei gleiche Quadrate überlagern sich so, wie es die obige Darstellung zeigt.
Der Mittelpunkt des Quadrates $ABCD$ ist M. Welcher Bruchteil der Fläche des Quadrates $ABCD$ ist eingefärbt?
Hinweis: In der Figur ist eine Hilfslinie $[MF]$ gestrichelt eingezeichnet. Zeichne eine passende Hilfslinie $[ME]$ ein.

25.



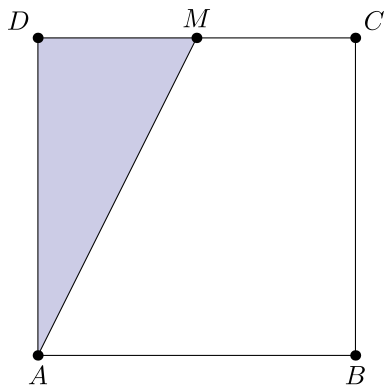
Der Punkt B ist der Mittelpunkt des Kreisbogens mit dem Radius $[BC]$. Die Halbgerade w halbiert den Winkel α.

(a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$ und $\alpha = 50°$.

(b) Berechne φ für $\alpha = 50°$.

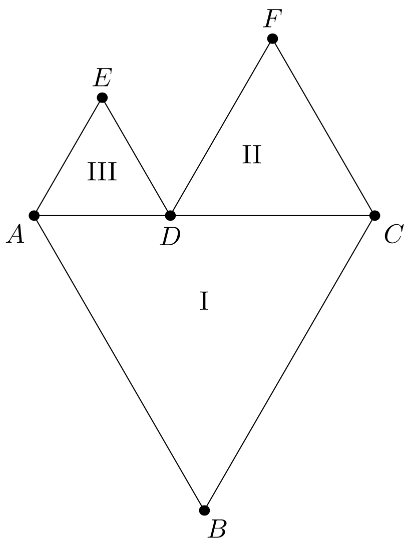
(c) Begründe: Die Strecke $[CD]$ und die Winkelhalbierende w sind parallel.

26.



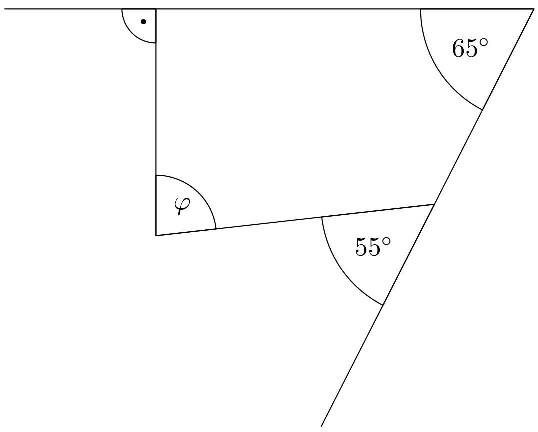
Das Viereck $ABCD$ ist ein Quadrat. Der Punkt M stellt den Mittelpunkt der Seite $[CD]$ dar.
Berechne den Umfang des Quadrates, wenn der Flächeninhalt des getönten Dreiecks AMD $9\,\text{cm}^2$ beträgt.

27.



