SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit TEX

Neue Aufgaben (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

1. Mai 2010

Inhaltsverzeichnis

1 Januar 2010

1. (a) Bei einer normalen Bodenwaage wirkt der Schwerkraft eines Körpers die Bodendruckkraft entgegen, die im Spaceshuttle fehlt.
   (b) Dieses Gerät, in dem die Astronautin festgeschnallt ist, stellt zusammen mit der Feder ein harmonisches Federpendel dar, dessen Masse die Summe aus Astronautenmasse und Gestellmasse ist.

   (c) Unter den Bedingungen der Mikrogravitation („Schwerelosigkeit") spielt die Orientierung (horizontal) keine Rolle – alle Raumrichtungen sind im Gegensatz zu einem Experiment auf der Erdoberfläche gleichberechtigt.
   (d) Wenn sich die Astronautin nicht festschnallt, besteht keine Verbindung zwischen Gestell und Astronautin und bereits die kleinsten Kräfte führen dazu, dass sie aus dem Gestell wegbeschleunigt wird und damit keine Messung möglich ist.
   (e) Für ein Federpendel gilt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow D = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$
   Setzt man die Periodendauer von 0,5s und die Masse von 100 kg für Gestell plus Astronautenmasse an, so ergibt sich $16 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$

2. (a) $F_{ges} = 2,0kN$; $a = 5,7\frac{m}{s^2}$
   (b) $E_{pot1} = 48kJ$
   (c) $E_{pot,Tonne} \downarrow$, $E_{pot,Dachdecker} \uparrow$,$E_{kin,Tonne} \uparrow$, $E_{kin,Dachdecker} \uparrow$,
   (d) $E_{pot2} = 13kJ$
   (e) $v = 14\frac{m}{s}$

3. (a) $F_{ges} = 0,49kN$; $a = 4,9\frac{m}{s^2}$
   (b) $E_{pot,Tonne} = 4,4kJ$, $E_{pot,Dachdecker} = 13kJ$
   (c) $E_{kin1} = 13kJ - 4,4kJ = 8,6kJ$; $v = 13\frac{m}{s}$
   (d) $E_{kin2} = 19\frac{m}{s}$

4.

5. In ca. 35 cm Höhe ist E_{kin} maximal, sie beträgt etwa $1,2kJ$. Das sind ca. 84% der Gesamtenergie.

6. Die Geschwindigkeit beträgt in etwa $8\frac{m}{s}$. Die kinetische Energie beträgt in etwa $1,1kJ$

7.

8. (a) Die verrichtete Arbeit ist $3,8kJ$.
   (b) Der Zuwachs an Höhenenergie ist ebenfalls $3,8kJ$.

9. Naturgesetzte können prinzipiell nicht bewiesen werden. Sie sind ,,Erfindungen" von Menschen, mit deren Hilfe Vorhersagen möglich werden. An der Gültigkeit der Vorhersagen von Naturgesetzen werden diese gemessen.
   Oder:
   Auf der Basis von Naturgesetzen werden Vorhersagen getroffen, die in Experimenten überprüft werden können. Erfolgt eine Bestätigung der Vorhersage, steigt das Vertrauen in das Naturgesetz.

10. (a) Auf dem Schirm zeigen sich Interferenzmuster, wie sie von Einzel- und Doppelspalten bekannt sind. Das Muster kommt durch Gangunterschiede zustande. Die zu beobachtenden Maxima sind Orte konstruktiver Interferenz.
    (b) Aus der Messung ergeben sich für g folgende Werte: $1,631\mu m$, $1,632\mu m$, $1,632\mu m$, $1,619\mu m$ und $1,622\mu m$, was im Toleranzbereich liegt. Fehlerquellen: Längenmessung
    (c) Ein Teil des Lichtes von der Quelle dringt in die CD ein und wird an der hinteren Seite reflektiert. Dieser Teil liegt eine längere Strecke zurück als der direkt reflektierte Strahl. Unter Berücksichtigung der anderen Ausbreitungsgeschwindigkeit im Kunststoff ergibt sich ein bestimmter effektiver Wegunterschied Δx. Wenn Δx ein Vielfaches von λ ist, kommt es zu konstruktiver Interferenz und es ist unter einem bestimmten Winkel bei einer bestimmten Dicke ein Maximum zu erkennen.

       Mögliche Gründe:

       Bei der beschriebenen Interferenz gibt es nur eine Richtung, unter der die reflektierte Welle erscheint, während beim Experiment in mehrere Richtungen Abstrahlung erfolgt, die auch noch symmetrisch liegen.

11. **Anmerkung:** Für die Bearbeitung der Aufgabe ist eine CD notwendig, die im Licht einer Glühlampe beobachtet weden muss.
    (a) Die Farben ergeben sich aus der Spektralzerlegung des ,,weißen" Lichtes. Blau wird weniger abgelenkt als Rot.
    (b) Die Wellenlängen $579,0nm$ und $579,1nm$ lassen sich nicht getrennt wahrnehmen. Die Wellenlängen $407,7nm$ und $435,8nm$ liegen im UV-Bereich und sind mit dem Auge nicht erkennbar.

       Der Hauptunterschiedzwischen den Spektren der Glühlampe und dem Spektrum der Hg-Lampe liegt darin, dass die Glühlampe kontinuierlich abstrahlt und damit im Gegensatz zum diskreten Spektrum der Hg-Lampe ein kontinuierliches Spektrum liefert.

(c) Z. B.

Leuchtstoffröhren liefen kontinuierliches Spektrum, beim dem verschiedene Linien eine deutlich erhöhte Intensität aufweisen.

Energiesparlampen haben mehrere breite Linien im Spektrum.

12. Z. B. Elektronenbeugungsröhre mit polymorphem Graphit.

13. (a) $t = 16,7min$

(b) $^{18}F \rightarrow ^{18}O + e^{+} + \nu$

$p^{+} \rightarrow n + e^{+} + \nu$

maximale kinetische Energie $E = [m_A(^{18}F) - m_A(^{18}O) - 2m(e)] \cdot c^2$

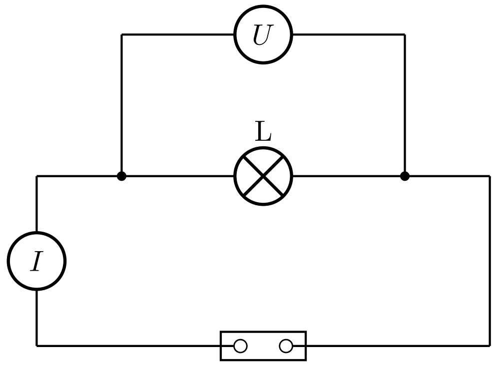
Die meisten Positronen haben eine geringere Energie, da das Neutrino einen Teil der beim Prozess frei werdenden Energie erhält.

(c) Die beiden Gammaquanten müssen sich aufgrund des Impulserhaltungssatzes (Anfangsimpuls von Elektronen und Positron ist nahezu Null) in entgegengesetzte Richtungen und mit gleicher Energie ausbreiten.

Berechnung der Energie: Jedem Gammaquant steht die Ruheenergie $E = Mc^2$ des zerstrahlten Elektrons bzw. Positrons zur Verfügung. Daraus folgt $E = 511keV$.

2 August 2009

1. (a) Schaltskizze:

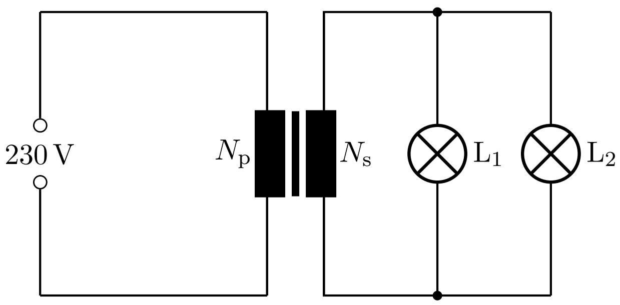


   (b) $R = \frac{3{,}2\,\mathrm{V}}{0{,}24\,\mathrm{A}} = 15\,\Omega$

2. $6{,}0\,\mathrm{V} \cdot I_\mathrm{p} = 2 \cdot R \cdot \left(\frac{I_\mathrm{p}}{20}\right)^2 + 3{,}8\,\mathrm{W} \quad \Rightarrow \quad I_\mathrm{p} = 0{,}65\,\mathrm{A}; 98\%$

3. (a) Wechselspannung, sonst ergibt sich kein dauerhaftes sich änderndes Magnetfeld, welches sowohl die Primär– als auch die Sekundärspule durchsetzt.

   (b) Skizze:



   (c) $\frac{U_\mathrm{s}}{U_\mathrm{p}} = \frac{230}{24}$; $N_\mathrm{s} = 230, N_\mathrm{p} = 24$.

   (d) $U_\mathrm{p}\, I_\mathrm{p} \cdot 0{,}90 = 2 \cdot 12\,\mathrm{W} \quad \Rightarrow \quad I_\mathrm{p} = \dfrac{2 \cdot 12\,\mathrm{W}}{0{,}90 \cdot 230\,\mathrm{V}} = 1{,}2\,\mathrm{A}, P_\mathrm{p} = 27\,\mathrm{W}, I_\mathrm{s} = 1{,}0\,\mathrm{A}$

4. (a) Q negativ, P positiv. Begründung mit Lorentzkraft.

(b) Magnetischer Fluss:

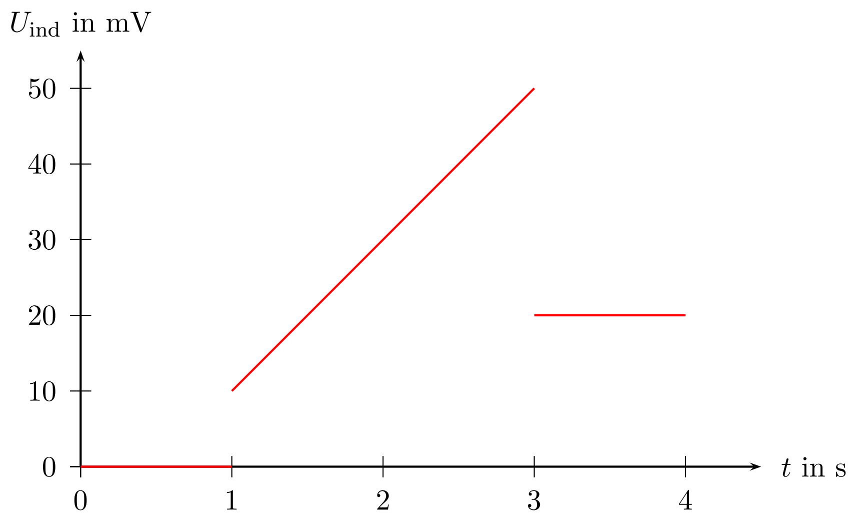
$$|\Phi(t)| = \begin{cases} 0, & \text{falls} \quad 0 \leqq t < 1\,\mathrm{s} \\ a\ (v\,t - 0{,}020\,\mathrm{m}) \cdot 0{,}25\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}} \cdot t, & \text{falls} \quad 1\,\mathrm{s} \leqq t < 3\,\mathrm{s} \\ a^2 \cdot 0{,}25\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}} \cdot t, & \text{falls} \quad 3\,\mathrm{s} \leqq t \end{cases}$$

Induzierte Spannung:

$$|U_{\mathrm{ind}}(t)| = \left|N\,\dot{\Phi}(t)\right| = \begin{cases} 0, & \text{falls} \quad 0 \leqq t < 1\,\mathrm{s} \\ N\ \left(2\,a\,v \cdot 0{,}25\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}} \cdot t - a \cdot 0{,}020\,\mathrm{m} \cdot 0{,}25\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}\right), & \text{falls} \quad 1\,\mathrm{s} \leqq t < 3\,\mathrm{s} \\ N\,a^2 \cdot 0{,}25\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}, & \text{falls} \quad 3\,\mathrm{s} \leqq t \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{falls} \quad 0 \leqq t < 1\,\mathrm{s} \\ 20\,\mathrm{mV} \cdot t - 10\mathrm{mV}, & \text{falls} \quad 1\,\mathrm{s} \leqq t < 3\,\mathrm{s} \\ 20\,\mathrm{mV}, & \text{falls} \quad 3\,\mathrm{s} \leqq t \end{cases}$$

t–U_{ind}–Diagramm:



(c) $50 \cdot 4\,B\,\dfrac{U_{\mathrm{ind}}}{R}\,a = m\,\ddot{x} \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = \dfrac{50 \cdot 4\,a\,B\,(4{,}0\,\mathrm{s})\ U_{\mathrm{ind}}\,(4{,}0\,\mathrm{s})}{R\,m} = 2{,}7 \cdot 10^{-2}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

5. Amplitude: 4,5 V, Periode: 20 ms, Periode: $f = \frac{1}{20\,\mathrm{ms}} = 50\,\mathrm{Hz}$.

6.

7. (a) Vervollständige die nachstehende Tabelle:

Feld– nummer	Körner auf Feld als Zahl	als 2–er Potenz	Körner auf Brett Zahl	mit einer 2–er Potenz geschrieben
1	1	2^0	1	$2^1 - 1$
2	2	2^1	3	$2^2 - 1$
3	4	2^2	7	$2^3 - 1$
4	8	2^3	15	$2^4 - 1$
5	16	2^4	31	$2^5 - 1$
6	32	2^5	63	$2^6 - 1$
...	...	...	...	...
63		2^{62}		$2^{63} - 1$
64		2^{63}		$2^{64} - 1$

(b) Es befinden sich $2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$ Reiskörner auf dem Schachbrett.

Diese haben eine Masse von etwa $m = 922\,337\,203\,685\,477\,\mathrm{kg}$.

Sie nehmen ein Volumen von $V = \frac{m}{\varrho} = \frac{922\,337\,203\,685\,477\,\mathrm{kg}}{1{,}39 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} \approx 663\,551\,945\,097\,\mathrm{m}^3$

Dafür brauchen wir $\frac{663\,551\,945\,097\,\mathrm{m}^3}{105\,\mathrm{m}^3} = 6\,319\,542\,334$ Waggons.

Diese haben eine Länge von $6\,319\,542\,334 \cdot 16{,}52\,\mathrm{m} \approx 104\,398\,839\,\mathrm{km}$.

In Worten: Etwa 104 Millionen Kilometer!

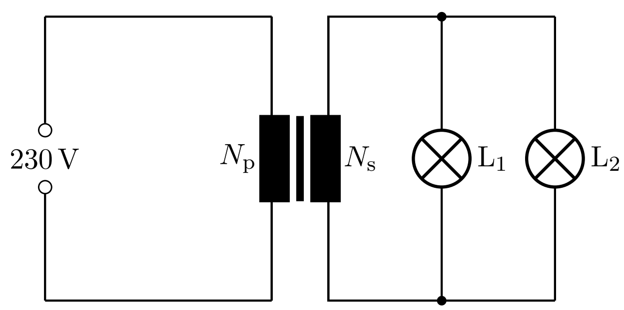
(c) Am Bahnübergang muss man $\frac{104\,398\,839\,\mathrm{km}}{100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} \approx 1\,043\,988\,\mathrm{h} \approx 119\,\mathrm{a}$ warten.

Hinweis: Die Ergebnisse wurden mit einem Computeralgebra–System über alle Maßen genau berechnet. Selbstverständlich können die Ergebnisse auch unter Verwendung von 10–er–Potenzen formuliert werden.

8. $6{,}0\,\mathrm{V} \cdot I_\mathrm{p} = 2 \cdot R \cdot \left(\frac{I_\mathrm{p}}{20}\right)^2 + 3{,}8\,\mathrm{W} \quad \Rightarrow \quad I_\mathrm{p} = 0{,}65\,\mathrm{A}; 98\%$

9. (a) Wechselspannung, sonst ergibt sich kein dauerhaftes sich änderndes Magnetfeld, welches sowohl die Primär– als auch die Sekundärspule durchsetzt.

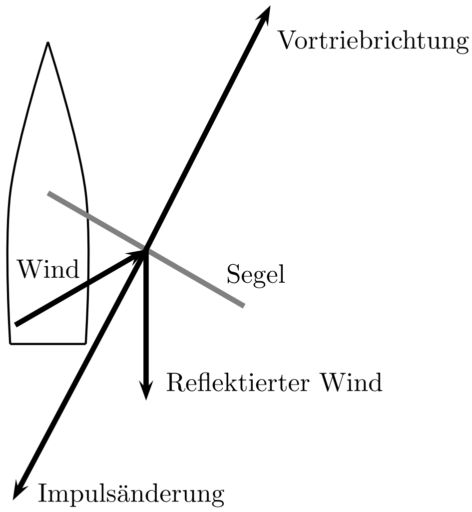
(b) Skizze:



(c) $\frac{U_\mathrm{s}}{U_\mathrm{p}} = \frac{230}{24}$; $N_\mathrm{s} = 230, N_\mathrm{p} = 24$.

