
SMART

**Sammlung mathematischer Aufgaben
als Hypertext mit T_EX**

Neue Aufgaben (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

1. Mai 2010

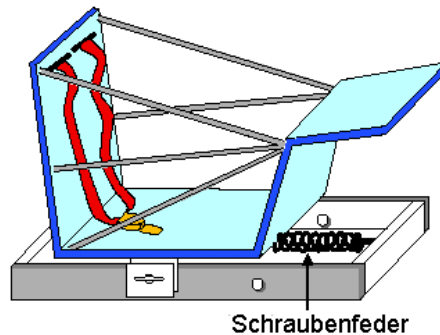
*Die Aufgaben stehen für private und unterrichtliche Zwecke zur Verfügung. Eine kommerzielle Nutzung bedarf der vorherigen Genehmigung.

Inhaltsverzeichnis

1	Januar 2010	3
2	August 2009	13
3	Juni 2009	23
4	Grundlagen, Juli 2008	30
5	Juni 2008	38
6	Grundlagen, Januar 2008	51
7	Mechanik, Januar 2008	56
8	Elektrizität, Januar 2008	78

1 Januar 2010

1. Das Foto zeigt eine Astronautin im BMMD (Body Mass Measurement Device) der NASA.



Mit diesem BMMD bestimmen die Astronauten im Spaceshuttle in der Erdumlaufbahn ihre Körpermasse. Es besteht aus einem Gestell, in dem sich die Astronautin mit einem Gurt festgeschnallt hat. Dieses Gestell ist reibungsfrei in einer Schiene montiert und an einer Schraubenfeder befestigt.

- (a) Warum verwendet die NASA keine ?normale Bodenwaage??
- (b) Wie könnte dieses Gerät funktionieren?
- (c) Spielt die Orientierung dieses Geräts relativ zur Erde eine Rolle?
- (d) Warum müssen sich die Astronauten in dem Gestell festschnallen – warum genügt es nicht, dass sie sich nur hineinsetzen?
- (e) Welche Federkonstante würden Sie für dieses Gerät wählen, wenn die Schwingungsdauer der Anordnung in der Größenordnung von 0,5 Sekunden liegen soll? Begründen Sie jeden Schritt Ihrer Abschätzung!

Quelle: www.leifi.physik.uni-muenchen.de

- Lösung:*
- (a) Bei einer normalen Bodenwaage wirkt der Schwerkraft eines Körpers die Bodendruckkraft entgegen, die im Spaceshuttle fehlt.
 - (b) Dieses Gerät, in dem die Astronautin festgeschnallt ist, stellt zusammen mit der Feder ein harmonisches Federpendel dar, dessen Masse die Summe aus Astronautenmasse und Gestellmasse ist.
 - (c) Unter den Bedingungen der Mikrogravitation („Schwereelosigkeit“) spielt die Orientierung (horizontal) keine Rolle – alle Raumrichtungen sind im Gegensatz zu einem Experiment auf der Erdoberfläche gleichberechtigt.

- (d) Wenn sich die Astronautin nicht festschnallt, besteht keine Verbindung zwischen Gestell und Astronautin und bereits die kleinsten Kräfte führen dazu, dass sie aus dem Gestell wegbeschleunigt wird und damit keine Messung möglich ist.
- (e) Für ein Federpendel gilt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow D = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$
Setzt man die Periodendauer von 0,5s und die Masse von 100 kg für Gestell plus Astronautenmasse an, so ergibt sich $16 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$

2. Der Dachdecker und die Tonne I

Über ein Rolle sind der Dachdecker (75kg) mit einer Tonne (25kg) mit Ziegel (250kg) verbunden. Zu Beginn befindet sich die Tonne im 6. Stock (3m pro Stockwerk) und der Dachdecker am Boden.

- (a) Fertige eine Skizze mit den wirkenden Kräften an. Welche Beschleunigung erfährt der Dachdecker?
- (b) Welche Höhenenergie hat die Tonne mit den Ziegeln zu Beginn?
- (c) Welche Energieumwandlungen findet statt, wenn der Dachdecker bis zum 6. Stock nach oben gezogen wird?
- (d) Welche Höhenenergie hat der Dachdecker im 6. Stock?
- (e) Mit welcher Geschwindigkeit kommt der Dachdecker im 6. Stock an?

Lösung: (a) $F_{ges} = 2,0kN$; $a = 5,7 \frac{m}{s^2}$

(b) $E_{pot1} = 48kJ$

(c) $E_{pot,Tonne} \downarrow$, $E_{pot,Dachdecker} \uparrow$, $E_{kin,Tonne} \uparrow$, $E_{kin,Dachdecker} \uparrow$,

(d) $E_{pot2} = 13kJ$

(e) $v = 14 \frac{m}{s}$

3. Der Dachdecker und die Tonne II

Über ein Rolle sind der Dachdecker (75kg) mit einer Tonne (25kg) mit Ziegel (250kg) verbunden. Der Dachdecker wird von der Tonne nach oben gezogen; die Tonne bewegt sich nach unten. Beim Aufprall der Tonne auf dem Boden fällt der Boden aus der Tonne und die Ziegel fallen heraus. Nun bewegt sich der Dachdecker wieder nach unten.

- (a) Fertige eine Skizze mit den wirkenden Kräften an. Welche Kraft und Beschleunigung erfährt der Dachdecker?
- (b) Welche Höhenenergie hat die Tonne bzw. der Dachecker im 6. Stock (3m pro Stockwerk)?
- (c) Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Dachdecker am Boden auf?
- (d) Nun reißt das Seil. Mit welcher Geschwindigkeit trifft die Tonne am Boden auf?

- Lösung: (a) $F_{ges} = 0,49kN$; $a = 4,9\frac{m}{s^2}$
(b) $E_{pot,Tonne} = 4,4kJ$, $E_{pot,Dachdecker} = 13kJ$
(c) $E_{kin1} = 13kJ - 4,4kJ = 8,6kJ$; $v = 13\frac{m}{s}$
(d) $E_{kin2} = 19\frac{m}{s}$

4. Arbeit und Leistung

Führe die folgenden Aufgaben zusammen mit anderen Schülern aus.

(a) Leistung beim Treppensteigen

- Bestimme im Treppenhaus die senkrechte Höhe der Treppe vom Erdgeschoss bis in den zweiten Stock.
- Ein Schüler läuft schnell die Treppe hinauf, die anderen stoppen die dafür benötigte Zeit.
- Bestimme für jeden Schüler die Masse.
- Stelle für die verschiedenen Schüler die Masse, die Gewichtskraft, die verrichtete Arbeit, die benötigte Zeit und die Leistung in einer Tabelle da.
- Wer hat am meisten geleistet?

(b) Leistung beim Gewichtheben

- Ein Schüler stemmt eine Hantel n-mal, die anderen stoppen die dafür benötigte Zeit.
- Bestimme die Masse und die Hubhöhe der Hantel.
- Stelle für die verschiedenen Schüler die Masse, die Gewichtskraft, die verrichtete Arbeit, die benötigte Zeit und die Leistung in einer Tabelle da.
- Wer hat am meisten geleistet?

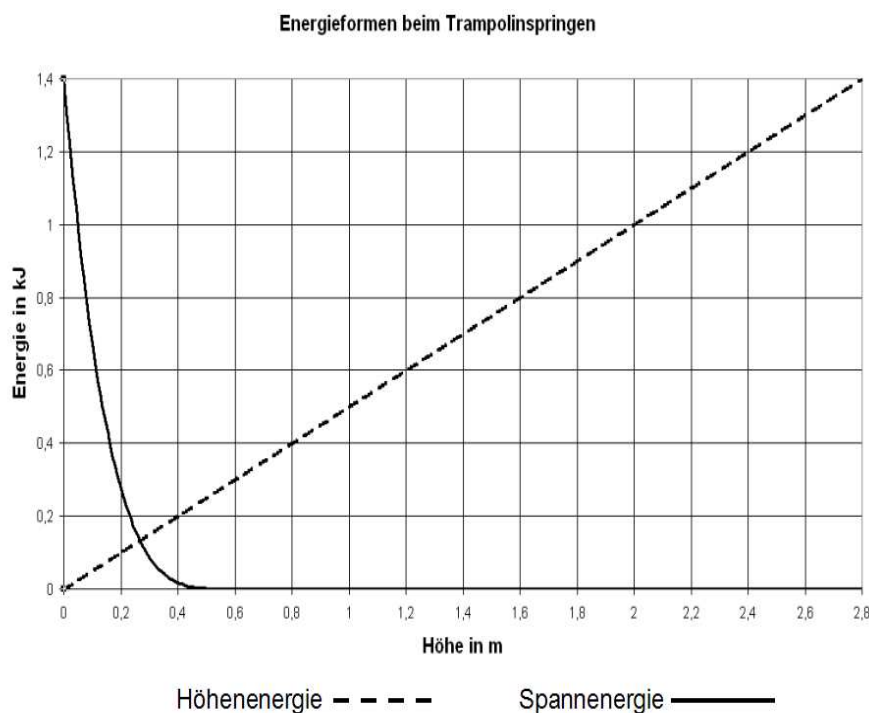
(c) Leistung bei Liegestützen

- Bestimme mit einer Personenwaage die Kraft, mit der sich ein Schüler bei der Liegestütze abstützt.
- Bestimme an der Schulter die Hubhöhe bei der Liegestütze.
- Ein Schüler macht n Liegestützen, die anderen stoppen die dafür benötigte Zeit.
- Stelle für die verschiedenen Schüler die Kraft, die Hubhöhe, die verrichtete Arbeit, die benötigte Zeit und die Leistung in einer Tabelle da.
- Wer hat am meisten geleistet?

Lösung:

5. Trampolinspringer

Im Diagramm unten siehst du in Abhängigkeit von der Höhe die Energieformen eines Trampolinspringers, der sich in unterschiedlichen Höhen bewegt. Dabei werden Höhenenergie, Spannenergie und kinetische Energie annähernd vollständig und verlustfrei ineinander umgewandelt, so dass die Gesamtenergie als konstant angenommen werden kann. Der tiefste Punkt des Springers wird dabei als Punkt mit der Höhenenergie 0 definiert.



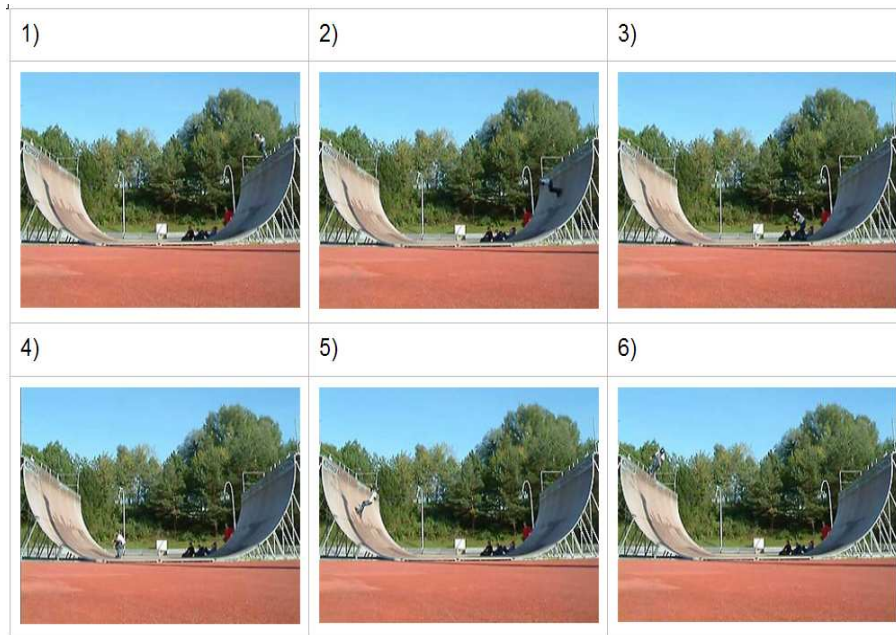
- Beschreibe mit Hilfe des Diagramms, welche Energieformen beim Trampolinspringen in welcher Sprungphase vorliegen. Beschreibe auch mit Worten den Verlauf der kinetischen Energie.
- Zeichne in das Diagramm den Verlauf der kinetischen Energie ein, wobei in der Höhe 2,8 m ausschließlich Höhenenergie vorliegen soll.
- Entnimm deinem Diagramm, in welcher Höhe in etwa die kinetische Energie maximal ist! Wie groß ist diese ungefähr, wie groß ist ihr Anteil an der Gesamtenergie?

Quelle: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

Lösung: In ca. 35 cm Höhe ist E_{kin} maximal, sie beträgt etwa $1,2 kJ$. Das sind ca. 84% der Gesamtenergie.

6. Inlineskater

Die Bildsequenz einen Inlineskater auf einer Halfpipe. Die Bilder haben einen zeitlichen Abstand von 0,50 s.



- (a) Treffe zu jedem der sechs Bilder eine Aussage über die jeweils vorhandenen Energieformen. Gib an wie sich die jeweiligen Energieformen gegenüber dem vorangegangenen Bild verändert haben und wann Maximalwerte erreicht sind.
- (b) Bestimme an Hand der Bilder 3 und 4, wie schnell der Inlineskater in der Ebene in etwa ist. Die Halfpipe ist etwa 3 m hoch.
- (c) Berechne die Gesamtenergie des Inlineskater. Er hat eine Masse von 35 kg.

Quelle: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

Lösung: Die Geschwindigkeit beträgt in etwa $8 \frac{m}{s}$. Die kinetische Energie beträgt in etwa $1,1 kJ$

7. Bungeespringer

Untersucht das Verhalten eines Bungeespringers unter dem Gesichtspunkt der Energieumwandlung!

- Welche Formen mechanischer Energie treten auf?
- An welcher Stelle hat der Bungeespringer die größte Geschwindigkeit?
- Baut dazu ein Modell eines Bungeespringers mit einfachen Mitteln aus der Physiksammlung!

Präsentiert eure Ergebnisse auf einem Poster mit Zeichnungen und Illustrationen und findet mit Hilfe des Internets etwas über die Ursprünge und die Gefahren des Bungeespringens heraus!

Quelle: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

Lösung:

8. Reißen beim Gewichtheben

Beim Gewichtheben muss man eine Langhantel vom Boden aus zur Lage über dem Kopf bei ausgestreckten Armen (sogenannte Hochstrecke!) bringen. Bei der Disziplin „Reißen“ wird die Hantel in einem Zug zur Hochstrecke gebracht. Dabei greift der Gewichtheber die Hantel so nahe an den Gewichtsscheiben, dass sie in der Hochstrecke nur wenig über dem Kopf liegt. Der amtierende iranische Weltrekordler im Reißen Hossein Rezazadeh brachte es am 14.09.2003 auf 213 kg.

Berechne unter der Annahme eines Höhenunterschiedes von 1,80 m zwischen Boden und Hochstrecke

- (a) die vom Gewichtheber an der Hantel verrichtete Arbeit.
- (b) den Zuwachs an Höhenenergie, den die Hantel dabei erhält.

Quelle: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

Lösung: (a) Die verrichtete Arbeit ist $3,8kJ$.

(b) Der Zuwachs an Höhenenergie ist ebenfalls $3,8kJ$.

9. In einer Wissenschaftssendung wird berichtet, dass es in der Physik erstmals gelungen ist, in einem Experiment die Messgenauigkeit so weit zu steigern, dass das untersuchte Naturgesetz exakt bewiesen werden konnte.

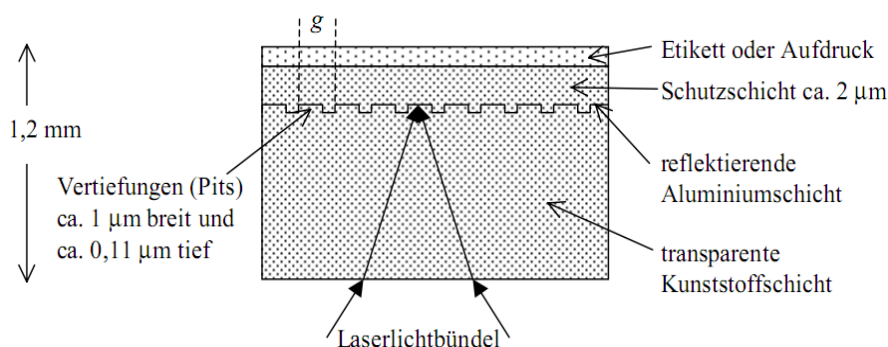
Nimm zu dieser Aussage Stellung.

Lösung: Naturgesetze können prinzipiell nicht bewiesen werden. Sie sind „Erfindungen“ von Menschen, mit deren Hilfe Vorhersagen möglich werden. An der Gültigkeit der Vorhersagen von Naturgesetzen werden diese gemessen.

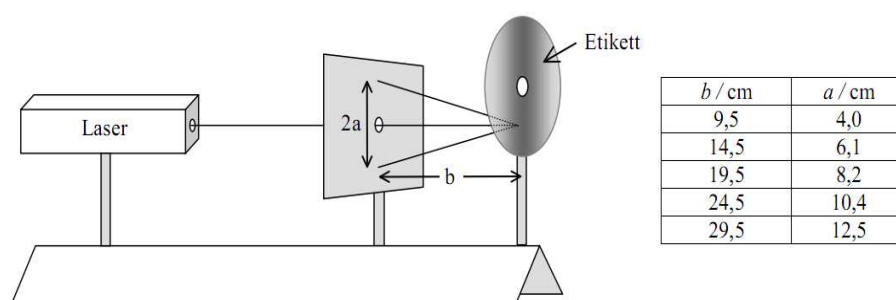
Oder:

Auf der Basis von Naturgesetzen werden Vorhersagen getroffen, die in Experimenten überprüft werden können. Erfolgt eine Bestätigung der Vorhersage, steigt das Vertrauen in das Naturgesetz.

10. Auf einer CD werden Informationen digital durch unterschiedlich lange, spiralförmige Vertiefungen (so genannte Pits) gespeichert, die sich mit einem Laser, z. B. in einem CD-Spieler auslesen lassen.



Um Informationen zum Aufbau einer CD zu gewinnen, wird eine CD in einem Experiment mit monochromatischem Licht der Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ bestrahlt. Das Experiment liefert Informationen über den Abstand der Spurlinien.



- (a) Beschreiben Sie das zu beobachtende Schirmbild.
- (b) Zeigen Sie, dass bei der untersuchten CD der Wert von g innerhalb des Toleranzbereichs des von der deutschen Norm angegebenen Wertes von $g = (1,6 \pm 0,1) \mu\text{m}$ liegt. Beschreiben Sie mögliche Fehlerquellen.

Brechungseffekte beim Übergang von Luft in die Kunststoffschicht müssen nicht berücksichtigt werden.

- (c) Betrachtet man den Aufbau der CD, wäre es denkbar, dass die Beobachtungen durch eine Interferenz hervorgerufen werden, die durch Reflexion an der Ober- bzw. Unterseite der transparenten Kunststoffschicht entsteht.

Beschreiben Sie qualitativ an Hand einer Skizze, wie es zu einer konstruktiven Interferenz an dünnen Schichten kommen kann.

Es gibt mehrere Gründe, warum es sich bei dem vorggeführten Experiment nicht um eine Interferenz an einer dünnen Schicht handeln kann. Führen Sie einen dieser Gründe aus.

nach: EPA Physik, Beschluss der KMK vom 5.2.04

Lösung: (a) Auf dem Schirm zeigen sich Interferenzmuster, wie sie von Einzel- und Doppelspalten bekannt sind. Das Muster kommt durch Gangunterschiede zustande. Die zu beobachtenden Maxima sind Orte konstruktiver Interferenz.

- (b) Aus der Messung ergeben sich für g folgende Werte: $1,631\mu m$, $1,632\mu m$, $1,632\mu m$, $1,619\mu m$ und $1,622\mu m$, was im Toleranzbereich liegt. Fehlerquellen: Längenmessung
- (c) Ein Teil des Lichtes von der Quelle dringt in die CD ein und wird an der hinteren Seite reflektiert. Dieser Teil legt eine längere Strecke zurück als der direkt reflektierte Strahl. Unter Berücksichtigung der anderen Ausbreitungsgeschwindigkeit im Kunststoff ergibt sich ein bestimmter effektiver Wegunterschied Δx . Wenn Δx ein Vielfaches von λ ist, kommt es zu konstruktiver Interferenz und es ist unter einem bestimmten Winkel bei einer bestimmten Dicke ein Maximum zu erkennen.

Mögliche Gründe:

Bei der beschriebenen Interferenz gibt es nur eine Richtung, unter der die reflektierte Welle erscheint, während beim Experiment in mehrere Richtungen Abstrahlung erfolgt, die auch noch symmetrisch liegen.

11. Wenn man eine CD in den Händen hält, fallen sofort die sichtbaren farbigen Spektren auf. Halten Sie die Ihnen zur Verfügung gestellte CD waagrecht mit dem Etikett nach unten, so dass das Licht der Deckenlampe Spektren erzeugt. Kippen Sie die CD nun so zur Lampe hin, dass sich die Spektren gut beobachten lassen.

- (a) Beschreiben Sie die Farberscheinungen und erläutern Sie das Zustandekommen. Gehen Sie hierbei insbesondere auf die Reihenfolge der Farben ein. Ergänzen Sie Ihre Erläuterungen gegebenenfalls mit qualitativen Skizzen.

- (b) Ersetzt man die normale Raumbelichtung durch eine Quecksilberdampflampe, so erkennt man im Wesentlichen nur noch die Farben Gelb, Grün und Blau.

Die Gerätekarte zur Hg-Lampe gibt an, dass die Lampe in sechs Wellenlängen ($407,7nm$, $435,8nm$, $491,6nm$, $546,1nm$, $579,0nm$ und $579,1nm$) strahlt.

Erläutern Sie die scheinbare Diskrepanz und die Unterschiede zwischen den im Licht der Deckenlampe beobachteten Spektren und den Spektrallinien der Hg-Lampe.

- (c) Untersuchen Sie mit der CD das Spektrum anderer Lichtquellen.

nach: EPA Physik, Beschluss der KMK vom 5.2.04

Lösung: **Anmerkung:** Für die Bearbeitung der Aufgabe ist eine CD notwendig, die im Licht einer Glühlampe beobachtet werden muss.

- (a) Die Farben ergeben sich aus der Spektralzerlegung des „weißen“ Lichtes. Blau wird weniger abgelenkt als Rot.
- (b) Die Wellenlängen $579,0nm$ und $579,1nm$ lassen sich nicht getrennt wahrnehmen. Die Wellenlängen $407,7nm$ und $435,8nm$ liegen im UV-Bereich und sind mit dem Auge nicht erkennbar.

Der Hauptunterschied zwischen den Spektren der Glühlampe und dem Spektrum der Hg-Lampe liegt darin, dass die Glühlampe kontinuierlich abstrahlt und damit im Gegensatz zum diskreten Spektrum der Hg-Lampe ein kontinuierliches Spektrum liefert.

(c) Z. B.

Leuchtstoffröhren liefern kontinuierliches Spektrum, beim dem verschiedene Linien eine deutlich erhöhte Intensität aufweisen.

Energiesparlampen haben mehrere breite Linien im Spektrum.

12. In Anlehnung an die Photonenstruktur von Licht postulierte de Broglie Welleneigenschaften von Elektronen. Beschreiben Sie ein Experiment zum Nachweis der Elektronenbeugung.

nach: EPA Physik, Beschluss der KMK vom 5.2.04

Lösung: Z. B. Elektronenbeugungsröhre mit polymorphem Graphit.

13. Stoffwechselvorgänge im menschlichen Körper lassen sich unter anderem dadurch beobachten, dass man eine der beteiligten Substanzen mit einem radioaktiven Präparat, z. B. dem Fluorisotop ^{18}F als β^+ -Strahler, markiert. In einer radiologischen Praxis wird einem Patienten eine ^{18}F -haltige Zuckerlösung verabreicht. Die Halbwertszeit von ^{18}F beträgt $109,7\text{min}$.

(a) Bestimmen Sie die für die Untersuchung verbleibende Zeit, wenn die β^+ -Aktivität des ^{18}F dabei um höchstens 10% abnehmen darf.

(b) Geben Sie die Gleichung für den β^+ -Zerfall von ^{18}F an.

Geben Sie den Umwandlungsprozess an, bei dem das Positron entsteht.

Zeigen Sie, wie sich aus den Atommassen der beteiligten Atome seine maximale kinetische Energie errechnet, und begründen Sie, dass die meisten Positronen eine geringere kinetische Energie erhalten.

(c) Ein im Körpergewebe freigesetztes Positron ist nach wenigen Millimetern Wegstrecke abgebremst und reagiert dann mit einem ruhenden Elektron durch Paarvernichtung. Im Folgenden kann angenommen werden, dass dabei genau zwei Gammaquanten entstehen.

Begründen Sie, dass sich die zwei Gammaquanten in entgegengesetzte Richtung ausbreiten und die gleiche Energie von 511keV besitzen.

nach: EPA Physik, Beschluss der KMK vom 5.2.04

Lösung: (a) $t = 16,7\text{min}$

(b) $^{18}\text{F} \rightarrow ^{18}\text{O} + e^+ + \nu$

$p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu$

maximale kinetische Energie $E = [m_A(^{18}\text{F}) - m_A(^{18}\text{O}) - 2m(e)] \cdot c^2$

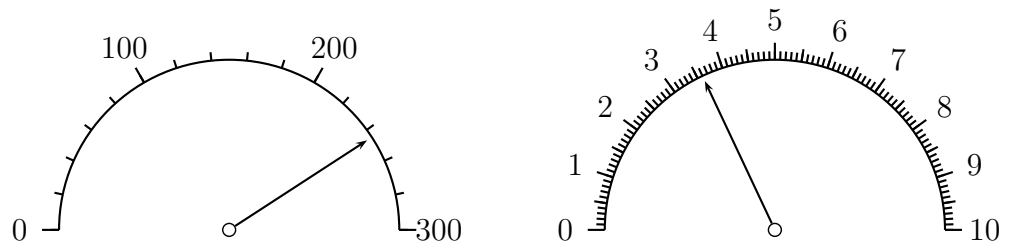
Die meisten Positronen haben eine geringere Energie, da das Neutrino einen Teil der beim Prozess frei werdenden Energie erhält.

- (c) Die beiden Gammaquanten müssen sich aufgrund des Impulserhaltungssatzes (Anfangsimpuls von Elektronen und Positron ist nahezu Null) in entgegengesetzte Richtungen und mit gleicher Energie ausbreiten.

Berechnung der Energie: Jedem Gammaquant steht die Ruheenergie $E = Mc^2$ des zerstrahlten Elektrons bzw. Positrons zur Verfügung. Daraus folgt $E = 511keV$.

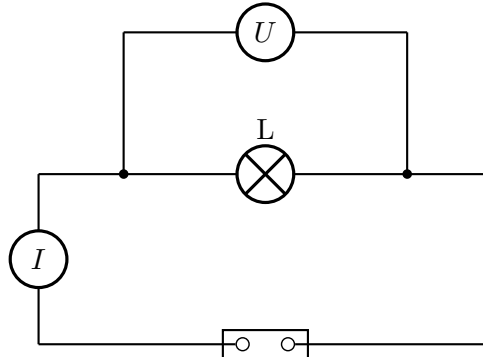
2 August 2009

1. (a) Es soll der Widerstand einer Glühlampe experimentell ermittelt werden. Zeichne die zugehörige Schaltskizze.
- (b) Die Skalen, der in diesem Versuch verwendeten Messinstrumente zeigen folgende Werte an:



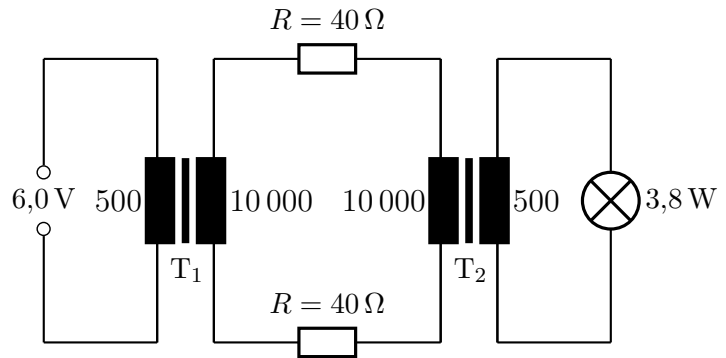
Der Messbereich des Gerätes, das zur linken Skala gehört ist 300 mA und der des Gerätes, das zur rechten Skala gehört ist 10 V. Berechne den Wert des elektrischen Widerstands der Glühlampe.

Lösung: (a) Schaltskizze:



(b) $R = \frac{3,2 \text{ V}}{0,24 \text{ A}} = 15 \Omega$

2. Nebenstehend ist eine Schaltskizze zu einem Modellversuch zur Energieübertragung mit der Hochspannungstechnik abgebildet. Berechne die zum Betrieb der Glühlampe erforderliche Primärstromstärke, wenn der Wirkungsgrad der beiden Transformatoren jeweils 100% ist. Welcher Wirkungsgrad ergibt sich daraus für die Energieübertragung?

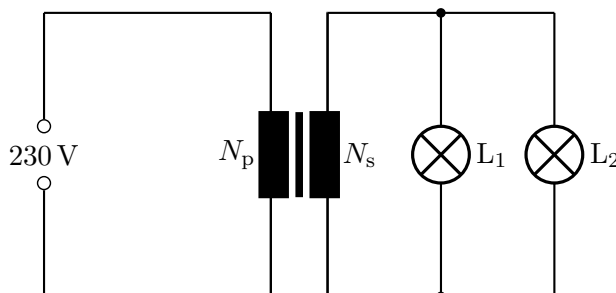


Lösung: $6,0 \text{ V} \cdot I_p = 2 \cdot R \cdot \left(\frac{I_p}{20}\right)^2 + 3,8 \text{ W} \Rightarrow I_p = 0,65 \text{ A}; 98\%$

3. An einem Transformator liegt primärseitig die Netzspannung $U = 230 \text{ V}$. Sekundärseitig sollen zwei parallel geschaltete Halogenlampen ($U = 24 \text{ V}$; $P = 12 \text{ W}$) an den Transformator angeschlossen werden.
- Von welcher Art muss die Spannung primärseitig sein, damit der Transformator funktioniert? Begründe deine Antwort.
 - Skizziere die Schaltung.
 - Welchen Wert muss die Spannungsübersetzung haben. Gib eine Möglichkeit an, wie diese realisiert werden kann.
 - Es ist bekannt, dass der Wirkungsgrad des Transformators 90% beträgt. Berechne die Sekundärstromstärke, die Primärleistung und die Primärstromstärke.

Lösung: (a) Wechselspannung, sonst ergibt sich kein dauerhaftes sich änderndes Magnetfeld, welches sowohl die Primär- als auch die Sekundärspule durchsetzt.

- (b) Skizze:

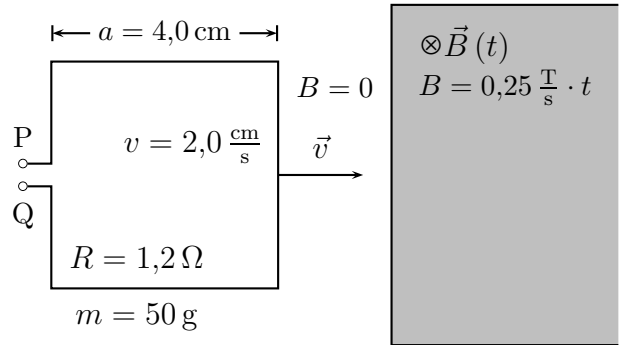


(c) $\frac{U_s}{U_p} = \frac{230}{24}$; $N_s = 230$, $N_p = 24$.