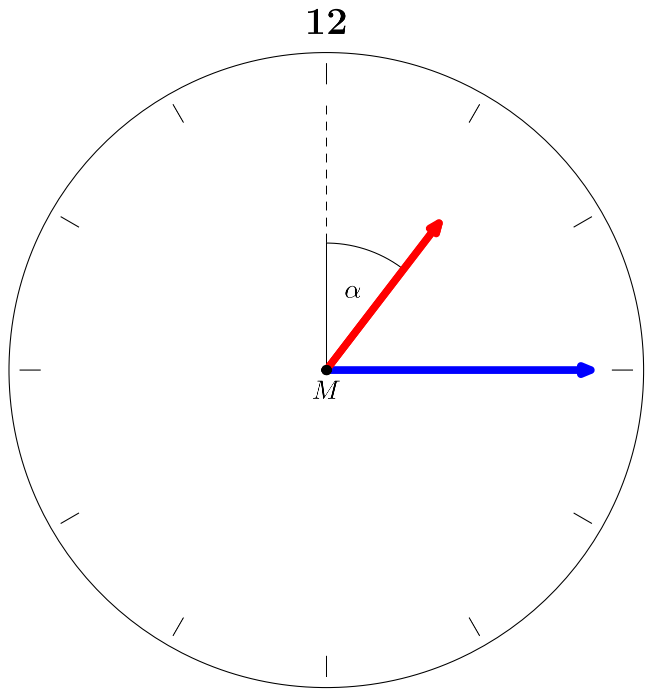
Die Figur setzt sich aus drei jeweils gleichseitigen Dreiecken zusammen.
Der Umfang u_{I} des Dreiecks ABC beträgt $16,8\,\mathrm{cm}$ und der Umfang u_{II} des Dreiecks DCF beträgt $14,1\,\mathrm{cm}$. Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht.
Berechne den Umfang u_{III} des Dreiecks ADE.

28.



Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht. Berechne das Winkelmaß φ.

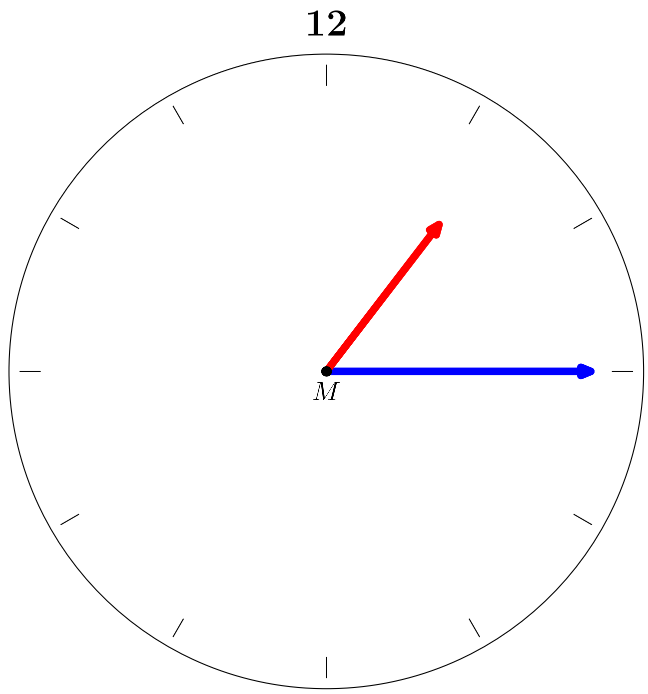
29. Idee: Toni Chehlarova



(a) Wie viel Uhr ist es?

(b) Berechne das Winkelmaß α .

30. Idee: Toni Chehlarova



Wie spät ist es, wenn sich der Minutenzeiger um 300° weitergedreht hat?

7 Achsenspiegelung

1. (a) Zeichne das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC mit $A(2 \mid 0$, $B(7 \mid 1)$ und $C(5 \mid 2)$ in ein Koordinatensystem.
   Platzbedarf: $-1 \leqq x \leqq 8$ und $-4 \leqq y \leqq 4$

   (b) Spiegelt man den Punkt B am Mittelpunkt M_1 der Strecke $[AC]$, so erhält man den Bildpunkt B'.
   Zeichne M_1 und B' ein und lies die Koordinaten von B' ab.