(d) $U_\mathrm{p}\, I_\mathrm{p} \cdot 0{,}90 = 2 \cdot 12\,\mathrm{W} \quad \Rightarrow \quad I_\mathrm{p} = \dfrac{2 \cdot 12\,\mathrm{W}}{0{,}90 \cdot 230\,\mathrm{V}} = 1{,}2\,\mathrm{A}, P_\mathrm{p} = 27\,\mathrm{W}, I_\mathrm{s} = 1{,}0\,\mathrm{A}$

10. Wegen der idealisierenden Annahme des ebenen Segels wird der Wind nach dem Reflexionsgesetz reflektiert. Durch die Reflexion erhalten wir eine Impulsänderung, die eine Kraft bewirkt. Wegen actio gegengleich reactio erhalten wir die angegebene Vortriebrichtung. Die Vortriebrichtung steht somit immer senkrecht auf dem Segel.



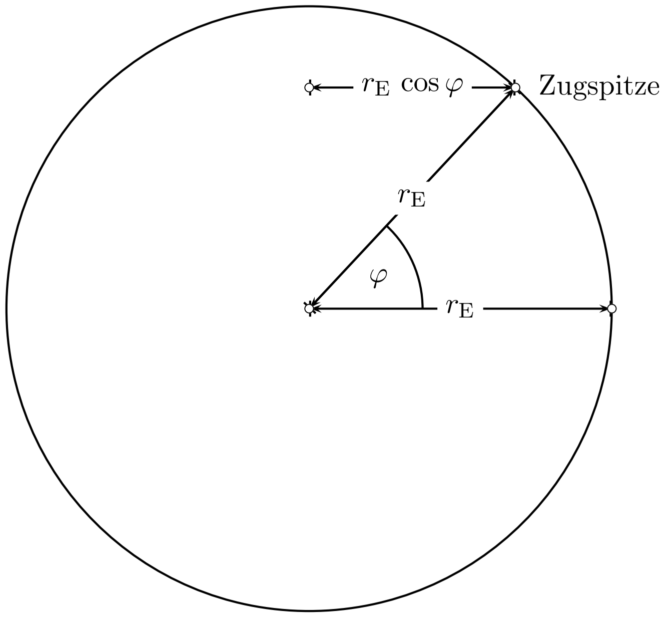
11.

12. $T_{\mathrm{Mars}} = \sqrt{1{,}52^3}\,\mathrm{a} \approx 1{,}87\,\mathrm{a}$

13. Der Betrag der Geschwindigkeit ist zwar konstant, aber die ihre Richtung ändert sich fortwährend.

14. (a) $\dfrac{2\,\pi\,r_{\mathrm{E}}}{24\,\mathrm{h}} = 1{,}7 \cdot 10^3\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

    (b) $\dfrac{2\,\pi\,r_{\mathrm{E}} \cos 47^\circ 25' 20''}{24\,\mathrm{h}} = 1{,}5 \cdot 10^3\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$



15. (a) $^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + 17{,}589\,49\,\mathrm{MeV}$
    (b) $^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + 3{,}268\,939\,\mathrm{MeV}$
    (c) $^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{p} + 4{,}032\,940\,\mathrm{MeV}$
    (d) $^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{p} + 18{,}353\,25\,\mathrm{MeV}$

16. (a) $12{,}0\,\mathrm{eV}$
    (b) $2{,}18 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$
    (c) $3{,}85 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$
    (d) $714\,\mathrm{nm}$
    (e) $1{,}95\,\mathrm{eV}$
    (f) $\lambda = 151\,\mathrm{nm};\ f = 2{,}0 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}$

17.

3 Juni 2009

1. (a) Relativitätsprinzip: In Bezugssystemen, die sich mit konstanter Geschwindigkeit zueinander bewegen, gelten die physikalischen Gesetze in gleicher Weise.

   Konstanz der Lichtgeschwindigkeit: Licht breitet sich im Vakuum unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle mit der gleichen Geschwindigkeit aus.

   (b) Längenkontraktion: Je schneller sich ein Körper relativ zu einem anderen bewegt, desto kürzer erscheint er.

   Zeitdilatation: Je schneller sich ein Körper relativ zu einem anderen bewegt, desto langsamer vergeht die Zeit.

2. (a) Aufgrund der relativen Geschwindigkeit vergehen die Zeitabläufe im Raumschiff langsamer.

   (b) Der auf der Erde gebliebene Zwilling ist um viele Jahre mehr gealtert. Aufgrund der Beschleunigungsphase des Raumschiffs wechselt der Raumfahrer das Bezugssystem, so dass der Zeitunterschied erhalten bleibt.

3. $m' = k \cdot m = \frac{1}{\sqrt{1-0,95^2}} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} kg = 5,3 \cdot 10^{-27} kg$

4. (a) $1,25 \cdot 10^{36}$

   (b) $F = 9 \cdot 10^9 N$; um eine Gewichtskraft mit gleicher Stärke zu erhalten benötigt man eine Masse von $10^9 kg$, etwas der Masse von einer Million PKWs.

   (c) Gemeinsamkeiten:

   - wirkt ohne mechanischen Kontakt und materielles Medium
   - zwei Wechselwirkungspartner (Ladung/Masse)
   - Kraftrichtung parallel zur Verbindungsrichtung der Quellen
   - Superpositionsprinzip
   - Abstandsgesetz $\frac{1}{r^2}$

   Unterschiede:

	Coulombkraft	Graviationskraft
Ursache	zwei Ladungen	zwei Massen
Kraftrichtung	Anziehung und Abstoßung	nur Anziehung
Stärke	groß	klein
Abschirmbarkeit	ja	nein
Bedeutung	Zusammenhalt der Atome, Moleküle, Kristalle	Zusammenhalt des Makrokosmos

5. $F = 230N$, entspricht der Gewichtskraft einer Masse $23kg$, (z. B. $23l$ Wasser, Schäferhund, Kleinkind). Dies ist in Anbetracht der kleinen Protonenmasse sehr groß.

6. 3

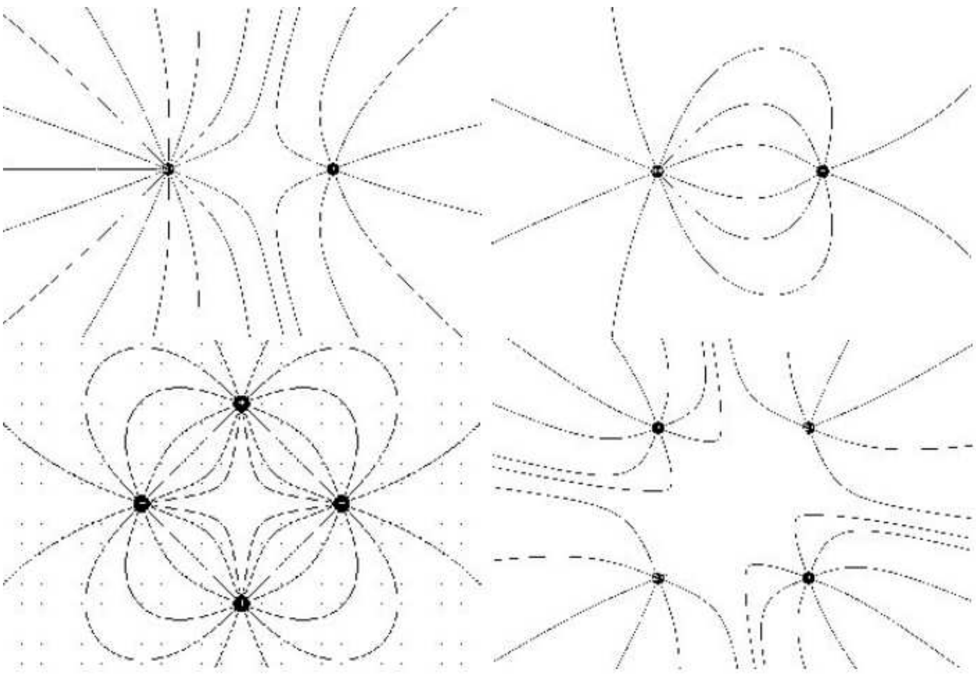
7. $E \approx 2 \cdot 10^7 \frac{V}{m}$, die Feldstärke ist größer als bei einem Blitz; die Durchschlagfeldstärke der Membran ist sehr hoch

8.

9. Oberfläche $=$ 2$\cdot$ Fläche des Kammes $\approx 2 \cdot (15cm \cdot 2,5cm) \approx 10^{-2}m^2 \Rightarrow \sigma = 10^{-5}\frac{C}{m^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 6 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$

   Der Wert ist plausibel, denn in der Nähe eines geladenen Kammes knistert es, d. h. die Durchschlagsfeldstärke von Luft wird überschritten.

10. .



11. (a) Q_3 liegt in der Symmetrieebene von Q_1 und Q_2 mit Abstand r zum Koordinatenursprung $\Rightarrow$

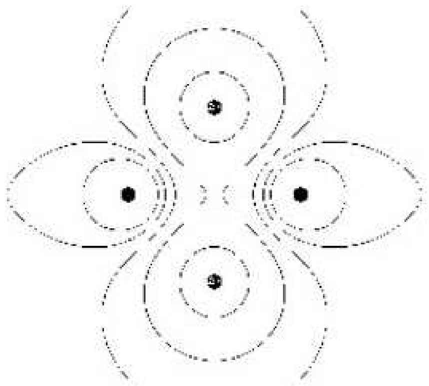
$F_a = \frac{2r}{0{,}03m} \cdot \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\varepsilon_0 \cdot ((0{,}03m)^2 + r^2)} = 6 \cdot 10^{-7} Nm \frac{r}{(0{,}03m)^2 + r^2}$

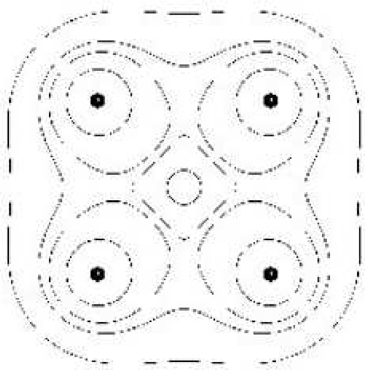
(b) 1. Fall: $-0{,}03m < x < 0{,}03m \Rightarrow F_b = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{(0{,}03m+x)^2} - \frac{1}{(0{,}03m-x)^2}) = -5{,}4 \cdot 10^{-10} Nm^3 \frac{x}{((0{,}03m)^2 - x^2)^2}$

2. Fall: $0{,}03m < x \Rightarrow F_b = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{(0{,}03m+x)^2} + \frac{1}{(0{,}03m-x)^2}) = 1{,}8 \cdot 10^{-8} Nm^2 \frac{(0{,}03m)^2 + x^2)}{((0{,}03m)^2 - x^2)^2}$

3. Fall: $0{,}03m < x \Rightarrow F_b = -\frac{Q_1 Q_3}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{(0{,}03m+x)^2} - \frac{1}{(0{,}03m-x)^2}) = -1{,}8 \cdot 10^{-8} Nm^2 \frac{(0{,}03m)^2 + x^2)}{((0{,}03m)^2 - x^2)^2}$

12. .





13. $m = 1{,}86 \cdot 10^{-9kg}$

14. Magnetfeld in der linken Spule in die Zeichenebene

(a) $R \uparrow \Rightarrow I \downarrow$, d. h. Magnetfeld erniedrigt sich in der rechten Schleife. Der Induktionsstrom in der rechten Schleife ist parallel zum bestehenden Magnetfeld, um der Abnahme entgegenzuwirken. Der Strom fließt im Uhrzeigersinn.

(b) $R \downarrow \Rightarrow I \uparrow$, d. h. Magnetfeld ernöht sich in der rechten Schleife. Der Induktionsstrom in der rechten Schleife ist entgegengesetzt zum bestehenden Magnetfeld, um der Zunahme entgegenzuwirken. Der Strom fließt gegen den Uhrzeigersinn.

4 Grundlagen, Juli 2008

1. (a) Von Bedeutung sind giftig, Halbwertszeit, ausscheidbar, nachweisbar
   (b) geeignet: B und D
   nicht geeignet: A, weil Reichweite zu klein und C, weil Halbwertszeit zu lang
   (c) Vorteile, z. B. gute Abbildung innerer Organe möglich, Einsatz zur Krebsbekämpfung
   Gefahren, z. B. Schädigung von gesundem Gewebe durch Strahlenbelastung von Patienten und von medizischem Personal

2. (a) Es ist möglich, einer Person hinterherzuspringen und sie im freien Fall einzuholen. Man braucht aber hohe Athletik oder eine gute Ausbildung, um den freien Fall derart als Skysurfing zu steuern.
   (b) Eine saubere und stabile Freifallhaltung kann man in der Regel nicht ohne umfangreiches Training erlangen. Kämpfe in der Luft, Freifallformationen und zielgerichtetes Skysurfing sind ohne Training nicht möglich.
   (c) Wird der Schirm geöffnet, so tritt eine Bremsbeschleunigung in Höhe von durchschnittlich $20\frac{m}{s^2}$ auf, was fast dem Dreifachen bei einer Vollbremsung im Auto entspricht. Bereits im Auto kann man nur durch einen Sicherheitsgurt gehalten werden. Deshalb ist ein Festhalten mit reiner Muskelkraft unmöglich.
   (d) Ein Fallschirmspringer wird durch das Öffnen des Schirms nicht wieder nach oben gezogen. In der Filmaufnahme entsteht der Eindruck dadurch, dass der gefilmte Springer (James Bond) stark abgebremst wird, während der Kameramann mit gleich bleibender Geschwindigkeit $v = 200\frac{km}{h}$ weiter fällt.
   (e) Bei einem Sprung aus $4.000m$ Höhe dauert der freie Fall etwas mehr als 60 Sekunden. Die Filmsezene ist somit aus Aufnahmen mehrerer Sprünge zusammengeschnitten worden. Ein mehrminütiger Fall wäre nur aus einer derart großen Absprunghöhe möglich, dass die Springer einen aufwendigen Kälteschutz und eine Sauerstoffversorgung benötigten.

3. (a) Der Kraftmesser zeigt die Gewichtskraft auf das Metallstück (und den Faden) an, die Waage die Masse des gefüllten Zylinders.
   (b) Nach dem Eintauchen wird die angezeigte Kraft aufgrund der Auftriebskraft verringert. Der Auftrieb bewirkt andererseits eine Erhöhung der Anzeige der Waage.

4. (a) Bernd soll näher zum Mittelpunkt der Wippe rutschen, dann kann er mit Clara wippen. Bernd ist schwerer als Clara. Bei geeigneten Abständen der Kinder zum Drehpunkt ist die Wippe dennoch im Gleichgewicht. Durch Störung des Gleichgewichtes können die Kinder wippen. Das ist möglich durch Abstoßen (zusätzliche Kraft) oder durch Verlagerung der Schwerpunkte (Änderung der Abstände zum Drehpunkt).

   (b) Beim ersten Mal ist das Zerbrechen ohne großen Kraftaufwand durchzuführen. Die zwei entstandenen kürzeren Stücke sind nur mit einem deutlich höheren Kraftaufwand zu zerbrechen. Das Streichholz kann in diesem Fall als ein zweiseitiger Hebel angesehen werden. Beim ersten Bruch sind die beiden Hebelarme noch länger (geringerer Kraftaufwand). Beim Zerbrechen der kurzen Stücke sind die Hebelarme kürzer (größerer Kraftaufwand).

5. (a) Durch das Schütteln der Lampe wird eine Änderung des Magnetfeldes innerhalb der Spule hervorgerufen und dadurch eine Spannung induziert.

   (b) Z. B. einen Magent an eine Feder hängen, und zu Schwingung anregen. Der Magent pendelt dann in eine Spule hinein und heraus und indiziert dort eine Spannung, die mit einem Voltmeter nachgewiesen werden kann.

   (c) Für einen fünfminütigen Dauerbetrieb ist ein Energiespeicher (Akkumulator oder Kondensator) notwendig. Dieser kann nur durch Gleichstrom geladen werden. Deshalb ist eine Gleichrichtung des Induktionsstroms notwendig. Dies kann mit einer Diode erreicht werden

6. Gemeinsam ist den drei Phänomenen ein Ungleichgewicht. Daraus resultieren Ströme, die aufrecht erhalten werden, bis sich das System im Gleichgewicht befindet.

   Beim Blitz fließen elektrische Ladungen aufgrund eines Ladungsunterschieds (Potenzialunterschieds) zwischen Wolke und Erde.

   Der Pudding kühlt sich ab und das Kühlwasser erwärmt sich bis zum Temperaturausgleich.

   Die Luft strömt solange aus dem Fahrradschlauch aus, bis der Druck im Reifen dem äußeren Luftdruck entspricht.

7. (a) Die Temperatur steigt innerhalb der ersten 5 Minuten von $20°$ auf $100°$ fast gleichmäßig an. Danach bleibt sie weitgehend konstant auf etwa $100°$.

   (b) In den ersten fünf Minuten wird die von der Gasflamme zugeführte Energie für die Erwärmung des Wassers und der Kartoffeln verwendet, danach zum Verdampfen des Wassers. Während der ganzen Zeit wird ein Teil der zugeführten Energie an die Umgebung abgegeben.

   (c) Nach fünf Minuten ist nur noch die Energie zuzuführen, die an die Umgebung abgegeben wird bzw. mit dem Wasserdampf entweicht. Entsprechend kann man die Gasflamme kleiner einstellen. Wird in dieser Phase zu viel Gas verbrannt, verdampft unnötig viel Wasser und damit entweicht auch mehr Wasserdampf.

(d) Es wird der Wert für die Energie mit ca. $500kJ$ berechnet.