(d) $U_p I_p \cdot 0,90 = 2 \cdot 12 \text{ W} \Rightarrow I_p = \frac{2 \cdot 12 \text{ W}}{0,90 \cdot 230 \text{ V}} = 1,2 \text{ A}$, $P_p = 27 \text{ W}$, $I_s = 1,0 \text{ A}$

4. Die nebenstehende Abbildung (Blick von vorn) zeigt eine Spule mit 50 Windungen von quadratischem Querschnitt mit Seitenlänge $a = 4,0 \text{ cm}$ zum Zeitpunkt 0.

Die Spule bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ vom Betrag $v = 2,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ nach rechts. Ihre rechte Begrenzung befindet sich zum Zeitpunkt 0 vom Rand eines scharf begrenzten Magnetfeldes $2,0 \text{ cm}$ entfernt.



Die magnetische Flussdichte $\vec{B}(t)$ wächst linear mit der Zeit t und ist bei Eintritt der Spule gerade 0.

- Bestimme die Polarität der zwischen P und Q induzierten Spannung, während die Spule in das Magnetfeld eintritt (Begründung!).
- Berechne den Betrag der zwischen P und Q induzierten Spannung $|U_{\text{ind}}|$ und zeichne den Verlauf dieser Spannung in ein $t-U_{\text{ind}}$ -Diagramm für $t \in [0; 4,0 \text{ s}]$ (2 cm entsprechen 1 s).
- Zum Zeitpunkt $t = 4,0 \text{ s}$ werden die Enden der Spule kurzgeschlossen. Berechne den Betrag der Beschleunigung, die die Spule zu diesem Zeitpunkt erfährt. In welche Richtung ist diese Beschleunigung gerichtet? Mit welcher physikalischen Regel kann man dies begründen?

Lösung: (a) Q negativ, P positiv. Begründung mit Lorentzkraft.

(b) Magnetischer Fluss:

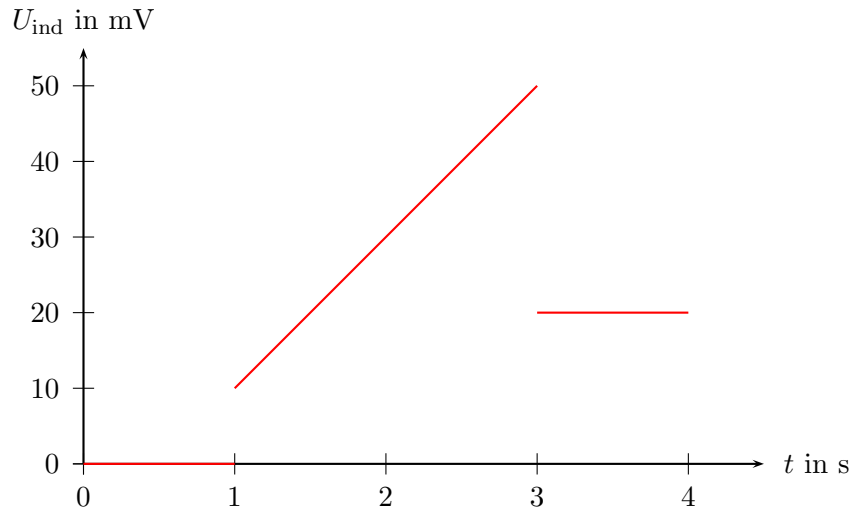
$$|\Phi(t)| = \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq t < 1 \text{ s} \\ a (v t - 0,020 \text{ m}) \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot t, & \text{falls } 1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} \\ a^2 \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot t, & \text{falls } 3 \text{ s} \leq t \end{cases}$$

Induzierte Spannung:

$$|U_{\text{ind}}(t)| = \left| N \dot{\Phi}(t) \right| = \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq t < 1 \text{ s} \\ N (2 a v \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot t - a \cdot 0,020 \text{ m} \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}}), & \text{falls } 1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} \\ N a^2 \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}}, & \text{falls } 3 \text{ s} \leq t \end{cases}$$

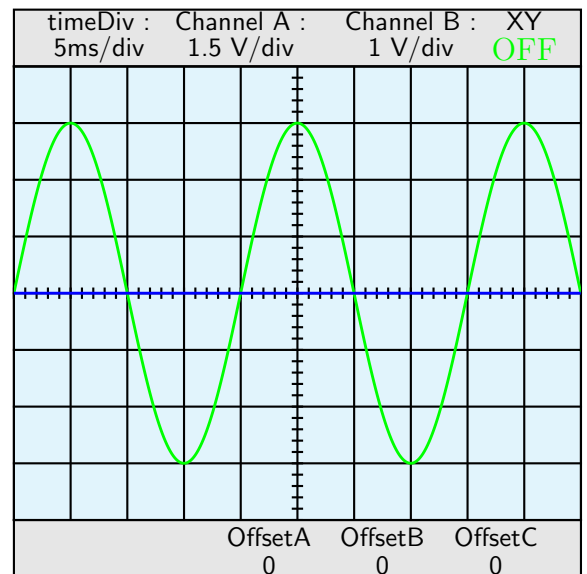
$$= \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq t < 1 \text{ s} \\ 20 \text{ mV} \cdot t - 10 \text{ mV}, & \text{falls } 1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} \\ 20 \text{ mV}, & \text{falls } 3 \text{ s} \leq t \end{cases}$$

$t-U_{\text{ind}}$ -Diagramm:



(c) $50 \cdot 4 B \frac{U_{\text{ind}}}{R} a = m \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} = \frac{50 \cdot 4 a B (4,0 \text{ s}) U_{\text{ind}} (4,0 \text{ s})}{R m} = 2,7 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

5. Lies aus dem nebenstehend abgebildeten Oszilloskopbild Amplitude und Periode der angelegten Spannung ab. Welche Frequenz hat die angelegte Spannung?



Lösung: Amplitude: 4,5 V, Periode: 20 ms, Periode: $f = \frac{1}{20 \text{ ms}} = 50 \text{ Hz}$.

6.

7. Nach der Reiskornlegende durfte der Erfinder des Schachspiels an den indischen Herrscher Shihram, den das Spiel sehr erfreute, einen Wunsch richten. Er wünschte sich, dass auf das erste Feld ein Reiskorn gelegt wird, auf das zweite doppelt so viele

Reiskörner wie auf das erste, auf das dritte doppelt so viele wie auf das zweite usw. Zunächst lächelte der Herrscher über die Bescheidenheit dieses Wunsches, etwas später wurde er sehr zornig.

- (a) Vervollständige die nachstehende Tabelle:

Feld– nummer	Körner auf Feld		Körner auf Brett	
	als Zahl	als 2–er Potenz	als Zahl	mit 2–er Potenz geschrieben
1				
2				
3				
4				
5				
6				
...	...	...	...	...
63				
64				

- (b) Reis hat eine Dichte von etwa $1,39 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Zwanzig Reiskörner haben etwa eine Masse von 1 Gramm.

Der vierachsige Güterwaggon UIC 571–2 hat eine Länge über Puffer von 16,52 m und einen Laderaum vom Volumen 105 m^3 .

Wie lang müsste ein Zug bestehend aus solchen Waggons sein, damit man den gesamten Reis, der sich auf dem Schachbrett befindet, transportieren kann? Die Länge der Lok darfst du vernachlässigen (eventuell wird eine Lok zum Ziehen dieser Waggons nicht ausreichen).

- (c) Wie lange müsstest du an einem beschränkten Bahnübergang warten, bis der Zug vorbeigefahren ist, wenn du annimmst, dass der Zug mit einer konstanten Geschwindigkeit von $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ fährt?

Lösung: (a) Vervollständige die nachstehende Tabelle:

Feld– nummer	Körner auf Feld		Körner auf Brett	
	als Zahl	als 2–er Potenz	Zahl	mit einer 2–er Potenz geschrieben
1	1	2^0	1	$2^1 - 1$
2	2	2^1	3	$2^2 - 1$
3	4	2^2	7	$2^3 - 1$
4	8	2^3	15	$2^4 - 1$
5	16	2^4	31	$2^5 - 1$
6	32	2^5	63	$2^6 - 1$
...	...	...	...	...
63		2^{62}		$2^{63} - 1$
64		2^{63}		$2^{64} - 1$

- (b) Es befinden sich $2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$ Reiskörner auf dem Schachbrett. Diese haben eine Masse von etwa $m = 922\,337\,203\,685\,477 \text{ kg}$.

Sie nehmen ein Volumen von $V = \frac{m}{\rho} = \frac{922\,337\,203\,685\,477\,\text{kg}}{1,39 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \approx 663\,551\,945\,097\,\text{m}^3$

Dafür brauchen wir $\frac{663\,551\,945\,097\,\text{m}^3}{105\,\text{m}^3} = 6\,319\,542\,334$ Waggons.

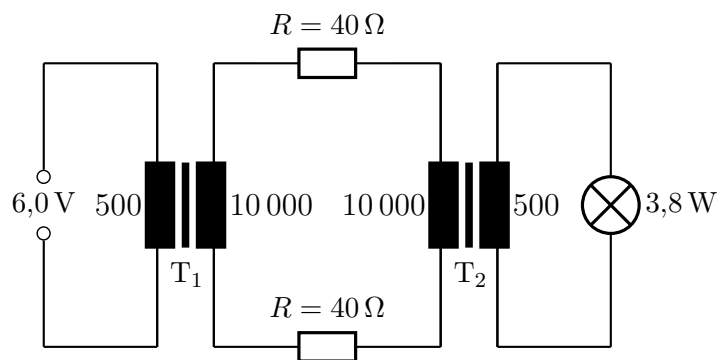
Diese haben eine Länge von $6\,319\,542\,334 \cdot 16,52\,\text{m} \approx 104\,398\,839\,\text{km}$.

In Worten: Etwa 104 Millionen Kilometer!

(c) Am Bahnübergang muss man $\frac{104\,398\,839\,\text{km}}{100 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \approx 1\,043\,988\,\text{h} \approx 119\,\text{a}$ warten.

Hinweis: Die Ergebnisse wurden mit einem Computeralgebra-System über alle Maßen genau berechnet. Selbstverständlich können die Ergebnisse auch unter Verwendung von 10-er-Potenzen formuliert werden.

8. Nebstehend ist eine Schaltskizze zu einem Modellversuch zur Energieübertragung mit der Hochspannungstechnik abgebildet. Berechne die zum Betrieb der Glühlampe erforderliche Primärstromstärke, wenn der Wirkungsgrad der beiden Transformatoren jeweils 100% ist. Welcher Wirkungsgrad ergibt sich daraus für die Energieübertragung?

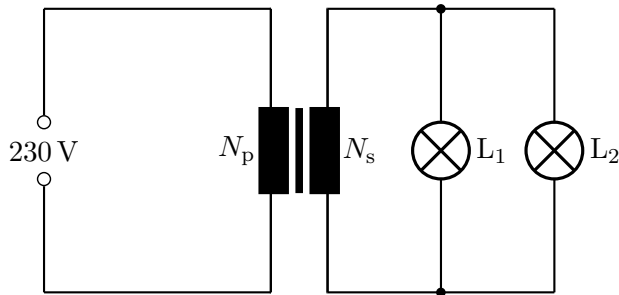


Lösung: $6,0\,\text{V} \cdot I_p = 2 \cdot R \cdot \left(\frac{I_p}{20}\right)^2 + 3,8\,\text{W} \Rightarrow I_p = 0,65\,\text{A}; 98\%$

9. An einem Transformator liegt primärseitig die Netzspannung $U = 230\,\text{V}$. Sekundärseitig sollen zwei parallel geschaltete Halogenlampen ($U = 24\,\text{V}$; $P = 12\,\text{W}$) an den Transformator angeschlossen werden.
- Von welcher Art muss die Spannung primärseitig sein, damit der Transformator funktioniert? Begründe deine Antwort.
 - Skizziere die Schaltung.
 - Welchen Wert muss die Spannungsübersetzung haben. Gib eine Möglichkeit an, wie diese realisiert werden kann.
 - Es ist bekannt, dass der Wirkungsgrad des Transformators 90% beträgt. Berechne die Sekundärstromstärke, die Primärleistung und die Primärstromstärke.

Lösung: (a) Wechselspannung, sonst ergibt sich kein dauerhaftes sich änderndes Magnetfeld, welches sowohl die Primär- als auch die Sekundärspule durchsetzt.

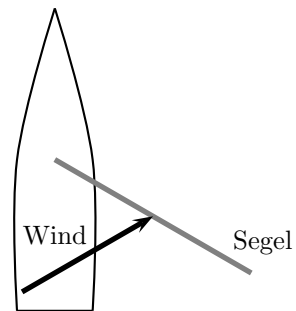
(b) Skizze:



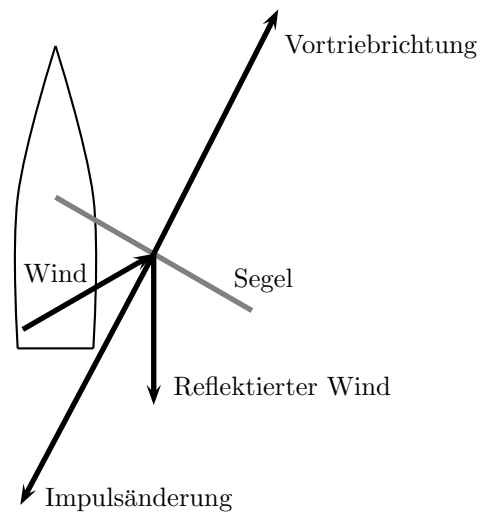
(c) $\frac{U_s}{U_p} = \frac{230}{24}$; $N_s = 230$, $N_p = 24$.

(d) $U_p I_p \cdot 0,90 = 2 \cdot 12 \text{ W} \Rightarrow I_p = \frac{2 \cdot 12 \text{ W}}{0,90 \cdot 230 \text{ V}} = 1,2 \text{ A}$, $P_p = 27 \text{ W}$, $I_s = 1,0 \text{ A}$

10. Nebenstehend sehen wir ein Segelboot von oben. Wir gehen idealisierend davon aus, dass das Segel ganz eben gestrafft ist. In welche Richtung treibt der Wind das Boot (Begründung!)?



Lösung: Wegen der idealisierenden Annahme des ebenen Segels wird der Wind nach dem Reflexionsgesetz reflektiert. Durch die Reflexion erhalten wir eine Impulsänderung, die eine Kraft bewirkt. Wegen actio gegen gleich reactio erhalten wir die angegebene Vortriebsrichtung. Die Vortriebsrichtung steht somit immer senkrecht auf dem Segel.



11. Ein PKW beginnt einen Überholvorgang bei einer Geschwindigkeit von $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Am Ende des Vorgangs hat er eine Geschwindigkeit von $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Der Überholvorgang dauert 16 s und die Beschleunigung sei als konstant angenommen.
 - (a) Berechne die Beschleunigung.
 - (b) Zeichne die zum Überholvorgang gehörige Ortskurve in ein t - x -Diagramm.
 - (c) Kennzeichne den während des Überholvorgangs vom PKW zurückgelegten Weg im t - x -Diagramm und berechne diesen.
 - (d) Gib allgemein einen Term für die Berechnung des während einer Bewegung mit konstanter Beschleunigung zurückgelegten Wegs bei einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 an.

Lösung:

12. Der mittlere Radius der Umlaufbahn des Mars um die Sonne ist 1,52-mal so groß wie der der Erde. Wie lange braucht der Mars um die Sonne zu umrunden?

Lösung: $T_{\text{Mars}} = \sqrt{1,52^3} \text{ a} \approx 1,87 \text{ a}$

13. Ein Körper beschreibt eine kreisförmige Bahn, bei der er in gleichen Zeitabschnitten jeweils gleiche Wegabschnitte zurücklegt. In dieser Hinsicht könnte man die Bewegung als gleichförmig bezeichnen. Wieso spricht man bei einer solchen Bewegung trotzdem von einer beschleunigten Bewegung?

Lösung: Der Betrag der Geschwindigkeit ist zwar konstant, aber die ihre Richtung ändert sich fortwährend.

14. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Punkt

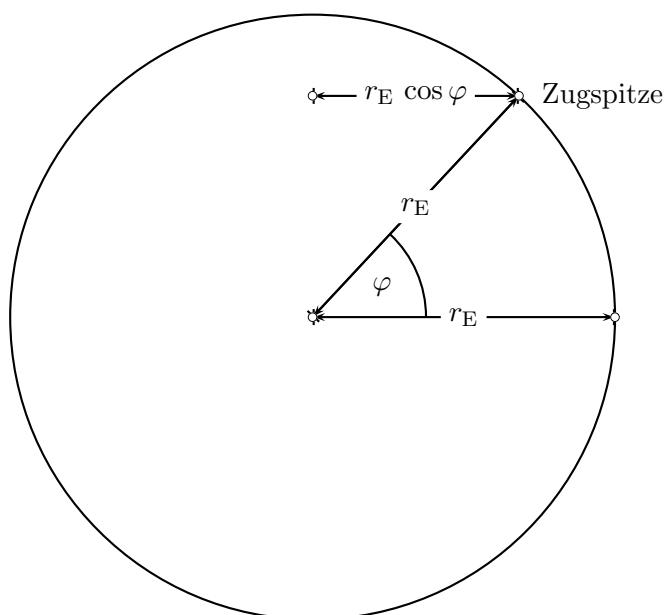
(a) am Äquator,

(b) an der Wetterstation auf der Zugspitze (geografische Breite $47^\circ 25' 20''$ Nord)

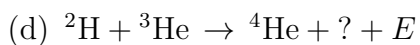
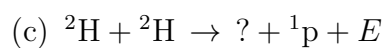
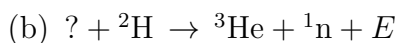
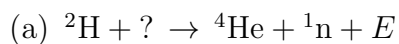
um die Rotationsachse der Erde, wenn wir davon ausgehen, dass die Erde eine Kugel vom Radius $r = 6378$ km ist.

Lösung: (a) $\frac{2\pi r_E}{24\text{h}} = 1,7 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

(b) $\frac{2\pi r_E \cos 47^\circ 25' 20''}{24\text{h}} = 1,5 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$



15. Im folgenden sind vier unvollständige Kernreaktionen, auf denen die Energieerzeugung in der Sonne beruht, angegeben. Vervollständige jeweils die Kernreaktionsgleichung und berechne jeweils den Betrag der frei werdenden Energie E .



Benötigte Kernmassen:

Element	Masse in u
^1p	1,007 276 6
^1n	1,008 665
^2H	2,013 553 6
^3H	3,015 501
^3He	3,014 932 8
^4He	4,001 506 5

Dabei ist $u = 1,660540 \cdot 10^{-27}$ kg die atomare Masseneinheit.

Der Wert der Lichtgeschwindigkeit ist $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- Lösung:*
- (a) $^2\text{H} + ^3\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + ^1\text{n} + 17,589\,49 \text{ MeV}$
 - (b) $^2\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + ^1\text{n} + 3,268\,939 \text{ MeV}$
 - (c) $^2\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{H} + ^1\text{p} + 4,032\,940 \text{ MeV}$
 - (d) $^2\text{H} + ^3\text{He} \rightarrow ^4\text{He} + ^1\text{p} + 18,353\,25 \text{ MeV}$

16. In dieser Aufgabe kannst du $c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ für die Lichtgeschwindigkeit, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Js für das Planck'sche Wirkungsquantum und $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C für die Elementarladung verwenden.

- (a) Gib $19,2 \cdot 10^{-19}$ J in der Einheit 1 eV an.
- (b) Gib 13,6 eV in der Einheit 1 J an.
- (c) Welche Frequenz hat Licht der Wellenlänge 780 nm?
- (d) Welche Wellenlänge hat Licht der Frequenz $4,20 \cdot 10^{14}$ Hz?
- (e) Welche Energie besitzt eine Lichtquant der Wellenlänge 635 nm (Ergebnis in der Einheit 1 eV)?
- (f) Welche Wellenlänge und welche Frequenz haben Lichtquanten der der Energie 8,20 eV?

- Lösung:*
- (a) 12,0 eV
 - (b) $2,18 \cdot 10^{-18}$ J
 - (c) $3,85 \cdot 10^{14}$ Hz
 - (d) 714 nm
 - (e) 1,95 eV
 - (f) $\lambda = 151 \text{ nm}$; $f = 2,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

17.

3 Juni 2009

1. (a) Wie lauten die Postulate der speziellen Relativitätstheorie?
(b) Erkläre die Begriffe Längenkontraktion und Zeitdilatation.

Lösung: (a) Relativitätsprinzip: In Bezugssystemen, die sich mit konstanter Geschwindigkeit zueinander bewegen, gelten die physikalischen Gesetze in gleicher Weise.

Konstanz der Lichtgeschwindigkeit: Licht breitet sich im Vakuum unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle mit der gleichen Geschwindigkeit aus.

- (b) Längenkontraktion: Je schneller sich ein Körper relativ zu einem anderen bewegt, desto kürzer erscheint er.

Zeitdilatation: Je schneller sich ein Körper relativ zu einem anderen bewegt, desto langsamer vergeht die Zeit.

2. Ein Zwilling reist mit sehr hoher Geschwindigkeit (nahe der Lichtgeschwindigkeit) durchs All. Der Zwilling auf der Erde beobachtet die zeitlichen Abläufe im Raumschiff.
(a) Was stellt er fest?
(b) Nach einiger Zeit kehrt der Zwilling mit dem Raumschiff zur Erde zurück? Was stellt er mit Entsetzen fest?

Gib jeweils eine kurze Erklärung an!

Lösung: (a) Aufgrund der relativen Geschwindigkeit vergehen die Zeitabläufe im Raumschiff langsamer.

- (b) Der auf der Erde gebliebene Zwilling ist um viele Jahre mehr gealtert. Aufgrund der Beschleunigungsphase des Raumschiffs wechselt der Raumfahrer das Bezugssystem, so dass der Zeitunterschied erhalten bleibt.

3. Welche Masse besitzt ein Elektron, das auf 95% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt wird? (Masse des Elektrons: $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Lösung: $m' = k \cdot m = \frac{1}{\sqrt{1-0,95^2}} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 5,3 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

4. Coulombgesetz

- (a) Wie viel mal kleiner als die coulombsche Abstoßung ist die Gravitationskraft zwischen zwei Protonen?
- (b) Wie groß ist die Abstoßungskraft von zwei Ladungen von $1C$ im Abstand von $1m$? Finde einen anschaulichen Vergleich, der zeigt, ob das eine große oder eine kleine Kraft ist.
- (c) Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede bestehen zwischen Coulomb- und Gravitationsgesetz?

Lösung: (a) $1,25 \cdot 10^{36}$

(b) $F = 9 \cdot 10^9 N$; um eine Gewichtskraft mit gleicher Stärke zu erhalten benötigt man eine Masse von $10^9 kg$, etwas der Masse von einer Million PKWs.

(c) Gemeinsamkeiten:

- wirkt ohne mechanischen Kontakt und materielles Medium
- zwei Wechselwirkungspartner (Ladung/Masse)
- Kraftrichtung parallel zur Verbindungsrichtung der Quellen
- Superpositionsprinzip
- Abstandsgesetz $\frac{1}{r^2}$

Unterschiede:

	Coulombkraft	Gravitationskraft
Ursache	zwei Ladungen	zwei Massen
Kraftrichtung	Anziehung und Abstoßung	nur Anziehung
Stärke	groß	klein
Abschirmbarkeit	ja	nein
Bedeutung	Zusammenhalt der Atome, Moleküle, Kristalle	Zusammenhalt des Makrokosmos

5. Mit welcher Kraft stoßen sich zwei Protonen in einem Heliumkern (Abstand $\approx 10^{-15}m$) ab? Ist das viel oder wenig?

Lösung: $F = 230N$, entspricht der Gewichtskraft einer Masse $23kg$, (z. B. 23l Wasser, Schäferhund, Kleinkind). Dies ist in Anbetracht der kleinen Protonenmasse sehr groß.

6. Ein Öltröpfchen der Masse $3 \cdot 10^{-11}g$ schwebt in einem Kondensator mit vertikalen Feldlinien. Die Kondensatorspannung beträgt $7400V$, der Plattenabstand $12mm$. Wie viele Elementarladungen sind auf dem Tröpfchen?

Lösung: 3

7. In Muskel- und Nervenzellen besteht eine elektrische Spannung quer durch die Zellmembran. Die Größe der Spannung beträgt $90mV$ im Ruhezustand, die Dicke der Membran beträgt $4 - 5nm$. Berechne die Feldstärke, die über der Zellmembran herrscht und bewerte das Ergebnis.

Lösung: $E \approx 2 \cdot 10^7 \frac{V}{m}$, die Feldstärke ist größer als bei einem Blitz; die Durchschlagfeldstärke der Membran ist sehr hoch

8. Finde im WWW fünf Seiten über Elmsfeuer. Davon sollten drei möglichst gut und zwei möglichst schlecht sein. Nenne die Gründe für deine Bewertung.

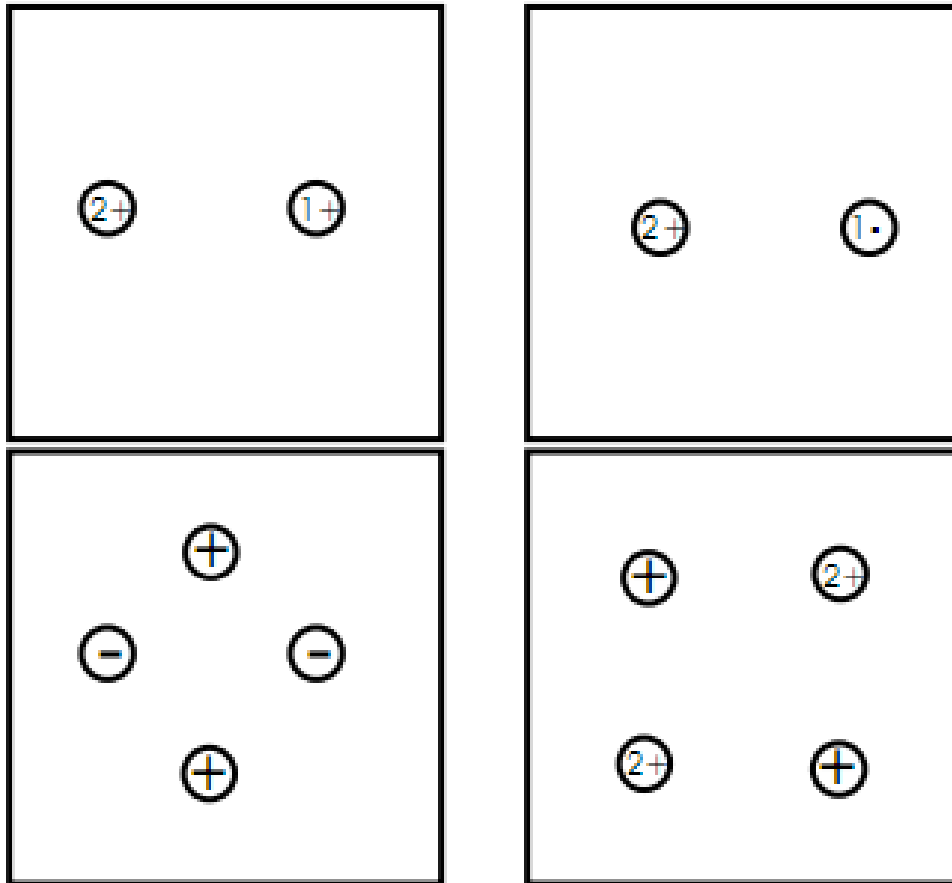
Lösung:

9. Ein durch Reibung aufgeladener Kamm trägt eine Ladung von $Q = 10^{-7}C$. Schätze die Feldstärke in der Umgebung des Kammes ab.

Lösung: Oberfläche = 2 · Fläche des Kammes $\approx 2 \cdot (15cm \cdot 2,5cm) \approx 10^{-2}m^2 \Rightarrow \sigma = 10^{-5} \frac{C}{m^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} = 6 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$

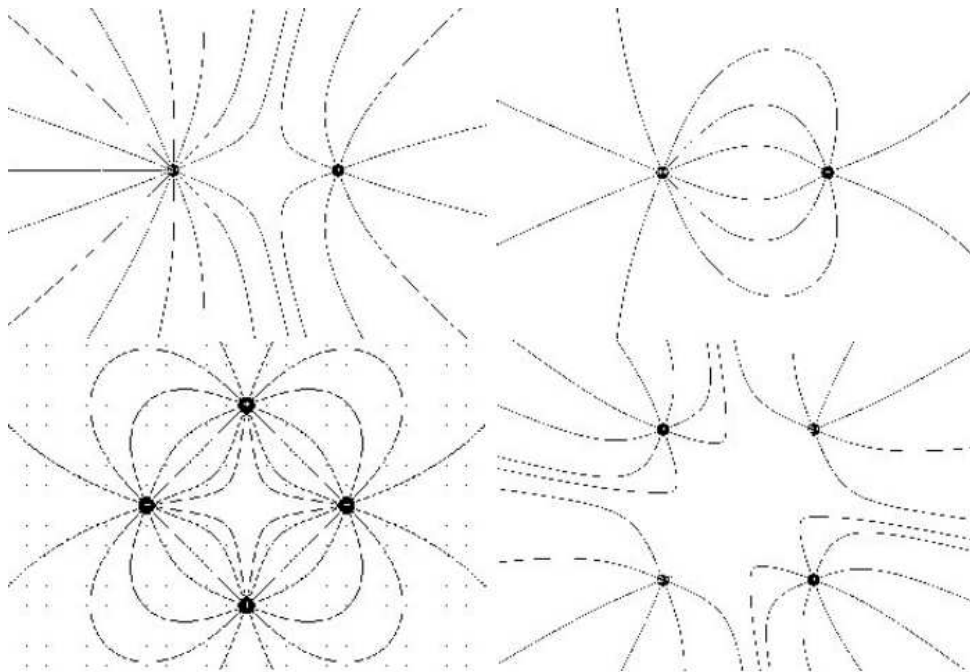
Der Wert ist plausibel, denn in der Nähe eines geladenen Kammes knistert es, d. h. die Durchschlagfeldstärke von Luft wird überschritten.

10. Zeichne für folgende Ladungsverteilungen die Feldlinien ein.



Quelle: Elektrodynamik Sommer 2003, Prof. Thomas Müller, Universität Karlsruhe, Blatt 1

Lösung: .



11. Zwei Punktladungen $Q_1 = Q_2 = 10^{-9}C$ befinden sich auf der x-Achse bei $x_1 = -3cm$ und bei $x_2 = 3cm$.

- (a) Eine dritte Punktladung $Q_3 = 10^{-9}C$ hat von den Ladungen den gleichen Abstand und liegt nicht unbedingt auf der x-Achse. Wie groß ist die auf die Ladung wirkende Kraft?
- (b) Die Ladung Q_3 befinde sich nun auf der x-Achse bei x . Skizziere den Verlauf der Kraft $F(x)$ auf die Ladung Q_3 .