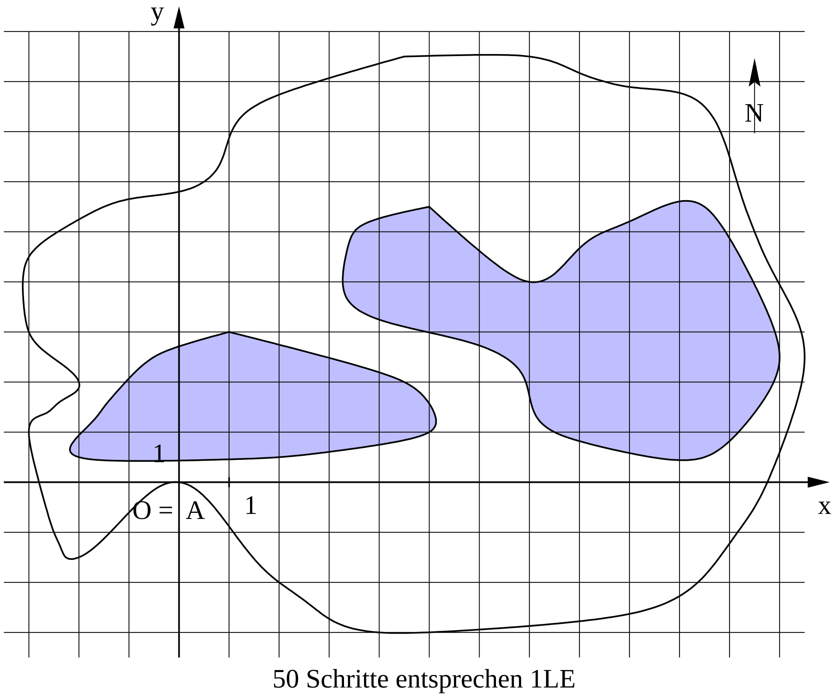
   (c) Spiegle den Punkt C am Mittelpunkt M_2 der Strecke AB (Spiegelbild C').

   (d) Lies die Koordinaten des Punktes M_2 ab und berechne die Koordinaten des Bildpunktes C' mit Pfeilen.

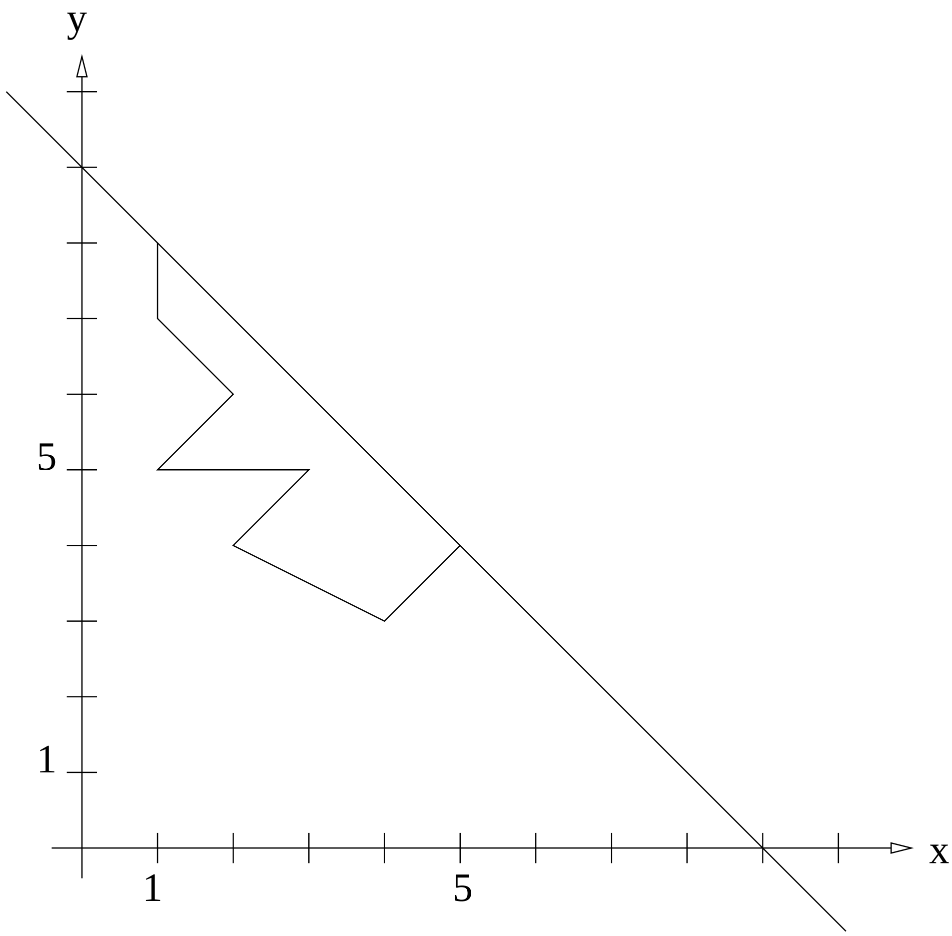
   (e) Zeichne die Strecken $[B'C]$, $[B'C']$ sowie $[C'B]$ ein und beweise durch Rechnung: Das Viereck $ABCB'$ ist ein Parallelogramm.