(e) In den ersten fünf Minuten wurden beim Verbrennen ca. $2100kJ$ Energie an den Kochtopf und die Umgebung abgegeben. Zum Erwärmen des Wassers und der Kartoffeln wurden ca. $500kJ$ genutzt. Für den Wirkungsgrad ergibt sich ein Wert von 24 %.

(f) Wegen der geringeren Wassermenge wird weniger Energie benötigt. Über der Wasseroberfläche bildet sich Wasserdampf, der eine Temperatur von ca. 100° hat. Dieser Wasserdampf fördert das Garen der Kartoffeln ebenso wie das siedende Wasser.

8. (a) Jede Temperaturerhöhung führt zu einer Zunahme der mittleren Geschwindigkeit der Gasteilchen und somit zu einer Vergrößerung des mittleren Abstandes zwischen ihnen. Dadurch nimmt die Dichte ab.

(b) Die Luft im Ballon hat durch ihre höhere Temperatur eine kleinere Dichte als die Luft, die den Ballon umgibt. Der Ballon schwebt, wenn er genauso schwer ist wie die von ihm verdrängte Luft. Deshalb muss aus seinem Inneren durch die Erwärmung so viel Luft verdrängt werden, bis die Masse dieser Luft der von Hülle, Korb und Beladung des Heißluftballons entspricht.

(c) Aus dem Diagramm wird die Dichte der Luft entnommen. Es wird die Masse der Luft bei 0° (etwa $2240kg$) und bei 100° (etwa $1600kg$) berechnet. Die Differenz aus den beiden Massen ist die Gesamtmasse aus Hülle, Korb und Beladung (etwa $640kg$). Demzufolge können maximal 4 Personen zu je $75kg$ mitfahren.

9. (a) richtige Argumente sind:

- Kalte Luft strömt aus dem Kühlschrank und kühlt den Raum ab.
- An der Rückseite des Kühlschranks wird die Raumluft erwärmt.
- Die Erwärmung überwiegt, die Temperatur steigt auf Dauer.
- Durch die vom Kompressor abgegebene Energie wird der Raum auf Dauer erwärmt.

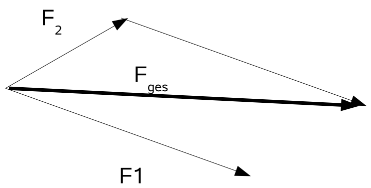
(b) Die Luft vor dem geöffneten Kühlschrank wird zwar abgekühlt und die Luft an der Rückseite erwärmt, dies würde sich jedoch auf Dauer ausgleichen. Die Erwärmung des Raumes resultiert aus der zugeführten elektrischen Energie

5 Juni 2008

1. (a) Es wirkt die Gewichtskraft, also $g = 9,81\frac{m}{s^2}$

   (b) $v = 49\frac{m}{s} = 177\frac{km}{h}$

   (c) 0s bis 15s: Es wirken Gewichtskraft und Luftwiderstand. Der Luftwiderstand ist kleiner als die Gewichtskraft und nimmt mit zunehmender Geschwindigkeit zu. Damit nimmt die Gesamtkraft (d. h. auch die Beschleunigung) und damit die Steigung der Kurve im t-v-Diagramm ab.
   20s bis 25s: konstante Geschwindigkeit, d. h. Gesamtkraft ist Null, d. h. Luftwiderstand ist genausogroß wie Gewichtskraft.
   18s bis 31s: Geschwindigkeit nimmt deutlich ab, d. h. Luftwiderstandskraft muss deutlich erhöht werden: Fallschirms wird geöffnet.

2. 

3. (a) $G = mg = 2055000kg \cdot 9,81\frac{m}{s^2} = 201595500N = 20\,160kN$

   (b) $F_{ges} = F - G = 32\,600kN - 20\,160kN = 12\,440kN$

   $a = \frac{F_{ges}}{m} = \frac{12\,440\,000N}{2055\,000kg} = 6,1\frac{m}{s^2}$

   (c) $v = at = 6,1\frac{m}{s^2} \cdot 10s = 61\frac{m}{s} = 219\frac{km}{h}$

4. $10,4kN$

5. (a) $a = \frac{-46\frac{m}{s}}{2s} = -23\frac{m}{s^2} = -2,3 \cdot g$

   (b) $a = -7,4\frac{m}{s^2} = -0,76 \cdot g$

   (c) i. $h(20s) = 800m - 5\frac{m}{s} \cdot 20s = 700m$

   ii. $h(t) = 800m - 5\frac{m}{s} \cdot t = 100m \Rightarrow 140s$

   iii. $t = 160s$

6. (a) Es ist möglich, einer Person hinterherzuspringen und sie im freien Fall einzuholen. Eine größere Beschleunigung erhält man, z. B. durch einen deutlich geringeren Luftwiderstand. Man braucht aber hohe Athletik oder eine gute Ausbildung, um den freien Fall derart als Skysurfing zu steuern.
   (b) Eine saubere und stabile Freifallhaltung kann man in der Regel nicht ohne umfangreiches Training erlangen. Kämpfe in der Luft, Freifallformationen und zielgerichtetes Skysurfing sind ohne Training nicht möglich.
   (c) Wird der Schirm geöffnet, so tritt eine Bremsbeschleunigung in Höhe von durchschnittlich $20\frac{m}{s^2}$ auf, was fast dem Dreifachen bei einer Vollbremsung im Auto entspricht. Bereits im Auto kann man nur durch einen Sicherheitsgurt gehalten werden. Deshalb ist ein Festhalten mit reiner Muskelkraft schlichtweg unmöglich.
   (d) Ein Fallschirmspringer wird durch das Öffnen des Schirms nicht wieder nach oben gezogen. In der Filmaufnahme entsteht der Eindruck dadurch, dass der gefilmte Springer (James Bond) stark abgebremst wird, während der Kameramann mit gleich bleibender Geschwindigkeit $v = 200\frac{km}{h}$ weiter fällt.
   (e) Bei einem Sprung aus 4.000 m Höhe dauert der freie Fall etwas mehr als 60 Sekunden. Die Filmsezene ist somit aus Aufnahmen mehrerer Sprünge zusammengeschnitten worden. Ein mehrminütiger Fall wäre nur aus einer derart großen Absprunghöhe möglich, dass die Springer einen aufwendigen Kälteschutz und eine Sauerstoffversorgung benötigten.

7. $304N$

8. (a) Z.B. unter der Autobahnbrücke fährt er am Motarradfahrer vorbei, der ihn später wieder überholt
   (b) Z.B. der LKW fährt beim Start an ihm vorbei und wird später wieder von ihm überholt
   (c) gleichförmige Bewegung des LKW entspricht Abb. (a)

   beschleunigte Bewegung des Motorradfahrers entspricht Abb. (c)
   (d)
   (e) $v \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \frac{2v}{a}$, hier: $t = 10s$

9. (a) Die Beschleunigungen g senkrecht zur Erdoberfläche und a parallel zur Erdoberfläche werden vektoriell zur Gesamtbeschleunigung addiert. In dem entstehenden rechtwinkligen Dreieck gilt $\tan\alpha = \frac{a}{g}$. Hieraus folgt die Behauptung.
   (b) $a \approx 1,7\frac{m}{s^2}$ bzw. $a \approx 6,2\frac{km}{hs}$. Der Ablesefehler beim Goniometer kann auf $\pm 30\%$ ($\pm 3°$) geschätzt werden, der des resultierenden Beschleunigungswertes dann ebenso.
   (c) Für kleine Winkel gilt: $\tan\alpha \approx \alpha$.

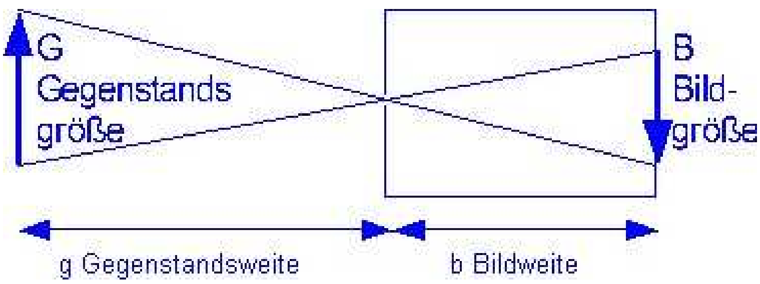
α in °	0	5	10	15	20	25
a in $\frac{km}{hs}$	0	3,09	6,23	9,46	12,85	16,47

(d) Es gilt $t = \frac{v}{a} \approx 300\frac{km}{h}/6\frac{km}{hs} = 50s$ (in Übereinstimmung mit der Beobachtung). Die Startbahn muß mindestens so lang sein wie die Strecke $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$ die das Flugzeug in dieser Zeit zurücklegt. Mit den erhaltenen Werten gilt $s = \frac{1}{2} \cdot 1,7\frac{m}{s^2} \cdot (50s)^2 \approx 2000m$. Aus Sicherheitsgründen (insbesondere für Startabbruch und Notbremsung) sind wirkliche Startbahnen lünger (z. B. Frankfurt a.M.: 3600m).

10. Am Boden hängen die Tragflächen durch das Gewicht des Triebwerks und das Eigengewicht nach unten durch. Im Flug hängt ein Flugzeug sozusagen an den Tragflächen (wird durch den Auftrieb an den Tragflächen hochgehoben), diese biegen sich also nach oben durch (außen am meisten). Bei der Boeing 707 liegt die Durchbiegung der Tragflächenspitze (gegenüber der Position am Boden) beim Geradeausflug in ruhiger Luft bei einem Meter. Die Grenzdurchbiegung liegt bei 3m aufwärts und 0,9m abwärts.

11. Der Kabinendruck bei Reiseflughöhe beträgt nur ca. 80% des Normaldrucks, die Behälter werden aber unter Normaldruck befüllt. Sie stehen also während des Fluges gegenüber der Kabine unter Überdruck.

12. (a) Das Bild ist seitenverkehrt und steht auf dem Kopf.



(b) $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$; d. h. $B > G$, wenn $b > g$, $B = G$, wenn $b = g$, $G > B$, wenn $g > b$.

(c) Man kann die Schärfe verbessern, wenn man die Lochblende verkleinert. Dann ist das Bild jedoch lichtschwächer. Man erhält ein helleres Bild, wenn man die Lochblende vergrößert. Das Bild wird dann jedoch unschärfer.

13. (a) Man lässt paralleles Licht auf die Linse fallen (Linsenebene senkrecht zu den Strahlen). Mit Hilfe eines Schirms stellt man den Brennpunkt fest. Der Abstand Brennpunkt-Linse ist die Brennweite f.

(b) In diesem Fall ist die Gegenstandsweite g gleich der doppelten Brennweite. Auch das Bild des Gegenstandes ist auf der anderen Linsenseite in der Entfernung b = 2f zu beobachten.

(c) Die Bildweite verkleinert sich. Bei sehr weit entfernten Gegenständen ist die Bildweite b ungefähr gleich der Brennweite. Die Bildgröße B verkleinert sich im Vergleich zu Teilaufgabe (b).

14. (a) Man muss den Projektor weiter von der Wand entfernen.

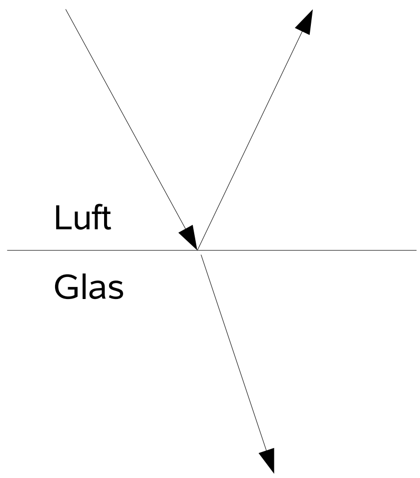
(b) Das Bild ist unscharf geworden.

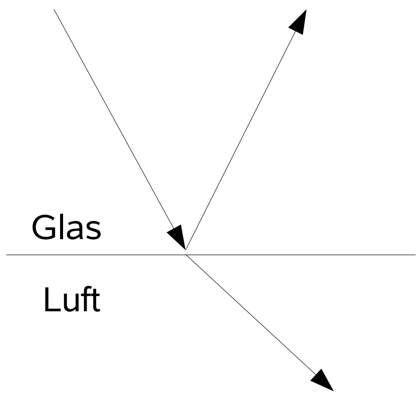
(c) Man muss den Abstand zwischen dem Dia (Gegenstand) und dem Objektiv (Linse) verändern. Genauer: Man muss den Abstand zwischen Dia und Objektiv verkleinern.

15. (a) Das Bild C ist richtig, da das Bild, welches die Lochkamera entwirft, höhen- und seitenverkehrt ist.

(b) Gegenstände werden verkleinert, wenn die Gegenstandsweite g größer als die doppelte Brennweite ($2f = 2 \cdot 50$ cm = 100 cm) ist. Da Frau Bolte g =500 cm entfernt ist, entsteht ein verkleinertes Bild.

16. Z. B. Lichtstrahl auf Glaskörper (Grenzschicht) fallen lassen:





An jeder Grenzfläche tritt Reflexion auf. Beim Übergang von Luft nach Glas (dichteres Medium) wird der Strahl zum Lot hin gebrochen. Beim Übergang von Glas (dichteres Medium) nach Luft wird der Strahl vom Lot weg gebrochen. Wird dabei der Grenzwinkel überschritten gibt es keinen gebrochenen Strahl mehr (Totalreflexion).

17. (a) für verschiedene Temperaturen die Steighöhe im Rohr markieren und Temperatur messen; dazwischen linear interpolieren
    (b) Schmelz- und Siedetemperatur von Wasser schränken den Messbereich ein; bei Quecksilber liegen Schmelz- und Siedetemperatur ($-39°C$ bzw. $357°C$) weiter auseinander

18. (a) $m_{Eis} = 0,025kg$, $E_{schmelzen} = 8,3kJ$
    (b) $m_{Cola} = 300g$, $\Delta\theta = 6,6°C$, $\theta = 12,4°C$
    (c) $11,4°C$; die Abkühlung geschieht im wesentlichen durch das Schmelzen des Eises

19. Beim trocknen der Kleidung wird dem Körper die Verdunstungswärme entzogen.

20. Heißer Dampf verrichtet Arbeit
    (a) Nenne drei völlig verschiedene Maschinen, in denen heißer Dampf Arbeit verrichtet.
    (b) Erkläre für eine der genannten Maschinen die Funktionsweise genau.

21. (a) Annahme: gleicher Druck; $V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 2700m^3 \cdot \frac{309K}{273K} = 3056m^3$; $\Delta V = 356m^3$ entweicht aus dem Ballon.
    (b) Annahme: Volumen von Ballonfahrer und Korb kann man vernachlässigen
    $\rho_L = 1\frac{g}{l} = \frac{m}{3056 \cdot 1000l} \Rightarrow 3056kg$

22. (a) $2,9 \cdot 10^6 kg$
    (b) $6 \cdot 10^{10} J$
    (c) i. $E_{el} = 1,2 \cdot 10^{10} J$, $t = 14h$
        ii. $7,1 \cdot 10^3 t$
        iii. mehr Energie nötig

23. (a) $E = 600\frac{J}{sm^2} \cdot 20m^2 \cdot 4 \cdot 3600s = 172,8MJ = C_{schmelz} \cdot m \Rightarrow m = \frac{E}{C_{schmelz}} = 517kg$ $\Rightarrow 517l$
    (b) Schnee absorbiert weniger Energie $\Rightarrow$ weniger Schnee schmilzt
    (c) $E = c_W \cdot m\Delta\theta = 43MJ$

24. Die anfangs ruhenden Flugzeugräder müssen beim Aufsetzen erst in Bewegung versetzt werden, deswegen schlittern sie anfangs über die Landebahn, mit entsprechend großem Abrieb (und Reibungswärme), den man als Qualm sieht. Beim Aufsetzen bewegt sich der Untergrund gegen das Flugzeug, und die Reifen ruhen anfänglich; beim Kavalierstart ruht der Untergrund anfänglich gegen das Auto, und die Reifen bewegen sich; in beiden Fällen gibt es eine Relativbewegung von Reifen und Untergrund, mit entsprechenden Begleiterscheinungen durch Reibung (Abrieb, Qualmen, Quietschen).

6 Grundlagen, Januar 2008

1. (a) Hat der ungenaueste Summand n Dezimalen, dann ist sein Fehler $5 \cdot 10^{-(n+1)}$. Da sich die Fehler zum Gesamtfehler Δx addieren, gilt $\Delta x > 5 \cdot 10^{-(n+1)}$, d.h. das Ergebnis hat höchstens so viele Dezimalen wie der ungenaueste Summand.

   Wir betrachten eine gerundete Zahl mit z geltenden Ziffern, v vor und n nach dem Komma: $a = \underbrace{\overbrace{\bullet\bullet\bullet\bullet}^{v},\overbrace{\bullet\bullet\bullet}^{n}}_{z}$. Der absolute Fehler der Zahl ist $\Delta a = 5 \cdot 10^{-(n+1)}$. Aus $10^{v-1} \leqq a < 10^{v}$ folgt für den relativen Fehler von a:

$$\frac{\Delta a}{10^{v}} < \delta_a \leqq \frac{\Delta a}{10^{v-1}}$$

   Einsetzen von von $\Delta a = 5 \cdot 10^{-(n+1)}$ liefert mit $z = v + n$

$$5 \cdot 10^{-(z+1)} < \delta_a \leqq 5 \cdot 10^{-z}$$

   Für den relativen Fehler einer Zahl a mit z geltenden Ziffern gilt also $\delta_a \approx 10^{-z}$. Da sich bei Produkten und Quotienten die relativen Fehler addieren, ist der Gesamtfehler größer als der größte Einzelfehler, die Zahl der geltenden Ziffern des Ergebnisses also höchstens gleich der Zahl der geltenden Ziffern des ungenauesten Faktors.