Lösung: (a) Q_3 liegt in der Symmetrieebene von Q_1 und Q_2 mit Abstand r zum Koordinatenursprung $\Rightarrow$

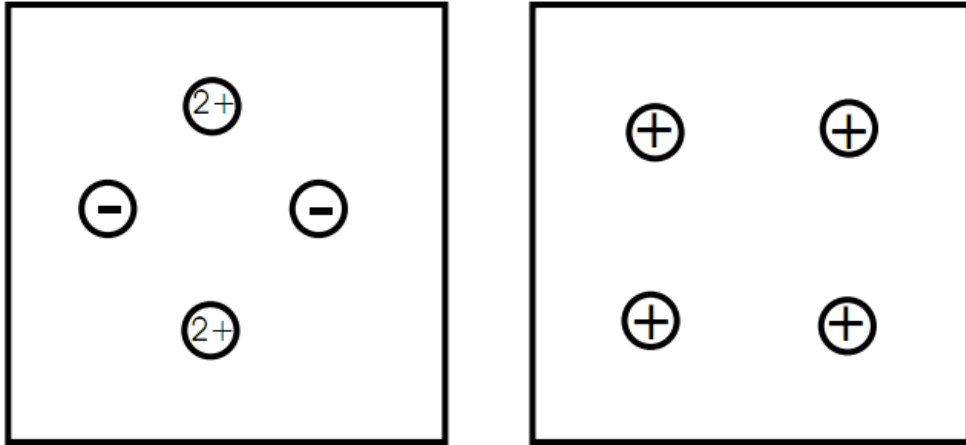
$$F_a = \frac{2r}{0,03m} \cdot \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 \cdot ((0,03m)^2 + r^2)} = 6 \cdot 10^{-7} Nm \frac{r}{(0,03m)^2 + r^2}$$

(b) 1. Fall: $-0,03m < x < 0,03m \Rightarrow F_b = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(0,03m+x)^2} - \frac{1}{(0,03m-x)^2} \right) = -5,4 \cdot 10^{-10} Nm^3 \frac{x}{((0,03m)^2 - x^2)^2}$

2. Fall: $0,03m < x \Rightarrow F_b = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(0,03m+x)^2} + \frac{1}{(0,03m-x)^2} \right) = 1,8 \cdot 10^{-8} Nm^2 \frac{(0,03m)^2 + x^2}{((0,03m)^2 - x^2)^2}$

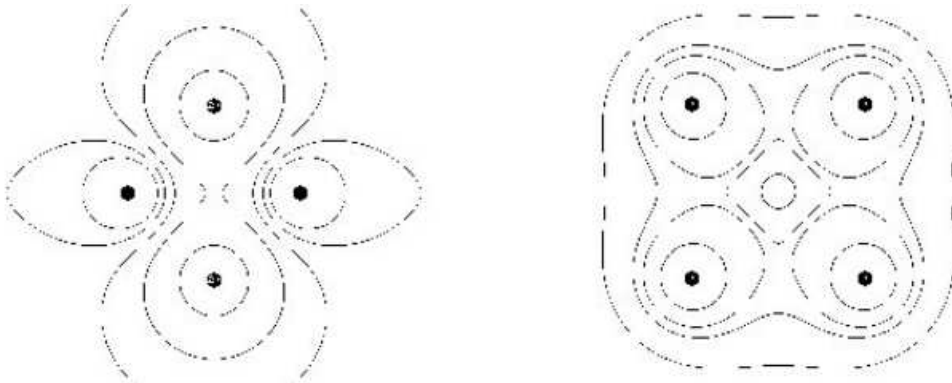
3. Fall: $0,03m < x \Rightarrow F_b = -\frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(0,03m+x)^2} - \frac{1}{(0,03m-x)^2} \right) = -1,8 \cdot 10^{-8} Nm^2 \frac{(0,03m)^2 + x^2}{((0,03m)^2 - x^2)^2}$

12. Zeichne für folgende Ladungsverteilungen die Äquipotentiallinien ein.



Quelle: Elektrodynamik Sommer 2003, Prof. Thomas Müller, Universität Karlsruhe, Blatt 1

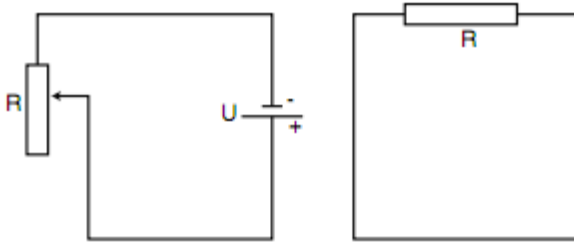
Lösung: .



13. Wie groß müsste die Masse eines Elektrons sein, damit die Gravitationskraft zwischen zwei Elektronen ebenso groß ist wie die Coulombkraft?

Lösung: $m = 1,86 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$

14. Die beiden in der Abb. dargestellten Kreise befinden sich so hintereinander, dass sich ihre magnetischen Feldlinien durchdringen. In welche Richtung fließt der induzierte Strom im rechten Stromkreis, wenn der Widerstand im linken Kreis
- (a) erhöht wird?
 - (b) erniedrigt wird?



Lösung: Magnetfeld in der linken Spule in die Zeichenebene

- (a) $R \uparrow \Rightarrow I \downarrow$, d. h. Magnetfeld erniedrigt sich in der rechten Schleife. Der Induktionsstrom in der rechten Schleife ist parallel zum bestehenden Magnetfeld, um der Abnahme entgegenzuwirken. Der Strom fließt im Uhrzeigersinn.
- (b) $R \downarrow \Rightarrow I \uparrow$, d. h. Magnetfeld erhöht sich in der rechten Schleife. Der Induktionsstrom in der rechten Schleife ist entgegengesetzt zum bestehenden Magnetfeld, um der Zunahme entgegenzuwirken. Der Strom fließt gegen den Uhrzeigersinn.

4 Grundlagen, Juli 2008

1. Zur Untersuchung einer Schilddrüse soll eine geeignete radioaktive Substanz (als sogenannter Marker) ausgewählt werden. Diese Substanz wird in einer Verbindung mit anderen Stoffen vom Patienten eingenommen und verteilt sich durch Stoffwechselprozesse im Körper. Mit einer besonderen Kamera wird nach einigen Stunden die Stärke der Strahlung, die von der Substanz ausgeht, für jeden Punkt der Schilddrüse aufgenommen und daraus ein Bild berechnet. Auf diesem Bild sind Veränderungen erkennbar.

- (a) Entscheide jeweils, ob die Eigenschaften giftig, grün, reflektierend, elektrisch leitend, Halbwertszeit, ausscheidbar, Teilchendurchmesser und nachweisbar für eine medizinische Nutzung von Bedeutung sind.
- (b) Welche der angegebenen Substanzen A, B, C, D ist für die beschriebene Untersuchung geeignet? Begründen Sie ihre Entscheidung auf der Basis der folgenden Tabelle.

Substanz	Strahlungsart	Reichweite in Luft	Reichweite in Gewebe	Halbwertszeit
A	α	3,8cm	0,1mm	4 Stunden
B	β	5,5m	2,5cm	6 Stunden
C	β	6,7m	4,2cm	25 Jahre
D	γ	viele m	einige m	mehrere Stunden

- (c) Diskutiere Vorteile und Gefahren einer Untersuchung, bei der radioaktive Substanzen eingesetzt werden.

Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

Lösung: (a) Von Bedeutung sind giftig, Halbwertszeit, ausscheidbar, nachweisbar

- (b) geeignet: B und D

nicht geeignet: A, weil Reichweite zu klein und C, weil Halbwertszeit zu lang

- (c) Vorteile, z. B. gute Abbildung innerer Organe möglich, Einsatz zur Krebsbekämpfung
Gefahren, z. B. Schädigung von gesundem Gewebe durch Strahlenbelastung von Patienten und von medizinischem Personal

2. In einem James-Bond-Film wird eine Fallschirm-Szene sehr dramatisch dargestellt. Beurteile, ob die Darstellung realistisch ist.

- (a) Ein Flugzeug, in dem sich James Bond und ein Bösewicht befinden, droht abzustürzen. Der Bösewicht springt mit dem einzigen Fallschirm aus dem Flugzeug. James Bond springt hinterher und holt ihn im freien Fall ein. Was sagst du dazu?
- (b) Beide nehmen stabile Freifallhaltungen ein, bewegen sich aufeinander zu, kämpfen in der Luft.
- (c) In einem Luftkampf entreißt James Bond dem Bösewicht den Fallschirm und zieht die Reißleine. Der Bösewicht schafft es, sich noch einem Moment an Bonds Bein festzuhalten, doch Bond kann ihn abschütteln.
- (d) Dann zieht es Bond am Fallschirm nach oben, während der Bösewicht in die Tiefe fällt.
- (e) Die gesamte Szene dauert etwa 2 Minuten.

Quelle: Sinus-Transfer

- Lösung:*
- (a) Es ist möglich, einer Person hinterherzuspringen und sie im freien Fall einzuholen. Man braucht aber hohe Athletik oder eine gute Ausbildung, um den freien Fall derart als Skysurfing zu steuern.
 - (b) Eine saubere und stabile Freifallhaltung kann man in der Regel nicht ohne umfangreiches Training erlangen. Kämpfe in der Luft, Freifallformationen und zielgerichtetes Skysurfing sind ohne Training nicht möglich.
 - (c) Wird der Schirm geöffnet, so tritt eine Bremsbeschleunigung in Höhe von durchschnittlich $20 \frac{m}{s^2}$ auf, was fast dem Dreifachen bei einer Vollbremsung im Auto entspricht. Bereits im Auto kann man nur durch einen Sicherheitsgurt gehalten werden. Deshalb ist ein Festhalten mit reiner Muskelkraft unmöglich.
 - (d) Ein Fallschirmspringer wird durch das Öffnen des Schirms nicht wieder nach oben gezogen. In der Filmaufnahme entsteht der Eindruck dadurch, dass der gefilmte Springer (James Bond) stark abgebremst wird, während der Kameramann mit gleich bleibender Geschwindigkeit $v = 200 \frac{km}{h}$ weiter fällt.
 - (e) Bei einem Sprung aus $4.000m$ Höhe dauert der freie Fall etwas mehr als 60 Sekunden. Die Filmsequenz ist somit aus Aufnahmen mehrerer Sprünge zusammengeschnitten worden. Ein mehrminütiger Fall wäre nur aus einer derart großen Absprunghöhe möglich, dass die Springer einen aufwendigen Kälteschutz und eine Sauerstoffversorgung benötigten.

3. Tauchexperiment

Auf einer Waage steht ein mit Wasser gefüllter Glaszylinder. An einem Kraftmesser hängt ein Metallstück. Zunächst hängt das Metallstück außerhalb des Wassers. Anschließend wird es vollständig eingetaucht.

- (a) Erläutere, wie sich die Messwerte von Kraftmesser und Waage verändern.
- (b) Wie ändern sich die Messwerte, wenn man den Faden, an dem das Metallstück hängt, durchschneidet?

Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

- Lösung:* (a) Der Kraftmesser zeigt die Gewichtskraft auf das Metallstück (und den Faden) an, die Waage die Masse des gefüllten Zylinders.
- (b) Nach dem Eintauchen wird die angezeigte Kraft aufgrund der Auftriebskraft verringert. Der Auftrieb bewirkt andererseits eine Erhöhung der Anzeige der Waage.

4. Hebel

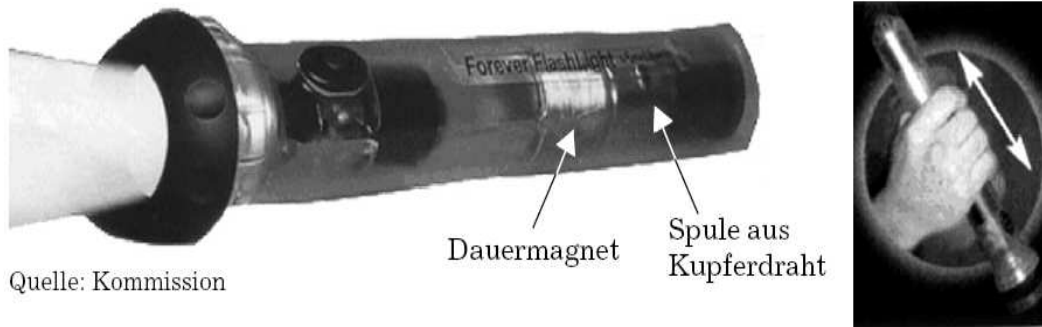
- (a) Auf einer Wippe kommt Clara nicht nach unten, wenn ihr großer Bruder Bernd am anderen Ende sitzt. Clara will wippen und sagt ihrem Bruder, wie er sich verhalten soll, damit das gelingt. Was soll Bernd tun? Begründen deine Antwort.
- (b) Zerbrich ein Streichholz in zwei gleich große Stücke. Danach soll jedes der beiden Stücke nochmals in zwei kleinere Stücke zerbrochen werden. Was spürt man beim Zerbrechen? Beschreibe die Beobachtungen und erkläre diese mit physikalischen Begriffen.

Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

- Lösung:* (a) Bernd soll näher zum Mittelpunkt der Wippe rutschen, dann kann er mit Clara wippen. Bernd ist schwerer als Clara. Bei geeigneten Abständen der Kinder zum Drehpunkt ist die Wippe dennoch im Gleichgewicht. Durch Störung des Gleichgewichtes können die Kinder wippen. Das ist möglich durch Abstoßen (zusätzliche Kraft) oder durch Verlagerung der Schwerpunkte (Änderung der Abstände zum Drehpunkt).
- (b) Beim ersten Mal ist das Zerbrechen ohne großen Kraftaufwand durchzuführen. Die zwei entstandenen kürzeren Stücke sind nur mit einem deutlich höheren Kraftaufwand zu zerbrechen. Das Streichholz kann in diesem Fall als ein zweiseitiger Hebel angesehen werden. Beim ersten Bruch sind die beiden Hebelarme noch länger (geringerer Kraftaufwand). Beim Zerbrechen der kurzen Stücke sind die Hebelarme kürzer (größerer Kraftaufwand).

5. Batterielose Taschenlampe

In einem Katalog wird eine neuartige Taschenlampe angeboten: Weltneuheit: Immer einsatzbereit. Kurze Zeit in Längsrichtung schütteln (siehe Abbildung) reicht aus, und schon hat man Dauerlicht.



Quelle: Kommission

- (a) Erklären Sie, warum durch das Schütteln eine elektrische Spannung erzeugt werden kann.
- (b) Planen Sie ein Experiment, mit dem die Erzeugung einer solchen Spannung demonstriert werden kann.
- (c) Geben Sie weitere Bauteile an, die außer Spule und Magnet noch zum Betrieb dieser Lampe notwendig sind. Begründen Sie Ihre Auswahl. Fertigen Sie eine Schaltskizze der Lampe an.

Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

- Lösung:*
- (a) Durch das Schütteln der Lampe wird eine Änderung des Magnetfeldes innerhalb der Spule hervorgerufen und dadurch eine Spannung induziert.
 - (b) Z. B. einen Magneten an eine Feder hängen, und zu Schwingung anregen. Der Magnet pendelt dann in eine Spule hinein und heraus und induziert dort eine Spannung, die mit einem Voltmeter nachgewiesen werden kann.
 - (c) Für einen fünfminütigen Dauerbetrieb ist ein Energiespeicher (Akkumulator oder Kondensator) notwendig. Dieser kann nur durch Gleichstrom geladen werden. Deshalb ist eine Gleichrichtung des Induktionsstroms notwendig. Dies kann mit einer Diode erreicht werden.

6. Ströme

- Bei einem Gewitter treten Blitze zwischen Gewitterwolken und Boden auf.
- Ein Topf mit heißem Pudding wird in eine Schüssel mit kaltem Wasser gestellt.
- Aus einem aufgepumpten Fahrradschlauch wird das Ventil herausgezogen.

Was haben diese drei Phänomene miteinander zu tun? Gehe auch auf die jeweilige Ursache dieser Phänomene ein.

Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

Lösung: Gemeinsam ist den drei Phänomenen ein Ungleichgewicht. Daraus resultieren Ströme, die aufrecht erhalten werden, bis sich das System im Gleichgewicht befindet.

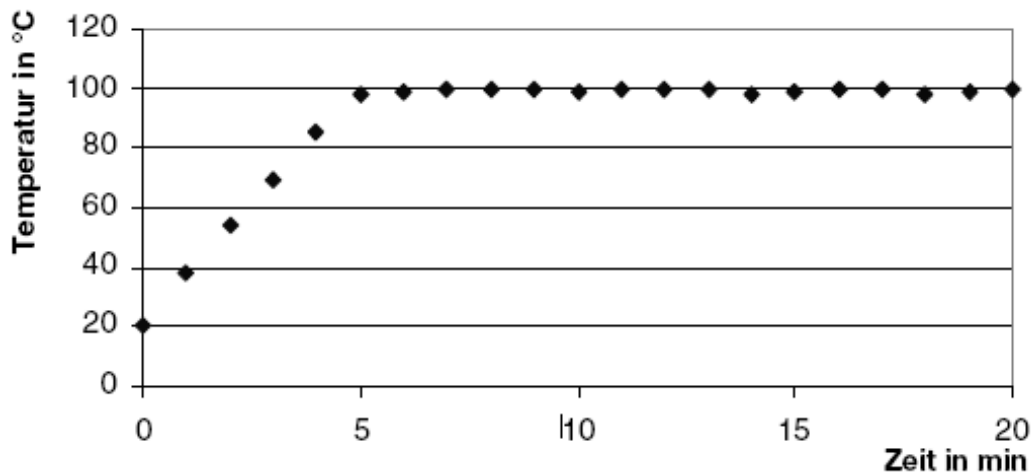
Beim Blitz fließen elektrische Ladungen aufgrund eines Ladungsunterschieds (Potenzialunterschieds) zwischen Wolke und Erde.

Der Pudding kühlt sich ab und das Kühlwasser erwärmt sich bis zum Temperatúrausgleich.

Die Luft strömt solange aus dem Fahrradschlauch aus, bis der Druck im Reifen dem äußeren Luftdruck entspricht.

7. Energiebedarf beim Kochen von Kartoffeln

Kartoffeln werden auf einem Gasherd in einem Topf mit Wasser gekocht. Auf dem Topf liegt ein Deckel. Nachdem die Gasflamme entzündet wurde, wird die Temperatur des Wassers in regelmäßigen Zeitabständen gemessen. Aus den Messwerten ergibt sich folgendes Diagramm:



- Beschreibe anhand des Diagramms den Temperaturverlauf des Wassers in Abhängigkeit von der Zeit.
- Erläute, wozu die von der Gasflamme zugeführte Energie in den ersten fünf Minuten und den folgenden fünfzehn Minuten verwendet wird.
- Begründe, warum es empfehlenswert ist, nach den ersten fünf Minuten die Gasflamme kleiner einzustellen.
- Berechne die Energie, die dem Wasser und den Kartoffeln in den ersten fünf Minuten zugeführt wird. Da Kartoffeln im Wesentlichen aus Wasser bestehen, wird angenommen, dass insgesamt 1,5kg Wasser erwärmt werden. Man benötigt 4,19kJ Energie, um 1kg Wasser um 1° zu erwärmen.
- Für die Erwärmung der Kartoffeln und des Wassers von 20° auf 100° wurden 0,054m³ Erdgas benötigt. Das Erdgas hat einen Heizwert von 39MJ/m³. Berechne den Wirkungsgrad für diese Erwärmung.

- (f) Die Kartoffeln waren beim Kochen in einem geschlossenen Topf nicht vollständig mit Wasser bedeckt. Nennen Sie Argumente, die dafür sprechen, beim Kochen von Kartoffeln möglichst wenig Wasser zu verwenden.

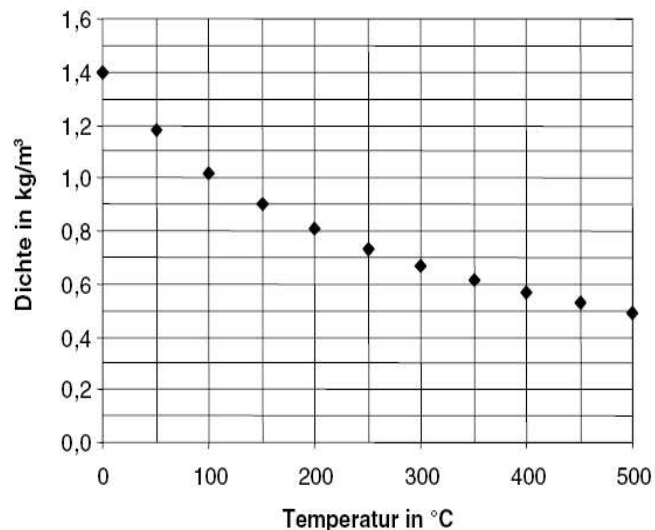
Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

- Lösung:*
- (a) Die Temperatur steigt innerhalb der ersten 5 Minuten von 20° auf 100° fast gleichmäßig an. Danach bleibt sie weitgehend konstant auf etwa 100° .
 - (b) In den ersten fünf Minuten wird die von der Gasflamme zugeführte Energie für die Erwärmung des Wassers und der Kartoffeln verwendet, danach zum Verdampfen des Wassers. Während der ganzen Zeit wird ein Teil der zugeführten Energie an die Umgebung abgegeben.
 - (c) Nach fünf Minuten ist nur noch die Energie zuzuführen, die an die Umgebung abgegeben wird bzw. mit dem Wasserdampf entweicht. Entsprechend kann man die Gasflamme kleiner einstellen. Wird in dieser Phase zu viel Gas verbrannt, verdampft unnötig viel Wasser und damit entweicht auch mehr Wasserdampf.
 - (d) Es wird der Wert für die Energie mit ca. 500kJ berechnet.
 - (e) In den ersten fünf Minuten wurden beim Verbrennen ca. 2100kJ Energie an den Kochtopf und die Umgebung abgegeben. Zum Erwärmen des Wassers und der Kartoffeln wurden ca. 500kJ genutzt. Für den Wirkungsgrad ergibt sich ein Wert von 24 %.
 - (f) Wegen der geringeren Wassermenge wird weniger Energie benötigt. Über der Wasseroberfläche bildet sich Wasserdampf, der eine Temperatur von ca. 100° hat. Dieser Wasserdampf fördert das Garen der Kartoffeln ebenso wie das siedende Wasser.

8. Fahrten mit Heißluftballons werden immer beliebter. Mit einem Gasbrenner wird die Luft im Inneren des Ballons erhitzt. Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der Dichte und der Temperatur der Luft bei konstantem Druck.



Quelle: www.jj-pr.de/u-publikationen.htm



Quelle: Kommission

- (a) Erkläre die Lage der Messpunkte im Diagramm mit der Bewegung der Teilchen.
- (b) Warum schwebt der Heißluftballon? Begründe die Antwort mithilfe des Diagramms.
- (c) Der abgebildete Heißluftballon hat ein Volumen von 1600m^3 . Die Luft im Inneren des Ballons hat eine Temperatur von 100° . Die Luft, in der der Ballon schwebt, hat eine Temperatur von 0° . Hülle, Korb und weitere Ausrüstungen wiegen zusammen etwa 340 kg.
 - Welche Masse hat die Luft im Inneren?
 - Welche Masse hat die vom Ballon verdrängte Außenluft von 0° ?
 - Können 5 Personen von je 75 kg gleichzeitig mit dem Ballon fahren?

Lösung: (a) Jede Temperaturerhöhung führt zu einer Zunahme der mittleren Geschwindigkeit der Gasteilchen und somit zu einer Vergrößerung des mittleren Abstandes zwischen ihnen. Dadurch nimmt die Dichte ab.

- (b) Die Luft im Ballon hat durch ihre höhere Temperatur eine kleinere Dichte als die Luft, die den Ballon umgibt. Der Ballon schwebt, wenn er genauso schwer ist wie die von ihm verdrängte Luft. Deshalb muss aus seinem Inneren durch die Erwärmung so viel Luft verdrängt werden, bis die Masse dieser Luft der von Hülle, Korb und Beladung des Heißluftballons entspricht.
- (c) Aus dem Diagramm wird die Dichte der Luft entnommen. Es wird die Masse der Luft bei 0° (etwa 2240kg) und bei 100° (etwa 1600kg) berechnet. Die Differenz aus den beiden Massen ist die Gesamtmasse aus Hülle, Korb und Beladung (etwa 640kg). Demzufolge können maximal 4 Personen zu je 75kg mitfahren.

9. Funktionsweise eines Kühlschranks:

Durch ein geschlossenes Rohrsystem wird ein Kühlmittel gepumpt. Als Pumpe dient ein elektrisch betriebener Kompressor. Über dieses System wird dem Innenraum Energie entzogen und er kühlt ab. An der Rückseite des Kühlschranks wird die dem Innenraum entzogene Energie an die Raumluft abgegeben. An einem heißen Tag im Sommer schlägt Dieter vor, die Kühlschranktür zu öffnen, damit es im Raum kühler wird. Petra meint, es bringe nichts, im Gegenteil, es würde wärmer im Raum.

- (a) Es werden verschiedene Argumente vorgebracht. Kreuze die richtigen Argumente an.
 - Kalte Luft strömt aus dem Kühlschrank und kühlt den Raum ab.
 - Diese Abkühlung der Raumluft setzt sich auf Dauer fort, weil das Kühlschranksystem ständig den Innenraum abkühlt.
 - An der Rückseite des Kühlschranks wird die Raumluft erwärmt.
 - Erwärmung und Abkühlung halten sich die Waage, die Temperatur bleibt auf Dauer konstant.

- Die Erwärmung überwiegt, die Temperatur steigt auf Dauer.
 - Die Abkühlung überwiegt, die Temperatur fällt auf Dauer.
 - Durch die vom Kompressor abgegebene Energie wird der Raum auf Dauer erwärmt.
 - Durch den Kompressor wird der Raum auf Dauer abgekühlt.
- (b) Formuliere eine zusammenhängende begründete Aussage zu der Frage, wie sich die Temperatur in der Küche insgesamt verändert, wenn der Kühlschrank über einen längeren Zeitraum bei offener Tür betrieben wird.

Lösung: (a) richtige Argumente sind:

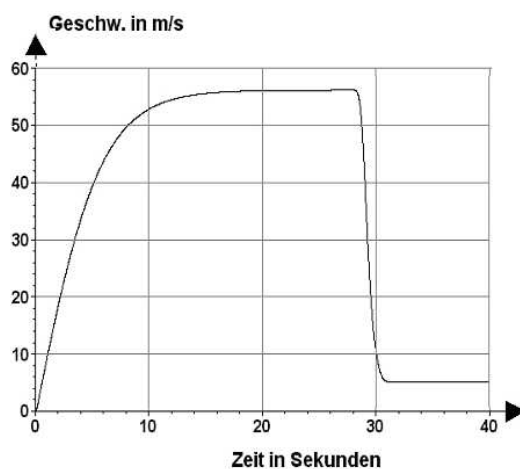
- Kalte Luft strömt aus dem Kühlschrank und kühlt den Raum ab.
 - An der Rückseite des Kühlschranks wird die Raumluft erwärmt.
 - Die Erwärmung überwiegt, die Temperatur steigt auf Dauer.
 - Durch die vom Kompressor abgegebene Energie wird der Raum auf Dauer erwärmt.
- (b) Die Luft vor dem geöffneten Kühlschrank wird zwar abgekühlt und die Luft an der Rückseite erwärmt, dies würde sich jedoch auf Dauer ausgleichen. Die Erwärmung des Raumes resultiert aus der zugeführten elektrischen Energie

5 Juni 2008

1. Ein Fallschirmspringer springt aus einem Flugzeug.

- (a) Welche Beschleunigung erfährt der Fallschirmspringer zum Zeitpunkt $t_1 = 0s$?
- (b) Welche Geschwindigkeit würde der Fallschirmspringer nach 5s erreichen, wenn er in den ersten 5 Sekunden ohne Luftwiderstand fallen würde?

Der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit ist in folgendem Diagramm dargestellt:



- (c) Welche Kräfte wirken in den Zeitabschnitten 0s bis 15s, 20s bis 25s und 28s bis 31s?

Lösung: (a) Es wirkt die Gewichtskraft, also $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

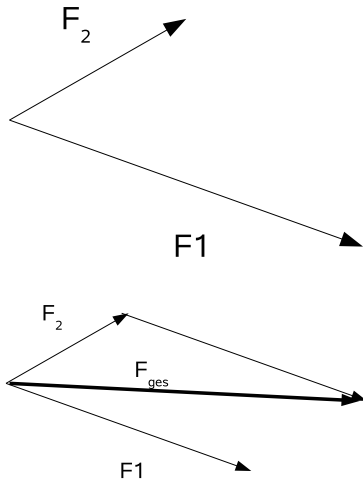
(b) $v = 49 \frac{m}{s} = 177 \frac{km}{h}$

- (c) 0s bis 15s: Es wirken Gewichtskraft und Luftwiderstand. Der Luftwiderstand ist kleiner als die Gewichtskraft und nimmt mit zunehmender Geschwindigkeit zu. Damit nimmt die Gesamtkraft (d. h. auch die Beschleunigung) und damit die Steigung der Kurve im t - v -Diagramm ab.

20s bis 25s: konstante Geschwindigkeit, d. h. Gesamtkraft ist Null, d. h. Luftwiderstand ist genauso groß wie Gewichtskraft.

28s bis 31s: Geschwindigkeit nimmt deutlich ab, d. h. Luftwiderstandskraft muss deutlich erhöht werden: Fallschirms wird geöffnet.

2. Bei einem Spaziergang wird Toni von seinen beiden Hunden mit den Kräften F_1 und F_2 ungestüm in verschiedene Richtungen gezogen (vgl. Abb.). Konstruiere die wirkende Gesamtkraft



Lösung:

3. Beim Start eines Space Shuttle im Raumfahrtzentrum Cape Canaveral wirkt auf die Raumfähre der Masse $2055t$ von den Triebwerken eine Kraft von $32600kN$.

- (a) Welche Gewichtskraft wirkt auf die Raumfähre?
- (b) Welche Beschleunigung erfährt die Raumfähre beim Start?
- (c) Welche Geschwindigkeit erreicht die Raumfähre nach $10s$ in $\frac{km}{h}$?

Lösung: (a) $G = mg = 2055000kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 201595500N = 20160kN$

(b) $F_{ges} = F - G = 32600kN - 20160kN = 12440kN$

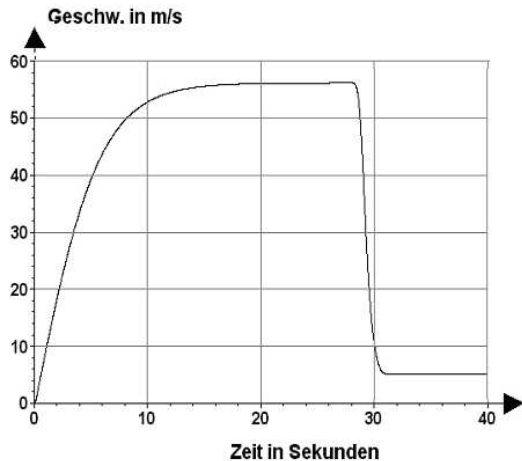
$$a = \frac{F_{ges}}{m} = \frac{12440000N}{2055000kg} = 6,1 \frac{m}{s^2}$$

(c) $v = at = 6,1 \frac{m}{s^2} \cdot 10s = 61 \frac{m}{s} = 219 \frac{km}{h}$

4. Auf ein Motorsegelboot wirkt vom Motor eine Kraft von $F_M = 4000N$ und vom Wind auf das Segel eine Kraft von $F_S = 7000N$. Die beiden Kräfte schließen einen Winkel von 40° ein. Welche Gesamtkraft wirkt auf das Motorsegelboot?