   (f) Entdeckst du in deiner Zeichnung eine Raute? Begründe deine Antwort.

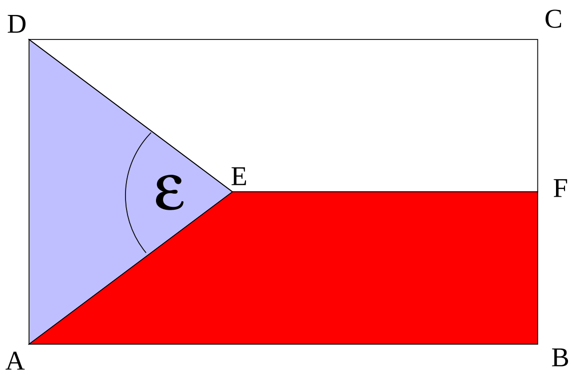
2. Ein alter Pirat hinterlässt seinem Sohn eine Schatzkarte (siehe Zeichnung unten) mit folgender Beschreibung:
   Fahre mit dem Schiff zur Insel „Mariucassa“ und lege am Ankerplatz A an. Gehe 250 Schritte nach Osten und anschließend 100 Schritte nach Norden. Du stehst dann direkt unter einer Kokospalme P. Gehe nun 150 Schritte nach Westen und nochmals 250 Schritte nach Norden. Jetzt erreichst du einen Wasserfall W. Gehe von hier 300 Schritte nach Osten und 50 Schritte nach Süden. Vor dir erhebt sich ein Affenbrotbaum, in dessen Schatten ich für dich eine Schatzkiste vergraben habe.
   Trage in die Landkarte die Stelle S ein, wo der Sohn nach dem Schatz graben muss und berechne ihre Koordianten auf deinem Schulaufgabenblatt.



3. Ergänze die Figur zu einer achsensysmmetrischen Figur mit der Geraden g als Symmetrieachse!



4. Das ist ein Bild der Nationalflagge der Tschechischen Republik.



Es gilt: $\overline{AB} = 9\,\text{cm}$ und $\overline{AD} = \overline{EF} = 6\,\text{cm}$. Der Winkel mit dem Maß ε ist zusätzlich eingezeichnet.

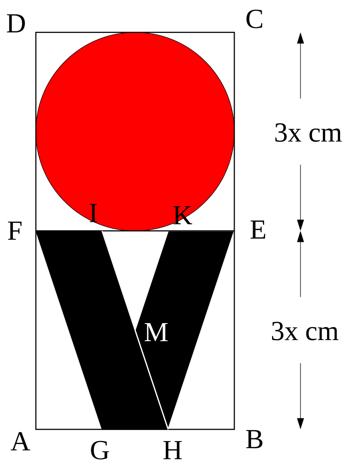
(a) Zeichne die Figur so, dass über dem Rechteck $ABCD$ noch $4\,\text{cm}$ Platz bleibt.

(b) Ermittle sowohl den Flächenanteil des Dreiecks AED als auch den des Vierecks $DEFC$ am Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$.
Hinweis: Mache in einer Zeichnung deutlich, wie oft das Dreieck AED in das Rechteck $ABCD$ hinein passt.