   (b) Die Ziffern nach dem senkrechten Strich sind nicht mehr gültig:

$2\,a + 3\,b = 4{,}608 + 0{,}0136|8 = 4{,}62168 \approx 4{,}622$

$a^2 + b^2 = 5{,}308|416 + 0{,}0000207|936 = 5{,}308|436794 = 5{,}308$

$(b+c) \cdot d = (0{,}00456 + 0{,}0035) \cdot 1{,}004 \cdot 10^8 = 0{,}0080|6 \cdot 1{,}004 \cdot 10^8 = 80|9224 \approx 8{,}1 \cdot 10^5$

$a \cdot d = 2{,}313|216 \cdot 10^8 \approx 2{,}313 \cdot 10^8$

$\sqrt{d} + \dfrac{a-b}{c} = 1001|9{,}98 + \dfrac{2{,}299|44}{0{,}0035} = 1001|9{,}98 + 65|6{,}98 = 1067|6{,}96290 \approx 1{,}068 \cdot 10^4$

$d \cdot c^3 = 1{,}004 \cdot 10^8 \cdot 4{,}2|875 \cdot 10^{-8} = 4{,}3|0465 \approx 4{,}3$

$d \cdot e^2 = 1{,}004 \cdot 10^8 \cdot 2{,}|5 \cdot 10^{-15} = 2{,}|51 \cdot 10^{-7} \approx 3 \cdot 10^{-7}$

$\dfrac{a}{b} + 100\,b = 505{,}|2631579 + 0{,}456 \approx 505 + 0{,}456 = 505{,}|456 \approx 505$

$\dfrac{a}{b} + 100\,b = 505{,}|2631579 + 0{,}456 = 505{,}|7191579 \approx 506$

$\dfrac{c^2}{e^2} = \dfrac{0{,}000012|25}{2{,}|5 \cdot 10^{-15}} \approx \dfrac{0{,}000012}{3 \cdot 10^{-15}} = 4 \cdot 10^9$

$\dfrac{c^2}{e^2} = \dfrac{0{,}000012|25}{2{,}|5 \cdot 10^{-15}} = 4{,}|9 \cdot 10^9 \approx 5 \cdot 10^9$

2. $t = (3 \cdot 365 + 1 + 31 + 28 + 23{,}5)\,\mathrm{d} = 1178{,}5\,\mathrm{d} = 101822400\,\mathrm{s}$
$$\delta_{\mathrm{rel}} = \frac{17\,\mathrm{s}}{t} = 1{,}67 \cdot 10^{-7}$$

3. $[t] = \dfrac{(1{,}13 + 1{,}24 + 1{,}22 + 1{,}17 + 1{,}20 + 1{,}15 + 1{,}18 + 1{,}26)\,\mathrm{s}}{8} = 1{,}19375\,\mathrm{s}$

   $\Delta t = 0{,}06625\,\mathrm{s}$, $\delta_{\mathrm{rel}} = \dfrac{\Delta t}{[t]} = 0{,}0555$, Ergebnis sinnvoll gerundet: $t = (1{,}19 \pm 0{,}07)\,\mathrm{s}$

4. $U_{\mathrm{max}} = 10{,}2\,\mathrm{V}$, $U_{\mathrm{min}} = 9{,}8\,\mathrm{V}$, $I_{\mathrm{max}} = 0{,}201\,\mathrm{A}$, $I_{\mathrm{min}} = 0{,}199\,\mathrm{A}$

   $R_{\mathrm{max}} = \dfrac{U_{\mathrm{max}}}{I_{\mathrm{min}}} = 51{,}256\,\Omega$, $R_{\mathrm{min}} = \dfrac{U_{\mathrm{min}}}{I_{\mathrm{max}}} = 48{,}756\,\Omega$ $[R] = \dfrac{R_{\mathrm{min}} + R_{\mathrm{max}}}{2} = 50{,}0\,\Omega$

   $\Delta R = R_{\mathrm{max}} - [R] = 1{,}25\,\Omega$, $\delta_{\mathrm{rel}} = \dfrac{\Delta R}{[R]} = 0{,}025 = 2{,}5\,\% = 2\,\% + 0{,}5\,\%$

5. $$a_{\mathrm{max}} = [a] + \Delta a, \quad a_{\mathrm{min}} = [a] - \Delta a, \quad b_{\mathrm{max}} = [b] + \Delta b, \quad b_{\mathrm{min}} = [b] - \Delta b$$

   Die relativen Fehler von a und b sind: $\delta_a = \dfrac{\Delta a}{[a]}$ und $\delta_b = \dfrac{\Delta b}{[b]}$.

   Für das Produkt $T = a\,b$ gilt:
$$\begin{aligned} T_{\mathrm{max}} &= a_{\mathrm{max}} \cdot b_{\mathrm{max}} = [a]\,[b] + 2\,[a]\,\Delta b + 2\,[b]\,\Delta a + \Delta a\,\Delta b \\ T_{\mathrm{min}} &= a_{\mathrm{min}} \cdot b_{\mathrm{min}} \ = [a]\,[b] - 2\,[a]\,\Delta b - 2\,[b]\,\Delta a + \Delta a\,\Delta b \end{aligned}$$
$$[T] = \frac{T_{\mathrm{max}} + T_{\mathrm{min}}}{2} = [a]\,[b] + \Delta a\,\Delta b \qquad \Delta T = T_{\mathrm{max}} - [T] = [a]\,\Delta b + [b]\,\Delta a$$
$$\delta_{\mathrm{rel}} = \frac{\Delta T}{[T]} = \frac{[a]\,\Delta b + [b]\,\Delta a}{[a]\,[b] + \Delta a\,\Delta b} = \frac{\dfrac{[a]}{\Delta a} + \dfrac{[b]}{\Delta b}}{1 + \dfrac{\Delta a\,\Delta b}{[a]\,[b]}} = \frac{\delta_a + \delta_b}{1 + \delta_a\,\delta_b}$$

   Wegen $\Delta a \ll [a]$ und $\Delta b \ll [b]$ gilt $\delta_a \ll 1$ und $\delta_b \ll 1$, d.h. $1 + \delta_a\,\delta_b \approx 1$:
$$\delta_{\mathrm{rel}} \approx \delta_a + \delta_b$$

   Für den Quotienten $T = \dfrac{a}{b}$ gilt:
$$T_{\mathrm{max}} = \frac{a_{\mathrm{max}}}{b_{\mathrm{min}}} = \frac{[a] + \Delta a}{[b] - \Delta b} \qquad T_{\mathrm{min}} = \frac{a_{\mathrm{min}}}{b_{\mathrm{max}}} = \frac{[a] - \Delta a}{[b] + \Delta b}$$
$$[T] = \frac{T_{\mathrm{max}} + T_{\mathrm{min}}}{2} = \frac{[a]\,[b] + \Delta a\,\Delta b}{([b] + \Delta b)\,([b] - \Delta b)}$$
$$\Delta T = T_{\mathrm{max}} - [T] = \frac{[a]\,\Delta b + [b]\,\Delta a}{([b] + \Delta b)\,([b] - \Delta b)}$$
$$\delta_{\mathrm{rel}} = \frac{\Delta T}{[T]} = \frac{[a]\,\Delta b + [b]\,\Delta a}{[a]\,[b] + \Delta a\,\Delta b} = \frac{\delta_a + \delta_b}{1 + \delta_a\,\delta_b} \approx \delta_a + \delta_b \quad \text{(wie bei } T = a\,b\text{)}$$

6. (a) $\Delta T = \Delta T_0 + \Delta T_\mathrm{L} = \Delta T_0 + 10^{-14}\cdot T, \quad \Delta T_0 = \dfrac{1\,\mathrm{s}}{9\,192\,631\,770} \approx 1{,}09\cdot 10^{-10}\,\mathrm{s}$

$$\delta_\mathrm{rel} = \frac{\Delta T}{T} \approx \frac{1{,}09\cdot 10^{-10}\,\mathrm{s}}{T} + 10^{-14}$$

T	$1\,\mathrm{ns}$	$1\,\mu\mathrm{s}$	$1\,\mathrm{s}$	$1\,\mathrm{a} = 31\,536\,000\,\mathrm{s}$
ΔT	$\approx \Delta T_0$	$\approx \Delta T_0$	$\approx \Delta T_0$	$3{,}15\cdot 10^{-7}\,\mathrm{s}$
δ_rel	10,9 %	0,01 %	$1{,}1\cdot 10^{-10}$	$\approx 10^{-14}$

(b) $\dfrac{\Delta T_0}{T} + 10^{-14} = 2\cdot 10^{-14} \quad\Longrightarrow\quad T = 10^{14}\,\Delta T_0 = 10\,878\,\mathrm{s} = 3\,\mathrm{a}\,1\,\mathrm{min}\,18\,\mathrm{s}$

(c) Mit der exakten Lichtgeschwindigkeit $c = 299792458\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ gilt $s_\mathrm{max} = (T + \Delta T)\cdot c$ und $s_\mathrm{min} = (T - \Delta T)\cdot c$ und damit $[s] = [T]\cdot c$ und $\Delta s = \Delta T\cdot c$. Der relative Fehler der Längenmessung ist dann gleich dem relativen Fehler der Zeitmessung:

$$\delta_s = \frac{\Delta s}{s} = \frac{c\,\Delta T}{c\,T} = \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta T_0}{T} + 10^{-14} = \frac{c\,\Delta T_0}{s} + 10^{-14} = \frac{3{,}26\,\mathrm{cm}}{s} + 10^{-14}$$

$$\Delta s = c\,\Delta T + 10^{-14}\cdot s = 3{,}26\,\mathrm{cm} + 10^{-14}\cdot s$$

s	$1\,\mathrm{m}$	$1\,\mathrm{km}$	$1\,\mathrm{LJ} = 9{,}46\cdot 10^{15}\,\mathrm{m}$
Δs	3,26 cm	3,26 cm	94,6 m
$\dfrac{\Delta s}{s}$	3,26 %	0,00326 %	$1\cdot 10^{-14}$

7 Mechanik, Januar 2008

1. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{5{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}0\cdot 10^{-4}\,\mathrm{s}} = 12500\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad\Longrightarrow\quad F = ma = 0{,}4\,\mathrm{kg}\cdot 12500\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 5{,}0\cdot 10^3\,\mathrm{N}$

   $p = \dfrac{F}{A} = \dfrac{5{,}0\cdot 10^3\,\mathrm{N}}{20\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2} = 2{,}5\cdot 10^8\,\mathrm{Pa} = 2{,}5\cdot 10^2\,\mathrm{MPa}$

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9. $p = \varrho_{\text{Wasser}} g h = 1000\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot 9{,}81\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\cdot 5\,\mathrm{m} = 49050\,\mathrm{Pa} \approx 491\,\mathrm{hPa}$

   $F = pA = 49050\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\cdot 4\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 = 19{,}62\,\mathrm{N} \approx 19{,}6\,\mathrm{N}$

   $F = Dx \quad\Longrightarrow\quad x = \dfrac{F}{D} = \dfrac{19{,}62\,\mathrm{N}}{196\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} = 0{,}100\,\mathrm{m} = 10{,}0\,\mathrm{cm}$

10. Auftrieb = Gewichtskraft des verdrängten Wassers:

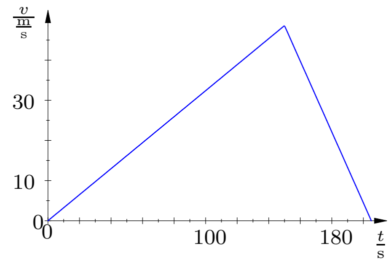
    $F_\mathrm{A} = \varrho_{\text{Wasser}} V g = 1\,\dfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\cdot \underbrace{5\cdot 7\cdot 9}_{315}\,\mathrm{cm}^3\cdot 9{,}81\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 0{,}315\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 3{,}09\,\mathrm{N}$

    $F_2 = F_1 - F_\mathrm{A} = 8{,}35\,\mathrm{N} - 3{,}09\,\mathrm{N} = 5{,}26\,\mathrm{N}$

11. (a) Die maximale Antriebskraft ist die Haftreibungskraft der Lok:

    $$Ma = \mu_\mathrm{H} m g \quad\Longrightarrow\quad a = \mu_\mathrm{H}\frac{m}{M} g = 0{,}324\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

(b) $v_1 = v(t_1) = at_1 = 48{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 175\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

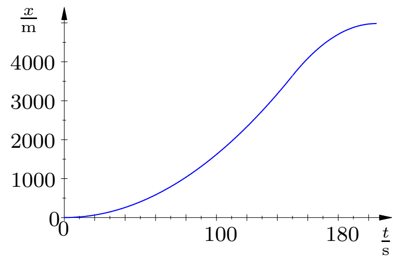


Die Bremsverzögerung (Betrag der Beschleunigung beim Bremsen) ist

$$a' = \frac{\mu M g}{M} = \mu g = 0{,}883\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Mit der Bremszeit $\Delta t = \frac{v_1}{a'} = 55{,}0\,\mathrm{s}$ ist der Bremsweg

$$s = \frac{a'}{2}\Delta t^2 = \frac{v_1^2}{2a'} = 1{,}34\,\mathrm{km}$$



$$x(t) = \begin{cases} \frac{a}{2}\,t^2 & \text{für } t \leqq t_1 \\ x_1 + v_1(t-t_1) - \frac{a'}{2}(t-t_1)^2 & \text{für } t > t_1 \end{cases}$$

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	0	100	150	170	205
$\frac{x}{\mathrm{m}}$	0	1620	3645	4440	4983

(c) Die Steigung der Strecke ist $\tan\varphi = \frac{0{,}22\,\mathrm{km}}{11\,\mathrm{km}} = 0{,}02$, d.h. $\varphi = 1{,}15°$.

Mit dem Hangabtrieb $F_\mathrm{H} = Mg\sin\varphi$ und der Normalkraft der Lok $F_\mathrm{N} = mg\cos\varphi$ ist die maximale Antriebskraft beim Bergauffahren

$$F = \mu_\mathrm{H} mg\cos\varphi - Mg\sin\varphi = Ma$$

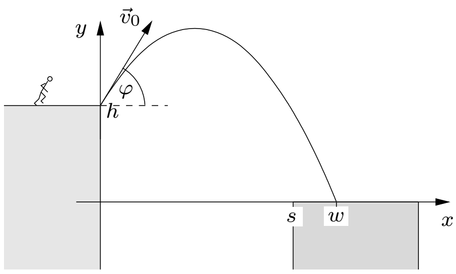
Der Zug schafft also noch die Beschleunigung

$$a = \left(\mu_\mathrm{H}\frac{m}{M}\cos\varphi - \sin\varphi\right) g = 0{,}128\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Maximale Steigung:

$$\tan\varphi_\mathrm{max} = \frac{\mu_\mathrm{H} m}{M} = 0{,}033 \quad\Longrightarrow\quad \varphi_\mathrm{max} = 1{,}89°$$

12. Mit $v_0 = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v_{x0} = v_0\cos\varphi$ und $v_{y0} = v_0\sin\varphi$ folgt für die Sprungdauer t:



$$y(t) = h + (v_0\sin\varphi)\cdot t - \frac{g}{2}t^2 = 0$$

mit der Lösung

$$t = \frac{1}{g}\left[v_0\sin\varphi \overset{+}{\underset{(-)}{}} \sqrt{2gh + (v_0\sin\varphi)^2}\right]$$

Die Weite des Sprungs ist

$$w = (v_0\cos\varphi)\cdot t = \frac{v_0\cos\varphi}{g}\left[v_0\sin\varphi + \sqrt{2gh + (v_0\sin\varphi)^2}\right]$$

φ	0	10°	11°	20°	30°	40°	45°
$\frac{w}{\mathrm{m}}$	10,1	11,8	12,0	13,3	14,2	14,2	13,9

13. (a) $\frac{D}{2}d^2 = \frac{m}{2}v_0^2 + mgd \quad \Longrightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{Dd^2}{m} - 2gd} = 9{,}90\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$\frac{D}{2}d^2 = mg(h+d) \quad \Longrightarrow \quad h = \frac{Dd^2}{2mg} - d = 7{,}50\,\mathrm{m} - 2{,}50\,\mathrm{m} = 5{,}00\,\mathrm{m}$

(b) $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cos\varphi \\ v_0 \sin\varphi \end{pmatrix}$, $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ 0 \end{pmatrix}$

$\frac{D}{2}d^2 = \frac{m}{2}v_0^2 + mgd\sin\varphi \quad \Longrightarrow$

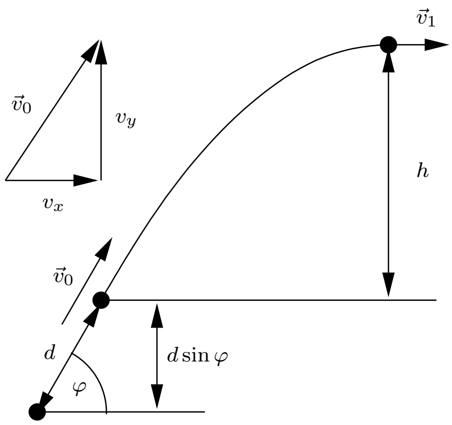
$v_0 = \sqrt{\frac{Dd^2}{m} - 2gd\sin\varphi} = 10{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$\frac{m}{2}v_0^2 = mgh + \frac{m}{2}v_{x0}^2 \quad \Longrightarrow$

$h = \frac{v_0^2 - v_{x0}^2}{2g} = \frac{v_0^2(1-\cos^2\varphi)}{2g} = \frac{v_0^2\sin^2\varphi}{2g}$

$h = 4{,}00\,\mathrm{m}$

Die Ergebnisse von (a) erhält man mit $\varphi = 90°$.