Lösung: $10,4kN$

5. Ein Fallschirmspringer springt aus einem Flugzeug. Der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit ist in folgendem Diagramm dargestellt:



- (a) Nach 28s wird der Fallschirm geöffnet. Wie stark bremst er durchschnittlich ab?
- (b) Vergleiche die Bremsbeschleunigung des Fallschirms mit der eines PKW, der auf trockener Fahrbahn 4,1 s braucht, um von 110 km/h zum Stehen zu kommen.
- (c) In einer Höhe von 800m über dem Boden ist der Fallschirm geöffnet und sinkt mit konstanter Geschwindigkeit.
 - i. In welcher Höhe befindet sich der Fallschirm weitere 20s später?
 - ii. Nach wie viel Sekunden ist der Fallschirm in eine Höhe von 100m über dem Boden?
 - iii. Nach wie viel Sekunden erreicht der Fallschirm den Boden?

Quelle: <http://www.standardsicherung.nrw.de/materialdatenbank/>

Lösung:

- (a) $a = \frac{-46 \frac{m}{s}}{2s} = -23 \frac{m}{s^2} = -2,3 \cdot g$
- (b) $a = -7,4 \frac{m}{s^2} = -0,76 \cdot g$
- (c)
 - i. $h(20s) = 800m - 5 \frac{m}{s} \cdot 20s = 700m$
 - ii. $h(t) = 800m - 5 \frac{m}{s} \cdot t = 100m \Rightarrow 140s$
 - iii. $t = 160s$

6. In einem James-Bond-Film wird eine Fallschirm-Szene sehr dramatisch dargestellt. Beurteile, ob die Darstellung realistisch ist.
 - (a) Ein Flugzeug, in dem sich James Bond und ein Bösewicht befinden, droht abzustürzen. Der Bösewicht springt mit dem einzigen Fallschirm aus dem Flugzeug. James Bond springt hinterher und holt ihn im freien Fall ein.
 - (b) Beide nehmen stabile Freifallhaltungen ein, bewegen sich aufeinander zu, kämpfen in der Luft.
 - (c) In einem Luftkampf entreißt James Bond dem Bösewicht den Fallschirm und zieht die Reißleine. Der Bösewicht schafft es, sich noch einem Moment an Bonds Bein festzuhalten, doch Bond kann ihn abschütteln.

- (d) Dann zieht es Bond am Fallschirm nach oben, während der Bösewicht in die Tiefe fällt.
- (e) Die gesamte Szene dauert etwa 2 Minuten.

Quelle: <http://www.standardsicherung.nrw.de/materialdatenbank/>

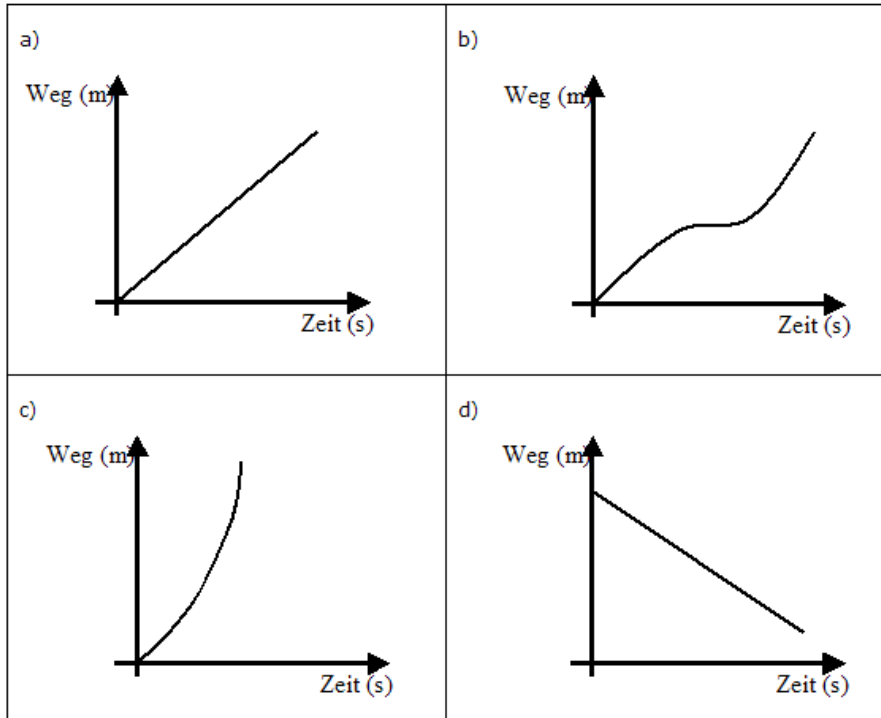
- Lösung:*
- (a) Es ist möglich, einer Person hinterherzuspringen und sie im freien Fall einzuholen. Eine größere Beschleunigung erhält man, z. B. durch einen deutlich geringeren Luftwiderstand. Man braucht aber hohe Athletik oder eine gute Ausbildung, um den freien Fall derart als Skysurfing zu steuern.
 - (b) Eine saubere und stabile Freifallhaltung kann man in der Regel nicht ohne umfangreiches Training erlangen. Kämpfe in der Luft, Freifallformationen und zielgerichtetes Skysurfing sind ohne Training nicht möglich.
 - (c) Wird der Schirm geöffnet, so tritt eine Bremsbeschleunigung in Höhe von durchschnittlich $20 \frac{m}{s^2}$ auf, was fast dem Dreifachen bei einer Vollbremsung im Auto entspricht. Bereits im Auto kann man nur durch einen Sicherheitsgurt gehalten werden. Deshalb ist ein Festhalten mit reiner Muskelkraft schlichtweg unmöglich.
 - (d) Ein Fallschirmspringer wird durch das Öffnen des Schirms nicht wieder nach oben gezogen. In der Filmaufnahme entsteht der Eindruck dadurch, dass der gefilmte Springer (James Bond) stark abgebremst wird, während der Kameramann mit gleich bleibender Geschwindigkeit $v = 200 \frac{km}{h}$ weiter fällt.
 - (e) Bei einem Sprung aus 4.000 m Höhe dauert der freie Fall etwas mehr als 60 Sekunden. Die Filmsequenz ist somit aus Aufnahmen mehrerer Sprünge zusammengeschnitten worden. Ein mehrminütiger Fall wäre nur aus einer derart großen Absprunghöhe möglich, dass die Springer einen aufwendigen Kälteschutz und eine Sauerstoffversorgung benötigten.

7. Bei einem Spaziergang wird Toni von seinen beiden Hunden mit den Kräften $F_1 = 200N$ und $F_2 = 150N$ ungestüm in verschiedene Richtungen gezogen. Die Leinen der Hunde schließen einen Winkel von 60° ein. Wie groß ist wirkende Gesamtkraft?

Lösung: 304N

8. Ein Motorradfahrer steht wegen eines kurzen aber kräftigen Regenschauers unter einer Autobahnbrücke. Nach Beendigung des Schauers startet der Motorradfahrer seine Maschine und bereitet sich vor loszufahren. Ein letzter Blick über die Schulter und der Motorradfahrer gibt Vollgas. Er beschleunigt mit $a = 4 \frac{m}{s^2}$. Im Moment seines Anfahrens fährt ein LKW mit einer konstanten Geschwindigkeit $v = 72 \frac{km}{h}$ an ihm vorbei.
- (a) Beschreibe die Situation aus der Sicht des LKW-Fahrers.
 - (b) Beschreibe die Situation aus der Sicht des Motorradfahrers.

- (c) Ordne die passenden Grafen den Bewegungen des LKW- und Motorradfahrers zu.



- (d) Zeichne mit Hilfe einer Wertetabelle ein Weg-Zeit-Diagramm von der Begegnung unter der Brücke bis zum Augenblick des Überholens. Ermittle den Zeitpunkt, wann der Motorradfahrer den LKW überholt. Gib auch an, welchen Weg der Motorradfahrer bis zu diesem Augenblick zurückgelegt hat. Folgende angefangene Tabelle und das Informationsblatt können dir dabei behilflich sein.

	Motorradfahrer	LKW
Zeit in s	Zurückgelegter Weg in m	Zurückgelegter Weg in m
0	...	...
1	2	20
2	8	40
3	...	...
...	...	...

- (e) Versuche einem mathematischen Term aufzustellen, mit dem du für beliebige Geschwindigkeiten sowie Beschleunigungen den Zeitpunkt des Überholens berechnen kannst.

Quelle: <http://www.standardsicherung.nrw.de/materialdatenbank/>

- Lösung:* (a) Z.B. unter der Autobahnbrücke fährt er am Motorradfahrer vorbei, der ihn später wieder überholt
 (b) Z.B. der LKW fährt beim Start an ihm vorbei und wird später wieder von ihm überholt
 (c) gleichförmige Bewegung des LKW entspricht Abb. (a)
 beschleunigte Bewegung des Motorradfahrers entspricht Abb. (c)

(d)

(e) $v \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \frac{2v}{a}$, hier: $t = 10s$

9. Beschleunigungsmesser im Postkartenformat

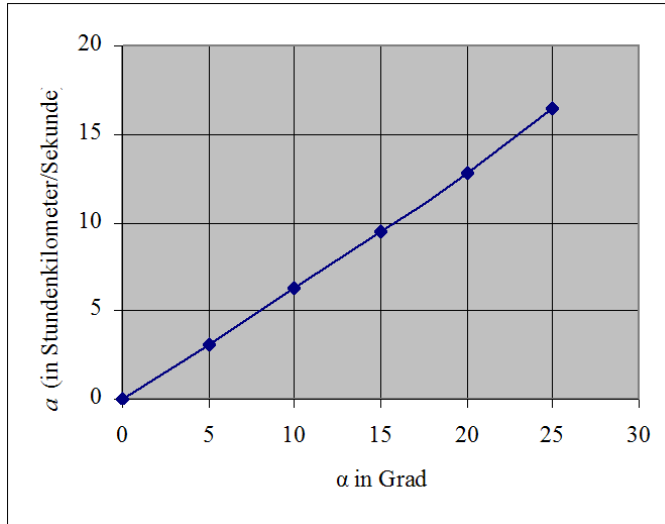
Sie können ein “Postkartengoniometer” als Beschleunigungsmesser verwenden: Auf einer Postkarte markiert man eine Vertikale und davon ausgehend eine Winkelskala. Man wählt eine feste Ausrichtung bezüglich des Fahrzeugs oder Flugzeugs in dem man sich befinden (z. B. durch Anlegen an der Armlehne). Zunächst bestimmt man mit einem Testpendel (z. B. Schlüssel an Faden) die Richtung des Lotes auf der Postkarte im Stand, dann liest man in einem Moment besonders starker Beschleunigung (z. B. Start oder Bremsen) die Richtung des Testpendels ab und bestimmt den Winkel α gegenüber der Lotrichtung.

- Zeige: Die gesuchte Beschleunigung a ist gegeben durch $a = g \cdot \tan \alpha$ (g : Erdbeschleunigung)
- Berechne a für $\alpha = 10^\circ$. Gib das Ergebnis in Stundenkilometer/Sekunde an. Schätzen einen Fehler für die Messung ab.
- Stelle eine Tabelle und eine Grafik für Beschleunigung (a in $\frac{km}{hs}$) gegen Winkel (α in Grad) im Bereich von 0° bis 25° auf. Warum stimmt die erhaltene Kurve so gut mit einer Geraden überein?
- Die Abhebegeschwindigkeit eines Verkehrsflugzeugs beträgt ca. $300 \frac{km}{h}$. Benutze das Ergebnis aus (b) um die Abhebezeit und Länge einer Startbahn zu schätzen.

Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

- Lösung:*
- Die Beschleunigungen g senkrecht zur Erdoberfläche und a parallel zur Erdoberfläche werden vektoriell zur Gesamtbeschleunigung addiert. In dem entstehenden rechtwinkligen Dreieck gilt $\tan \alpha = \frac{a}{g}$. Hieraus folgt die Behauptung.
 - $a \approx 1,7 \frac{m}{s^2}$ bzw. $a \approx 6,2 \frac{km}{hs}$. Der Ablesefehler beim Goniometer kann auf $\pm 30\%$ ($\pm 3^\circ$) geschätzt werden, der des resultierenden Beschleunigungswertes dann ebenso.
 - Für kleine Winkel gilt: $\tan \alpha \approx \alpha$.

α in $^\circ$	0	5	10	15	20	25
a in $\frac{km}{hs}$	0	3,09	6,23	9,46	12,85	16,47



- (d) Es gilt $t = \frac{v}{a} \approx 300 \frac{\text{km}}{\text{h}} / 6 \frac{\text{km}}{\text{hs}} = 50\text{s}$ (in Übereinstimmung mit der Beobachtung). Die Startbahn muß mindestens so lang sein wie die Strecke $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$ die das Flugzeug in dieser Zeit zurücklegt. Mit den erhaltenen Werten gilt $s = \frac{1}{2} \cdot 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (50\text{s})^2 \approx 2000\text{m}$. Aus Sicherheitsgründen (insbesondere für Startabbruch und Notbremsung) sind wirkliche Startbahnen länger (z. B. Frankfurt a.M.: 3600m).

10. Form von Flugzeugtragflächen

Ist die Tragflächenform am Boden und im Flug die gleiche?

Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

Lösung: Am Boden hängen die Tragflächen durch das Gewicht des Triebwerks und das Eigengewicht nach unten durch. Im Flug hängt ein Flugzeug sozusagen an den Tragflächen (wird durch den Auftrieb an den Tragflächen hochgehoben), diese biegen sich also nach oben durch (außen am meisten). Bei der Boeing 707 liegt die Durchbiegung der Tragflächenspitze (gegenüber der Position am Boden) beim Geradeausflug in ruhiger Luft bei einem Meter. Die Grenzdurchbiegung liegt bei 3m aufwärts und 0,9m abwärts.

11. Wölbung

Getränkebecher oder Milchküchen mit abziehbarer Alufolie als Deckel, die im Flugzeug serviert werden, sind immer ein wenig durchgewölbt. Warum?

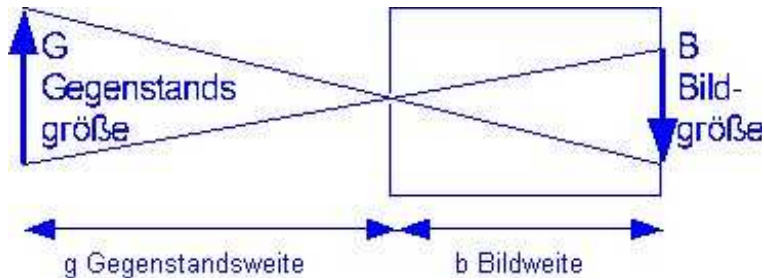
Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

Lösung: Der Kabinendruck bei Reiseflughöhe beträgt nur ca. 80% des Normaldrucks, die Behälter werden aber unter Normaldruck befüllt. Sie stehen also während des Fluges gegenüber der Kabine unter Überdruck.

12. (a) Beschreibe anhand einer Skizze, wie das Bild einer Lochkamera entsteht.
 (b) Wie hängt die Bildgröße von der Gegenstandsgröße, Bildweite und Gegenstandsweite ab?
 (c) Welche Eigenschaften des Bildes lassen sich verbessern und wie kann man diese Verbesserung erreichen? Bedenke dabei auch die Nachteile!

Quelle: Julia Pürkner

Lösung: (a) Das Bild ist seitenverkehrt und steht auf dem Kopf.



- (b) $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$; d. h. $B > G$, wenn $b > g$, $B = G$, wenn $b = g$, $G > B$, wenn $g > b$.
 (c) Man kann die Schärfe verbessern, wenn man die Lochblende verkleinert. Dann ist das Bild jedoch lichtschwächer. Man erhält ein helleres Bild, wenn man die Lochblende vergrößert. Das Bild wird dann jedoch unschärfer.

13. (a) Beschreibe, wie man die Brennweite f einer Sammellinse bestimmen kann.
 (b) Ein leuchtender Gegenstand wird vor der Sammellinse aufgestellt. In welchem Bereich steht der Gegenstand, wenn sein scharfes Bild (reell) gleich groß auf dem Bildschirm zu sehen ist. Wie groß ist der Abstand des Bildes von der Linse?
 (c) Was ändert sich an der Abbildung von Teilaufgabe (b), wenn der Gegenstand nun weiter von der Linse entfernt wird?

Quelle: Julia Pürkner

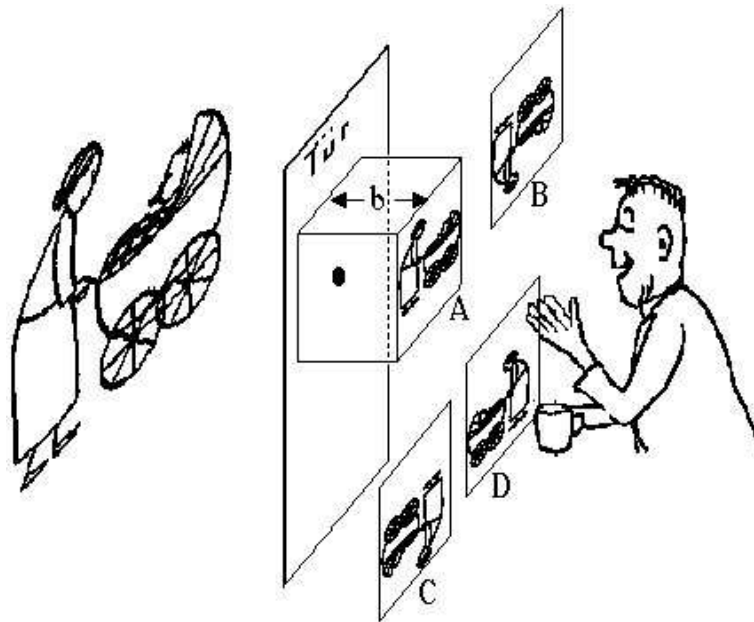
- Lösung:* (a) Man lässt paralleles Licht auf die Linse fallen (Linsenebene senkrecht zu den Strahlen). Mit Hilfe eines Schirms stellt man den Brennpunkt fest. Der Abstand Brennpunkt-Linse ist die Brennweite f.
 (b) In diesem Fall ist die Gegenstandsweite g gleich der doppelten Brennweite. Auch das Bild des Gegenstandes ist auf der anderen Linsenseite in der Entfernung $b = 2f$ zu beobachten.
 (c) Die Bildweite verkleinert sich. Bei sehr weit entfernten Gegenständen ist die Bildweite b ungefähr gleich der Brennweite. Die Bildgröße B verkleinert sich im Vergleich zu Teilaufgabe (b).

14. Beim Diaprojektor wird ein durchleuchtetes Bild mit einer Linse auf einer Leinwand abgebildet.
- (a) Das Bild auf der Leinwand ist zunächst zu klein, aber scharf. Was muss man mit dem Projektor tun, damit das Bild größer wird?
 - (b) Das Vorgehen von Teilaufgabe (a) war erfolgreich, das Bild wurde größer. Was ist nun aber schlecht?
 - (c) Durch welche Änderung am Projektor kann man auch den Nachteil aus Teilaufgabe (b) beheben?

Quelle: Julia Pürkner

- Lösung:*
- (a) Man muss den Projektor weiter von der Wand entfernen.
 - (b) Das Bild ist unscharf geworden.
 - (c) Man muss den Abstand zwischen dem Dia (Gegenstand) und dem Objektiv (Linse) verändern. Genauer: Man muss den Abstand zwischen Dia und Objektiv verkleinern.

15. Herr Schlaumeier hat in seine Wohnungstür ein kleines Loch gebohrt und im Abstand b hinter dem Loch eine Mattscheibe aufgestellt. Nun beobachtet er Frau Bolte.



- (a) Welches der Bilder A, B, C oder D sieht Herr Schlaumeier auf der Mattscheibe? Erläutere kurz deine Antwort!
- (b) Da das Bild etwas unscharf und lichtschwach ist, setzt Herr Schlaumeier in das Loch eine Linse mit $f=500\text{mm}$. Sieht er damit ein vergrößertes oder verkleinertes Bild, wenn Frau Bolte $5,0\text{m}$ vom Loch entfernt ist? Begründe deine Antwort!

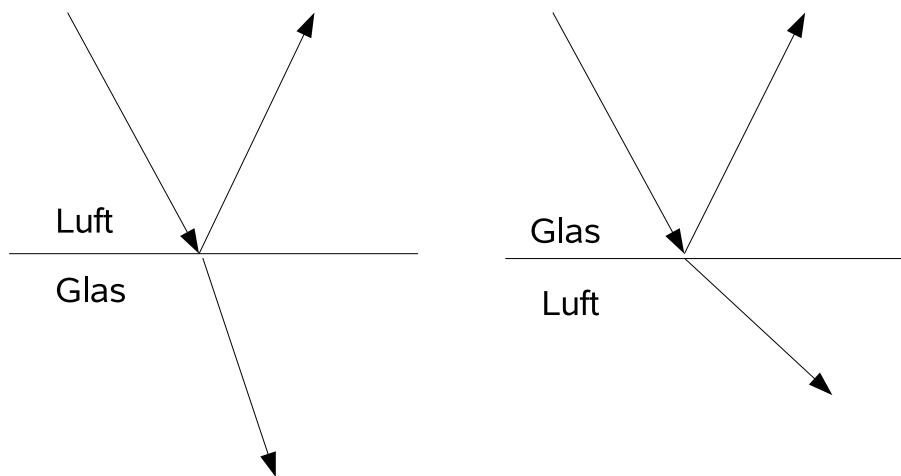
Quelle: Julia Pürkner

Lösung: (a) Das Bild C ist richtig, da das Bild, welches die Lochkamera entwirft, höhen- und seitenverkehrt ist.

(b) Gegenstände werden verkleinert, wenn die Gegenstandsweite g größer als die doppelte Brennweite ($2f = 2 \cdot 50 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$) ist. Da Frau Bolte $g = 500 \text{ cm}$ entfernt ist, entsteht ein verkleinertes Bild.

16. Wie kann man experimentell das Verhalten von Licht beim Übergang von Glas nach Luft untersuchen? Skizziere einen möglichen Versuchsaufbau und beschreibe die Beobachtung.

Lösung: Z. B. Lichtstrahl auf Glaskörper (Grenzschicht) fallen lassen:



An jeder Grenzfläche tritt Reflexion auf. Beim Übergang von Luft nach Glas (dichteres Medium) wird der Strahl zum Lot hin gebrochen. Beim Übergang von Glas (dichteres Medium) nach Luft wird der Strahl vom Lot weg gebrochen. Wird dabei der Grenzwinkel überschritten gibt es keinen gebrochenen Strahl mehr (Totalreflexion).

17. In den meisten Thermometern wird als Thermometerflüssigkeit Quecksilber oder Alkohol verwendet.

(a) Wie würdest Du vorgehen, um eine mit Alkohol gefüllte Glasröhre mit Vorratsgefäß zu einem Thermometer zu eichen?

(b) Warum ist es nicht sinnvoll, Wasser als Thermometerflüssigkeit zu verwenden?

Lösung: (a) für verschiedene Temperaturen die Steighöhe im Rohr markieren und Temperatur messen; dazwischen linear interpolieren

(b) Schmelz- und Siedetemperatur von Wasser schränken den Messbereich ein; bei Quecksilber liegen Schmelz- und Siedetemperatur (-39°C bzw. 357°C) weiter auseinander

18. Ein Eiswürfel mit Kantenlänge 3cm , der Temperatur 0°C und der Dichte $0,917\text{g/cm}^3$ wird in Glas mit $0,3\text{l}$ Cola der Temperatur 19°C gegeben.
- Welche Energie nimmt der Eiswürfel auf, bis er zu Wasser von $0,0^\circ\text{C}$ geschmolzen ist.
 - Wie weit kühlt die Cola durch die zum Schmelzen des Eises notwendige Energie ab?
 - Welche Temperatur erreicht die Cola, wenn sich nach dem Schmelzen des Eiswürfels ein Temperaturgleichgewicht eingestellt hat. Vergleiche diese mit der in (b) berechneten Temperatur.

Konstanten:

spezifische Wärmekapazität: $c_{\text{Wasser}} = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$

spezifische Schmelzwärme von Eis: $C_{\text{Eis}} = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

- Lösung:*
- $m_{\text{Eis}} = 0,025\text{kg}$, $E_{\text{schmelzen}} = 8,3\text{kJ}$
 - $m_{\text{Cola}} = 300\text{g}$, $\Delta\theta = 6,6^\circ\text{C}$, $\theta = 12,4^\circ\text{C}$
 - $11,4^\circ\text{C}$; die Abkühlung geschieht im wesentlichen durch das Schmelzen des Eises

19. Weshalb sollte man nasse Kleidung nicht am Körper trocknen lassen?

Lösung: Beim trocknen der Kleidung wird dem Körper die Verdunstungswärme entzogen.

Lösung: 20. Heißer Dampf verrichtet Arbeit

- Nenne drei völlig verschiedene Maschinen, in denen heißer Dampf Arbeit verrichtet.
- Erkläre für eine der genannten Maschinen die Funktionsweise genau.
- Ottomotor, Dampfmaschine, Flugzeugtriebwerk

21. Ein Heißluftballon hat ein Volumen von 2700m^3 .

- Die Luft im Ballon wird von 0°C auf 36°C erwärmt. Wie viel Luft entweicht dabei aus dem Heißluftballon?
- Ein Ballon schwebt, wenn seine Dichte genauso groß ist, wie die der ihn umgebende Luft. Wie groß darf die Masse des Heißluftballons (Ballonfahrer, Korb, Hülle) sein, wenn der Ballon gerade noch abheben soll.
Dichte von Luft (0°C , 0m ü.N.N): $1 \frac{\text{g}}{\text{l}}$

Lösung: (a) Annahme: gleicher Druck; $V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 2700\text{m}^3 \cdot \frac{309\text{K}}{273\text{K}} = 3056\text{m}^3$; $\Delta V = 356\text{m}^3$ entweicht aus dem Ballon.

- (b) Annahme: Volumen von Ballonfahrer und Korb kann man vernachlässigen
 $\rho_L = 1 \frac{g}{l} = \frac{m}{3056 \cdot 1000l} \Rightarrow 3056 kg$

22. Schwimmbad

Im Vilsbiburger Schwimmbad ist einige Tage die Wärmepumpe ausgefallen. Dadurch ist die Wassertemperatur im Schwimmerbecken von $23^\circ C$ auf $18^\circ C$ gesunken. Das Schwimmerbecken ist 50m lang, 25m breit und 2,3m tief.

- (a) Berechne die Masse des Wassers im Schwimmerbecken.
- (b) Berechne die notwendige Energie, das Wasser im Schwimmerbecken wieder auf $23^\circ C$ zu erwärmen.
- (c) Das Wasser wird mit Hilfe von vier Wärmepumpe erwärmt. Dabei wird elektrische Energie dazu verwendet, dem Wasser der Vils Wärme zu entziehen und diese dann dem Wasser im Becken zuzuführen. Mit einem Joule elektrischer Energie können 5 Joule Wärmeenergie gewonnen werden.
 - i. Wie viel elektrische Energie ist nötig, um das Becken zu erwärmen? Wie viele Stunden dauert dies, wenn die Stromstärke $15A$ und die Spannung $4,0kV$ beträgt?
 - ii. Die Wärme wird dem Wasser der Vils entzogen, welches dabei um $2^\circ C$ abgekühlt wird. Welche Masse Vilswasser wird abgekühlt?
 - iii. Wie verändert sich die notwendige elektrische Energie, wenn der Wirkungsgrad der Wärmepumpe kleiner ist.

Lösung: (a) $2,9 \cdot 10^6 kg$

(b) $6 \cdot 10^{10} J$

(c) i. $E_{el} = 1,2 \cdot 10^{10} J$, $t = 14h$

ii. $7,1 \cdot 10^3 t$

iii. mehr Energie nötig

23. Am Gletscher des Großglockner strahlt an einem schönen Wintertag pro Quadratmeter in einer Sekunde eine Energie von 600J ein. Dadurch schmilzt der Schnee.

- (a) Wie viele Liter Wasser fließen von eine Berghütte mit einer waagrechten Dachfläche von $20m^2$ innerhalb von 4 Stunden ab, wenn man von einer Umgebungstemperatur von $0^\circ C$ ausgeht?
- (b) Um den Rückgang der Gletscher zu verlangsamen, werden an vielen Stellen die Schneeflächen mit weißen Planen bedeckt. Erkläre warum man sich dadurch einen positiven Einfluß erhofft.
- (c) Welche Energie ist notwendig, um das geschmolzene Wasser vom Dach der Berghütte auf eine Temperatur von $20^\circ C$ zu erwärmen?

Konstanten: $C_{\text{schmelzen}} = 334 \frac{J}{g}$, $c_W = 4,2 \frac{J}{g \cdot ^\circ C}$

Lösung: (a) $E = 600 \frac{J}{sm^2} \cdot 20m^2 \cdot 4 \cdot 3600s = 172,8MJ = C_{\text{schmelz}} \cdot m \Rightarrow m = \frac{E}{C_{\text{schmelz}}} = 517kg$
 $\Rightarrow 517l$

(b) Schnee absorbiert weniger Energie $\Rightarrow$ weniger Schnee schmilzt

(c) $E = c_W \cdot m \Delta\theta = 43MJ$

24. Qualmende Flugzeugreifen

Beim Landen von Flugzeugen sieht man oft, wie in den ersten Momenten des Aufsetzens Qualm zwischen Reifen und Landebahn entsteht (in Form einer regelrechten Fontäne, gegen die Bewegungsrichtung des Flugzeugs); dazu hört man ein deutliches Reifenquietschen. Erkläre diesen Vorgang. Was er mit einem Kavalierstart zu tun?

Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

Lösung: Die anfangs ruhenden Flugzeugräder müssen beim Aufsetzen erst in Bewegung versetzt werden, deswegen schlittern sie anfangs über die Landebahn, mit entsprechend großem Abrieb (und Reibungswärme), den man als Qualm sieht. Beim Aufsetzen bewegt sich der Untergrund gegen das Flugzeug, und die Reifen ruhen anfänglich; beim Kavalierstart ruht der Untergrund anfänglich gegen das Auto, und die Reifen bewegen sich; in beiden Fällen gibt es eine Relativbewegung von Reifen und Untergrund, mit entsprechenden Begleiterscheinungen durch Reibung (Abrieb, Qualmen, Quietschen).

6 Grundlagen, Januar 2008

1. Dezimalen und geltende Ziffern

Dezimalen sind Nachkommastellen, geltende Ziffern beginnt man mit der ersten Ziffer ungleich Null zu zählen:

Zahl	Dezimalen	geltende Ziffern
23,0234	4	6
0,0034	4	2
20	0	2
20,00	2	4
$2 \cdot 10^1$	0	1
$3,78 \cdot 10^{-7}$	9	3

(a) Begründe folgende Regeln:

Eine Summe ungenauer Zahlen hat höchstens so viele sinnvolle Dezimalen wie der ungenaueste Summand!

Ein Produkt (Quotient) ungenauer Zahlen hat höchstens so viele geltende Ziffern wie der ungenaueste Faktor!