(c) Wie ändert sich der Flächenanteil des Dreiecks AED an dem des Rechtecks $ABCD$, wenn bei sonst unveränderten Bedingungen das Winkelmaß ε kleiner wird? Begründe deine Antwort.

(d) Spiegle die Figur an der Achse AE.

5. Das ist ein Bild des Logos der Firma MARABU, die Farben herstellt.



Die Figur setzt sich aus zwei Quadraten zusammen.
Die Strecken $[AG], [GH], [HB], [FI], [IK]$ und $[KE]$ sind alle gleich lang.

(a) Zeichne die Figur für $x = 1,5$.

(b) Der Mathematiklehrer G. Rade gibt den Auftrag: „Zeichnet von denjenigen Teilfiguren des Logos, die symmetrisch aufgebaut sind, alle Symmetrieachsen ein.“
Da meldet sich Maria: „Das geht in einem Fall gar nicht.“

(c) Im unteren Quadrat ist eine V-förmige Figur zu sehen, die sich aus einem Parallelogramm und einem Trapez zusammensetzt.
Ermittle den Anteil dieser Figur an der Gesamtfläche des Logos als Bruch. **Hinweis:** Zerlege das Quadrat $ABEF$ in lauter gleiche Dreiecke vom Typ MKI.

6. Gegeben ist ein Quadrat $ABCD$ durch $A(-1 \mid 1)$, $B(2 \mid 0)$, $C(3 \mid 3)$ und $D(0 \mid 4)$.
Dieses Quadrat wird an einer Achse s so gespiegelt, dass das Spiegelbild B' des Punktes B die Koordinaten $(0 \mid 2)$ besitzt.

(a) Zeichne das Quadrat$ABCD$ und den Punkt B' in ein Koordinatensystem.
Platzbedarf: $-2 \leqq x \leqq 5$ und $-2 \leqq y \leqq 5$.

(b) Konstruiere die Spiegelachse s mit dem Zirkel.
Zeichne das Bildquadrat $A'B'C'D'$ ein.
[Teilergebnis: $A'(1 \mid -1)$]

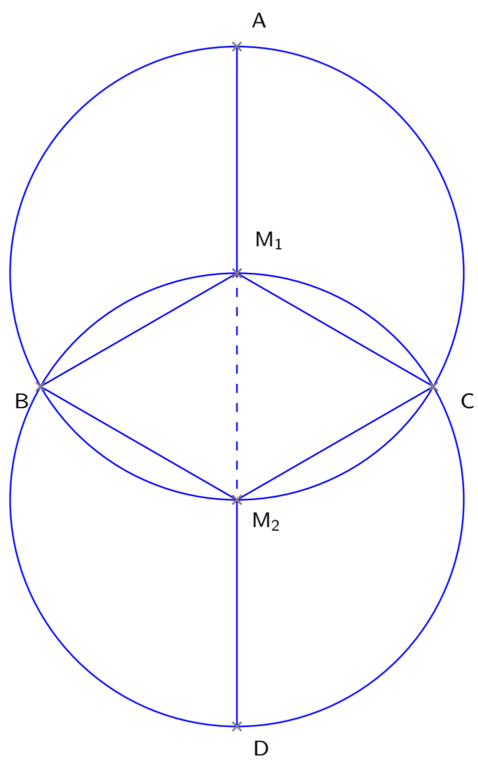
(c) Es gilt $[AB] \cap [A'B'] = S$. Zeichne den Punkt S ein.
Begründe: Der Punkt $S(0,5 \mid 0,5)$ liegt auf der Spiegelachse.

(d) Es gilt: $\psi \approx 53,13°$.
Berechne das Maß φ des Winkels BSB' auf zwei Stellen nach dem Komma.

(e) Welchen besonderen Namen würdest du dem Viereck $SBCB'$ geben?
Nenne zwei besondere Eigenschaften dieses Vierecks.