14. (a) $W_\mathrm{H} = mgh = 70\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 27\,\mathrm{m} = 1{,}85 \cdot 10^4\,\mathrm{J}$

(b) Während des Sprungs wirkt immer die Gewichtskraft $F_\mathrm{G} = mg$ auf den Kletterer und zwar über die ganze Strecke h. Deshalb wird am Kletterer die Arbeit $\Delta W = mgh$ verrichtet und diese wird in kinetische Energie verwandelt.

(c) $mgh = \frac{m}{2}v^2 \quad \Longrightarrow \quad v^2 = 2gh = 530\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = 23{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 82{,}9\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

15. (a) Die kinetische Energie des Waggons wandelt sich in die Spannenergie der Feder um.

(b) $\frac{m}{2}v^2 = \frac{D}{2}\Delta x^2 \quad \Longrightarrow \quad D = \frac{mv^2}{\Delta x^2} = \frac{1{,}5 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}52^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{0{,}65^2\,\mathrm{m}^2} = 9{,}6 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$

16. $1\,\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{dm}^3 \quad \Longrightarrow \quad m = 200 \cdot 1000\,\mathrm{kg} = 200\,000\,\mathrm{kg}$

$\Delta W = mgh = 294{,}3\,\mathrm{MJ}$

$P_\mathrm{W} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{294{,}3\,\mathrm{MJ}}{90\,\mathrm{s}} = 3{,}27\,\mathrm{MW}$

$P_\mathrm{e} = 0{,}8 \cdot P_\mathrm{W} = 2{,}62\,\mathrm{MW}$

17. Die mechanische Leistung des Motors ist $P_\mathrm{m} = \eta P_\mathrm{e} = 39\,\mathrm{W}$.

$$\Delta W = P_\mathrm{m}\Delta t = \frac{D}{2}\Delta x^2$$

$$\Delta t = \frac{D\Delta x^2}{2P_\mathrm{m}} = \frac{3900\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}\cdot 25\,\mathrm{cm}^2}{2\cdot 39\,\mathrm{W}} = \frac{2500\,\mathrm{N\,cm\,s}}{2\,\mathrm{J}} = \frac{25\,\mathrm{N\,m\,s}}{2\,\mathrm{N\,m}} = 12{,}5\,\mathrm{s}$$

18. $F = F_\mathrm{A} - F_\mathrm{R} = 2100\,\mathrm{N} \quad\Longrightarrow\quad a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{2100\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}}{900\,\mathrm{kg}} = 2{,}3\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$F_\mathrm{R} = \mu m g \quad\Longrightarrow\quad \mu = \frac{F_\mathrm{R}}{mg} = \frac{400\,\mathrm{N}}{900\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = 0{,}045$$

19. (a) Am Ort x_0 ist nur die potentielle Energie des Kletterers größer als null. Zwischen x_0 und x_1 wird W_p immer kleiner und verwandelt sich in kinetische Energie; die Spannenergie des Seils ist immer noch null. Zwischen x_0 und x_1 verwandelt sich die restliche potentielle und die kinetische Energie in Spannenergie, bis zum Schluss bei x_2 die ganze anfängliche potentielle Energie in Spannenergie umgewandelt wurde.

(b) Die Höhe h des Kletterers über dem tiefsten Punkt ist $h = 9\,\mathrm{m} - x$, d.h.

$$W_\mathrm{p} = mgh = mg(9\,\mathrm{m} - x) = mg\cdot 9\,\mathrm{m} - mgx$$

Das ist eine lineare Funktion von x.

(c) $W_\mathrm{S}(x) = 0$ für $0 \leqq x \leqq x_1$. $\quad WS(x_2) = 9000\,\mathrm{J}$.

(d) $W_\mathrm{ges} = 9000\,\mathrm{J}$.

Aus dem Energiesatz

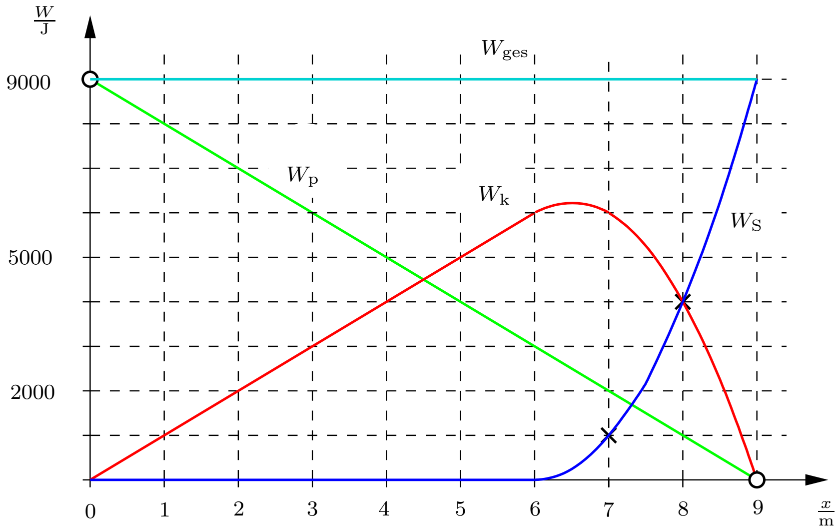
$$W_\mathrm{p} + W_\mathrm{k} + W_\mathrm{S} = W_\mathrm{ges}$$

folgt

$$W_\mathrm{k}(x) = W_\mathrm{ges}(x) - W_\mathrm{p}(x) - W_\mathrm{S}(x)$$

$\frac{x}{\mathrm{m}}$	$\frac{W_\mathrm{ges}(x)}{\mathrm{J}}$	$\frac{W_\mathrm{p}(x)}{\mathrm{J}}$	$\frac{W_\mathrm{S}(x)}{\mathrm{J}}$	$\frac{W_\mathrm{k}(x)}{\mathrm{J}}$
0	9000	9000	0	0
6	9000	3000	0	6000
7	9000	2000	1000	6000
8	9000	1000	4000	4000
9	9000	0	9000	0

$$\frac{m}{2}v^2 = mgx_1 \quad\Longrightarrow\quad v^2 = 2gx_1 = 120\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \quad\Longrightarrow\quad v = 11\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 39\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$



(e) Die maximale Seildehnung ist $\Delta x = 3\,\mathrm{m}$.

$$W_{\mathrm{ges}} = mgx_2 \quad \Longrightarrow \quad m = \frac{W_{\mathrm{ges}}}{gx_2} = \frac{9000\,\mathrm{J}}{10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 9\,\mathrm{m}} = 100\,\mathrm{kg}$$

$$\frac{D}{2}\Delta x^2 = W_{\mathrm{ges}} = mgx_2 \quad \Longrightarrow \quad D = \frac{2mgx_2}{\Delta x^2} = \frac{2 \cdot 9000\,\mathrm{J}}{9\,\mathrm{m}^2} = 2000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Die Geschwindigkeit wird größer, solange die Beschleunigung nach unten (in Richtung der x-Achse) zeigt, d.h. $a(x) > 0$ für $x < x_3$ und $a(x) < 0$ für $x > x_3$. Es gilt also $a(x_3) = 0$ und damit $F(x_3) = 0$.

$$F(x_3) = mg - D \cdot \Delta x_3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad \Delta x_3 = \frac{mg}{D} = \frac{100\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}}{2000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} = 0{,}5\,\mathrm{m}$$

Es gilt also $x_3 = x_1 + \Delta x_3 = 6{,}5\,\mathrm{m}$

20. $W_{\mathrm{k}} = \frac{m}{2}v^2 = 9000\,\mathrm{kg} \cdot \left(5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 225000\,\mathrm{J} = 2 \cdot \frac{D}{2}x^2 = Dx^2$

$x^2 = \frac{W_{\mathrm{k}}}{D} = 0{,}09\,\mathrm{m}, \qquad x = 0{,}3\,\mathrm{m}$

21. (a) $W_{\mathrm{h}} = (m + m_1)gh = 115\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 7{,}2\,\mathrm{m} = 8{,}1\,\mathrm{kJ}$

(b) $W = 120\,\mathrm{N} \cdot 80\,\mathrm{m} = 9600\,\mathrm{J} = 9{,}6\,\mathrm{kJ}$

(c) $W = \frac{m}{2}v^2 = \frac{0{,}025\,\mathrm{kg}}{2} \cdot 410^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 2{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{J} = 2{,}1\,\mathrm{kJ}$

(d) $W = \frac{D}{2}\Delta x^2 = \frac{4500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{2} \cdot 0{,}064^2\,\mathrm{m}^2 = 9{,}2\,\mathrm{J}$

22. (a) $\frac{m}{2}v^2 = mgh \implies v^2 = 2gh = 470{,}88\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \implies v = 21{,}7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 78{,}1\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

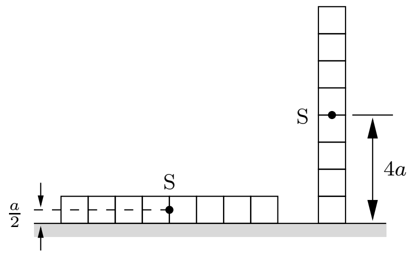
(b) $\frac{m}{2}v^2 = \frac{D}{2}\Delta x^2 \implies m = \frac{D\Delta x^2}{v^2} = \frac{9{,}6\cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}65^2\,\mathrm{m}^2}{0{,}52^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = 1{,}50\cdot 10^4\,\mathrm{kg}$

23. (a) Der erste Würfel bleibt liegen, also $h_1 = 0$, der zweite Würfel wird um $h_2 = a$ gehoben, der dritte um $h_3 = 2a$ usw.:

$$\begin{aligned} W &= mgh_1 + mgh_2 + \ ...\ + mgh_8 = mg(a + 2a + \ ...\ + 7a) = \\ &= mga(1+2+3+4+5+6+7) = 28mga = 13{,}2\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

(b) Wenn der Turm am Boden liegt, ist der Schwerpunkt in der Höhe $h_1 = \frac{a}{2}$, beim senkrecht stehenden Turm in der Höhe $h_2 = 4a$. Der Schwerpunkt wird um $h_2 - h_1$ gehoben:

$$W = 8mg\left(4a - \frac{a}{2}\right) = 8mg\cdot\frac{7a}{2} = 28mga$$



24. (a) $W_1 = 2\cdot m_1 g\left(\frac{a_1}{2} - \frac{b}{2}\right) = 90\,000\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\cdot 2{,}7\,\mathrm{m} = 2{,}38\cdot 10^6\,\mathrm{J}$

$W_2 = m_2 g a_1 = 32\,000\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\cdot 7\,\mathrm{m} = 2{,}20\cdot 10^6\,\mathrm{J}$

$W_{\mathrm{ges}} = W_1 + W_2 = 4{,}58\cdot 10^6\,\mathrm{J}$

(b) $80\,\%\cdot P_{\mathrm{e}}\cdot\Delta t = W_2 \implies \Delta t = \frac{W_2}{0{,}8\,P_{\mathrm{e}}} = \frac{2{,}20\cdot 10^6\,\mathrm{J}}{8000\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = 275\,\mathrm{s}$

(c) $\frac{m}{2}v^2 = mga_1 \implies v^2 = 2ga_1 = 2\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 7\,\mathrm{m} = 137{,}34\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$

$\implies v = 11{,}7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 42\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

25. (a) Die Reibungskraft (Rollreibung und Luftwiderstand) wirkt der Antriebskraft entgegen, die Gesamtkraft auf das Auto ist null.

$$F_{\mathrm{ges}} = F_{\mathrm{A}} - F_{\mathrm{R}} = ma = 0 \implies a = 0 \implies v = \text{konstant}$$

(b) $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F_{\mathrm{A}}\cdot\Delta x}{\Delta t} = F_{\mathrm{A}}\cdot v = 400\,\mathrm{N}\cdot 35\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 14\,\mathrm{kW}$

26. Energie ...

... ist gespeicherte Arbeit	w	... ist Leistung pro Zeit	f
... hat die Einheit $\frac{\mathrm{J}^2}{\mathrm{Nm}}$	w	... ist Zeit mal Leistung	w
... hat die Einheit Ws	w	... ist Kraft durch Weg	f
... hat die Einheit $\mathrm{N} \cdot \mathrm{cm}$	w	... ist in einem abgeschlossenen System konstant	w

Raum für erforderliche Nebenrechnungen:

$\frac{\mathrm{J}^2}{\mathrm{Nm}} = \frac{\mathrm{J}^2}{\mathrm{J}} = \mathrm{J}, \qquad \mathrm{Ws} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{J}$

27. (a) $a = \frac{v}{t} = \frac{25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{7{,}5\,\mathrm{s}} = 3{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \qquad F = ma = 3{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{N}$

$s = \frac{a}{2}t^2 = \frac{vt}{2} = 93{,}75\,\mathrm{m} \approx 94\,\mathrm{m}$

(b) $mv = (M+m)V \quad \Longrightarrow \quad V = \frac{mv}{M+m} = 0{,}20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

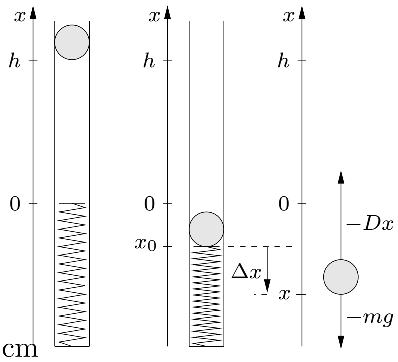
(c) $\frac{m}{2}v^2 = mgh \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = 14{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 50{,}4\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

28.

$$\begin{aligned} \text{Impulssatz:} \quad & 2mv = 2mu_1 + mu_2 && \Longrightarrow && 2v = 2u_1 + u_2 && (1) \\ \text{Energiesatz:} \quad & mv^2 = mu_1^2 + \frac{m}{2}u_2^2 && \Longrightarrow && 2v^2 = 2u_1^2 + u_2^2 && (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ in } (1): \quad 2u_1^2 + 4(v-u_1)^2 &= 2v^2 \\ 6u_1^2 - 8vu_1 &= -2v^2 \\ u_1^2 - 2\cdot\frac{2}{3}u_1 v + \left(\frac{2v}{3}\right)^2 &= -\frac{v^2}{3} + \frac{4v^2}{9} = \frac{v^2}{9} \\ u_1 &= \frac{v}{3} \quad \vee \quad [u_1 = v] \\ u_2 = 2(v-u_1) &= \frac{4}{3}v \end{aligned}$$

29. (a) $\omega = \sqrt{\dfrac{D}{m}} = 22{,}1\,\dfrac{1}{\mathrm{s}}$, $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}284\,\mathrm{s}$



Für $x \leqq 0$ ist die Kraft auf die Kugel ($-Dx$ ist positiv, zeigt also nach oben)

$$F(x) = -Dx - mg$$

In der Gleichgewichtslage (Nullpunkt der Schwingung) x_0 gilt

$$F(x_0) = -Dx_0 - mg = 0 \quad \Longrightarrow \quad x_0 = -\frac{mg}{D} = -2{,}00\,\mathrm{cm}$$

Für $x \leqq 0$ ist die Kraft auf die Kugel ($mg = -Dx_0$)

$$F(x) = -Dx - mg = -Dx + Dx_0 = -D(x - x_0) = -D\Delta x$$

mit $\Delta x = x - x_0$. Für $x \leqq 0$ ist die Bewegung der Kugel also tatsächlich eine harmonische Schwingung um x_0.