(b) $a = 2,304$, $b = 0,00456$, $c = 3,5 \cdot 10^{-3}$, $d = 1,004 \cdot 10^8$, $e = 5 \cdot 10^{-8}$

Die in folgenden Termen auftretenden numerischen Werte sind exakt, a , b , c , d und e sind gerundete Zahlen.

i. Schreibe die Ergebnisse sinnvoll gerundet:

$$2a + 3b; \quad a^2 + b^2; \quad (b + c) \cdot d; \quad a \cdot d; \quad \sqrt{d} + \frac{a - b}{c}; \quad d \cdot c^3; \quad d \cdot e^2$$

ii. Runde einmal schon die Zwischenergebnisse und einmal nur das Endergebnis:

$$\frac{a}{b} + 100 \cdot b; \quad \frac{c^2}{e^2}$$

Welche Regel folgt daraus?

Lösung: (a) Hat der ungenaueste Summand n Dezimalen, dann ist sein Fehler $5 \cdot 10^{-(n+1)}$. Da sich die Fehler zum Gesamtfehler Δx addieren, gilt $\Delta x > 5 \cdot 10^{-(n+1)}$, d.h. das Ergebnis hat höchstens so viele Dezimalen wie der ungenaueste Summand.

Wir betrachten eine gerundete Zahl mit z geltenden Ziffern, v vor und n nach dem Komma: $a = \underbrace{\bullet\bullet\bullet\bullet}_v, \underbrace{\bullet\bullet\bullet}_n$. Der absolute Fehler der Zahl ist $\Delta a = 5 \cdot 10^{-(n+1)}$. Aus $10^{v-1} \leq a < 10^v$ folgt für den relativen Fehler von a :

$$\frac{\Delta a}{10^v} < \delta_a \leq \frac{\Delta a}{10^{v-1}}$$

Einsetzen von $\Delta a = 5 \cdot 10^{-(n+1)}$ liefert mit $z = v + n$

$$5 \cdot 10^{-(z+1)} < \delta_a \leq 5 \cdot 10^{-z}$$

Für den relativen Fehler einer Zahl a mit z geltenden Ziffern gilt also $\delta_a \approx 10^{-z}$. Da sich bei Produkten und Quotienten die relativen Fehler addieren, ist der Gesamtfehler größer als der größte Einzelfehler, die Zahl der geltenden Ziffern des Ergebnisses also höchstens gleich der Zahl der geltenden Ziffern des ungenauesten Faktors.

- (b) Die Ziffern nach dem senkrechten Strich sind nicht mehr gültig:

$$2a + 3b = 4,608 + 0,0136|8 = 4,62168 \approx 4,622$$

$$a^2 + b^2 = 5,308|416 + 0,0000207|936 = 5,308|436794 = 5,308$$

$$(b+c) \cdot d = (0,00456 + 0,0035) \cdot 1,004 \cdot 10^8 = 0,0080|6 \cdot 1,004 \cdot 10^8 = 80|9224 \approx 8,1 \cdot 10^5$$

$$a \cdot d = 2,313|216 \cdot 10^8 \approx 2,313 \cdot 10^8$$

$$\sqrt{d} + \frac{a-b}{c} = 1001|9,98 + \frac{2,299|44}{0,0035} = 1001|9,98 + 65|6,98 = 1067|6,96290 \approx 1,068 \cdot 10^4$$

$$d \cdot c^3 = 1,004 \cdot 10^8 \cdot 4,2|875 \cdot 10^{-8} = 4,3|0465 \approx 4,3$$

$$d \cdot e^2 = 1,004 \cdot 10^8 \cdot 2,|5 \cdot 10^{-15} = 2,|51 \cdot 10^{-7} \approx 3 \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{a}{b} + 100b = 505,|2631579 + 0,456 \approx 505 + 0,456 = 505,|456 \approx 505$$

$$\frac{a}{b} + 100b = 505,|2631579 + 0,456 = 505,|7191579 \approx 506$$

$$\frac{c^2}{e^2} = \frac{0,000012|25}{2,|5 \cdot 10^{-15}} \approx \frac{0,000012}{3 \cdot 10^{-15}} = 4 \cdot 10^9$$

$$\frac{c^2}{e^2} = \frac{0,000012|25}{2,|5 \cdot 10^{-15}} = 4,|9 \cdot 10^9 \approx 5 \cdot 10^9$$

2. Am 1.1.1990 um 0:00:00 Uhr wird eine Quartzuhr mit der Standardatomuhr synchronisiert (genau gleich gestellt). Am 24.3.1993 zur Standardzeit 12:00:00 Uhr zeigt die Quartzuhr die Zeit 12:00:17 Uhr an. Berechne die relative Ungenauigkeit der Quartzuhr!

Lösung: $t = (3 \cdot 365 + 1 + 31 + 28 + 23,5) \text{ d} = 1178,5 \text{ d} = 101822400 \text{ s}$

$$\delta_{\text{rel}} = \frac{17 \text{ s}}{t} = 1,67 \cdot 10^{-7}$$

3. Eine Kugel fällt achtmal eine immer gleiche Höhe von 7 m hinunter. Mit einer Stoppuhr werden die Fallzeiten 1,13 s, 1,24 s, 1,22 s, 1,17 s, 1,20 s, 1,15 s, 1,18 s und 1,26 s gemessen. Berechne den Mittelwert und den relativen Fehler der Fallzeit!

Lösung: $[t] = \frac{(1,13 + 1,24 + 1,22 + 1,17 + 1,20 + 1,15 + 1,18 + 1,26) \text{ s}}{8} = 1,19375 \text{ s}$

$$\Delta t = 0,06625 \text{ s}, \delta_{\text{rel}} = \frac{\Delta t}{[t]} = 0,0555, \text{ Ergebnis sinnvoll gerundet: } t = (1,19 \pm 0,07) \text{ s}$$

4. Ein Vielfachmessgerät hat bei Spannungsmessungen einen Fehler von 2 % und bei Strommessungen einen Fehler von 0,5 %. Mit dem Gerät wird an einem Widerstand R die Spannung $U = 10,00 \text{ V}$ und durch den Widerstand der Strom $I = 0,200 \text{ A}$ gemessen. Berechne R mit Angabe des absoluten und relativen Fehlers! Rechne zuerst den maximalen und den minimalen Wert aus, den R annehmen kann!

Welches Gesetz vermutet man für den relativen Fehler eines Quotienten von zwei ungenauen Zahlen?

Lösung: $U_{\text{max}} = 10,2 \text{ V}, U_{\text{min}} = 9,8 \text{ V}, I_{\text{max}} = 0,201 \text{ A}, I_{\text{min}} = 0,199 \text{ A}$

$$R_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{I_{\text{min}}} = 51,256 \Omega, R_{\text{min}} = \frac{U_{\text{min}}}{I_{\text{max}}} = 48,756 \Omega \quad [R] = \frac{R_{\text{min}} + R_{\text{max}}}{2} = 50,0 \Omega$$

$$\Delta R = R_{\text{max}} - [R] = 1,25 \Omega, \delta_{\text{rel}} = \frac{\Delta R}{[R]} = 0,025 = 2,5 \% = 2 \% + 0,5 \%$$

5.

Der relative Fehler eines Terms der Form

$$T = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}{b_1 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot b_m}$$

ist ungefähr gleich der Summe der relativen Fehler der Faktoren.

Beweise diesen Satz für den Spezialfall $T = \frac{a}{b}$ unter der Voraussetzung $\Delta a \ll a$ und $\Delta b \ll b$! Das Zeichen „ $\ll$ “ bedeutet „sehr klein gegen“. Es darf die Näherungsformel

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x \quad \text{für} \quad |x| \ll 1$$

verwendet werden. Überprüfe die eingerahmte Formel für $x \in \{0,01; 0,0006; -0,00008\}$!

Lösung: $a_{\text{max}} = [a] + \Delta a, \quad a_{\text{min}} = [a] - \Delta a, \quad b_{\text{max}} = [b] + \Delta b, \quad b_{\text{min}} = [b] - \Delta b$

Die relativen Fehler von a und b sind: $\delta_a = \frac{\Delta a}{[a]}$ und $\delta_b = \frac{\Delta b}{[b]}$.

Für das Produkt $T = a b$ gilt:

$$\begin{aligned}
 T_{\max} &= a_{\max} \cdot b_{\max} = [a] [b] + 2 [a] \Delta b + 2 [b] \Delta a + \Delta a \Delta b \\
 T_{\min} &= a_{\min} \cdot b_{\min} = [a] [b] - 2 [a] \Delta b - 2 [b] \Delta a + \Delta a \Delta b \\
 [T] &= \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} = [a] [b] + \Delta a \Delta b \quad \Delta T = T_{\max} - [T] = [a] \Delta b + [b] \Delta a \\
 \delta_{\text{rel}} &= \frac{\Delta T}{[T]} = \frac{[a] \Delta b + [b] \Delta a}{[a] [b] + \Delta a \Delta b} = \frac{\frac{[a]}{\Delta a} + \frac{[b]}{\Delta b}}{1 + \frac{\Delta a \Delta b}{[a] [b]}} = \frac{\delta_a + \delta_b}{1 + \delta_a \delta_b}
 \end{aligned}$$

Wegen $\Delta a \ll [a]$ und $\Delta b \ll [b]$ gilt $\delta_a \ll 1$ und $\delta_b \ll 1$, d.h. $1 + \delta_a \delta_b \approx 1$:

$$\delta_{\text{rel}} \approx \delta_a + \delta_b$$

Für den Quotienten $T = \frac{a}{b}$ gilt:

$$\begin{aligned}
 T_{\max} &= \frac{a_{\max}}{b_{\min}} = \frac{[a] + \Delta a}{[b] - \Delta b} \quad T_{\min} = \frac{a_{\min}}{b_{\max}} = \frac{[a] - \Delta a}{[b] + \Delta b} \\
 [T] &= \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} = \frac{[a] [b] + \Delta a \Delta b}{([b] + \Delta b) ([b] - \Delta b)} \\
 \Delta T &= T_{\max} - [T] = \frac{[a] \Delta b + [b] \Delta a}{([b] + \Delta b) ([b] - \Delta b)} \\
 \delta_{\text{rel}} &= \frac{\Delta T}{[T]} = \frac{[a] \Delta b + [b] \Delta a}{[a] [b] + \Delta a \Delta b} = \frac{\delta_a + \delta_b}{1 + \delta_a \delta_b} \approx \delta_a + \delta_b \quad (\text{wie bei } T = a b)
 \end{aligned}$$

6. Mit einer Atomuhr wird die Zeitspanne T gemessen. Da eine Atomuhr nur *ganze* Schwingungsdauern ΔT_0 zählen kann, setzt sich der absolute Fehler dieser Zeitmessung aus ΔT_0 und dem Langzeitfehler $\Delta T_L = 10^{-14} \cdot T$ zusammen.

- Berechne den relativen Fehler der Zeitmessung für $T \in \{1 \text{ ns}, 1 \mu\text{s}, 1 \text{ s}, 1 \text{ a}\}$!
- Für welches T beträgt der relative Fehler $2 \cdot 10^{-14}$?
- Zur Messung der Länge s einer Strecke $[AB]$ wird von einer Atomuhr die Zeit gestoppt, die ein Lichtimpuls zum zurücklegen dieser Strecke benötigt. Berechne den relativen Fehler dieser Messung für $s = 1 \text{ m}$, $s = 1 \text{ km}$ und $s = 1 \text{ LJ}$!

Die Ergebnisse von (c) zeigen, dass für eine präzise Längenmessung andere Verfahren benötigt werden (Schwebungsfrequenz von zwei Lasern; siehe z.B. W. Kranzer, *So interessant ist Physik*, S.148 oder F. Westermann, *Laser*, S.146).

Lösung: (a) $\Delta T = \Delta T_0 + \Delta T_L = \Delta T_0 + 10^{-14} \cdot T$, $\Delta T_0 = \frac{1 \text{ s}}{9\,192\,631\,770} \approx 1,09 \cdot 10^{-10} \text{ s}$

$$\delta_{\text{rel}} = \frac{\Delta T}{T} \approx \frac{1,09 \cdot 10^{-10} \text{ s}}{T} + 10^{-14}$$

T	1 ns	1 μ s	1 s	1 a = 31 536 000 s
ΔT	$\approx \Delta T_0$	$\approx \Delta T_0$	$\approx \Delta T_0$	$3,15 \cdot 10^{-7}$ s
δ_{rel}	10,9 %	0,01 %	$1,1 \cdot 10^{-10}$	$\approx 10^{-14}$

(b) $\frac{\Delta T_0}{T} + 10^{-14} = 2 \cdot 10^{-14} \implies T = 10^{14} \Delta T_0 = 10\,878\text{ s} = 3\text{ a } 1\text{ min } 18\text{ s}$

- (c) Mit der exakten Lichtgeschwindigkeit $c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gilt $s_{\text{max}} = (T + \Delta T) \cdot c$ und $s_{\text{min}} = (T - \Delta T) \cdot c$ und damit $[s] = [T] \cdot c$ und $\Delta s = \Delta T \cdot c$. Der relative Fehler der Längenmessung ist dann gleich dem relativen Fehler der Zeitmessung:

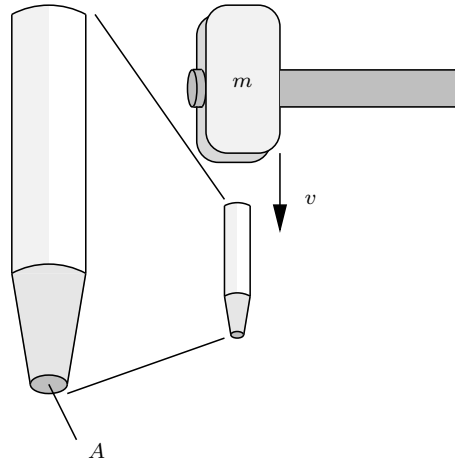
$$\delta_s = \frac{\Delta s}{s} = \frac{c \Delta T}{c T} = \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta T_0}{T} + 10^{-14} = \frac{c \Delta T_0}{s} + 10^{-14} = \frac{3,26 \text{ cm}}{s} + 10^{-14}$$

$$\Delta s = c \Delta T + 10^{-14} \cdot s = 3,26 \text{ cm} + 10^{-14} \cdot s$$

s	1 m	1 km	1 LJ = $9,46 \cdot 10^{15}$ m
Δs	3,26 cm	3,26 cm	94,6 m
$\frac{\Delta s}{s}$	3,26 %	0,00326 %	$1 \cdot 10^{-14}$

7 Mechanik, Januar 2008

- Ein Stahlstift wird mit seiner „Spitze“ der Fläche $A = 20 \text{ mm}^2$ auf ein Kupferblech aufgesetzt. Mit einem Hammer der Masse $m = 400 \text{ g}$ wird auf den Stift geschlagen. Der Hammer hat kurz vor dem Aufprall die Geschwindigkeit $v = 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und wird in der Zeit $\Delta t = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ auf null abgebremst. Welchen Druck übt die Spitze des Stiftes während des Abbremsvorgangs des Hammers auf das Kupferblech aus?



Lösung: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}} = 12500 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \implies F = ma = 0,4 \text{ kg} \cdot 12500 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5,0 \cdot 10^3 \text{ N}$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{5,0 \cdot 10^3 \text{ N}}{20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ Pa} = 2,5 \cdot 10^2 \text{ MPa}$$

- Ein Langläufer (Skating) gleitet über eine Harschdecke, das ist eine harte Schneeschicht über weichem Pulverschnee. Die Harschdecke bricht ein, wenn der Druck auf sie größer als 90 hPa ist. Wie lang muss ein Ski der Breite $b = 6,0 \text{ cm}$ mindestens sein, damit der Skater mit der Masse $m = 90 \text{ kg}$ nicht einbricht? Beachte, dass beim Skaten die meiste Zeit nur ein Ski belastet wird.

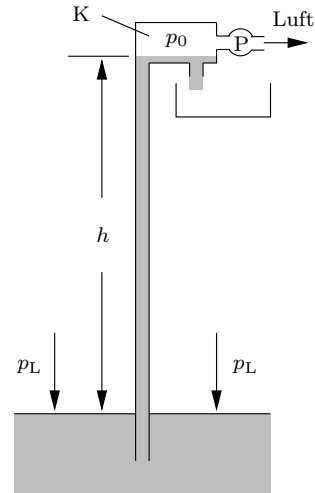
Lösung:

3. Abschätzung der Dichte von Luft

Der Luftdruck auf Meereshöhe beträgt bei 20°C im Mittel $p_0 = 1013 \text{ hPa}$, in Garmisch (700 m über dem Meer) misst man ebenfalls bei 20°C den mittleren Luftdruck $p_1 = 932 \text{ hPa}$. Schätze mit diesen Daten die Dichte ρ_L der Luft bei 20°C ab. Welche Vereinfachungen verwendest du? Ist die tatsächliche Dichte größer oder kleiner als dein berechneter Näherungswert?

Lösung:

4. Eine Wasserpumpe besteht aus einer Luftpumpe P und einer Kammer K. Die Luftpumpe entfernt die Luft aus K, so dass in K idealerweise der Druck $p_0 = 0$ (Vakuum) herrscht. Von K reicht ein Rohr zum tiefer gelegenen Wasser, das heraufgepumpt werden soll. Nicht das Vakuum saugt das Wasser nach oben, sondern der Luftdruck p_L an der Oberfläche des unteren Wasserspiegels drückt das Wasser hinauf. Welche maximale Höhe h kann das Wasser mit dieser Pumpe gehoben werden?



Lösung:

5. Quecksilber hat die Dichte $\rho = 13,55 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. In welcher Tiefe herrscht in Quecksilber der Druck 1000 hPa? Wie kann man mit Quecksilber und Glasrohren ein Luftdruckmessgerät (Barometer) bauen?

Lösung:

6. Das kreisförmige Bullauge einer Tauchglocke hat den Radius $r = 15 \text{ cm}$. Welcher Kraft F muss das Bullauge standhalten, wenn die Glocke 11000 m tief taucht (Grund des Marianengrabens)? Welche Masse m hat eine Gewichtskraft, die gleich der Kraft F ist?

Lösung:

7. Für die Flüssigkeit in nebenstehend abgebildeter Hydraulik darf angenommen werden, dass sie total inkompressibel ist, sich also nicht zusammendrücken lässt.

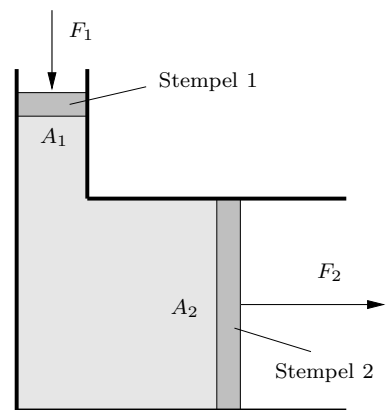
(a) Beweise, dass die von der Kraft F_1 am Stempel 1 verrichtete Arbeit W_1 gleich der vom Stempel 2 verrichteten Arbeit W_2 ist.

(b) Für die Hydraulik einer Autopresse gilt:

$$F_1 = 8,00 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_2 = 4,00 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$A_2 = 2500 \text{ cm}^2.$$



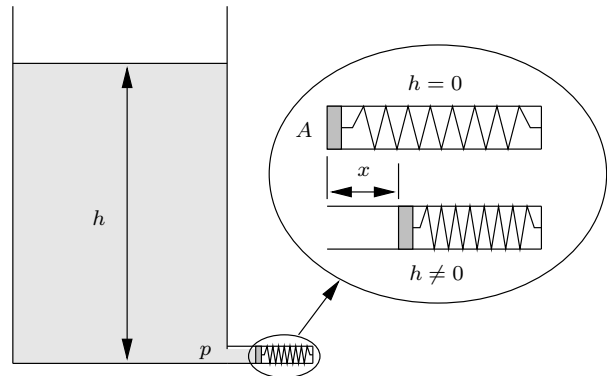
Berechne A_1 . Wie weit muss sich der Stempel 1 bewegen, wenn sich Stempel 2 um 1,5 m nach rechts bewegt? Wie kann man das Problem des langen Weges von Stempel 1 technisch lösen?

Lösung:

8. Eis hat die Dichte $\rho_E = 0,917 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Ein Eiswürfel der Masse $m_E = 20 \text{ g}$ schwimmt in einem Glas mit $V_W = 200 \text{ cm}^3$ Wasser, die Grundfläche des zylindrischen Glases ist (innen) $A = 20 \text{ cm}^2$. Wieviel Prozent des Eisvolumens sind oberhalb des Wassers? Um wieviel steigt der Wasserspiegel, wenn der Eiswürfel ganz schmilzt?

Lösung:

9. Der Füllstandsanzeiger eines großen Wassertanks besteht aus einem Rohr mit einem gut eingepassten, reibungsfrei beweglichen Stempel der Querschnittsfläche $A = 4,00 \text{ cm}^2$ und einer Feder mit der Härte $D = 196 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Ohne Wasser ($h = 0$) schließt der Stempel mit dem linken Ende des Rohrs ab (siehe Abbildung).



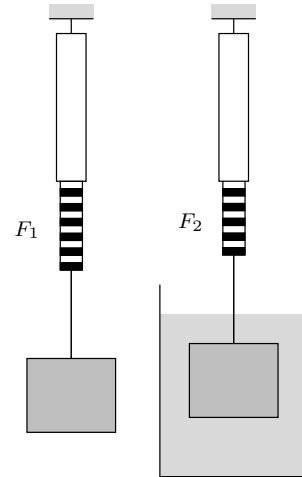
Der Füllstand des Wassers beträgt jetzt $h = 5,00 \text{ m}$. Berechne den Druck p am Boden des Tanks, die Kraft F auf den Stempel und die Strecke x , um die die Feder zusammengedrückt wird.

Lösung: $p = \rho_{\text{Wasser}} g h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 5 \text{ m} = 49050 \text{ Pa} \approx 491 \text{ hPa}$

$$F = pA = 49050 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 19,62 \text{ N} \approx 19,6 \text{ N}$$

$$F = Dx \implies x = \frac{F}{D} = \frac{19,62 \text{ N}}{196 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,100 \text{ m} = 10,0 \text{ cm}$$

10. Ein Aluquader mit den Kantenlängen $a = 5,00 \text{ cm}$, $b = 7,00 \text{ cm}$ und $c = 9,00 \text{ cm}$ hängt an einer Federwaage, die die Kraft $F_1 = 8,35 \text{ N}$ anzeigt. Welche Kraft F_2 zeigt die Waage an, wenn der ganze Quader in ein mit Wasser gefülltes Gefäß getaucht wird?



Lösung: Auftrieb = Gewichtskraft des verdrängten Wassers:

$$F_A = \rho_{\text{Wasser}} V g = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \underbrace{5 \cdot 7 \cdot 9}_{315} \text{ cm}^3 \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 0,315 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 3,09 \text{ N}$$

$$F_2 = F_1 - F_A = 8,35 \text{ N} - 3,09 \text{ N} = 5,26 \text{ N}$$

11. Ein ICE hat mit der Lok die Gesamtmasse $M = 327 \text{ t}$, die Lok allein hat die Masse $m = 72,0 \text{ t}$. Die Haft- und Gleitreibungszahlen zwischen den Rädern des Zuges und den Gleisen sind $\mu_H = 0,150$ und $\mu = 9,00 \cdot 10^{-2}$, die Rollreibung darf vernachlässigt werden.
- Welche maximale Beschleunigung a kann der Zug auf waagrechten Schienen erreichen, wenn die Motorkraft beliebig groß ist?
 - Der Zug beginnt zur Zeit $t_0 = 0$ bei $x_0 = 0$ eine Bewegung mit eben dieser maximalen Beschleunigung, bis zur Zeit $t_1 = 150 \text{ s}$ die Notbremse gezogen wird. Dabei blockieren *alle* Räder des Zuges. Berechne den Bremsweg s und zeichne ein tv - und ein tx -Diagramm der ganzen Bewegung in geeignet gewählten Einheiten.
 - Untersuche, ob unser Zug für die Befahrung der Strecke Garmisch-Klais (220 Höhenmeter auf 11 km Streckenlänge) geeignet ist. Je mehr Aspekte dein Gutachten enthält, um so besser!

Lösung: (a) Die maximale Antriebskraft ist die Haftreibungskraft der Lok:

$$Ma = \mu_H mg \implies a = \mu_H \frac{m}{M} g = 0,324 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(b) $v_1 = v(t_1) = at_1 = 48,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 175 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Die Bremsverzögerung (Betrag der Beschleunigung beim Bremsen) ist

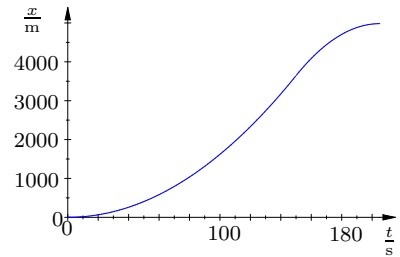
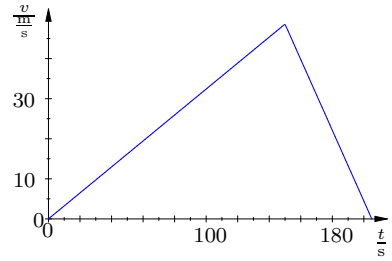
$$a' = \frac{\mu Mg}{M} = \mu g = 0,883 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Mit der Bremszeit $\Delta t = \frac{v_1}{a'} = 55,0 \text{ s}$ ist der Bremsweg

$$s = \frac{a'}{2} \Delta t^2 = \frac{v_1^2}{2a'} = 1,34 \text{ km}$$

$$x(t) = \begin{cases} \frac{a}{2} t^2 & \text{für } t \leq t_1 \\ x_1 + v_1(t - t_1) - \frac{a'}{2}(t - t_1)^2 & \text{für } t > t_1 \end{cases}$$

$\frac{t}{\text{s}}$	0	100	150	170	205
$\frac{x}{\text{m}}$	0	1620	3645	4440	4983



(c) Die Steigung der Strecke ist $\tan \varphi = \frac{0,22 \text{ km}}{11 \text{ km}} = 0,02$, d.h. $\varphi = 1,15^\circ$.

Mit dem Hangabtrieb $F_H = Mg \sin \varphi$ und der Normalkraft der Lok $F_N = mg \cos \varphi$ ist die maximale Antriebskraft beim Bergauffahren

$$F = \mu_H mg \cos \varphi - Mg \sin \varphi = Ma$$

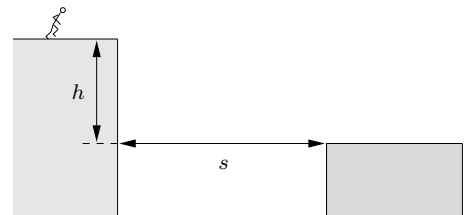
Der Zug schafft also noch die Beschleunigung

$$a = \left(\mu_H \frac{m}{M} \cos \varphi - \sin \varphi \right) g = 0,128 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Maximale Steigung:

$$\tan \varphi_{\max} = \frac{\mu_H m}{M} = 0,033 \quad \Rightarrow \quad \varphi_{\max} = 1,89^\circ$$

12. Ein auf einem Hochhausdach in Bedrängnis geratener Spion versucht sich durch einen Sprung über die $s = 12,0 \text{ m}$ breite Straßenflucht auf das um $h = 5,00 \text{ m}$ tiefer gelegene Dach des Nachbarhauses zu retten. Gehe davon aus, dass es sich bei dem Verfolgten um einen guten Sprinter handelt (100 m in 10,0 s) und untersuche die Erfolgsaussichten seines Vorhabens. Deine Ergebnisse sind durch Zeichnungen und Rechnungen zu belegen, der Luftwiderstand darf vernachlässigt werden.



Lösung: Mit $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{x0} = v_0 \cos \varphi$ und $v_{y0} = v_0 \sin \varphi$ folgt für die Sprungdauer t :

$$y(t) = h + (v_0 \sin \varphi) \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = 0$$

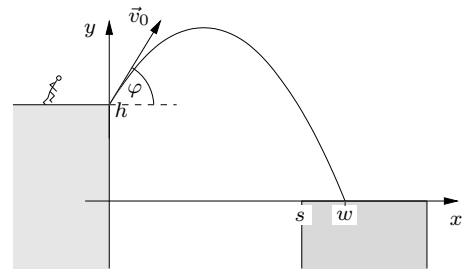
mit der Lösung

$$t = \frac{1}{g} \left[v_0 \sin \varphi \left(\begin{smallmatrix} + \\ - \end{smallmatrix} \right) \sqrt{2gh + (v_0 \sin \varphi)^2} \right]$$

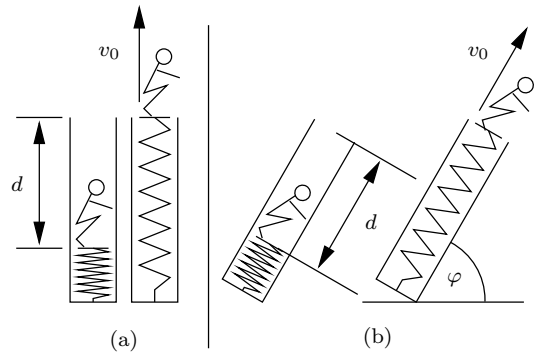
Die Weite des Sprungs ist

$$w = (v_0 \cos \varphi) \cdot t = \frac{v_0 \cos \varphi}{g} \left[v_0 \sin \varphi + \sqrt{2gh + (v_0 \sin \varphi)^2} \right]$$

φ	0	10°	11°	20°	30°	40°	45°
$\frac{w}{\text{m}}$	10,1	11,8	12,0	13,3	14,2	14,2	13,9



13. Ein Zirkusartist („lebende Kanonenkugel“) der Masse $m = 68,0 \text{ kg}$ lässt sich von einer Federkanone in die Höhe schießen. Die Feder der Härte $D = 1600 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ wird dabei um $d = 2,50 \text{ m}$ zusammengedrückt (siehe Abb.). Berechne die Mündungsgeschwindigkeit v_0 und die maximale Höhe h des Artisten über der Mündung der Kanone für



(a) eine senkrecht stehende Kanone

(b) eine um $\varphi = 60^\circ$ gegen die Horizontale geneigte Kanone.

Versuche auch (b) mit dem Energiesatz zu lösen. Überlege dir zuerst, welche Geschwindigkeit $\vec{v}_1$ der Artist im höchsten Punkt seiner Flugbahn hat.

Du kannst auch (a) als Spezialfall von (b) behandeln!

Lösung: (a) $\frac{D}{2} d^2 = \frac{m}{2} v_0^2 + mgd \implies v_0 = \sqrt{\frac{Dd^2}{m} - 2gd} = 9,90 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\frac{D}{2} d^2 = mg(h + d) \implies h = \frac{Dd^2}{2mg} - d = 7,50 \text{ m} - 2,50 \text{ m} = 5,00 \text{ m}$$

$$(b) \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cos \varphi \\ v_0 \sin \varphi \end{pmatrix}, \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} v_{x1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{D}{2} d^2 = \frac{m}{2} v_0^2 + mgd \sin \varphi \implies$$

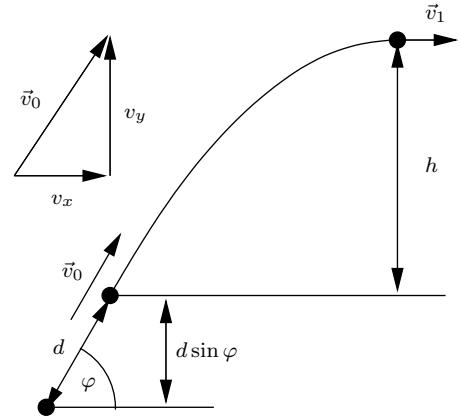
$$v_0 = \sqrt{\frac{Dd^2}{m} - 2gd \sin \varphi} = 10,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{m}{2} v_0^2 = mgh + \frac{m}{2} v_{x0}^2 \implies$$

$$h = \frac{v_0^2 - v_{x0}^2}{2g} = \frac{v_0^2(1 - \cos^2 \varphi)}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}$$

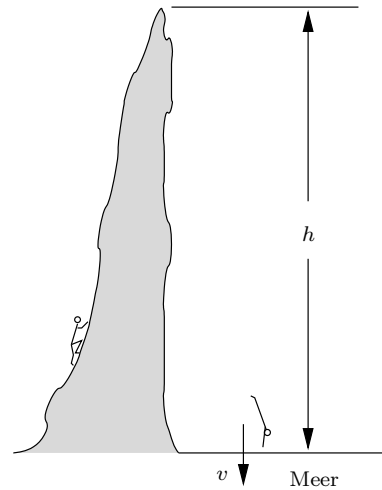
$$h = 4,00 \text{ m}$$

Die Ergebnisse von (a) erhält man mit $\varphi = 90^\circ$.