(f) Begründe: Die Dreiecke $B'CD$ und $BD'C$ haben jeweils gleich lange Seiten.
Wie nennt man Dreiecke mit dieser Eigenschaft?

7.



(a) Zeichne die dargestellte Figur für $\overline{M_1M_2} = 3$ cm auf dein Blatt.

(b) Zeichne farbig alle Symmetrieachsen in deine Figur ein.

(c) Welchen besonderen Namen kannst du dem Viereck M_2CM_1B geben. Begründe deine Antwort.

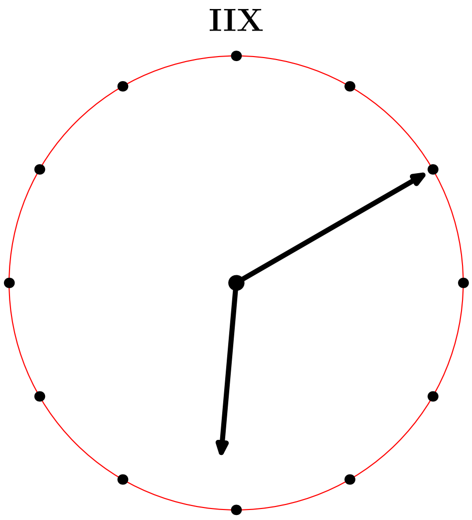
(d) Begründe ohne Messung: Das Maß eines Innenwinkels im Viereck M_2CM_1B beträgt 60°.

(e) Bestimme die Maße der restlichen Innenwinkel des Vierecks M_2CM_1B ohne Messung. Begründe jeweils deine Ergebnisse.

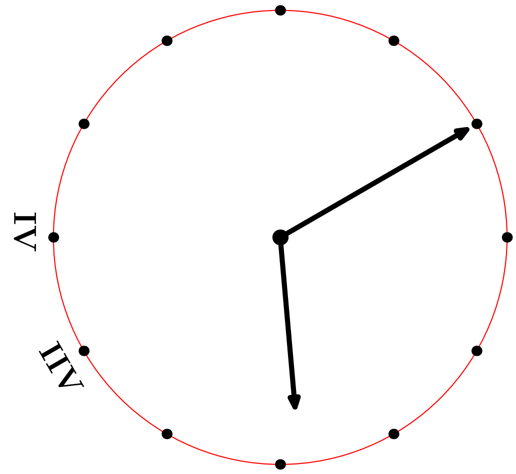
(f) Zeichne das Viereck $BDCA$ ein. Wie oft passt das Viereck M_2CM_1B in das Viereck $BDCA$? Begründe deine Antwort.

8.

Figur a)

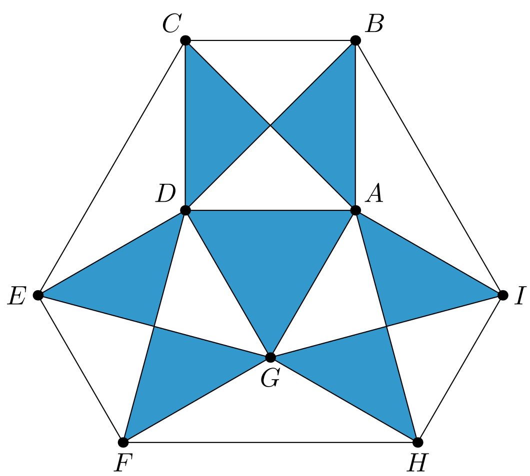


Figur b)



Wie spät ist es jeweils auf den beiden Uhren?

9.



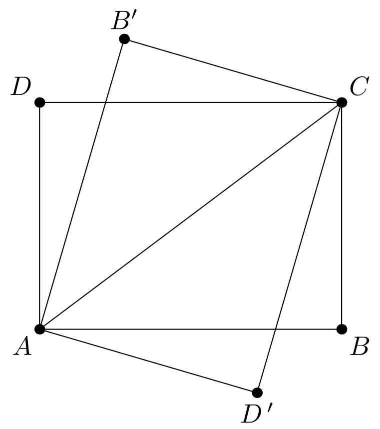
Das ist das Logo einer japanischen Firma, die Speichermedien herstellt.