Pot. Energie mit Bezugsp. $x = 0$: $\quad W_0(x) = mgx + \dfrac{D}{2}x^2$

Pot. Energie mit Bezugsp. x_0: $\quad W_\mathrm{p}(x) = W_0(x) - W_0(x_0) = mg(x - x_0) + \dfrac{D}{2}(x^2 - x_0^2)$

$$\begin{aligned} W_\mathrm{p}(x) &= mg(x - x_0) + \frac{D}{2}(x - x_0)(x + x_0) = mg\Delta x + \frac{D}{2}\Delta x(2x_0 + \Delta x) = \\ &= mg\Delta x + \underbrace{Dx_0}_{-mg}\Delta x + \frac{D}{2}(\Delta x)^2 = \frac{D}{2}(\Delta x)^2 \end{aligned}$$

Die Gesamtenergie der Schwingung berechnen wir bei $x = 0$:

$$W(0) = W_\mathrm{p}(0) + \underbrace{W_\mathrm{kin}(0)}_{mgh} = \frac{D}{2}x_0^2 + mgh = \frac{D}{2}x_0^2 - Dx_0 h$$

Mit der Amplitude A ist der tiefste Punkt der Kugel bei $x_0 - A$. Wegen $W_\mathrm{kin}(x_0 - A) = 0$ und $W_\mathrm{p}(x_0 - A) = \frac{D}{2}A^2$ folgt aus dem Energiesatz

$$W(x_0 - A) = W(0) \quad \Longrightarrow \quad \frac{D}{2}A^2 = \frac{D}{2}x_0^2 - Dx_0 h \quad \Longrightarrow \quad A = \sqrt{x_0(x_0 - 2h)} = 5{,}00\,\mathrm{cm}$$

(b) Für $x \leqq 0$ gilt $x(t) = x_0 - A\cos\omega t$. Aus $x(t_1) = 0$ folgt

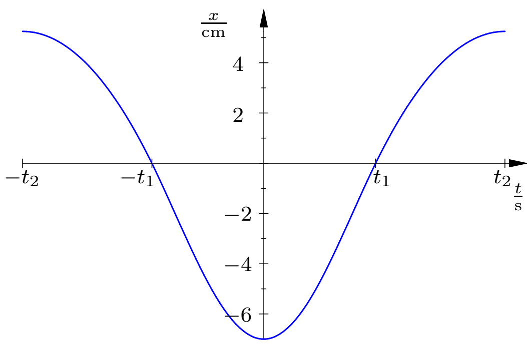
$$\cos\omega t_1 = \frac{x_0}{A} \quad\Longrightarrow\quad t_1 = 0{,}0895\,\mathrm{s}$$

Fallzeit für die Höhe h:

$$\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}103\,\mathrm{s}$$

Damit ist $t_2 = t_1 + \tau = 0{,}193\,\mathrm{s}$. Die gesamte Schwingungsdauer ist

$$T_{\mathrm{ges}} = 2t_2 = 0{,}386\,\mathrm{s}.$$



$$x(t) = \begin{cases} h - \frac{g}{2}(t+t_2)^2 & \text{für } -t_2 \leqq t \leqq -t_1 \\ x_0 - A\cos\omega t & \text{für } -t_1 < t < t_1 \\ h - \frac{g}{2}(t-t_2)^2 & \text{für } t_1 \leqq t \leqq t_2 \end{cases}$$

(c) Für die Glattheit der Kurve müssen wir zeigen, dass $\lim\limits_{t\to t_1^-} \dot{x}(t) = \lim\limits_{t\to t_1^+} \dot{x}(t)$:

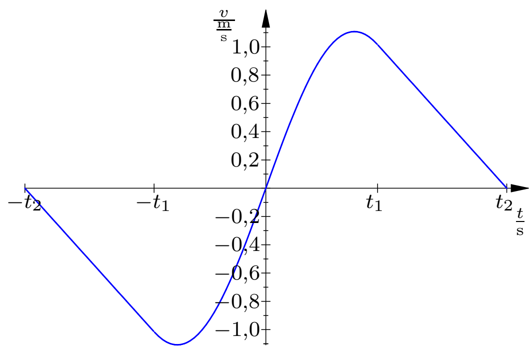
$$\lim_{t\to t_1^-} \dot{x}(t) = \lim_{t\to t_1^-} (A\omega\sin\omega t) = A\omega\sin\omega t_1 = A\omega\sqrt{1-\cos^2\omega t_1} = A\omega\sqrt{1-\frac{x_0^2}{A^2}} =$$

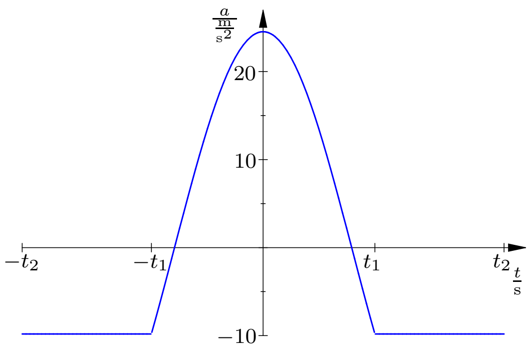
$$= \omega\sqrt{A^2 - x_0^2} = \omega\sqrt{-2x_0 h} = \sqrt{\frac{D}{m}\cdot 2\cdot\frac{mg}{D}\cdot h} = \sqrt{2gh}$$

$$\lim_{t\to t_1^+} \dot{x}(t) = \lim_{t\to t_1^+} (-g(t-t_2)) = -g(t_1 - t_2) = g\tau = \sqrt{2gh}$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = \begin{cases} -g(t+t_2) & \text{für } -t_2 \leqq t \leqq -t_1 \\ A\omega\sin\omega t & \text{für } -t_1 < t < t_1 \\ -g(t-t_2) & \text{für } t_1 \leqq t \leqq t_2 \end{cases}$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \begin{cases} -g & \text{für } -t_2 \leqq t \leqq -t_1 \\ A\omega^2\cos\omega t & \text{für } -t_1 < t < t_1 \\ -g & \text{für } t_1 \leqq t \leqq t_2 \end{cases}$$





30. (a) $\frac{m}{2}\,v_0^2 = \frac{D}{2}\,A^2 \quad\Longrightarrow\quad A = v_0\sqrt{\frac{m}{D}} = 0{,}500\,\mathrm{m}$

$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{D}} = 0{,}500\,\mathrm{s}$

(b) $x(t) = A\sin\omega t \quad\text{mit}\quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 3{,}14\,\frac{1}{\mathrm{s}} \quad\Longrightarrow\quad x(t_2) = 0{,}5\,\mathrm{m}\cdot\sin 0{,}785 = 0{,}353\,\mathrm{m}$

$v(t) = A\omega\cos\omega t \quad\Longrightarrow\quad v(t_2) = 1{,}57\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\cos 0{,}785 = 1{,}11\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

(c) Zur Zeit $\frac{T}{2} = 1{,}00\,\mathrm{s}$ löst sich der Wagen am Ort $x = 0$ von der Feder:

$$x(t_3) = -v_0\left(t_2 - \frac{T}{2}\right) = -1{,}57\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 1\,\mathrm{s} = -1{,}57\,\mathrm{m}$$

31. (a) $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = 0{,}8087\,\frac{1}{\mathrm{s}};\quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 7{,}77\,\mathrm{s};\quad T_2 = \frac{T}{4} = 1{,}94\,\mathrm{s}$

$y_1 = h - L\cos\varphi_1 = 12{,}0\,\mathrm{m};\quad y_2 = h - L = 10{,}0\,\mathrm{m}$

$\Delta y = y_1 - y_2 = h - L\cos\varphi_1 = 2{,}0\,\mathrm{m}$

Geschwindigkeit in 2: $\frac{m}{2}v_2^2 = mg\Delta y \quad\Longrightarrow\quad v_2 = \sqrt{2g\Delta y} = 6{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Fallzeit: $\frac{g}{2}\tau_2^2 = y_2 \quad\Longrightarrow\quad \tau_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = 1{,}43\,\mathrm{s} \quad\Longrightarrow\quad t_2 = T_2 + \tau_2 = 3{,}37\,\mathrm{s}$

$x_2 = v_2\tau_2 = 2\sqrt{y_2\Delta y} = 2\sqrt{(h-L)L(1-\cos\varphi_1)} = 9{,}0\,\mathrm{m}$

$x_4 = v_2(t_4 - T_2) = 6{,}6\,\mathrm{m},\quad y_4 = y_2 - \frac{g}{2}(t_4 - T_2)^2 = 4{,}5\,\mathrm{m},\quad \mathrm{P}\,(6{,}6\,\mathrm{m}|4{,}5\,\mathrm{m})$

(b) $v_3 = 0$, d.h. freier Fall: $\tau_3 = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = 1{,}56\,\mathrm{s} \quad\Longrightarrow\quad t_3 = T_3 + \tau_3 = 5{,}44\,\mathrm{s}$

$\varphi_3 = 30^\circ \quad\Longrightarrow\quad x_3 = L\sin\varphi_3 = \frac{L}{2} = 7{,}5\,\mathrm{m}$

$\varphi(t) = -30^\circ\cos\omega t \quad\Longrightarrow\quad \varphi_5 = \varphi(t_4) = 22{,}6^\circ = 0{,}395$

$x_5 = L\sin\varphi_5 = 5{,}8\,\mathrm{m},\quad y_5 = h - L\cos\varphi_5 = 11{,}2\,\mathrm{m},\quad \mathrm{Q}\,(5{,}8\,\mathrm{m}|11{,}2\,\mathrm{m})$

(c) Kurve zu (a) ($\overline{t} = t - T_2$):

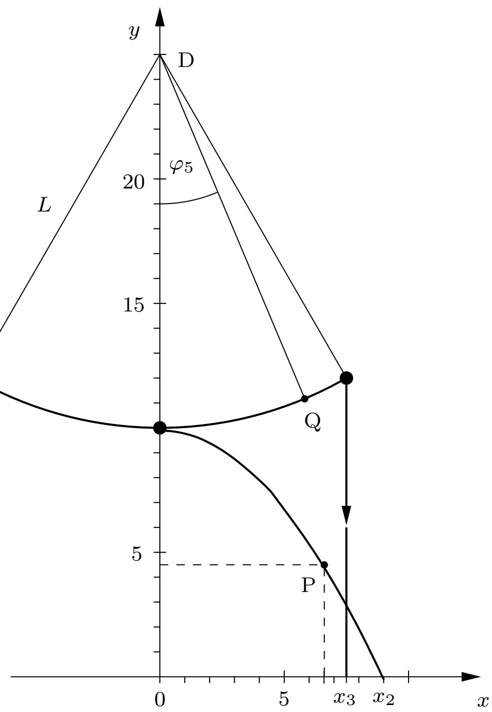
$$x(\overline{t}) = v_2\overline{t} \quad \Longrightarrow \quad \overline{t} = \frac{x}{v_2}$$

$$y(\overline{t}) = y_2 - \frac{g}{2}\overline{t}^2 \quad \Longrightarrow$$

$$y = y_2 - \frac{g}{2v_2^2}x^2$$

$$y = 10\,\mathrm{m} - 0{,}1244\,\frac{1}{\mathrm{m}}\,x^2$$

$\frac{x}{\mathrm{m}}$	0	2	4	6	8
$\frac{y}{\mathrm{m}}$	10	9,5	8,0	5,5	2,0



32. (a) $\frac{m}{2}\,v_1^2 + \frac{D}{2}\,x_1^2 = \frac{D}{2}\,A^2 \quad \Longrightarrow \quad v_1^2 + \frac{D}{m}\,x_1^2 = \frac{D}{m}\,A^2 \quad \Longrightarrow \quad v_1^2 + \omega^2 x_1^2 = \omega^2 A^2$

$$\omega = \frac{v_1}{\sqrt{A^2 - x_1^2}} = \frac{24\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}}{12\,\mathrm{cm}} = 2{,}00\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$x(t) = -A\cos\omega t$$

(b) $x(t_1) = -13\,\mathrm{cm}\cdot\cos\omega t_1 = 5\,\mathrm{cm} \quad \Longrightarrow \quad \cos\omega t_1 = -\frac{5}{13} \quad \Longrightarrow \quad \omega t_1 = 1{,}966$

$$t_1 = 0{,}983\,\mathrm{s}$$

(c) $x(t_3) = -13\,\mathrm{cm}\cdot\cos 6 = -12{,}5\,\mathrm{cm}, \quad v(t_3) = A\omega\sin\omega t_3 = 26\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\cdot\sin 6 = -7{,}26\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$

33. (a) $g(r) = \frac{GM(r)}{r^2} = \frac{G\cdot\frac{4\pi}{3}\varrho r^3}{r^2} = \frac{4\pi G\varrho}{3}\cdot r$

(b) $\frac{mv_\mathrm{i}^2}{r} = mg(r) \quad \Longrightarrow \quad \frac{4\pi^2 r^2}{rT_\mathrm{i}^2} = \frac{4\pi G\varrho}{3}\cdot r \quad \Longrightarrow \quad T_\mathrm{i} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\varrho}}$

$\frac{v_\mathrm{i}^2}{r} = g(r) \quad \Longrightarrow \quad v_\mathrm{i} = \sqrt{\frac{4\pi G\varrho}{3}}\cdot r$

(c) Ein Punkt des Tunnels dreht sich im Inertialsystem mit der Geschwindigkeit v_0, der Satellit hat im rotierenden System die Geschwindigkeit v_r:

$$v_\mathrm{r} = v_\mathrm{i} - v_0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{2r\pi}{T_\mathrm{r}} = \frac{2r\pi}{T_\mathrm{i}} - \frac{2r\pi}{T_0}$$

$$\frac{1}{T_\mathrm{r}} = \frac{1}{T_\mathrm{i}} - \frac{1}{T_0} \quad \Longrightarrow \quad T_\mathrm{r} = \frac{T_0 T_\mathrm{i}}{T_0 - T_\mathrm{i}}$$

34. (a) Mit der Mondmasse M, der Sondenmasse m und $r = R + h$ gilt:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = \frac{4m\pi^2 r^2}{rT^2} = \frac{4m\pi^2 r}{T^2} \quad \Longrightarrow \quad M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 4{,}80 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$$

$$g(R) = \frac{GM}{R^2} = \frac{4\pi^2 r^3}{R^2 T^2} = \frac{4\pi^2 (R+h)^3}{R^2 T^2}$$

Mit $T = 10\,004\,\mathrm{s}$ ist

$$g(R) = \frac{4\pi^2 \cdot (2{,}01 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^3}{(1{,}569 \cdot 10^6\,\mathrm{m} \cdot 10\,004\,\mathrm{s})^2} = 1{,}30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

(b) $x = \frac{g}{2} t^2 \quad \Longrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2x}{g}} = 5{,}55\,\mathrm{s}$

8 Elektrizität, Januar 2008

1. $N = \dfrac{Q}{e} = 3{,}0 \cdot 10^9$

2. (a) $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = \dfrac{27\,\mathrm{C}}{60\,\mathrm{s}} = 0{,}45\,\mathrm{A}$

   (b) $\Delta Q = I\Delta t = 3\,\mathrm{A} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 10800\,\mathrm{As} \approx 1{,}1 \cdot 10^4\,\mathrm{C}$

   (c) $\Delta t = \dfrac{\Delta Q}{I} = \dfrac{5\,\mathrm{As}}{2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{A}} = 2{,}5 \cdot 10^4\,\mathrm{s} \approx 6{,}9\,\mathrm{h}$

   (d) $\Delta Q = I\Delta t = 4 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{A} \cdot 1\,\mathrm{s} = 4 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$, $n = \dfrac{\Delta Q}{e} = \dfrac{4 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 2{,}5 \cdot 10^{11}$

3. (a) $m = 6{,}24 \cdot 10^{18} \cdot 1{,}79 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg} = 1{,}12 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg} = 1{,}12\,\mathrm{mg}$

   (b) $\Delta t = \dfrac{6{,}24 \cdot 10^{18}}{10^9\,\frac{1}{\mathrm{s}}} = 6{,}24 \cdot 10^9\,\mathrm{s} = \dfrac{6{,}24 \cdot 10^9\,\mathrm{a}}{3600 \cdot 24 \cdot 365{,}25} \approx 198\,\mathrm{a}$

4. (a) Zum Knoten: $I_{\text{hinein}} = (0{,}238 + 39{,}8 + 2{,}7)\,\mathrm{mA} = 42{,}738\,\mathrm{mA}$
   Vom Knoten weg: $I_{\text{heraus}} = (50 + 0{,}048 + 3{,}14 + 19{,}4)\,\mathrm{mA} = 72{,}588\,\mathrm{mA}$

   I_1 fließt zum Knoten: $I_1 = (72{,}588 - 42{,}738)\,\mathrm{mA} = 29{,}85\,\mathrm{mA}$

   Der größte Fehler der gegebenen Ströme ist $0{,}5\,\mathrm{mA}$ (bei $0{,}050\,\mathrm{A}$), daher Runden auf ganze mA: $I_1 \approx 30\,\mathrm{mA}$.

   (b) $I_1 = 1{,}8\,\mathrm{A}$, $I_2 = 1{,}8\,\mathrm{A} - 0{,}3\,\mathrm{A} = 1{,}5\,\mathrm{A}$, $I_4 = 1{,}5\,\mathrm{A} - 1{,}2\,\mathrm{A} = 0{,}3\,\mathrm{A}$ (nach oben)

   $I_3 = 0{,}3\,\mathrm{A} + 0{,}3\,\mathrm{A} = 0{,}6\,\mathrm{A}$

   (c) $I_1 = 201\,\mu\mathrm{A}$, $I_2 = 180 I_1 = 36{,}18\,\mathrm{mA}$, $I_4 = I_5 = I_1 + I_2 = 36{,}381\,\mathrm{mA}$

   $I_3 = I_5 - 0{,}001\,\mathrm{mA} = 36{,}38\,\mathrm{mA}$

5. (a) $I_2 = I_3 - I_1 = 113\,\mathrm{mA} - 36\,\mathrm{mA} = 77\,\mathrm{mA} = 0{,}077\,\mathrm{A}$

   (b) $\Delta Q_1 = 5 \cdot 60\,\mathrm{s} \cdot 0{,}036\,\mathrm{A} = 10{,}8\,\mathrm{C} \approx 11\,\mathrm{C}$

   Zahl der Elektronen: $n = \dfrac{\Delta Q_1}{e} = 6{,}7 \cdot 10^{19}$

   (c) $\Delta Q_2 = 2 \cdot 10^{20} \cdot e = 32\,\mathrm{As}$

   $\Delta t = \dfrac{\Delta Q_2}{I_2} = \dfrac{32\,\mathrm{As}}{0{,}077\,\mathrm{A}} = 4{,}2 \cdot 10^2\,\mathrm{s} = 7{,}0\,\mathrm{min}$

6. (a) $R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{220\,\mathrm{V}}{0{,}11\,\mathrm{A}} = 2{,}0\,\mathrm{k}\Omega$

   (b) $I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{15\,0000\,\mathrm{V}}{35\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}} = 4{,}3 \cdot 10^2\,\mathrm{A}$

   (c) $U = RI = 48 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 25 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{A} = 1{,}2\,\mathrm{V}$

   (d) $I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{230\,\mathrm{V}}{18\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}} = 13\,\mathrm{A}$

   (e) $U = RI = 2{,}5 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 10 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A} = 25\,\mathrm{V}$

7.