14. Ein Kletterer der Masse $m = 70 \text{ kg}$ erklimmt einen Felssturm der Höhe $h = 27,0 \text{ m}$ und stürzt sich dann mit einem Hechtsprung ins Meer.

- (a) Welche Hubarbeit W_H verrichtet er beim Aufstieg?
- (b) Erläutere genau, welche Arbeit während des Sprungs am Kletterer verrichtet wird und in was diese Arbeit verwandelt wird.
- (c) Mit welcher Geschwindigkeit v trifft der Wagemutige auf die Wasseroberfläche?
Ergebnis in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

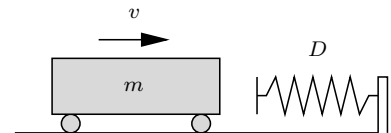


Lösung: (a) $W_H = mgh = 70 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 27 \text{ m} = 1,85 \cdot 10^4 \text{ J}$

- (b) Während des Sprungs wirkt immer die Gewichtskraft $F_G = mg$ auf den Kletterer und zwar über die ganze Strecke h . Deshalb wird am Kletterer die Arbeit $\Delta W = mgh$ verrichtet und diese wird in kinetische Energie verwandelt.

(c) $mgh = \frac{m}{2} v^2 \implies v^2 = 2gh = 530 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \implies v = \sqrt{2gh} = 23,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 82,9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

15. Ein Eisenbahnwaggon der Masse $m = 1,50 \cdot 10^4 \text{ kg}$ prallt mit der Geschwindigkeit $v = 0,52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf eine starke Feder mit der Federkonstanten D . Der Waggon kommt zum Stillstand, wenn die Feder um $\Delta x = 65 \text{ cm}$ zusammengedrückt ist.



- (a) Welche Energieumwandlung tritt während des Bremsvorgangs auf?
 (b) Berechne D .

Lösung: (a) Die kinetische Energie des Waggons wandelt sich in die Spannenergie der Feder um.

$$(b) \frac{m}{2} v^2 = \frac{D}{2} \Delta x^2 \implies D = \frac{mv^2}{\Delta x^2} = \frac{1,5 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot 0,52^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{0,65^2 \text{ m}^2} = 9,6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

16. Bei einem Wasserkraftwerk fallen in $\Delta t = 1,50 \text{ min}$ 200 m^3 Wasser auf die $h = 150 \text{ m}$ tiefer liegenden Turbinen (ein Liter Wasser hat die Masse 1 kg). Der Wirkungsgrad der Anlage beträgt 80% .

Berechne die Leistung P_W des fallenden Wassers und die von den Generatoren abgegebene elektrische Leistung P_e .

Lösung: $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 \implies m = 200 \cdot 1000 \text{ kg} = 200\,000 \text{ kg}$

$$\Delta W = mgh = 294,3 \text{ MJ}$$

$$P_W = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{294,3 \text{ MJ}}{90 \text{ s}} = 3,27 \text{ MW}$$

$$P_e = 0,8 \cdot P_W = 2,62 \text{ MW}$$

17. Ein Elektromotor nimmt die elektrische Leistung $P_e = 60,0 \text{ W}$ auf und setzt sie mit dem Wirkungsgrad $\eta = 65,0\%$ in mechanische Leistung um. Wie lange dauert es, bis dieser Motor eine Feder mit $D = 3900 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ um $\Delta x = 5,00 \text{ cm}$ gedehnt hat?

Lösung: Die mechanische Leistung des Motors ist $P_m = \eta P_e = 39 \text{ W}$.

$$\Delta W = P_m \Delta t = \frac{D}{2} \Delta x^2$$

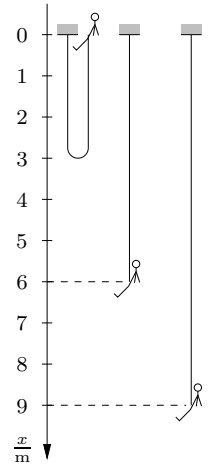
$$\Delta t = \frac{D \Delta x^2}{2 P_m} = \frac{3900 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 25 \text{ cm}^2}{2 \cdot 39 \text{ W}} = \frac{2500 \text{ N cm s}}{2 \text{ J}} = \frac{25 \text{ N m s}}{2 \text{ N m}} = 12,5 \text{ s}$$

18. Ein Auto der Masse $m = 900 \text{ kg}$ fährt auf einer Straße ohne Steigung. Der Motor erteilt dem Fahrzeug die Antriebskraft $F_A = 2,5 \text{ kN}$, die Rollreibungskraft beträgt $F_R = 400 \text{ N}$. Vom Luftwiderstand kann abgesehen werden, da das Auto noch langsam fährt. Berechne die Beschleunigung a des Autos und die Reibungszahl μ .

Lösung: $F = F_A - F_R = 2100 \text{ N} \implies a = \frac{F}{m} = \frac{2100 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{900 \text{ kg}} = 2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$F_R = \mu mg \implies \mu = \frac{F_R}{mg} = \frac{400 \text{ N}}{900 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 0,045$$

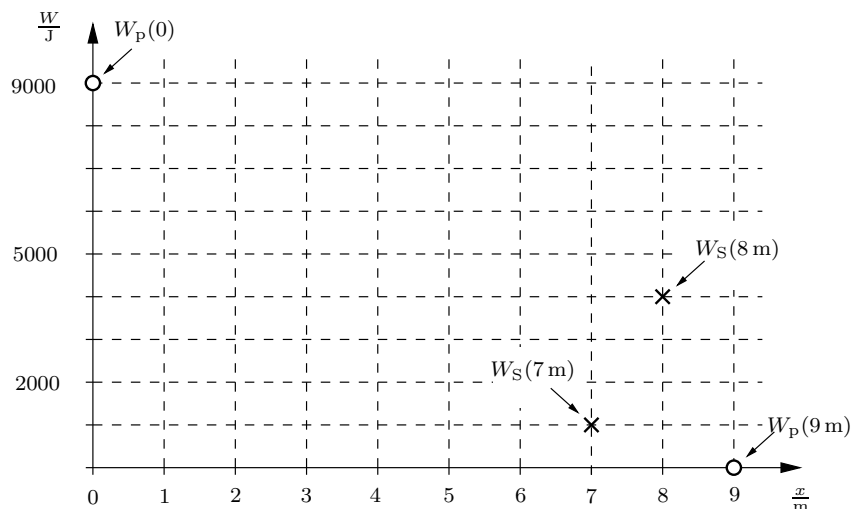
19. Nebenstehende Abbildung zeigt den Sturz eines Kletterers der Masse m in ein Seil. Bei $x_0 = 0$ beginnt der Sturz mit der Geschwindigkeit $v_0 = 0$, bei $x_1 = 6,0 \text{ m}$ ist das Seil gerade gespannt und beginnt sich zu dehnen, bei $x_2 = 9,0 \text{ m}$ erreicht der Kletterer den tiefsten Punkt, der als Nullpunkt der potentiellen Energie verwendet wird. In der ganzen Aufgabe ist der Luftwiderstand zu vernachlässigen und mit dem Wert $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ für die Fallbeschleunigung zu rechnen!



- (a) Schreibe einen kurzen aber vollständigen „Zeitungsbericht“ über den Sturz, in dem es nur um die beteiligten Energieformen und um ihre Umwandlungen ineinander geht. Der Bericht soll so beginnen: „Am Ort x_0 ist nur ...“.
- (b) Begründe genau, warum der Graf der Funktion $W_p(x)$ (potentielle Energie des Kletterers, x ist der Ort des Kletterers) eine Gerade ist und zeichne sie in das unten angegebene Diagramm ein.
- (c) Im Diagramm sind schon zwei Werte der Funktion $W_S(x)$ (Spannenergie des Seils in Abhängigkeit vom Ort x des Kletterers) eingezeichnet; ermittle durch Überlegen (natürlich mit Protokoll deiner Gedanken) oder durch Rechnung noch weitere Werte von W_S und zeichne auch den Grafen von W_S ein.
- (d) Zeichne den Grafen der Gesamtenergie W_{ges} ein. Beschreibe kurz, wie man aus den vorhandenen Grafen den der kinetischen Energie W_k finden kann. Fülle nebenstehende Wertetabelle aus und zeichne dann den Grafen von W_k in das Diagramm ein. Welche Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ hat der Kletterer bei $x = 6,0 \text{ m}$?

$\frac{x}{\text{m}}$	$\frac{W_{\text{ges}}(x)}{\text{J}}$	$\frac{W_p(x)}{\text{J}}$	$\frac{W_S(x)}{\text{J}}$	$\frac{W_k(x)}{\text{J}}$
0				
6				
7				
8				
9				

Verwende verschiedene Farben (nicht rot!) für die Grafen und beschrifte sie!



- (e) Wie groß sind die Masse m des Gestürzten und die Federkonstante D des Seils?
Am Ort x_3 , an dem der Kletterer seine größte Geschwindigkeit hat, ist die Gesamtkraft F auf ihn null, d.h. $F(x_3) = 0$; warum? Berechne x_3 .

Lösung: (a) Am Ort x_0 ist nur die potentielle Energie des Kletterers größer als null. Zwischen x_0 und x_1 wird W_p immer kleiner und verwandelt sich in kinetische Energie; die Spannenergie des Seils ist immer noch null. Zwischen x_0 und x_1 verwandelt sich die restliche potentielle und die kinetische Energie in Spannenergie, bis zum Schluss bei x_2 die ganze anfängliche potentielle Energie in Spannenergie umgewandelt wurde.

- (b) Die Höhe h des Kletterers über dem tiefsten Punkt ist $h = 9 \text{ m} - x$, d.h.

$$W_p = mgh = mg(9 \text{ m} - x) = mg \cdot 9 \text{ m} - mgx$$

Das ist eine lineare Funktion von x .

- (c) $W_S(x) = 0$ für $0 \leq x \leq x_1$. $W_S(x_2) = 9000 \text{ J}$.

- (d) $W_{\text{ges}} = 9000 \text{ J}$.

Aus dem Energiesatz

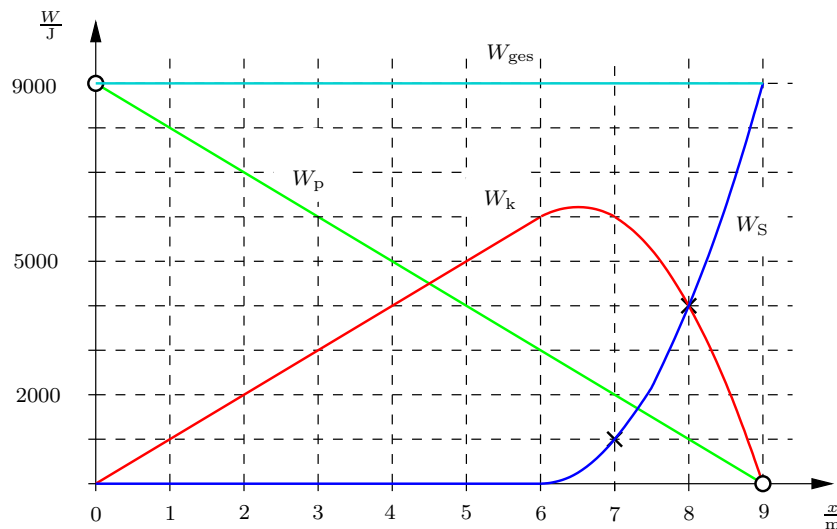
$$W_p + W_k + W_S = W_{\text{ges}}$$

folgt

$$W_k(x) = W_{\text{ges}}(x) - W_p(x) - W_S(x)$$

$\frac{x}{\text{m}}$	$\frac{W_{\text{ges}}(x)}{\text{J}}$	$\frac{W_p(x)}{\text{J}}$	$\frac{W_S(x)}{\text{J}}$	$\frac{W_k(x)}{\text{J}}$
0	9000	9000	0	0
6	9000	3000	0	6000
7	9000	2000	1000	6000
8	9000	1000	4000	4000
9	9000	0	9000	0

$$\frac{m}{2} v^2 = mgx_1 \implies v^2 = 2gx_1 = 120 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \implies v = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 39 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



- (e) Die maximale Seildehnung ist $\Delta x = 3 \text{ m}$.

$$W_{\text{ges}} = mgx_2 \implies m = \frac{W_{\text{ges}}}{gx_2} = \frac{9000 \text{ J}}{10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 9 \text{ m}} = 100 \text{ kg}$$

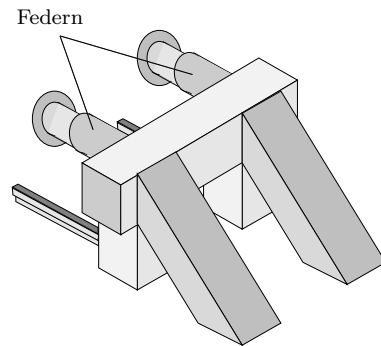
$$\frac{D}{2}\Delta x^2 = W_{\text{ges}} = mgx_2 \implies D = \frac{2mgx_2}{\Delta x^2} = \frac{2 \cdot 9000 \text{ J}}{9 \text{ m}^2} = 2000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Die Geschwindigkeit wird größer, solange die Beschleunigung nach unten (in Richtung der x -Achse) zeigt, d.h. $a(x) > 0$ für $x < x_3$ und $a(x) < 0$ für $x > x_3$. Es gilt also $a(x_3) = 0$ und damit $F(x_3) = 0$.

$$F(x_3) = mg - D \cdot \Delta x_3 = 0 \implies \Delta x_3 = \frac{mg}{D} = \frac{100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{2000 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,5 \text{ m}$$

Es gilt also $x_3 = x_1 + \Delta x_3 = 6,5 \text{ m}$

20. Der Prellbock am Ende eines Gleises enthält zwei starke Federn der Härte $D = 2,5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ (je Feder). Ein Waggon der Masse $m = 18 \text{ t}$ prallt mit der Geschwindigkeit $v = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf den Prellbock. Berechne die kinetische Energie des Waggons vor dem Aufprall und die Strecke x , um die die Federn zusammengedrückt werden.



Lösung: $W_k = \frac{m}{2} v^2 = 9000 \text{ kg} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 225000 \text{ J} = 2 \cdot \frac{D}{2} x^2 = Dx^2$

$$x^2 = \frac{W_k}{D} = 0,09 \text{ m}, \quad x = 0,3 \text{ m}$$

21. (a) Welche Hubarbeit verrichtet ein Bauarbeiter der Masse $m = 75 \text{ kg}$, der einen Zementsack der Masse $m_1 = 40 \text{ kg}$ vom Garten in den zweiten Stock trägt ($h = 7,2 \text{ m}$)?
- (b) Welche Reibungsarbeit wird von Käptn Hook verrichtet, der eine Schatzkiste mit der konstanten Kraft $F = 120 \text{ N}$ 80 m über den Boden schleift?
- (c) Welche Beschleunigungsarbeit wird an einer Gewehrkugel der Masse $m = 25 \text{ g}$ verrichtet, die von null auf $v = 410 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beschleunigt wird?
- (d) Welche Spannarbeit wird an einer Feder der Härte $D = 4500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ verrichtet, die vom entspannten Zustand aus um 6,4 cm zusammengedrückt wird?

Lösung: (a) $W_h = (m + m_1)gh = 115 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 7,2 \text{ m} = 8,1 \text{ kJ}$

(b) $W = 120 \text{ N} \cdot 80 \text{ m} = 9600 \text{ J} = 9,6 \text{ kJ}$

(c) $W = \frac{m}{2} v^2 = \frac{0,025 \text{ kg}}{2} \cdot 410^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J} = 2,1 \text{ kJ}$

(d) $W = \frac{D}{2} \Delta x^2 = \frac{4500 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{2} \cdot 0,064^2 \text{ m}^2 = 9,2 \text{ J}$

22. (a) Mit welcher Geschwindigkeit prallt ein Stein auf den Boden, der von einem 24,0 m hohen Turm fällt? Ergebnis in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.
- (b) Ein Eisenbahnwaggon der Masse m prallt mit der Geschwindigkeit $v = 0,52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf eine starke Feder mit der Federkonstanten $D = 9,6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Der Waggon kommt zum Stillstand, wenn die Feder um $\Delta x = 65 \text{ cm}$ zusammengedrückt ist. Berechne m .

Lösung: (a) $\frac{m}{2} v^2 = mgh \implies v^2 = 2gh = 470,88 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \implies v = 21,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 78,1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

(b) $\frac{m}{2} v^2 = \frac{D}{2} \Delta x^2 \implies m = \frac{D \Delta x^2}{v^2} = \frac{9,6 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \cdot 0,65^2 \text{ m}^2}{0,52^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 1,50 \cdot 10^4 \text{ kg}$

23. Hans und Eva spielen mit Würfeln der Kantenlänge $a = 12 \text{ cm}$ und der Masse $m = 400 \text{ g}$. Hans stapelt acht der Würfel, die alle auf dem Boden liegen, der Reihe nach aufeinander zu einem Turm. Eva schiebt ebenfalls acht Würfel auf dem Boden zu einem Turm zusammen und stellt dann den ganzen Turm auf einmal senkrecht.

- (a) Welche Gesamtarbeit W_H verrichtet Hans an den Würfeln?
- (b) Welche Arbeit W_E verrichtet Eva beim Aufstellen des Turms?

Tipp: Du darfst dir die ganze Masse des Turms in seinem Mittelpunkt (Schwerpunkt) vereint denken.

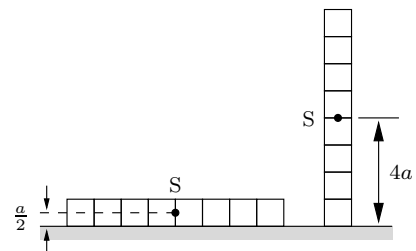
- Lösung: (a) Der erste Würfel bleibt liegen, also $h_1 = 0$, der zweite Würfel wird um $h_2 = a$ gehoben, der dritte um $h_3 = 2a$ usw.:

$$W = mgh_1 + mgh_2 + \dots + mgh_8 = mg(a + 2a + \dots + 7a) =$$

$$= mga(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 28mga = 13,2 \text{ J}$$

- (b) Wenn der Turm am Boden liegt, ist der Schwerpunkt in der Höhe $h_1 = \frac{a}{2}$, beim senkrecht stehenden Turm in der Höhe $h_2 = 4a$. Der Schwerpunkt wird um $h_2 - h_1$ gehoben:

$$W = 8mg \left(4a - \frac{a}{2} \right) = 8mg \cdot \frac{7a}{2} = 28mga$$



24. Mit drei quaderförmigen, am Boden liegenden Betonblöcken wird ein Modell eines Teils von Stonehenge (rechte Figur in der Abbildung) errichtet.

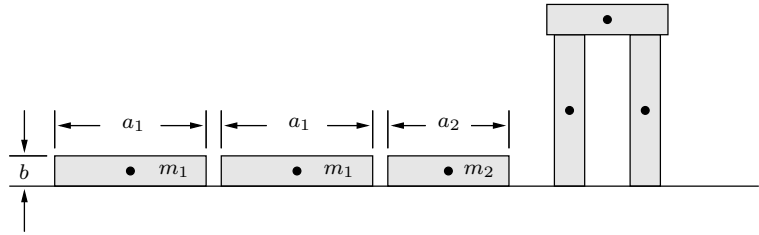
$$a_1 = 7,00 \text{ m}$$

$$a_2 = 5,00 \text{ m}$$

$$b = 1,60 \text{ m}$$

$$m_1 = 45,0 \text{ t}$$

$$m_2 = 32,0 \text{ t}$$



- (a) Welche Gesamtarbeit W_{ges} wird beim Aufrichten der Blöcke verrichtet? Du darfst dir die ganze Masse der Betonblöcke in ihren Mittelpunkten (Schwerpunkten) vereint denken.
- (b) Der obere Block wird von einem Kran vom Boden aus in seine Endlage gebracht. Der Kran wird von einem Elektromotor mit der elektrischen Leistung $P_e = 10,0 \text{ kW}$ und dem Wirkungsgrad 80% angetrieben. Wie lange dauert das Anheben des Blocks?
- (c) Durch eine Unvorsichtigkeit fällt der obere Block wieder herunter. Mit welcher Geschwindigkeit v prallt er auf den Boden?

Lösung: (a) $W_1 = 2 \cdot m_1 g \left(\frac{a_1}{2} - \frac{b}{2} \right) = 90\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 2,7 \text{ m} = 2,38 \cdot 10^6 \text{ J}$

$$W_2 = m_2 g a_1 = 32\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 7 \text{ m} = 2,20 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$W_{\text{ges}} = W_1 + W_2 = 4,58 \cdot 10^6 \text{ J}$$

(b) $80\% \cdot P_e \cdot \Delta t = W_2 \implies \Delta t = \frac{W_2}{0,8 P_e} = \frac{2,20 \cdot 10^6 \text{ J}}{8000 \frac{\text{J}}{\text{s}}} = 275 \text{ s}$

(c) $\frac{m}{2} v^2 = m g a_1 \implies v^2 = 2 g a_1 = 2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7 \text{ m} = 137,34 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

$$\implies v = 11,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 42 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

25. Ein Auto fährt mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 126 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf der Autobahn dahin und wird dabei von der Kraft $F_A = 400 \text{ N}$ angetrieben.

- (a) Beschreibe ganz genau, warum das Auto trotz der Antriebskraft nicht beschleunigt wird!
- (b) Wie ist die physikalische Größe *Leistung* definiert? Ausgehend von dieser Definition ist die Leistung zu berechnen, die der Automotor während der Fahrt aufbringt.

Lösung: (a) Die Reibungskraft (Rollreibung und Luftwiderstand) wirkt der Antriebskraft entgegen, die Gesamtkraft auf das Auto ist null.

$$F_{\text{ges}} = F_A - F_R = m a = 0 \implies a = 0 \implies v = \text{konstant}$$

$$(b) P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F_A \cdot \Delta x}{\Delta t} = F_A \cdot v = 400 \text{ N} \cdot 35 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14 \text{ kW}$$

26. Schreibe in die Kästchen entweder **w** für *wahr* oder **f** für *falsch*:

Energie ...

... ist gespeicherte Arbeit	☐	... ist Leistung pro Zeit	☐
... hat die Einheit $\frac{\text{J}^2}{\text{Nm}}$	☐	... ist Zeit mal Leistung	☐
... hat die Einheit Ws	☐	... ist Kraft durch Weg	☐
... hat die Einheit N · cm	☐	... ist in einem abgeschlossenen System konstant	☐

Raum für erforderliche Nebenrechnungen:

Lösung: Energie ...

... ist gespeicherte Arbeit	<input type="checkbox" value="w"/>	... ist Leistung pro Zeit	<input type="checkbox" value="f"/>
... hat die Einheit $\frac{\text{J}^2}{\text{Nm}}$	<input type="checkbox" value="w"/>	... ist Zeit mal Leistung	<input type="checkbox" value="w"/>
... hat die Einheit Ws	<input type="checkbox" value="w"/>	... ist Kraft durch Weg	<input type="checkbox" value="f"/>
... hat die Einheit N · cm	<input type="checkbox" value="w"/>	... ist in einem abgeschlossenen System konstant	<input type="checkbox" value="w"/>

Raum für erforderliche Nebenrechnungen:

$$\frac{\text{J}^2}{\text{Nm}} = \frac{\text{J}^2}{\text{J}} = \text{J}, \quad \text{Ws} = \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot \text{s} = \text{J}$$

27. **Grundwissen:**

- Welche Kraft beschleunigt ein Auto der Masse $m = 900 \text{ kg}$ in $t = 7,5 \text{ s}$ von null auf $v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und wie lang ist der Beschleunigungsweg s ?
- Ein ruhender Torwart ($M = 72,0 \text{ kg}$) fängt den Ball der Masse $m = 450 \text{ g}$, der ihn mit der Geschwindigkeit $v = 32,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ trifft. Mit welcher Geschwindigkeit V reißt es den Torwart von den Füßen?
- Welche Geschwindigkeit erreicht man nach einem freiem Fall aus zehn Metern Höhe?

Lösung: (a) $a = \frac{v}{t} = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7,5 \text{ s}} = 3,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad F = ma = 3,0 \cdot 10^3 \text{ N}$

$$s = \frac{a}{2} t^2 = \frac{vt}{2} = 93,75 \text{ m} \approx 94 \text{ m}$$

$$(b) \quad mv = (M + m)V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{mv}{M + m} = 0,20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(c) \quad \frac{m}{2}v^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = 14,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 50,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

28. Eine Kugel der Masse $m_1 = 2m$ stößt mit der Geschwindigkeit v zentral und elastisch auf eine ruhende Kugel der Masse $m_2 = m$. Berechne mit Hilfe der Erhaltungssätze (keine fertigen Formeln!) die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 der beiden Kugeln nach dem Stoß.

Lösung:

$$\text{Impulssatz: } 2mv = 2mu_1 + mu_2 \quad \Rightarrow \quad 2v = 2u_1 + u_2 \quad (1)$$

$$\text{Energiesatz: } mv^2 = mu_1^2 + \frac{m}{2}u_2^2 \quad \Rightarrow \quad 2v^2 = 2u_1^2 + u_2^2 \quad (2)$$

$$(2) \text{ in } (1): \quad 2u_1^2 + 4(v - u_1)^2 = 2v^2$$

$$6u_1^2 - 8vu_1 = -2v^2$$

$$u_1^2 - 2 \cdot \frac{2}{3}u_1v + \left(\frac{2v}{3}\right)^2 = -\frac{v^2}{3} + \frac{4v^2}{9} = \frac{v^2}{9}$$

$$u_1 = \frac{v}{3} \quad \vee \quad [u_1 = v]$$

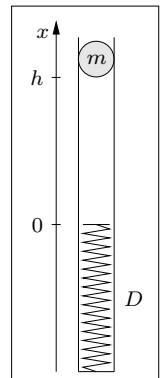
$$u_2 = 2(v - u_1) = \frac{4}{3}v$$

29. Eine Kugel der Masse $m = 40,0 \text{ g}$, die reibungsfrei in einer Röhre gleitet, fällt aus der Höhe $h = 5,25 \text{ cm}$ auf eine Feder der Härte $D = 19,62 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. x sei die Koordinate des unteren Randes der Kugel.

- (a) Berechne ω , T , A und den Nullpunkt x_0 der einsetzenden harmonischen Schwingung.

- (b) Wähle den Zeitnullpunkt so, dass er dem *tiefsten* Punkt der Bewegung entspricht; dadurch wird der Graf von $x(t)$ achsensymmetrisch. Berechne t_1 und t_2 mit $x(t_1) = 0$ und $x(t_2) = h$. Schreibe $x(t)$ für eine volle Periode der Bewegung hin. Beachte, dass nicht die ganze Bewegung eine harmonische Schwingung ist! Wie lange dauert eine volle Periode der Bewegung? Zeichne den Grafen von $x(t)$ ($t = 0,1 \text{ s} \hat{=} 2 \text{ cm}$, $x = 1 \text{ cm} \hat{=} 0,5 \text{ cm}$).

- (c) Zeige, dass der Graf von $x(t)$ eine glatte Kurve ist (kein Knick). Zeichne auch die Grafen von $v(t)$ und $a(t)$.



Lösung: (a) $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 22,1 \frac{1}{s}, T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,284 s$

Für $x \leq 0$ ist die Kraft auf die Kugel ($-Dx$ ist positiv, zeigt also nach oben)

$$F(x) = -Dx - mg$$

In der Gleichgewichtslage (Nullpunkt der Schwingung) x_0 gilt

$$F(x_0) = -Dx_0 - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = -\frac{mg}{D} = -2,00 \text{ cm}$$

Für $x \leq 0$ ist die Kraft auf die Kugel ($mg = -Dx_0$)

$$F(x) = -Dx - mg = -Dx + Dx_0 = -D(x - x_0) = -D\Delta x$$

mit $\Delta x = x - x_0$. Für $x \leq 0$ ist die Bewegung der Kugel also tatsächlich eine harmonische Schwingung um x_0 .