(a) Zeichne die Figur für $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$. Beginne mit dem gleichseitigen Dreieck im Zentrum.

(b) Zeichne die Symmetrieachsen ein.

(c) Wie viele Dreiecke sind zusätzlich durch das Einzeichnen der Symmetrieachsen entstanden?

10.



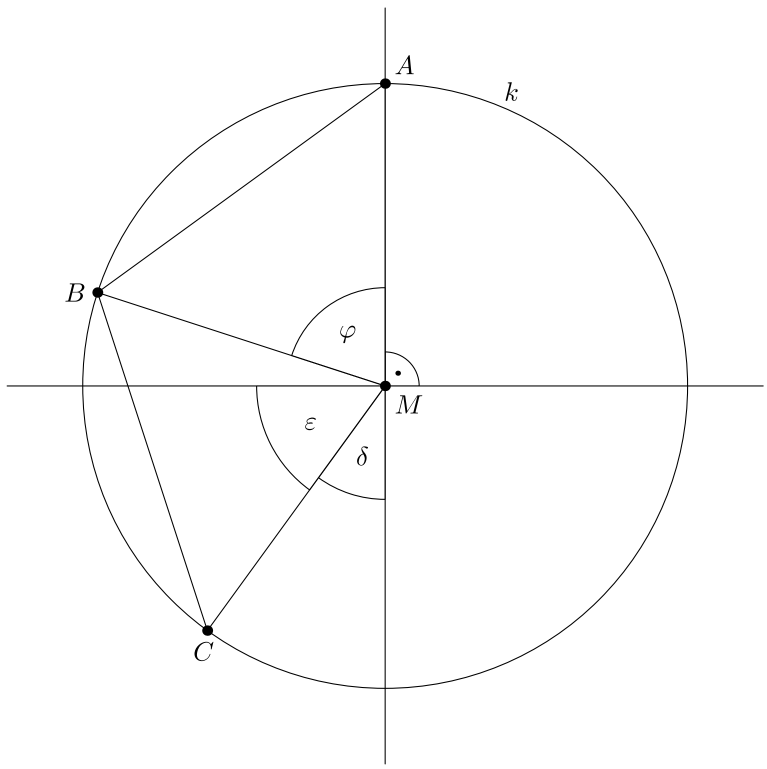
Die Punkte B und D des Rechtecks $ABCD$ wurden an dessen Diagonale $[AC]$ gespiegelt. Dadurch ist das Viereck $AD'CB'$ entstanden.

(a) Zeichne die Figur für $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ und $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$.

(b) Begründe:

- Das Rechteck $ABCD$ und das Viereck $AD'CB'$ haben den gleichen Flächeninhalt.
- Das Viereck $ABCB'$ ist ein Drachenviereck.

11.



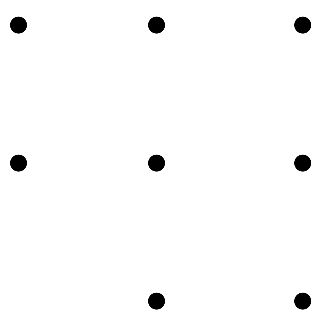
Die Eckpunkte des regelmäßigen Fünfecks $ABCDE$ liegen alle auf der Kreislinie k mit dem Mittelpunkt M.

(a) Ergänze die Figur entsprechend.

(b) Begründe:

- $\varphi = 72°$
- $\varepsilon = 54°$
- $\delta = 36°$.

12.



Wie viele Quadrate kannst du erzeugen, wenn du Punkte im Gitter durch Strecken verbindest?
Aus: Känguru der Mathematik 2008, Gruppe Kadett, Österreich 31.03.2008