	R_1 in Ω	R_2 in Ω	R in Ω	U_1 in V	U_2 in V	U in V	I in A
(a)	80	120	200	4	6	10	0,05
(b)	150	10	160	5	0,33	5,33	0,033
(c)	$9 \cdot 10^5$	30	$9 \cdot 10^5$	299,99	0,01	300	$3{,}3 \cdot 10^{-4}$
(d)	1000	?	?	0,001	1,999	2	$1 \cdot 10^{-6}$
(e)	1000	4000	5000	100	400	500	0,1
(f)	50	-6	44	?	?	220	5
(g)	?	80	?	?	6,4	?	0,8

zu (f): nicht möglich, da $R_2 < 0$

zu (g): nicht möglich, da $I = \dfrac{U_2}{R_2} = 0{,}08\,\mathrm{A} \neq 0{,}8\,\mathrm{A}$

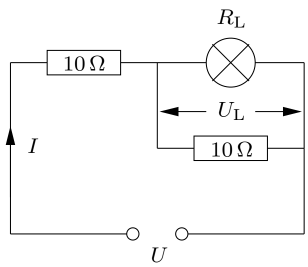
8. $R + R + 100\,\Omega + R + 200\,\Omega + R + 300\,\Omega + R + 400\,\Omega = \dfrac{U}{I} = 1150\,\Omega$

   $5R + 1000\,\Omega = 1150\,\Omega \quad \Longrightarrow \quad R = 30\,\Omega$

   $U_1 = 30\,\Omega \cdot I = 6\,\mathrm{V}$, $U_2 = 26\,\mathrm{V}$, $U_2 = 46\,\mathrm{V}$, $U_2 = 66\,\mathrm{V}$, $U_2 = 86\,\mathrm{V}$

   Probe: $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 = U$

9. Sollstrom durch die Lampe: $I_0 = \dfrac{1{,}35\,\mathrm{VA}}{4{,}5\mathrm{V}} = 0{,}30\,\mathrm{A}$

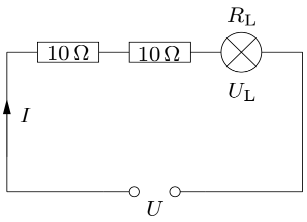


   Lampenwiderstand: $R_\mathrm{L} = \dfrac{4{,}5\mathrm{V}}{0{,}3\,\mathrm{A}} = 15\,\Omega$

   $R_\mathrm{ges} = 10\,\Omega + \dfrac{10 \cdot 15\,\Omega}{10 + 15} = 16\,\Omega, \quad I = \dfrac{U}{R_\mathrm{ges}} = 0{,}75\,\mathrm{A}$

   $U_\mathrm{L} = 0{,}75\,\mathrm{A} \cdot 6\,\Omega = 4{,}5\,\mathrm{V}$

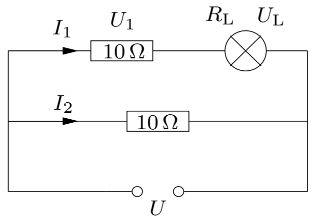
   Schaltungen, die nicht zum Ziel führen:



$R_{\text{ges}} = 35\,\Omega$

$I = \dfrac{U}{R_{\text{ges}}} = 0{,}343\,\text{A}$

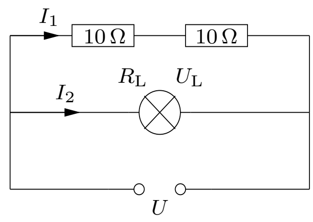
$U_{\text{L}} = \dfrac{15}{35} \cdot 12\,\text{V} = 5{,}14\,\text{V}$



$R_{\text{oben}} = 25\,\Omega$

$I_1 = \dfrac{U}{R_{\text{oben}}} = 0{,}48\,\text{A}$

$U_{\text{L}} = \dfrac{15}{25} \cdot 12\,\text{V} = 7{,}2\,\text{V}$



$U_{\text{L}} = 12\,\text{V}$

10. (a) $R_{2\|3} = \dfrac{1 \cdot 2\,\Omega}{1+2} = \dfrac{2}{3}\,\Omega, \qquad R_{123} = R_1 + R_{2\|3} = \dfrac{5}{3}\,\Omega$

$$R_{\text{AB}} = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{\frac{5}{3} \cdot 5\,\Omega}{\frac{20}{3}} = \frac{25}{20}\,\Omega = 1{,}25\,\Omega$$

(b) $U_2 = R_2 I_2 = 3\,\text{V}, \qquad I_3 = \dfrac{U_2}{R_3} = 1{,}5\,\text{A}, \qquad I_1 = I_2 + I_3 = 4{,}5\,\text{A}$

$U_1 = R_1 I_1 = 4{,}5\,\text{V}, \qquad U_{\text{AB}} = U_1 + U_2 = 7{,}5\,\text{V}$

11. (a) $U = \dfrac{W}{Q} = \dfrac{3\,\text{J}}{0{,}06\,\text{C}} = 50\,\text{V}$

(b) $Q = \dfrac{W}{U} = \dfrac{2\,\text{J}}{220\,\frac{\text{J}}{\text{C}}} = 9{,}09\,\text{mC}$

12. (a) $W_{\text{k}} = eU = 8{,}01 \cdot 10^{-16}\,\text{J}, \quad v^2 = \dfrac{2W_{\text{k}}}{m_{\text{e}}} = 1{,}76 \cdot 10^{15}\,\dfrac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \quad \Longrightarrow \quad v = 4{,}19 \cdot 10^7\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

(b) $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = 3{,}84 \cdot 10^7\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}, \quad W_{\text{k}} = \dfrac{m_{\text{p}}}{2}\,v^2 = 1{,}23 \cdot 10^{-12}\,\text{J}, \quad U = \dfrac{W_{\text{k}}}{e} = 7{,}70\,\text{MV}$

13. $\dfrac{m_p}{2}\,v^2 = eU \quad \Longrightarrow \quad U = \dfrac{m_p v^2}{2e} = 3{,}8 \cdot 10^6\,\text{V}$

14. $P_{\text{mech}} = 0{,}6 \cdot 230\,\text{V} \cdot 10\,\text{A} = 1380\,\text{W}, \quad W = mgh = P \cdot \Delta t \quad \Longrightarrow \quad \Delta t = \dfrac{mgh}{P} = 13\,\text{s}$

15. $\Delta t = \dfrac{W}{P} = \dfrac{c_{\text{Wasser}} m \Delta T}{UI} = \dfrac{4190\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,\text{K}} \cdot 1\,\text{kg} \cdot 86\,\text{K}}{230\,\text{V} \cdot 3{,}5\,\text{A}} = 4{,}5 \cdot 10^2\,\text{s} = 7{,}5\,\text{min}$

16. $I = \dfrac{P}{U} = 0{,}26\,\text{A}, \quad R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{U^2}{P} = 8{,}8 \cdot 10^2\,\Omega$

17. $R = \dfrac{U}{I} = 46\,\Omega, \quad P = UI = 1{,}2\,7kW, \quad W = QU = 4{,}1 \cdot 10^6\,\mathrm{J}$

$t = \dfrac{Q}{I} = 3600\,\mathrm{s} = 1{,}0\,\mathrm{h}$

18. $I = \dfrac{Q}{t} = 4{,}5\,\mathrm{A}, \quad U = \dfrac{P}{I} = \dfrac{Pt}{Q} = 220\,\mathrm{V}, \quad R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{Pt^2}{Q^2} = 48\,\Omega, \quad W = Pt = 11\,\mathrm{kJ}$

19. $W = 0{,}4\,\mathrm{kg} \cdot 335\,\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} + 0{,}4\,\mathrm{kg} \cdot 60\,\mathrm{K} \cdot 4{,}19\,\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} = 235\,\mathrm{kJ}, \quad U = 230\,\mathrm{V}$

$P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{235\,\mathrm{kJ}}{300\,\mathrm{s}} = 782\,\mathrm{W} = UI \quad \Longrightarrow \quad I = \dfrac{P}{U} = 3{,}4\,\mathrm{A}, \quad R = \dfrac{U}{I} = 68\,\Omega$

20. (a) $P = \dfrac{W}{t}, \quad U = \dfrac{P}{I} = \dfrac{W}{It}, \quad R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{W}{I^2 t}$

(b) $P = \dfrac{W}{t} = UI = RI^2 \quad \Longrightarrow \quad I = \sqrt{\dfrac{W}{Rt}}, \quad U = RI = \sqrt{\dfrac{WR}{t}}$

21. Mit $P = 1{,}05\,\mathrm{W}$ und der Lampenspannung $U_\mathrm{L} = 3{,}5\,\mathrm{V}$ folgt für den Sollstrom durch die Lampe $I = \dfrac{P}{U_\mathrm{L}} = 0{,}3\,\mathrm{A}$.

Der Widerstand der Lampe ist $R_\mathrm{L} = \dfrac{U_\mathrm{L}}{I} = 11{,}7\,\Omega$.

Der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung ist $R_\mathrm{ges} = R + R_\mathrm{L} = \dfrac{230\,\mathrm{V}}{0{,}3\mathrm{A}} = 766{,}7\,\Omega$.

$R = R_\mathrm{ges} - R_\mathrm{L} = 755\,\Omega$

Die Gesamtleistung ist $P_\mathrm{ges} = 230\ \mathrm{V} \cdot I^2 = 20{,}7\,\mathrm{W}$, die Nutzleistung $P = 1{,}05\,\mathrm{W}$ und die Verlustleistung $P_\mathrm{V} = P_\mathrm{ges} - P = 19{,}65\,\mathrm{W}$.

$\dfrac{P_\mathrm{V}}{P_\mathrm{ges}} = 94{,}9\,\%, \ \dfrac{P_\mathrm{V}}{P} = 1{,}87 \cdot 10^3\,\%$

22. $P = 75\% \cdot \dfrac{mgh}{\Delta t} = 0{,}75 \cdot \dfrac{84\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 200\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{s}} = 1{,}24 \cdot 10^8\,\mathrm{W} = 124\,\mathrm{MW}$

$I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{124\,\mathrm{MVA}}{0{,}11\,\mathrm{MV}} = 1{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{A}$

$25\% \cdot mgh = c_\mathrm{Wasser} m \Delta T \quad \Longrightarrow \quad \Delta T = \dfrac{0{,}25\,gh}{c_\mathrm{Wasser}} = \dfrac{0{,}25 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 200\,\mathrm{m}}{4190\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}} = 0{,}12\,\mathrm{K}$

23. Energieverbrauch in einem Jahr:

$$W = NUIt = 1{,}8 \cdot 10^8 \cdot 230\,\mathrm{V} \cdot 0{,}045\,\mathrm{A} \cdot 365{,}25 \cdot 24\,\mathrm{h} = 1{,}6 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kWh}$$

Kosten pro Jahr:

$$k = 1{,}6 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kWh} \cdot 0{,}17\,\frac{€}{\mathrm{kWh}} = 2{,}8 \cdot 10^9\,€$$

Benötigte Gesamtleistung:

$$P = NUI = 1{,}8 \cdot 10^8 \cdot 230\,\mathrm{V} \cdot 0{,}045\,\mathrm{A} = 1{,}9\,\mathrm{GW}$$

Man benötigt $\frac{P}{36\,\mathrm{MW}} \approx 53$ Wasserkraftwerke oder $\frac{P}{0{,}9\,\mathrm{GW}} \approx 2$ Kernkraftwerke.

24. $P = UI = \dfrac{U^2}{R} \quad\Longrightarrow\quad R = \dfrac{U^2}{P} = \dfrac{230^2\,\mathrm{V}^2}{690\,\mathrm{VA}} = 76{,}7\,\Omega$

$I = \dfrac{P}{U} = 3{,}0\,\mathrm{A}, \quad Q = It = 3{,}0\,\mathrm{A} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 10800\,\mathrm{C}, \quad n = \dfrac{Q}{e} = 6{,}75 \cdot 10^{22}$

25. (a) Erwärmung des Generators und der Umgebung.

(b) Pro Sekunde: $W_\mathrm{p} = mgh = 500\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 3\,\mathrm{m} = 14715\,\mathrm{J}$

$$0{,}2mgh = mc_{\mathrm{H_2O}}\Delta T \quad\Longrightarrow\quad \Delta T = \frac{0{,}2gh}{c_{\mathrm{H_2O}}} = \frac{0{,}2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 3\,\mathrm{m}}{4190\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}$$

(c) $P_\mathrm{e} = 0{,}7 \cdot \dfrac{W_\mathrm{p}}{\Delta t} = \dfrac{0{,}7 \cdot 14715\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{s}} = 1{,}0 \cdot 10^4\,\mathrm{W} = UI \quad\Longrightarrow\quad I = \dfrac{P_\mathrm{e}}{U} = 45\,\mathrm{A}$

26. $90\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 25\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \quad W = \dfrac{m}{2}v^2 = 2{,}5 \cdot 10^5\,\mathrm{J}, \quad P = \dfrac{W}{t} = 12500\,\mathrm{W} = 12{,}5\,\mathrm{kW}$

$P = UI \cdot 80\% \quad\Longrightarrow\quad I = \dfrac{P}{0{,}8\,U} = 78{,}125\,\mathrm{A} \approx 78\,\mathrm{A}$

27. (a) $I = \dfrac{P}{U} = 0{,}56\,\mathrm{A}, \quad R = \dfrac{U}{I} = 6{,}5\,\Omega$

(b) Die am Aufzug umgesetzte mechanische Leistung ist

$$P_\mathrm{m} = 0{,}9 \cdot (1 - 0{,}1) \cdot UI = \frac{mgh}{\Delta t}$$

$$I = \frac{mgh}{0{,}81\,\Delta t\,U} = \frac{1200\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 3{,}6\,\mathrm{m}}{0{,}81 \cdot 2{,}5\,\mathrm{s} \cdot 218\,\mathrm{V}} = 96\,\mathrm{A}$$

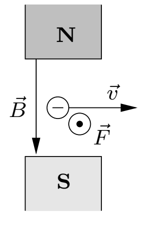
Mit Beschleunigung:

$$I = \frac{mgh + \frac{m}{2}v^2}{0{,}81\,\Delta t\,U} = \frac{42379{,}2\,\mathrm{J} + 12150\,\mathrm{J}}{0{,}81 \cdot 2{,}5\,\mathrm{s} \cdot 218\,\mathrm{V}} = 124\,\mathrm{A}$$

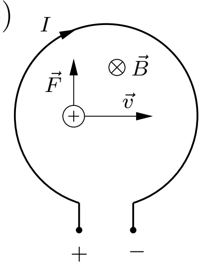
28. Rechte-Hand-Regel für positive Teilchen:

Daumen : $\vec{v}$
Zeigefinger : $\vec{B}$
Mitelfinger : $\vec{F}$

(a)



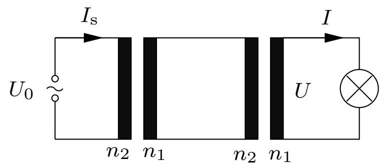
(b)



29. Zwei Spulen sind um einen gemeinsamen Eisenkern gewickelt. Ein Wechselstrom durch die Primärspule erzeugt ein sich mit der Zeit veränderndes Magnetfeld, das wegen des Eisenkerns (Ausrichtung der Elementarmagnete) auch die Sekundärspule durchdringt. Dadurch wird an den Enden der Sekundärspule eine Spannung induziert.

30. (a) Mit $k = \frac{n_2}{n_1} = 5$ ist $U_{\min} = \frac{U_0}{k^3} = 1{,}84\,\mathrm{V}$ und $U_{\max} = U_0 \cdot k^3 = 28\,750\,\mathrm{V}$.