Pot. Energie mit Bezugsp. $x = 0$: $W_0(x) = mgx + \frac{D}{2}x^2$

Pot. Energie mit Bezugsp. x_0 : $W_p(x) = W_0(x) - W_0(x_0) = mg(x - x_0) + \frac{D}{2}(x^2 - x_0^2)$

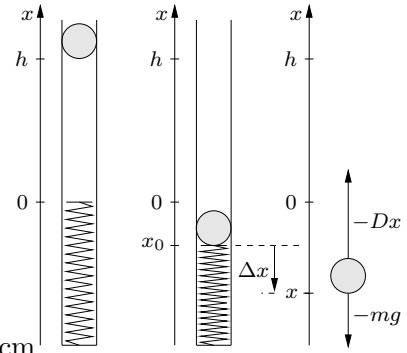
$$\begin{aligned} W_p(x) &= mg(x - x_0) + \frac{D}{2}(x - x_0)(x + x_0) = mg\Delta x + \frac{D}{2}\Delta x(2x_0 + \Delta x) = \\ &= mg\Delta x + \underbrace{Dx_0}_{-mg}\Delta x + \frac{D}{2}(\Delta x)^2 = \frac{D}{2}(\Delta x)^2 \end{aligned}$$

Die Gesamtenergie der Schwingung berechnen wir bei $x = 0$:

$$W(0) = W_p(0) + \underbrace{W_{\text{kin}}(0)}_{mgh} = \frac{D}{2}x_0^2 + mgh = \frac{D}{2}x_0^2 - Dx_0h$$

Mit der Amplitude A ist der tiefste Punkt der Kugel bei $x_0 - A$. Wegen $W_{\text{kin}}(x_0 - A) = 0$ und $W_p(x_0 - A) = \frac{D}{2}A^2$ folgt aus dem Energiesatz

$$W(x_0 - A) = W(0) \quad \Rightarrow \quad \frac{D}{2}A^2 = \frac{D}{2}x_0^2 - Dx_0h \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{x_0(x_0 - 2h)} = 5,00 \text{ cm}$$



- (b) Für $x \leq 0$ gilt $x(t) = x_0 - A \cos \omega t$.
Aus $x(t_1) = 0$ folgt

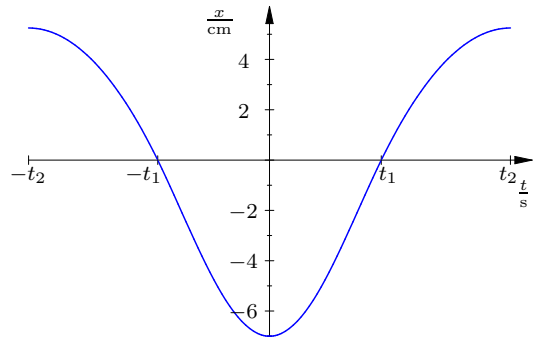
$$\cos \omega t_1 = \frac{x_0}{A} \implies t_1 = 0,0895 \text{ s}$$

Fallzeit für die Höhe h :

$$\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,103 \text{ s}$$

Damit ist $t_2 = t_1 + \tau = 0,193 \text{ s}$. Die gesamte Schwingungsdauer ist

$$T_{\text{ges}} = 2t_2 = 0,386 \text{ s}.$$



$$x(t) = \begin{cases} h - \frac{g}{2}(t + t_2)^2 & \text{für } -t_2 \leq t \leq -t_1 \\ x_0 - A \cos \omega t & \text{für } -t_1 < t < t_1 \\ h - \frac{g}{2}(t - t_2)^2 & \text{für } t_1 \leq t \leq t_2 \end{cases}$$

- (c) Für die Glattheit der Kurve müssen wir zeigen, dass $\lim_{t \rightarrow t_1^-} \dot{x}(t) = \lim_{t \rightarrow t_1^+} \dot{x}(t)$:

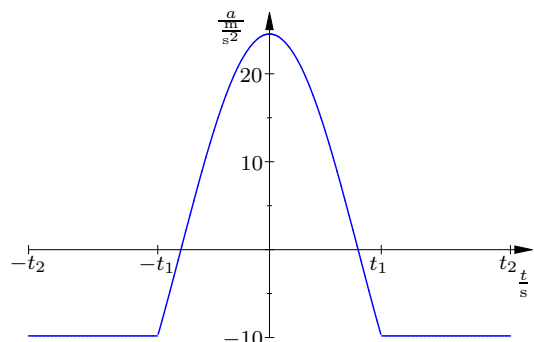
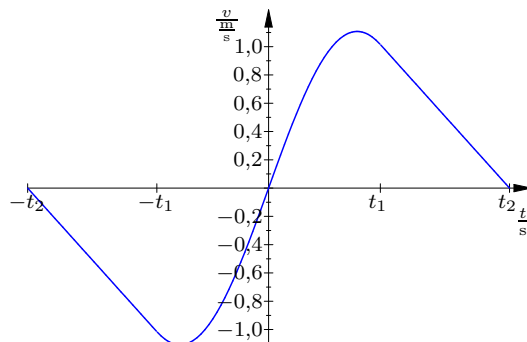
$$\lim_{t \rightarrow t_1^-} \dot{x}(t) = \lim_{t \rightarrow t_1^-} (A\omega \sin \omega t) = A\omega \sin \omega t_1 = A\omega \sqrt{1 - \cos^2 \omega t_1} = A\omega \sqrt{1 - \frac{x_0^2}{A^2}} =$$

$$= \omega \sqrt{A^2 - x_0^2} = \omega \sqrt{-2x_0 h} = \sqrt{\frac{D}{m} \cdot 2 \cdot \frac{mg}{D} \cdot h} = \sqrt{2gh}$$

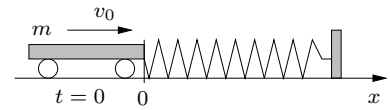
$$\lim_{t \rightarrow t_1^+} \dot{x}(t) = \lim_{t \rightarrow t_1^+} (-g(t - t_2)) = -g(t_1 - t_2) = g\tau = \sqrt{2gh}$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = \begin{cases} -g(t + t_2) & \text{für } -t_2 \leq t \leq -t_1 \\ A\omega \sin \omega t & \text{für } -t_1 < t < t_1 \\ -g(t - t_2) & \text{für } t_1 \leq t \leq t_2 \end{cases}$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \begin{cases} -g & \text{für } -t_2 \leq t \leq -t_1 \\ A\omega^2 \cos \omega t & \text{für } -t_1 < t < t_1 \\ -g & \text{für } t_1 \leq t \leq t_2 \end{cases}$$



30. Ein Wagen der Masse $m = 5,00 \text{ kg}$ prallt zur Zeit $t = 0$ mit der Geschwindigkeit $v_0 = 1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf eine masselose Feder der Härte $D = 49,3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Als „Ort des Wagens“ bezeichnen wir die x -Koordinate seines rechten Randes (siehe Abbildung).



- (a) Um welche Strecke A wird die Feder zusammengestaucht? Zu welcher Zeit t_1 gilt $x(t_1) = A$?
- (b) Berechne den Ort und die Geschwindigkeit des Wagens zur Zeit $t_2 = 0,250 \text{ s}$.
- (c) Wo ist der Wagen zur Zeit $t_3 = 2,00 \text{ s}$?

Lösung: (a) $\frac{m}{2} v_0^2 = \frac{D}{2} A^2 \implies A = v_0 \sqrt{\frac{m}{D}} = 0,500 \text{ m}$

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{D}} = 0,500 \text{ s}$$

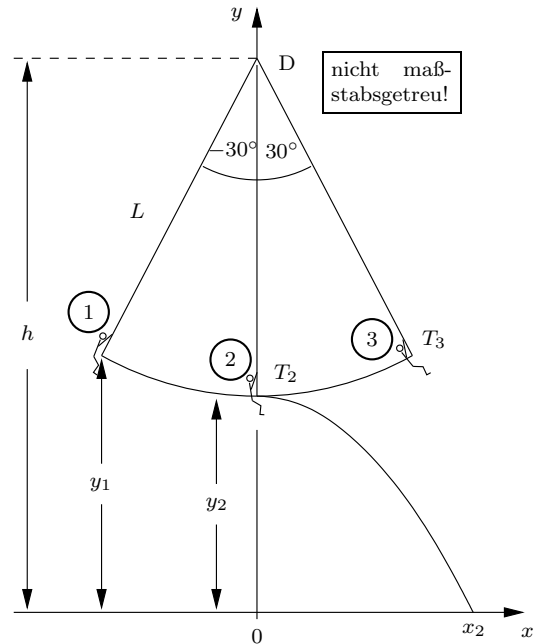
(b) $x(t) = A \sin \omega t$ mit $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 3,14 \frac{1}{\text{s}} \implies x(t_2) = 0,5 \text{ m} \cdot \sin 0,785 = 0,353 \text{ m}$

$$v(t) = A\omega \cos \omega t \implies v(t_2) = 1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 0,785 = 1,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- (c) Zur Zeit $\frac{T}{2} = 1,00 \text{ s}$ löst sich der Wagen am Ort $x = 0$ von der Feder:

$$x(t_3) = -v_0 \left(t_2 - \frac{T}{2} \right) = -1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} = -1,57 \text{ m}$$

31. Tarzan schwingt sich an einer Liane durch den Urwald (siehe Abbildung). Dabei hat sein Schwerpunkt zum Drehpunkt D die Entfernung $L = 15,0 \text{ m}$, D befindet sich $h = 25,0 \text{ m}$ über dem Boden. Er startet ruhend zur Zeit $t = 0$ in der Lage (1) ($\varphi_1 = -30^\circ$).



- (a) Tarzan lässt die Liane im tiefsten Punkt der Pendelbewegung los (Lage (2)). Wann (t_2) und wo (x_2) erreicht er den Boden?

Berechne die Koordinaten des Punktes P ($x_4|y_4$), an dem sich Tarzan zur Zeit $t_4 = 3,00 \text{ s}$ befindet.

- (b) Tarzan lässt die Liane im höchsten Punkt der Pendelbewegung los (Lage (3)). Wann (t_3) und wo (x_3) erreicht er den Boden?

Berechne die Koordinaten des Punktes Q ($x_5|y_5$), an dem sich Tarzan zur Zeit $t_4 = 3,00 \text{ s}$ befindet.

- (c) Fertige eine Zeichnung wie die gegebene Abbildung, die jedoch maßstabsgetreu ist (1 : 200). Zeichne verschiedenfarbig die Bahnkurven von Tarzan in den Fällen (a) und (b) sowie die Punkte P und Q ein.

Lösung: (a) $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = 0,8087 \frac{1}{\text{s}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 7,77 \text{ s}; \quad T_2 = \frac{T}{4} = 1,94 \text{ s}$

$$y_1 = h - L \cos \varphi_1 = 12,0 \text{ m}; \quad y_2 = h - L = 10,0 \text{ m}$$

$$\Delta y = y_1 - y_2 = h - L \cos \varphi_1 = 2,0 \text{ m}$$

$$\text{Geschwindigkeit in (2): } \frac{m}{2} v_2^2 = mg \Delta y \implies v_2 = \sqrt{2g \Delta y} = 6,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Fallzeit: } \frac{g}{2} \tau_2^2 = y_2 \implies \tau_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = 1,43 \text{ s} \implies t_2 = T_2 + \tau_2 = 3,37 \text{ s}$$

$$x_2 = v_2 \tau_2 = 2\sqrt{y_2 \Delta y} = 2\sqrt{(h-L)L(1-\cos \varphi_1)} = 9,0 \text{ m}$$

$$x_4 = v_2(t_4 - T_2) = 6,6 \text{ m}, \quad y_4 = y_2 - \frac{g}{2}(t_4 - T_2)^2 = 4,5 \text{ m}, \quad \text{P}(6,6 \text{ m} | 4,5 \text{ m})$$

(b) $v_3 = 0$, d.h. freier Fall: $\tau_3 = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = 1,56 \text{ s} \implies t_3 = T_3 + \tau_3 = 5,44 \text{ s}$

$$\varphi_3 = 30^\circ \implies x_3 = L \sin \varphi_3 = \frac{L}{2} = 7,5 \text{ m}$$

$$\varphi(t) = -30^\circ \cos \omega t \implies \varphi_5 = \varphi(t_4) = 22,6^\circ = 0,395$$

$$x_5 = L \sin \varphi_5 = 5,8 \text{ m}, \quad y_5 = h - L \cos \varphi_5 = 11,2 \text{ m}, \quad \text{Q}(5,8 \text{ m} | 11,2 \text{ m})$$

(c) Kurve zu (a) ($\bar{t} = t - T_2$):

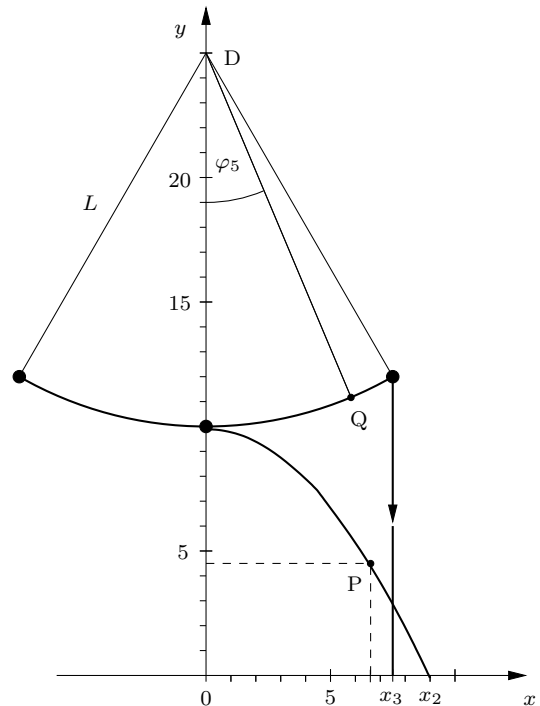
$$x(\bar{t}) = v_2 \bar{t} \implies \bar{t} = \frac{x}{v_2}$$

$$y(\bar{t}) = y_2 - \frac{g}{2} \bar{t}^2 \implies$$

$$y = y_2 - \frac{g}{2v_2^2} x^2$$

$$y = 10 \text{ m} - 0,1244 \frac{1}{\text{m}} x^2$$

$\frac{x}{\text{m}}$	0	2	4	6	8
$\frac{y}{\text{m}}$	10	9,5	8,0	5,5	2,0



32. Eine Kugel der Masse m führt entlang der x -Achse zwischen $-A$ und $A = 13,0 \text{ cm}$ eine harmonische Schwingung aus, der Ort der Kugel zur Zeit t ist $x(t)$. Zur Zeit $t_0 = 0$ befindet sich die Kugel bei $x = -A$, am Ort $x_1 = x(t_1) = 5,00 \text{ cm}$ beträgt die Geschwindigkeit der Kugel $v_1 = 24,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

(a) Berechne die Kreisfrequenz ω der Schwingung und schreibe die Gleichung der Funktion $x(t)$ hin.

(b) Berechne t_1 .

(c) Berechne $x(t_2)$ und $v(t_2)$ für $t_2 = 3,00 \text{ s}$.

Lösung: (a) $\frac{m}{2} v_1^2 + \frac{D}{2} x_1^2 = \frac{D}{2} A^2 \implies v_1^2 + \frac{D}{m} x_1^2 = \frac{D}{m} A^2 \implies v_1^2 + \omega^2 x_1^2 = \omega^2 A^2$

$$\omega = \frac{v_1}{\sqrt{A^2 - x_1^2}} = \frac{24 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{12 \text{ cm}} = 2,00 \frac{1}{\text{s}}$$

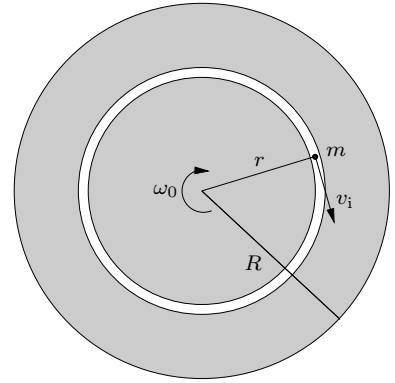
$$x(t) = -A \cos \omega t$$

(b) $x(t_1) = -13 \text{ cm} \cdot \cos \omega t_1 = 5 \text{ cm} \implies \cos \omega t_1 = -\frac{5}{13} \implies \omega t_1 = 1,966$

$$t_1 = 0,983 \text{ s}$$

(c) $x(t_3) = -13 \text{ cm} \cdot \cos 6 = -12,5 \text{ cm}, \quad v(t_3) = A\omega \sin \omega t_3 = 26 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \sin 6 = -7,26 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

33. In der Äquatorialebene eines Planeten mit Radius R und konstanter Dichte ϱ liegt ein Ringtunnel mit Radius r , dessen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkt des Planeten zusammenfällt. Im evakuierten Tunnel kreist ein kleiner Satellit der Masse m um den Planetenmittelpunkt.



- Berechne die Stärke $g(r)$ des Gravitationsfeldes im Ringtunnel. Der Term soll außer r nur ϱ und Konstanten enthalten.
- Berechne die Umlaufdauer $T_i(r)$ und die Geschwindigkeit $v_i(r)$ des Satelliten in einem (nichtrotierenden) Inertialsystem.
- Der Planet dreht sich im Inertialsystem in der Zeit T_0 ($T_i < T_0$) einmal um seine Achse, der Umlaufsinn des Satelliten und der Drehsinn des Planeten sind gleich. T_r ist die Umlaufdauer des Satelliten von einem im Ringtunnel ruhenden Beobachter aus betrachtet. Drücke T_r durch T_i und T_0 aus.

Lösung: (a) $g(r) = \frac{GM(r)}{r^2} = \frac{G \cdot \frac{4\pi}{3} \varrho r^3}{r^2} = \frac{4\pi G \varrho}{3} \cdot r$

(b) $\frac{mv_i^2}{r} = mg(r) \implies \frac{4\pi^2 r^2}{r T_i^2} = \frac{4\pi G \varrho}{3} \cdot r \implies T_i = \sqrt{\frac{3\pi}{G \varrho}}$

$\frac{v_i^2}{r} = g(r) \implies v_i = \sqrt{\frac{4\pi G \varrho}{3}} \cdot r$

- (c) Ein Punkt des Tunnels dreht sich im Inertialsystem mit der Geschwindigkeit v_0 , der Satellit hat im rotierenden System die Geschwindigkeit v_r :

$$v_r = v_i - v_0 \implies \frac{2r\pi}{T_r} = \frac{2r\pi}{T_i} - \frac{2r\pi}{T_0}$$

$$\frac{1}{T_r} = \frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_0} \implies T_r = \frac{T_0 T_i}{T_0 - T_i}$$

34. Der Jupitermond Europa hat den Radius $R = 1569$ km. Eine Raumsonde (deren Start allerdings erst für 2015 geplant ist) umkreist Europa in der Höhe $h = 441$ km über der Oberfläche in der Zeit $T = 2$ h 46 min 44 s (in einem Inertialsystem gemessen).

- Drücke die Fallbeschleunigung an der Oberfläche von Europa durch R , h und T aus und berechne dann den Zahlenwert.
- In welcher Zeit fällt ein Eisklumpen von einem 20,0 m hohen Eisberg auf den Boden Europas?

Lösung: (a) Mit der Mondmasse M , der Sondenmasse m und $r = R + h$ gilt:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = \frac{4m\pi^2 r^2}{r T^2} = \frac{4m\pi^2 r}{T^2} \implies M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2} = 4,80 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$g(R) = \frac{GM}{R^2} = \frac{4\pi^2 r^3}{R^2 T^2} = \frac{4\pi^2 (R+h)^3}{R^2 T^2}$$

Mit $T = 10\,004\text{ s}$ ist

$$g(R) = \frac{4\pi^2 \cdot (2,01 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{(1,569 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 10\,004 \text{ s})^2} = 1,30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{(b) } x = \frac{g}{2} t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2x}{g}} = 5,55 \text{ s}$$

8 Elektrizität, Januar 2008

1. Wie viele Elektronen müssen von einer elektrisch neutralen Metallkugel abfließen, damit sie die Ladung $Q = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ trägt?

Lösung: $N = \frac{Q}{e} = 3,0 \cdot 10^9$

2. (a) Durch ein Radiogerät fließt in einer Minute die Ladung 27 C . Berechne die Stromstärke!
 (b) Welche Ladung fließt in einer Stunde durch ein Bügeleisen, wenn die Stromstärke $3,0 \text{ A}$ beträgt?
 (c) In welcher Zeit fließt durch eine Glühlampe bei der Stromstärke $I = 0,20 \text{ mA}$ die Ladung $5,0 \text{ C}$?
 (d) Durch einen Transistor fließt ein Strom der Stärke $I = 0,040 \mu\text{A}$. Wie viele Elektronen wandern in einer Sekunde durch den Transistor?

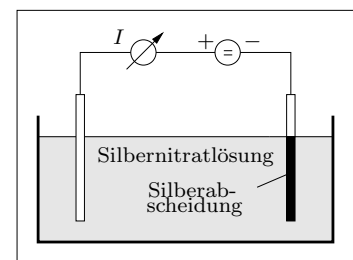
Lösung: (a) $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{27 \text{ C}}{60 \text{ s}} = 0,45 \text{ A}$

(b) $\Delta Q = I \Delta t = 3 \text{ A} \cdot 3600 \text{ s} = 10800 \text{ As} \approx 1,1 \cdot 10^4 \text{ C}$

(c) $\Delta t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{5 \text{ As}}{2 \cdot 10^{-4} \text{ A}} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ s} \approx 6,9 \text{ h}$

(d) $\Delta Q = I \Delta t = 4 \cdot 10^{-8} \text{ A} \cdot 1 \text{ s} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $n = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{4 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 2,5 \cdot 10^{11}$

3. Um ein Strommessgerät zu eichen, muss ein Strom von genau 1 A hergestellt werden, d.h. in einer Sekunde müssen genau $6,24 \cdot 10^{18}$ Elektronen durch den Leiterquerschnitt fließen. Teilaufgabe (b) zeigt, dass es unmöglich ist, diese riesige Zahl von Elektronen einzeln abzuzählen. Leitet man Strom durch eine Silbernitratlösung (AgNO_3), dann scheidet sich an der negativen Elektrode (Kathode) Silber ab, und zwar pro Elektron im Stromkreis genau ein Silberatom. Mit der bekannten Masse



$$M = 1,79 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

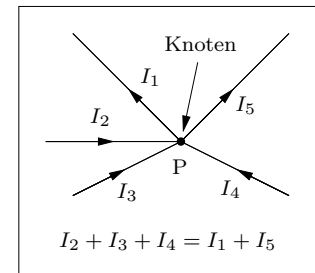
des Silberatoms kann aus der Masse m des abgeschiedenen Silbers die Zahl N der durch den Leiter geflossenen Elektronen berechnet werden.

- (a) Wieviel Silber wird von einem Strom der Stärke 1,00 A in einer Sekunde abgeschieden?
- (b) Ein elektronisches Zählgerät ist in der Lage, pro Sekunde eine Milliarde Elektronen zu zählen. Wie viele Jahre braucht dieses Gerät, um alle Elektronen der Ladung $Q = 1 \text{ C}$ zu zählen?

Lösung: (a) $m = 6,24 \cdot 10^{18} \cdot 1,79 \cdot 10^{-25} \text{ kg} = 1,12 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 1,12 \text{ mg}$

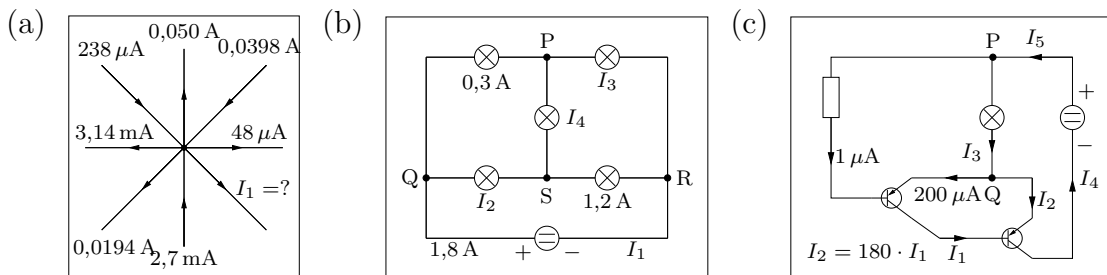
$$(b) \Delta t = \frac{6,24 \cdot 10^{18}}{10^9 \frac{1}{\text{s}}} = 6,24 \cdot 10^9 \text{ s} = \frac{6,24 \cdot 10^9 \text{ a}}{3600 \cdot 24 \cdot 365,25} \approx 198 \text{ a}$$

4. Es ist eine experimentell abgesicherte Tatsache, dass sich ein Verzweigungspunkt P (*Knoten*) einer elektrischen Schaltung nicht auflädt, d.h. die pro Sekunde in den Knoten hineinfließende Ladung muss gleich der pro Sekunde vom Knoten abfließenden Ladung sein. Da aber „Ladung pro Zeit“ nichts anderes als die Stromstärke ist, gilt folgende Regel:



Die Summe der in einen Knoten P hineinfließenden Ströme ist gleich der Summe der von P abfließenden Ströme.
(1. Kirchhoff'sche Regel)

Berechne alle in den folgenden Zeichnungen angegebenen Stromstärken!



Lösung: (a) Zum Knoten: $I_{\text{hinein}} = (0,238 + 39,8 + 2,7) \text{ mA} = 42,738 \text{ mA}$
 Vom Knoten weg: $I_{\text{heraus}} = (50 + 0,048 + 3,14 + 19,4) \text{ mA} = 72,588 \text{ mA}$

I_1 fließt zum Knoten: $I_1 = (72,588 - 42,738) \text{ mA} = 29,85 \text{ mA}$

Der größte Fehler der gegebenen Ströme ist 0,5 mA (bei 0,050 A), daher Runden auf ganze mA: $I_1 \approx 30 \text{ mA}$.

(b) $I_1 = 1,8 \text{ A}$, $I_2 = 1,8 \text{ A} - 0,3 \text{ A} = 1,5 \text{ A}$, $I_4 = 1,5 \text{ A} - 1,2 \text{ A} = 0,3 \text{ A}$ (nach oben)

$I_3 = 0,3 \text{ A} + 0,3 \text{ A} = 0,6 \text{ A}$

(c) $I_1 = 201 \mu\text{A}$, $I_2 = 180 I_1 = 36,18 \text{ mA}$, $I_4 = I_5 = I_1 + I_2 = 36,381 \text{ mA}$

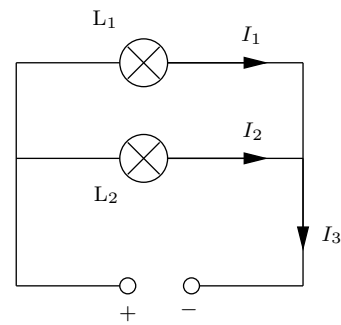
$I_3 = I_5 - 0,001 \text{ mA} = 36,38 \text{ mA}$

5. In nebenstehender Schaltung sind die Stromstärken $I_1 = 36 \text{ mA}$ und $I_3 = 0,113 \text{ A}$ bekannt.

(a) Berechne I_2 .

(b) Wie viele Elektronen fließen in fünf Minuten durch die Lampe L_1 ?

(c) In welcher Zeit fließen $2,0 \cdot 10^{20}$ Elektronen durch die Lampe L_2 ?



Lösung: (a) $I_2 = I_3 - I_1 = 113 \text{ mA} - 36 \text{ mA} = 77 \text{ mA} = 0,077 \text{ A}$

(b) $\Delta Q_1 = 5 \cdot 60 \text{ s} \cdot 0,036 \text{ A} = 10,8 \text{ C} \approx 11 \text{ C}$

Zahl der Elektronen: $n = \frac{\Delta Q_1}{e} = 6,7 \cdot 10^{19}$

(c) $\Delta Q_2 = 2 \cdot 10^{20} \cdot e = 32 \text{ As}$

$\Delta t = \frac{\Delta Q_2}{I_2} = \frac{32 \text{ As}}{0,077 \text{ A}} = 4,2 \cdot 10^2 \text{ s} = 7,0 \text{ min}$

6. (a) Welchen Widerstand R hat eine Glühlampe, die an der Spannung $U = 220 \text{ V}$ von einem Strom der Stärke $I = 0,11 \text{ A}$ durchflossen wird?
- (b) Die Bundesbahn fährt mit der Spannung $U = 15\,000 \text{ V}$. Der Widerstand des Motors einer Lok beträgt $R = 35 \Omega$. Welcher Strom I fließt durch den Motor?
- (c) Welche Spannung U liegt an dem Widerstand $R = 48 \text{ k}\Omega$, der von einem Strom der Stärke $I = 25 \mu\text{A}$ durchflossen wird?
- (d) Der Motor einer starken Bohrmaschine hat den Widerstand $R = 18 \Omega$. Welche Stromstärke muss die Sicherung mindestens aushalten?
- (e) Der menschliche Körper hat, je nach Hautfeuchtigkeit, einen Widerstand von $2,5 \text{ k}\Omega$ bis $10 \text{ k}\Omega$. Stromstärken ab ungefähr 10 mA können für den Menschen schon lebensgefährdend sein. Ab welcher Spannung muss man also aufpassen?

Lösung: (a) $R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{0,11 \text{ A}} = 2,0 \text{ k}\Omega$

(b) $I = \frac{U}{R} = \frac{15\,000 \text{ V}}{35 \frac{\text{V}}{\text{A}}} = 4,3 \cdot 10^2 \text{ A}$

(c) $U = RI = 48 \cdot 10^3 \Omega \cdot 25 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 1,2 \text{ V}$

(d) $I = \frac{U}{R} = \frac{230 \text{ V}}{18 \frac{\text{V}}{\text{A}}} = 13 \text{ A}$

(e) $U = RI = 2,5 \cdot 10^3 \Omega \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 25 \text{ V}$

7. Die Widerstände R_1 und R_2 liegen hintereinander an der Spannung U , mit U_1 bzw. U_2 werden die Teilspannungen an R_1 bzw. R_2 bezeichnet. Berechne die fehlenden Größen:

	R_1 in Ω	R_2 in Ω	R in Ω	U_1 in V	U_2 in V	U in V	I in A
(a)	80	120	?	?	?	10	?
(b)	150	10	?	5	?	?	?
(c)	?	30	?	?	0,01	300	?
(d)	1000	?	?	0,001	?	2	?
(e)	?	?	5000	?	400	?	0,1
(f)	50	?	?	?	?	220	5
(g)	?	80	?	?	6,4	?	0,8

Lösung:

	R_1 in Ω	R_2 in Ω	R in Ω	U_1 in V	U_2 in V	U in V	I in A
(a)	80	120	200	4	6	10	0,05
(b)	150	10	160	5	0,33	5,33	0,033
(c)	$9 \cdot 10^5$	30	$9 \cdot 10^5$	299,99	0,01	300	$3,3 \cdot 10^{-4}$
(d)	1000	?	?	0,001	1,999	2	$1 \cdot 10^{-6}$
(e)	1000	4000	5000	100	400	500	0,1
(f)	50	-6	44	?	?	220	5
(g)	?	80	?	?	6,4	?	0,8

zu (f): nicht möglich, da $R_2 < 0$

zu (g): nicht möglich, da $I = \frac{U_2}{R_2} = 0,08 \text{ A} \neq 0,8 \text{ A}$

8. Von fünf in Reihe geschalteten Widerständen ist jeder um 100Ω größer als sein Vorgänger. Wie groß sind diese Widerstände, wenn bei einer angelegten Spannung von $U = 230 \text{ V}$ ein Strom der Stärke $I = 0,20 \text{ A}$ fließt? Berechne auch die Teilspannungen an den einzelnen Widerständen.

Lösung: $R + R + 100 \Omega + R + 200 \Omega + R + 300 \Omega + R + 400 \Omega = \frac{U}{I} = 1150 \Omega$

$$5R + 1000 \Omega = 1150 \Omega \implies R = 30 \Omega$$

$$U_1 = 30 \Omega \cdot I = 6 \text{ V}, U_2 = 26 \text{ V}, U_3 = 46 \text{ V}, U_4 = 66 \text{ V}, U_5 = 86 \text{ V}$$

$$\text{Probe: } U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 = U$$

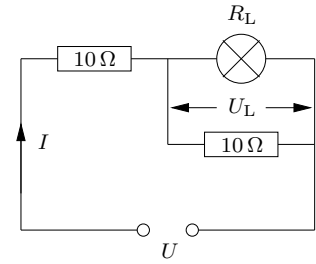
9. Du hast ein Glühlämpchen mit der Aufschrift $4,5 \text{ V} / 1,35 \text{ W}$, zwei 10Ω -Widerstände und eine 12 V -Autobatterie. Finde eine Schaltung aus den gegebenen Bauteilen, mit der das Lämpchen ohne Schaden zu nehmen betrieben werden kann. Dokumentiere alle deine Versuche mit Schaltplan und Berechnung der Lampenspannung U_L .