(b) $U = \frac{U_0}{k^2} = 9{,}2\,\mathrm{V}$



Ist I_L der Strom, der bei $U_\mathrm{L} = 10\,\mathrm{V}$ durch die Lampe fließt und R der Widerstand der Lampe, dann gilt:

$$P_\mathrm{L} = U_\mathrm{L} I_\mathrm{L} \quad \Longrightarrow \quad I_\mathrm{L} = \frac{P_\mathrm{L}}{U_\mathrm{L}} = 2{,}0\,\mathrm{A}$$

$$R = \frac{U_\mathrm{L}}{I_\mathrm{L}} = 5{,}0\,\Omega$$

Bei $U = 9{,}2\,\mathrm{V}$ fließt der Strom $I = \frac{U}{R} = 1{,}84\,\mathrm{A}$ durch die Lampe.

$$I_\mathrm{s} = \frac{I}{k^2} = 0{,}074\,\mathrm{A} = 74\,\mathrm{mA}$$

31. (a) $E(R_\mathrm{K}) = \frac{Q_{\max}}{4\pi\varepsilon_0 R_\mathrm{K}^2} = E_0 \quad \Longrightarrow \quad Q_{\max} = 4\pi\varepsilon_0 R_\mathrm{K}^2 E_0 = 1{,}00 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{C}$

(b) $R_\mathrm{M} + R_\mathrm{K} \approx R_\mathrm{M} \quad \Longrightarrow \quad a_0 = \frac{F_\mathrm{e} - F_\mathrm{G}}{m} = \frac{\frac{Q_{\max} Q_\mathrm{M}}{4\pi\varepsilon_0 R_\mathrm{M}^2} - \frac{GMm}{R_\mathrm{M}^2}}{m}$

$$Q_\mathrm{M} = \left(ma_0 + \frac{GMm}{R_\mathrm{M}^2}\right) \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0 R_\mathrm{M}^2}{Q_{\max}} = \left(a_0 R_\mathrm{M}^2 + GM\right) \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0 m}{Q_{\max}} = 2{,}00 \cdot 10^9\,\mathrm{C}$$

(c) Potential einer Kugel mit Ladung Q für $r \geqq R$: $\quad \varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

Spannung zwischen Kugeloberfläche und ∞: $\quad U = \varphi(r) - \varphi(\infty) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$\Longrightarrow \quad C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

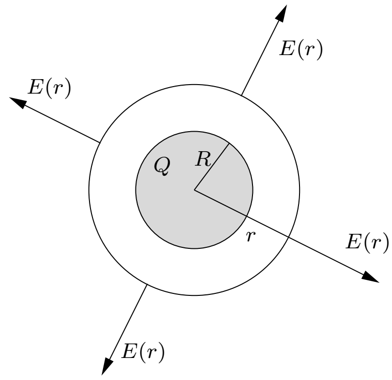
$$W_\mathrm{M} = \frac{Q_\mathrm{M}^2}{2C_\mathrm{M}} = \frac{Q_\mathrm{M}^2}{8\pi\varepsilon_0 R_\mathrm{M}} = 1{,}0 \cdot 10^{22}\,\mathrm{J}, \quad W_\mathrm{K} = \frac{Q_{\max}^2}{2C_\mathrm{K}} = \frac{Q_{\max}^2}{8\pi\varepsilon_0 R_\mathrm{K}} = 1{,}5 \cdot 10^5\,\mathrm{J}$$

(d) $W_p(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{Q_\mathrm{M} Q_{\max}}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$$\frac{m}{2} v^2 = W_p(R_\mathrm{M}) - W_p(\infty) = W_p(R_\mathrm{M}) = \frac{Q_\mathrm{M} Q_{\max}}{4\pi\varepsilon_0 R_\mathrm{M}} - \frac{GMm}{R_\mathrm{M}} = ma_0 R_\mathrm{M}$$

$$v = \sqrt{2a_0 R_\mathrm{M}} = 3{,}9 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

32. (a) Wir denken uns eine Kugelfläche A mit Radius r um den Mittelpunkt der Metallkugel. Aus Symmetriegründen steht das von Q erzeugte Feld $\vec{E}$ auf dieser Fläche senkrecht und $E = |\vec{E}|$ hängt nur von r ab. Daher ist der Fluss durch A



$$\Phi = E(r) \cdot A = 4\pi r^2 E(r)$$

Nach dem Gaussschen Satz ist

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0},$$

d.h.

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Longrightarrow \quad E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

(b) Mit $m = m_\mathrm{e}$ und $q = -e$ gilt

$$\frac{m}{2}v^2 + \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{m}{2} \cdot 0^2 + \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$$

$$v = \sqrt{\frac{Qq}{2\pi\varepsilon_0 m} \cdot \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}\right)} = \sqrt{\frac{Qe}{2\pi\varepsilon_0 m} \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_0}\right)} = 3{,}1 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(c) $a_1 = a(r_0) = \dfrac{F(r_0)}{m} = \dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 m r_0^2} = 7{,}9 \cdot 10^{12}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Wegen $r_0 = 4R$ ist $a_2 = a(R) = 16a_1 = 1{,}3 \cdot 10^{14}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Unter der Annahme einer konstanten Beschleunigung wären die Flugzeiten des Elektrons für die Strecke $s = r_0 - R = 15\,\mathrm{cm}$:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a_1}} = 1{,}9 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{s} \quad \text{und} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2s}{a_2}} = \frac{t_1}{4} = 4{,}9 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$$

$$\Delta y_2 < \Delta y < \Delta y_1 \quad \text{mit} \quad \Delta y_1 = \frac{g}{2}t_1^2 = 1{,}9\cdot 10^{-13}\,\mathrm{m} \quad \text{und} \quad \Delta y_2 = \frac{\Delta y_1}{16} = 1{,}2\cdot 10^{-14}\,\mathrm{m}$$

33. (a) Polung: plus unten

(b) $\dfrac{m}{2}v_0^2 = eU_0 \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{mv_0^2}{e} = 2U_0, \qquad v_0 = \sqrt{\dfrac{2eU_0}{m}}$

Flugzeit: $\Delta t = \dfrac{L}{v_0 \cos\varphi}$, Beschleunigung: $a_y = \dfrac{eE}{m} = \dfrac{eU}{md}$

Geschwindigkeit in y-Richtung bei $x = L$: $v_1 = v_0 \sin\varphi - \dfrac{eU}{md} \cdot \dfrac{L}{v_0 \cos\varphi} = 0$

$$U = \frac{mv_0^2 d \sin\varphi\cos\varphi}{eL} = \frac{2U_0 d \sin\varphi\cos\varphi}{L} = \frac{U_0 d \sin 2\varphi}{L}$$

(c) $y_1 = v_{y0}\Delta t - \frac{a_y}{2}\Delta t^2 = v_0 \sin\varphi \cdot \frac{L}{v_0 \cos\varphi} - \frac{eU}{2md} \cdot \frac{L^2}{v_0^2 \cos^2\varphi} = L\tan\varphi - \frac{UL^2}{4U_0 d \cos^2\varphi}$

Mit $U = \frac{2U_0 d \sin\varphi\cos\varphi}{L}$ folgt $y_1 = L\tan\varphi - \frac{2U_0 d L^2 \sin\varphi\cos\varphi}{4U_0 d L\cos^2\varphi} = \frac{L}{2}\tan\varphi$

(d) $y_1 = \frac{L}{2}\tan\varphi < \frac{d}{2} \quad\Longrightarrow\quad \tan\varphi < \frac{d}{L} \quad\Longrightarrow\quad \tan\varphi_{\max} = \frac{d}{L}$

(e) $U(\varphi') = U(\varphi) \Longrightarrow \sin(2\varphi') = \sin(2\varphi) \Longrightarrow 2\varphi' = 180° - 2\varphi \Longrightarrow \varphi' = 90° - \varphi$

(f) $U = \frac{200\,\mathrm{V}\cdot 0{,}06\,\mathrm{m}\cdot\sin 30°}{0{,}2\,\mathrm{m}} = 30\,\mathrm{V}, \quad y_1 = \frac{0{,}2\,\mathrm{m}}{2}\cdot\tan 15° = 2{,}7\,\mathrm{cm} < \frac{d}{2}$ (ja)

$\varphi' = 75°, \quad y_1' = 10\,\mathrm{cm}\cdot\tan 75° = 37{,}3\,\mathrm{cm} > \frac{d}{2}$ (nein) $\quad \varphi_{\max} = \arctan\frac{d}{L} = 17{,}7°$

34. (a) Für $t \geqq t_2 = 15\,\mathrm{s}$ ist der Leiterrahmen nicht mehr im Magnetfeld und daher $\Phi(t) = 0$. Für $t < t_2$ gilt:

$A(t) = b(a - vt)$

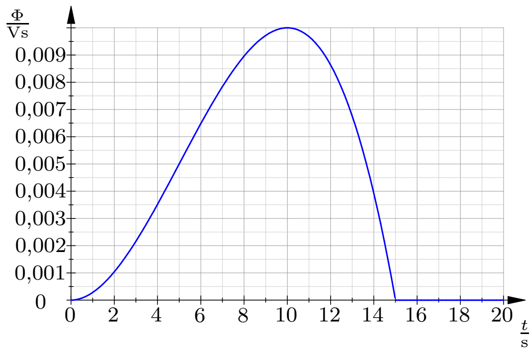
$\Phi(t) = B(t)A(t) = \alpha b t^2(a - vt)$

$\Phi(t) = \alpha b(at^2 - vt^3)$

$\dot\Phi(t) = \alpha b t(2a - 3vt)$

$\dot\Phi(t) = 0 \Longrightarrow t_0 = 0$ (Minimum)

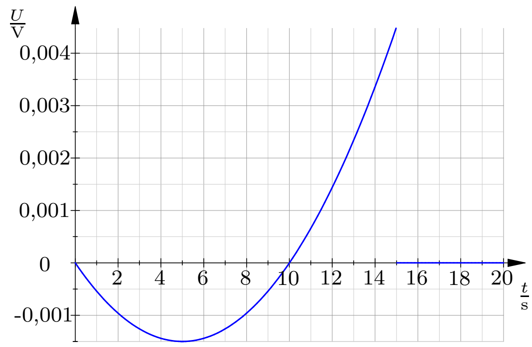
oder $t_1 = \frac{2a}{3v} = 10\,\mathrm{s}$ (Maximum)



$$\Phi(t) = 10^{-2}\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{s}}\cdot t^2\left(3 - 0{,}2\,\frac{1}{\mathrm{s}}t\right)$$

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	0	2	4	6	8	10	12	14	15
$\frac{\Phi}{\mathrm{mT}}$	0	1,04	3,52	6,48	8,96	10	8,64	3,92	0

(b) Für $t \in [0; 10\,\mathrm{s}]$ ist $\Phi(t)$ steigend, das vom Induktionsstrom erzeugte Feld $\vec B_\mathrm{i}$ muss entgegengesetzt zu $\vec B$ orientiert sein (LENZsche Regel). Der Induktionsstrom würde (wenn P und Q leitend verbunden wären) entgegen dem Uhrzeigersinn fließen, d.h. P ist negativ. Für $t \in [0; 10\,\mathrm{s}]$ ist also $U(t) < 0$, d.h.



$$U(t) = -\dot\Phi(t) = -\alpha b t(2a - 3vt)$$

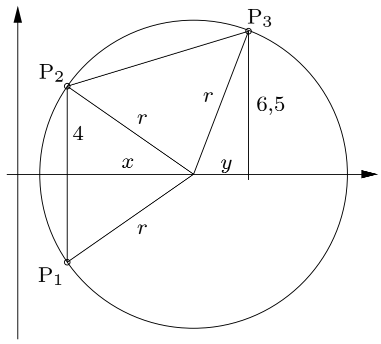
$$U(t) = \begin{cases} 6\cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{sm}}\cdot t\left(0{,}1\,\frac{1}{\mathrm{s}}t - 1\right) & \text{für } t < t_2 \\ 0 & \text{für } t > t_2 \end{cases}$$

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	0	5	10	15
$\frac{U}{\mathrm{mV}}$	0	-1,5	0	4,5

35. (a) $B_0 = \mu_0 \cdot \frac{nI_0}{a} \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{B_0 a}{\mu_0 I_0} = 2{,}1 \cdot 10^3$

$$L = \mu_0 \cdot \frac{n^2 A}{a} \quad \Longrightarrow \quad A = \frac{La}{\mu_0 n^2} = 32\,\mathrm{m}^2 \quad \Longrightarrow \quad r_0 = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 3{,}2\,\mathrm{m}$$

(b) $y = 8{,}25\,\mathrm{cm} - x$



$$x^2 + (4\,\mathrm{cm})^2 = r^2$$

$$y^2 + (6{,}5\,\mathrm{cm})^2 = (8{,}25\,\mathrm{cm} - x)^2 + (6{,}5\,\mathrm{cm})^2 = r^2$$

$$(8{,}25\,\mathrm{cm})^2 - 16{,}5\,\mathrm{cm}\cdot x + x^2 + (6{,}5\,\mathrm{cm})^2 = x^2 + (4\,\mathrm{cm})^2$$

$$x = \frac{(8{,}25\,\mathrm{cm})^2 + (6{,}5\,\mathrm{cm})^2 - (4\,\mathrm{cm})^2}{16{,}5\,\mathrm{cm}} = 5{,}72\,\mathrm{cm}$$

$$r = \sqrt{x^2 + (4\,\mathrm{cm})^2} = 6{,}98\,\mathrm{cm}$$

$$\frac{mv^2}{r} = evB_0 \quad \Longrightarrow \quad v = \frac{erB_0}{m} = 2{,}67 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$eU_\mathrm{p} = \frac{m}{2} v^2 \quad \Longrightarrow \quad U_\mathrm{p} = \frac{mv^2}{2e} = \frac{er^2 B_0^2}{2m} = 3{,}7 \cdot 10^6\,\mathrm{V}$$

(c) $W_0 = Aa \cdot \frac{B_0^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 2{,}7 \cdot 10^9\,\mathrm{J}, \qquad \Delta t = \frac{W}{P} = \frac{2{,}7 \cdot 10^9\,\mathrm{J}}{10^5\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = 2{,}7 \cdot 10^4\,\mathrm{s} = 7{,}5\,\mathrm{h}$

(d) Spannung am Widerstand gleich Induktionsspannung:

$$RI = -L\dot{I} \quad \Longrightarrow \quad \dot{I} = -\frac{R}{L} I$$

$$\dot{I}(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(I_0\, e^{-\frac{R}{L}\cdot t}\right) = -\frac{R}{L} I_0\, e^{-\frac{R}{L}\cdot t} = -\frac{R}{L} I(t)$$

Die Anfangsbedingung $I(0) = I_0$ passt. $\qquad \frac{R}{L} = \frac{1}{140\,000\,\mathrm{s}} = 7{,}14 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{s}}.$

$$W(t_1) = \frac{1}{2} L I(t_1)^2 = \frac{1}{2} L I_0^2 e^{-\frac{2R}{L}\cdot t_1} = W_0\, e^{-\frac{2R}{L}\cdot t_1} = W_1$$

$$t_1 = -\frac{L}{2R} \ln \frac{W_1}{W_0} = \frac{L}{2R} \ln \frac{W_0}{W_1} = 5{,}5 \cdot 10^5\,\mathrm{s} = 1{,}5 \cdot 10^2\,\mathrm{h}$$

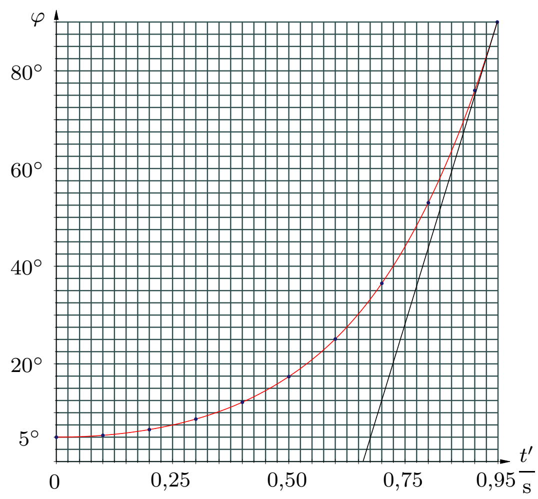
$$I_1 = I(t_1) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}\cdot t_1} = 3{,}8 \cdot 10^2\,\mathrm{A}$$

(e) $B(t) = \frac{\mu_0 n}{a} \cdot I(t) = \frac{\mu_0 n}{a} \cdot I_0 e^{-\frac{R}{L}\cdot t} = B_0 e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \quad \Longrightarrow \quad \Phi(t) = b^2 n' B(t) = b^2 n' B_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t}$

$$U'(t) = |\dot{\Phi}(t)| = U_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \quad \text{mit} \quad U_0 = \frac{b^2 n' B_0 R}{L} = 0{,}29\,\mathrm{V}$$

(f) $\Phi(t) = b^2 n' B(t) \cos\varphi \quad \Longrightarrow$

$$U' = -\dot{\Phi} = -b^2 n' (\dot{B}\cos\varphi - B\dot{\varphi}\sin\varphi) =$$
$$= b^2 n' B \left(\frac{R}{L}\cos\varphi + \dot{\varphi}\sin\varphi \right)$$



Im Intervall $0 < t' < 0{,}95\,\mathrm{s}$ ist $\cos\varphi$ fallend, $\sin\varphi$ steigend und

$$B(t) \approx B(t_2) = 3{,}1\,\mathrm{T}$$

praktisch konstant. Maximales $\dot{\varphi}$:

$$\dot{\varphi} \approx \frac{\frac{\pi}{2}}{0{,}29\,\mathrm{s}} = 5{,}4\,\frac{1}{\mathrm{s}} \gg \frac{R}{L}$$

$$U'_{\mathrm{max}} \approx b^2 n' B(t_2)\dot{\varphi} = 1{,}7 \cdot 10^5\,\mathrm{V}$$