Lösung: Sollstrom durch die Lampe: $I_0 = \frac{1,35 \text{ VA}}{4,5 \text{ V}} = 0,30 \text{ A}$

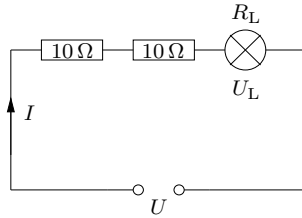
Lampenwiderstand: $R_L = \frac{4,5 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = 15 \Omega$

$$R_{\text{ges}} = 10 \Omega + \frac{10 \cdot 15 \Omega}{10 + 15} = 16 \Omega, \quad I = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = 0,75 \text{ A}$$

$$U_L = 0,75 \text{ A} \cdot 6 \Omega = 4,5 \text{ V}$$



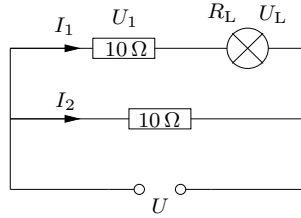
Schaltungen, die nicht zum Ziel führen:



$$R_{\text{ges}} = 35 \Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = 0,343 \text{ A}$$

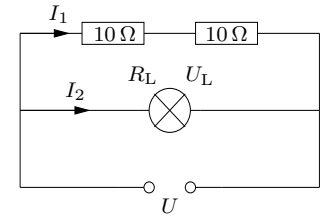
$$U_L = \frac{15}{35} \cdot 12 \text{ V} = 5,14 \text{ V}$$



$$R_{\text{oben}} = 25 \Omega$$

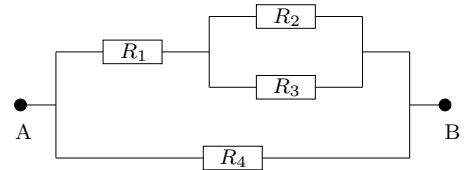
$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{oben}}} = 0,48 \text{ A}$$

$$U_L = \frac{15}{25} \cdot 12 \text{ V} = 7,2 \text{ V}$$



$$U_L = 12 \text{ V}$$

10. In nebenstehender Schaltung gilt $R_1 = 1,0 \Omega$, $R_2 = 1,0 \Omega$, $R_3 = 2,0 \Omega$ und $R_4 = 5,0 \Omega$. Durch R_1 fließt der Strom I_1 , durch R_2 der Strom I_2 usw.



- (a) Berechne den Gesamtwiderstand R_{AB} zwischen den Punkten A und B.
 (b) Wie groß ist die Spannung U_{AB} zwischen den Punkten A und B, wenn durch R_2 der Strom $I_2 = 3,0 \text{ A}$ fließt?

Lösung: (a) $R_{2\parallel 3} = \frac{1 \cdot 2 \Omega}{1 + 2} = \frac{2}{3} \Omega, \quad R_{123} = R_1 + R_{2\parallel 3} = \frac{5}{3} \Omega$

$$R_{AB} = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{\frac{5}{3} \cdot 5 \Omega}{\frac{5}{3} + 5} = \frac{25}{20} \Omega = 1,25 \Omega$$

(b) $U_2 = R_2 I_2 = 3 \text{ V}, \quad I_3 = \frac{U_2}{R_3} = 1,5 \text{ A}, \quad I_1 = I_2 + I_3 = 4,5 \text{ A}$

$$U_1 = R_1 I_1 = 4,5 \text{ V}, \quad U_{AB} = U_1 + U_2 = 7,5 \text{ V}$$

11. (a) Welche Spannung erteilt der Ladung $Q = 0,060 \text{ C}$ die Energie $W = 3,0 \text{ J}$?

- (b) Welcher Ladung wird beim durchlaufen der Spannung $U = 220 \text{ V}$ die Energie $W = 2,00 \text{ J}$ übertragen?

Lösung: (a) $U = \frac{W}{Q} = \frac{3 \text{ J}}{0,06 \text{ C}} = 50 \text{ V}$

(b) $Q = \frac{W}{U} = \frac{2 \text{ J}}{220 \frac{\text{J}}{\text{C}}} = 9,09 \text{ mC}$

12. (a) In einer Fernschröhre werden zunächst ruhende Elektronen von der Spannung $U = 5000 \text{ V}$ beschleunigt. Berechne die kinetische Energie W_k und die Geschwindigkeit v der Elektronen nach der Beschleunigung.

- (b) Ein Proton soll in $\Delta t = 10 \text{ s}$ von der Erde zum Mond fliegen ($\Delta s = 384000 \text{ km}$). Von welcher Spannung U muss das Proton beschleunigt werden?

Lösung: (a) $W_k = eU = 8,01 \cdot 10^{-16} \text{ J}$, $v^2 = \frac{2W_k}{m_e} = 1,76 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \implies v = 4,19 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(b) $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = 3,84 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $W_k = \frac{m_p}{2} v^2 = 1,23 \cdot 10^{-12} \text{ J}$, $U = \frac{W_k}{e} = 7,70 \text{ MV}$

13. Für ein Experiment müssen ruhende Protonen auf die Geschwindigkeit $v = 2,7 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beschleunigt werden. Welche Spannung U müssen die Protonen dazu durchlaufen?

Lösung: $\frac{m_p}{2} v^2 = eU \implies U = \frac{m_p v^2}{2e} = 3,8 \cdot 10^6 \text{ V}$

14. Ein Elektromotor wird an eine normale Steckdose angeschlossen, die mit 10 A abgesichert ist. In welcher minimalen Zeit Δt kann der Motor mit dem Wirkungsgrad $\eta = 60 \%$ drei Zementsäcke der Gesamtmasse $m = 150 \text{ kg}$ vom Boden in den 3. Stock ($h = 12 \text{ m}$) befördern?

Lösung: $P_{\text{mech}} = 0,6 \cdot 230 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} = 1380 \text{ W}$, $W = mgh = P \cdot \Delta t \implies \Delta t = \frac{mgh}{P} = 13 \text{ s}$

15. Ein Tauchsieder ist an eine Haushaltssteckdose angeschlossen und wird von einem Strom der Stärke $I = 3,5 \text{ A}$ durchflossen. In welcher Zeit Δt kann mit dem Tauchsieder ein Liter Wasser der Temperatur $14 \text{ }^\circ\text{C}$ zum Kochen gebracht werden?

Lösung: $\Delta t = \frac{W}{P} = \frac{c_{\text{Wasser}} m \Delta T}{UI} = \frac{4190 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 86 \text{ K}}{230 \text{ V} \cdot 3,5 \text{ A}} = 4,5 \cdot 10^2 \text{ s} = 7,5 \text{ min}$

16. Auf einer Glühbirne steht $230 \text{ V} / 60 \text{ W}$. Welcher Strom I fließt durch die Glühbirne und welchen Widerstand R hat sie?

Lösung: $I = \frac{P}{U} = 0,26 \text{ A}$, $R = \frac{U}{I} = \frac{U^2}{P} = 8,8 \cdot 10^2 \Omega$

17. Durch einen Fernseher fließt bei $U = 230 \text{ V}$ und $I = 5,0 \text{ A}$ in der Zeit t die Ladung $Q = 1,8 \cdot 10^4 \text{ C}$. Berechne den Widerstand R des Gerätes, die Leistungsaufnahme P , die verbrauchte elektrische Energie W und die Einschaltdauer t .

Lösung: $R = \frac{U}{I} = 46 \Omega$, $P = UI = 1,2 \text{ kW}$, $W = QU = 4,1 \cdot 10^6 \text{ J}$
 $t = \frac{Q}{I} = 3600 \text{ s} = 1,0 \text{ h}$

18. Durch eine Filmleuchte ($P = 1000 \text{ W}$) fließt in 11 s die Ladung 50 C . Berechne U , I , R und W !

Lösung: $I = \frac{Q}{t} = 4,5 \text{ A}$, $U = \frac{P}{I} = \frac{Pt}{Q} = 220 \text{ V}$, $R = \frac{U}{I} = \frac{Pt^2}{Q^2} = 48 \Omega$, $W = Pt = 11 \text{ kJ}$

19. Ein Tauchsieder soll 400 g Eis von 0°C in 5 min in Wasser von 60°C verwandeln. Welchen Widerstand R muss der Tauchsieder haben?

Lösung: $W = 0,4 \text{ kg} \cdot 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,4 \text{ kg} \cdot 60 \text{ K} \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} = 235 \text{ kJ}$, $U = 230 \text{ V}$
 $P = \frac{W}{t} = \frac{235 \text{ kJ}}{300 \text{ s}} = 782 \text{ W} = UI \implies I = \frac{P}{U} = 3,4 \text{ A}$, $R = \frac{U}{I} = 68 \Omega$

20. An einem Widerstand R liegt für die Zeit t die Spannung U und es fließt der Strom I . P ist die Leistung der Stromquelle in dieser Zeit und W die gesamte in dieser Zeitspanne am Widerstand R umgesetzte Energie.

(a) Berechne P , R und U aus I , W und t .

(b) Berechne P , I und U aus R , W und t .

Lösung: (a) $P = \frac{W}{t}$, $U = \frac{P}{I} = \frac{W}{It}$, $R = \frac{U}{I} = \frac{W}{I^2 t}$
 (b) $P = \frac{W}{t} = UI = RI^2 \implies I = \sqrt{\frac{W}{Rt}}$, $U = RI = \sqrt{\frac{WR}{t}}$

21. Auf einer Glühbirne steht $3,5 \text{ V} / 1,05 \text{ W}$. Welchen Widerstand R_V muss man vorschalten, damit das Lämpchen an 230 V angeschlossen werden kann? Wieviel Prozent der Gesamtleistung gehen am Widerstand verloren? Wieviel Prozent sind das von der Nutzleistung?

Lösung: Mit $P = 1,05 \text{ W}$ und der Lampenspannung $U_L = 3,5 \text{ V}$ folgt für den Sollstrom durch die Lampe $I = \frac{P}{U_L} = 0,3 \text{ A}$.

Der Widerstand der Lampe ist $R_L = \frac{U_L}{I} = 11,7 \Omega$.

Der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung ist $R_{\text{ges}} = R + R_L = \frac{230 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = 766,7 \Omega$.

$$R = R_{\text{ges}} - R_L = 755 \Omega$$

Die Gesamtleistung ist $P_{\text{ges}} = 230 \text{ V} \cdot I^2 = 20,7 \text{ W}$, die Nutzleistung $P = 1,05 \text{ W}$ und die Verlustleistung $P_V = P_{\text{ges}} - P = 19,65 \text{ W}$.

$$\frac{P_V}{P_{\text{ges}}} = 94,9 \%, \quad \frac{P_V}{P} = 1,87 \cdot 10^3 \%$$

22. Strom aus Wasserkraft

Vom Walchensee fließen pro Sekunde 84 m^3 Wasser in Druckrohren zum $h = 200 \text{ m}$ tiefer gelegenen Kraftwerk, das die anfängliche potentielle Energie des Wassers mit einem Wirkungsgrad von 75% in elektrische Energie verwandelt. Welche elektrische Leistung P kann das Kraftwerk abgeben? Um wieviel Grad ist das Wasser nach dem Kraftwerk wärmer als im Walchensee? Welcher Strom fließt in der vom Werk abgehenden 110-kV-Leitung?

$$\text{Lösung: } P = 75\% \cdot \frac{mgh}{\Delta t} = 0,75 \cdot \frac{84\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 200 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 1,24 \cdot 10^8 \text{ W} = 124 \text{ MW}$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{124 \text{ MVA}}{0,11 \text{ MV}} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ A}$$

$$25\% \cdot mgh = c_{\text{Wasser}} m \Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{0,25 gh}{c_{\text{Wasser}}} = \frac{0,25 \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 200 \text{ m}}{4190 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}} = 0,12 \text{ K}$$

23. Vom Unsinn der Standby-Schaltungen

Damit der moderne „Homo faulenti“ seinen Leib nicht mehr vom Sofa erheben muss, sind die meisten Fernseh- und Stereogeräte mit Standby-Schaltungen ausgestattet, d.h. sie lassen sich mit der Fernbedienung vom normalen Betrieb in den Schlafmodus (Standby) und wieder zurück schalten (Videorekorder lassen sich überhaupt nicht ausschalten). Im Standby-Betrieb fließt im Durchschnitt der Strom $I = 45 \text{ mA}$ durch ein Gerät. Was kostet der jährliche „Rund-um-die-Uhr-Standby-Betrieb“ von $N = 1,8 \cdot 10^8$ Geräten (Deutschland) bei einem Preis von 17 Cent pro Kilowattstunde? Wie viele Wasserkraftwerke mit der mittleren Leistung 36 MW (Walchensee) bzw. Kernkraftwerke mit der Leistung 900 MW (Isar I) sind zum Standby-Betrieb der deutschen Geräte nötig?

Lösung: Energieverbrauch in einem Jahr:

$$W = NUI t = 1,8 \cdot 10^8 \cdot 230 \text{ V} \cdot 0,045 \text{ A} \cdot 365,25 \cdot 24 \text{ h} = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ kWh}$$

Kosten pro Jahr:

$$k = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ kWh} \cdot 0,17 \frac{\text{€}}{\text{kWh}} = 2,8 \cdot 10^9 \text{ €}$$

Benötigte Gesamtleistung:

$$P = NUI = 1,8 \cdot 10^8 \cdot 230 \text{ V} \cdot 0,045 \text{ A} = 1,9 \text{ GW}$$

Man benötigt $\frac{P}{36 \text{ MW}} \approx 53$ Wasserkraftwerke oder $\frac{P}{0,9 \text{ GW}} \approx 2$ Kernkraftwerke.

24. Wie viele Elektronen man zum Bügeln braucht

Ein Bügeleisen nimmt die Leistung $P = 690 \text{ W}$ auf. Welchen Widerstand R hat das Gerät? Wie viele Elektronen (Elementarladung: $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) fließen pro Stunde durch das Bügeleisen?

$$\text{Lösung: } P = UI = \frac{U^2}{R} \implies R = \frac{U^2}{P} = \frac{230^2 \text{ V}^2}{690 \text{ VA}} = 76,7 \Omega$$

$$I = \frac{P}{U} = 3,0 \text{ A}, \quad Q = It = 3,0 \text{ A} \cdot 3600 \text{ s} = 10800 \text{ C}, \quad n = \frac{Q}{e} = 6,75 \cdot 10^{22}$$

25. Ein Bach, der pro Sekunde $0,50 \text{ m}^3$ Wasser führt, stürzt in einem Rohr $h = 3,0 \text{ m}$ in die Tiefe und treibt den Generator eines kleinen Wasserkraftwerks an. 70% der potentiellen Energie des Wassers werden dabei in elektrische Energie verwandelt, 20% gehen in innere Energie des Wassers über.

- (a) Was passiert mit den restlichen 10% der potentiellen Energie des Wassers?
- (b) Um welche Temperaturdifferenz ΔT ist das Wasser nach dem Generator wärmer als vorher? ($c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$)
- (c) Welche maximale elektrische Leistung P_e kann der Generator abgeben? Wie groß ist die Stromstärke I bei dieser maximalen Leistung, wenn die Spannung des Generators $U = 230 \text{ V}$ beträgt?

Lösung: (a) Erwärmung des Generators und der Umgebung.

$$(b) \text{ Pro Sekunde: } W_p = mgh = 500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 3 \text{ m} = 14715 \text{ J}$$

$$0,2mgh = mc_{\text{H}_2\text{O}}\Delta T \implies \Delta T = \frac{0,2gh}{c_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0,2 \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 3 \text{ m}}{4190 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}$$

$$(c) P_e = 0,7 \cdot \frac{W_p}{\Delta t} = \frac{0,7 \cdot 14715 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 1,0 \cdot 10^4 \text{ W} = UI \implies I = \frac{P_e}{U} = 45 \text{ A}$$

26. Ein Elektroauto der Masse $m = 800 \text{ kg}$ beschleunigt in 20 s von null auf $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Der Motor des Fahrzeugs wird mit der Spannung $U = 200 \text{ V}$ betrieben und hat den Wirkungsgrad 80%. Von welchem mittleren Strom I wird der Motor während des Beschleunigungsvorgangs durchflossen?

$$\text{Lösung: } 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad W = \frac{m}{2} v^2 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ J}, \quad P = \frac{W}{t} = 12500 \text{ W} = 12,5 \text{ kW}$$

$$P = UI \cdot 80\% \implies I = \frac{P}{0,8U} = 78,125 \text{ A} \approx 78 \text{ A}$$

27. (a) Eine LED-Lampe liegt an der Spannung $U = 3,6 \text{ V}$ und dabei wird die elektrische Leistung $P = 2,0 \text{ W}$ in der Lampe umgesetzt. Von welchem Strom I wird die Lampe durchflossen und welchen Widerstand R hat sie?
- (b) Ein Aufzug der Masse $m = 1200 \text{ kg}$ wird von einem Elektromotor mit dem Wirkungsgrad $\eta = 90 \%$ in $\Delta t = 2,5 \text{ s}$ mit konstanter Geschwindigkeit um die Höhe $h = 3,6 \text{ m}$ gehoben. Dabei gehen 10% der vom Motor erbrachten mechanischen Energie durch Reibung verloren. Von welchem Strom I wird der Motor durchflossen, der an der Spannung $U = 218 \text{ V}$ liegt?

Wie groß ist I , wenn der Aufzug (bei konstanter Leistung) zusätzlich noch von null auf $v = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beschleunigt wird?

Lösung: (a) $I = \frac{P}{U} = 0,56 \text{ A}, \quad R = \frac{U}{I} = 6,5 \Omega$

(b) Die am Aufzug umgesetzte mechanische Leistung ist

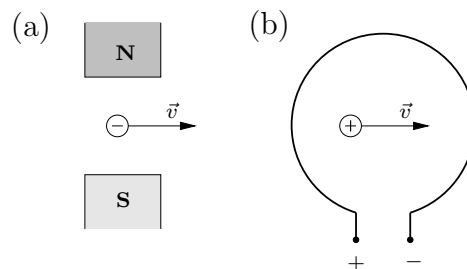
$$P_m = 0,9 \cdot (1 - 0,1) \cdot UI = \frac{mgh}{\Delta t}$$

$$I = \frac{mgh}{0,81 \Delta t U} = \frac{1200 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 3,6 \text{ m}}{0,81 \cdot 2,5 \text{ s} \cdot 218 \text{ V}} = 96 \text{ A}$$

Mit Beschleunigung:

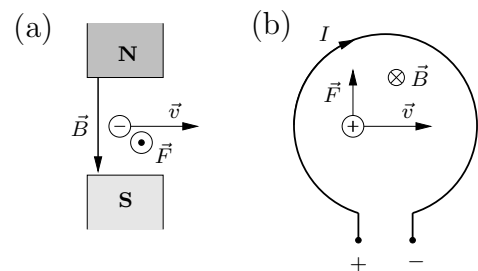
$$I = \frac{mgh + \frac{m}{2}v^2}{0,81 \Delta t U} = \frac{42379,2 \text{ J} + 12150 \text{ J}}{0,81 \cdot 2,5 \text{ s} \cdot 218 \text{ V}} = 124 \text{ A}$$

28. Ermittle in nachvollziehbarer Weise (Hilfsgrößen einzeichnen!) die Richtung der Kraft $\vec{F}$ auf das bewegte geladene Teilchen. Beschreibe kurz die dabei verwendete Regel.



Lösung: Rechte-Hand-Regel für positive Teilchen:

Daumen : $\vec{v}$
 Zeigefinger : $\vec{B}$
 Mittelfinger : $\vec{F}$



29. Beschreibe den Aufbau eines Transformators und erkläre dann genau, wie die Spannung an der Sekundärspule entsteht. Verwende eine Skizze und achte auf eine logisch saubere Argumentation.

Lösung: Zwei Spulen sind um einen gemeinsamen Eisenkern gewickelt. Ein Wechselstrom durch die Primärspule erzeugt ein sich mit der Zeit veränderndes Magnetfeld, das wegen des Eisenkerns (Ausrichtung der Elementarmagnete) auch die Sekundärspule durchdringt. Dadurch wird an den Enden der Sekundärspule eine Spannung induziert.

30. Hans hat drei identische Trafos mit den Windungszahlen $n_1 = 270$ und $n_2 = 1350$.

- (a) Welche größte und welche kleinste Spannung kann Hans aus der Netzspannung $U_0 = 230 \text{ V}$ herstellen?
- (b) Hans möchte eine Glühlampe mit der Aufschrift $10 \text{ V}/20 \text{ W}$ mit der Netzspannung betreiben. Mit welcher Schaltung aus seinen Trafos ist dies am besten möglich (Schaltplan mit Angabe der Windungszahlen)? Welcher Strom I_s fließt in diesem Fall aus der Steckdose?

Lösung: (a) Mit $k = \frac{n_2}{n_1} = 5$ ist $U_{\min} = \frac{U_0}{k^3} = 1,84 \text{ V}$ und $U_{\max} = U_0 \cdot k^3 = 28\,750 \text{ V}$.

(b) $U = \frac{U_0}{k^2} = 9,2 \text{ V}$

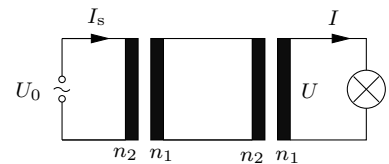
Ist I_L der Strom, der bei $U_L = 10 \text{ V}$ durch die Lampe fließt und R der Widerstand der Lampe, dann gilt:

$$P_L = U_L I_L \implies I_L = \frac{P_L}{U_L} = 2,0 \text{ A}$$

$$R = \frac{U_L}{I_L} = 5,0 \Omega$$

Bei $U = 9,2 \text{ V}$ fließt der Strom $I = \frac{U}{R} = 1,84 \text{ A}$ durch die Lampe.

$$I_s = \frac{I}{k^2} = 0,074 \text{ A} = 74 \text{ mA}$$



31. Ein (verrückter?) Wissenschaftler will den Mond (Radius: $R_M = 1738 \text{ km}$, Masse: $M = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$) aufladen, bis er eine negative Ladung mit dem Betrag Q_M trägt. Eine kugelförmige Raumkapsel mit dem Radius $R_K = 3,00 \text{ m}$ (Aluminiumhaut) und der Masse $m = 1,00 \cdot 10^4 \text{ kg}$ soll dann knapp über der Mondoberfläche negativ geladen und durch die elektrische Kraft ins All befördert werden.

- (a) Die elektrische Feldstärke an der Oberfläche der Raumkapsel darf den Betrag $E_0 = 1,00 \cdot 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ nicht überschreiten, da sonst Elektronen entweichen. Welchen Betrag $Q_{\max}$ darf die Ladung der Kapsel demnach nicht überschreiten?

Zur Kontrolle: $Q_{\max} = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ C}$

- (b) Die Kapsel trägt nun die maximal mögliche Ladung. Wie groß muss Q_M sein, damit die Kapsel an der Mondoberfläche mit der Beschleunigung $a_0 = 4,34 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ nach oben startet?

Zur Kontrolle: $Q_M = 2,00 \cdot 10^9 \text{ C}$

- (c) Leite die Formel $C = 4\pi\epsilon_0 R$ für die Kapazität einer freistehenden Kugel mit Radius R her.

Welche Energie W_M muss zum Aufladen des Mondes, welche (W_K) zum Laden der Kapsel aufgebracht werden?

- (d) Welche Geschwindigkeit v hat die Kapsel weit weg vom Mond ($r \rightarrow \infty$)?

Lösung: (a) $E(R_K) = \frac{Q_{\max}}{4\pi\epsilon_0 R_K^2} = E_0 \implies Q_{\max} = 4\pi\epsilon_0 R_K^2 E_0 = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ C}$

(b) $R_M + R_K \approx R_M \implies a_0 = \frac{F_e - F_G}{m} = \frac{\frac{Q_{\max} Q_M}{4\pi\epsilon_0 R_M^2} - \frac{GMm}{R_M^2}}{m}$

$$Q_M = \left(ma_0 + \frac{GMm}{R_M^2} \right) \cdot \frac{4\pi\epsilon_0 R_M^2}{Q_{\max}} = (a_0 R_M^2 + GM) \cdot \frac{4\pi\epsilon_0 m}{Q_{\max}} = 2,00 \cdot 10^9 \text{ C}$$

(c) Potential einer Kugel mit Ladung Q für $r \geq R$: $\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

Spannung zwischen Kugeloberfläche und ∞ : $U = \varphi(r) - \varphi(\infty) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

$$\implies C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 R$$

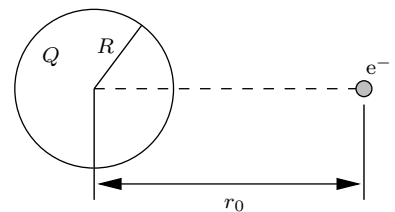
$$W_M = \frac{Q_M^2}{2C_M} = \frac{Q_M^2}{8\pi\epsilon_0 R_M} = 1,0 \cdot 10^{22} \text{ J}, \quad W_K = \frac{Q_{\max}^2}{2C_K} = \frac{Q_{\max}^2}{8\pi\epsilon_0 R_K} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

(d) $W_p(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{Q_M Q_{\max}}{4\pi\epsilon_0 r}$

$$\frac{m}{2} v^2 = W_p(R_M) - W_p(\infty) = W_p(R_M) = \frac{Q_M Q_{\max}}{4\pi\epsilon_0 R_M} - \frac{GMm}{R_M} = ma_0 R_M$$

$$v = \sqrt{2a_0 R_M} = 3,9 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

32. Eine Metallkugel mit dem Radius $R = 5,0 \text{ cm}$ trägt gleichmäßig über die Oberfläche verteilt die positive Ladung $Q = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ C}$. In der horizontalen Entfernung $r_0 = 20 \text{ cm}$ vom Kugelmittelpunkt befindet sich ein momentan noch ruhendes Elektron. Die ganze Anordnung befindet sich im Vakuum.



- (a) Beweise in nachvollziehbarer Weise, dass das Feld außerhalb der Kugel gleich dem Feld einer Punktladung Q im Mittelpunkt der Kugel ist.
- (b) Berechne die Geschwindigkeit v , mit der das Elektron auf die Kugel prallt.
- (c) Berechne die Beschleunigungen des Elektrons beim Start ($r = r_0$) und kurz vor dem Aufprall auf die Kugel ($r = R$). Schätze dann ab, um welche vertikale Strecke Δy das Elektron bei seinem Flug zur Kugel abgelenkt wird.

Lösung: (a) Wir denken uns eine Kugelfläche A mit Radius r um den Mittelpunkt der Metallkugel. Aus Symmetriegründen steht das von Q erzeugte Feld $\vec{E}$ auf dieser Fläche senkrecht und $E = |\vec{E}|$ hängt nur von r ab. Daher ist der Fluss durch A

$$\Phi = E(r) \cdot A = 4\pi r^2 E(r)$$

Nach dem GAUSSschen Satz ist

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0},$$

d.h.

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \implies E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

(b) Mit $m = m_e$ und $q = -e$ gilt

$$\frac{m}{2}v^2 + \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{m}{2} \cdot 0^2 + \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$$

$$v = \sqrt{\frac{Qq}{2\pi\varepsilon_0 m} \cdot \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}\right)} = \sqrt{\frac{Qe}{2\pi\varepsilon_0 m} \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_0}\right)} = 3,1 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

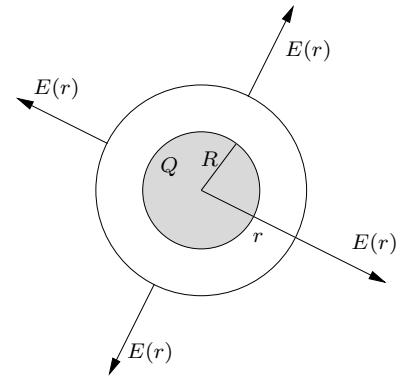
$$(c) \ a_1 = a(r_0) = \frac{F(r_0)}{m} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 m r_0^2} = 7,9 \cdot 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Wegen $r_0 = 4R$ ist $a_2 = a(R) = 16a_1 = 1,3 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

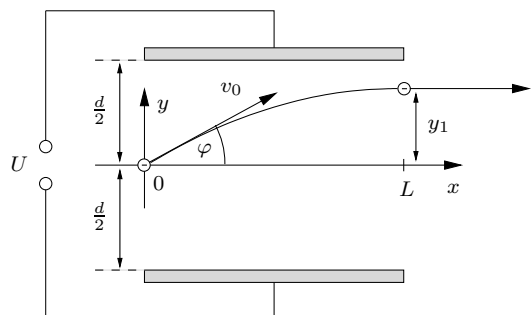
Unter der Annahme einer konstanten Beschleunigung wären die Flugzeiten des Elektrons für die Strecke $s = r_0 - R = 15 \text{ cm}$:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a_1}} = 1,9 \cdot 10^{-7} \text{ s} \quad \text{und} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2s}{a_2}} = \frac{t_1}{4} = 4,9 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$\Delta y_2 < \Delta y < \Delta y_1 \quad \text{mit} \quad \Delta y_1 = \frac{g}{2} t_1^2 = 1,9 \cdot 10^{-13} \text{ m} \quad \text{und} \quad \Delta y_2 = \frac{\Delta y_1}{16} = 1,2 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$



33. Ein zunächst ruhendes Elektron wird von der Spannung U_0 auf v_0 beschleunigt. Dann wird das Elektron unter dem Winkel $\varphi > 0$ gegen die x -Achse in das homogene Feld E eines Plattenkondensators der Länge L eingeschossen (siehe Abb.). Die Spannung U an den Platten des Kondensators wird so gewählt, dass das Elektron den Kondensator parallel zur x -Achse verlässt.



- (a) Wie muss U gepolt sein?
- (b) Berechne U in Abhängigkeit von U_0 , d , φ und L .
- Zur Kontrolle: $U(\varphi) = \frac{2U_0 d \sin \varphi \cos \varphi}{L} = \frac{U_0 d \sin 2\varphi}{L}$
- (c) Leite eine Formel für den Abstand y_1 zur x -Achse her, unter dem das Elektron den Kondensator parallel zur x -Achse verlässt.
- Zur Kontrolle: $y_1 = \frac{L}{2} \tan \varphi$
- (d) Für welchen maximalen Eintrittswinkel $\varphi_{\max}$ kann das Elektron den Kondensator gerade noch parallel zur x -Achse verlassen?
- (e) Liegt die Spannung $U(\varphi)$ am Kondensator, dann gibt es, bei genügend großem d , neben φ noch einen weiteren möglichen Eintrittswinkel $\varphi' > 0$, bei dem das Elektron ebenfalls parallel zur x -Achse aus dem Kondensator fliegt. Wie hängen φ' und φ zusammen?
- (f) U ist jetzt so eingestellt, dass ein durch $U_0 = 200 \text{ V}$ beschleunigtes und unter $\varphi = 15^\circ$ eintretendes Elektron ($L = 20 \text{ cm}$, $d = 6 \text{ cm}$) den Kondensator parallel zur x -Achse verlässt. Berechne U , y_1 und φ' . Kann das Elektron unter beiden Eintrittswinkeln φ und φ' den Kondensator verlassen?

Lösung: (a) Polung: plus unten

$$(b) \quad \frac{m}{2} v_0^2 = eU_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{mv_0^2}{e} = 2U_0, \quad v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

$$\text{Flugzeit: } \Delta t = \frac{L}{v_0 \cos \varphi}, \quad \text{Beschleunigung: } a_y = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{md}$$

$$\text{Geschwindigkeit in } y\text{-Richtung bei } x = L: \quad v_1 = v_0 \sin \varphi - \frac{eU}{md} \cdot \frac{L}{v_0 \cos \varphi} = 0$$

$$U = \frac{mv_0^2 d \sin \varphi \cos \varphi}{eL} = \frac{2U_0 d \sin \varphi \cos \varphi}{L} = \frac{U_0 d \sin 2\varphi}{L}$$

$$(c) \quad y_1 = v_{y0} \Delta t - \frac{a_y}{2} \Delta t^2 = v_0 \sin \varphi \cdot \frac{L}{v_0 \cos \varphi} - \frac{eU}{2md} \cdot \frac{L^2}{v_0^2 \cos^2 \varphi} = L \tan \varphi - \frac{UL^2}{4U_0 d \cos^2 \varphi}$$

$$\text{Mit } U = \frac{2U_0 d \sin \varphi \cos \varphi}{L} \text{ folgt } y_1 = L \tan \varphi - \frac{2U_0 d L^2 \sin \varphi \cos \varphi}{4U_0 d L \cos^2 \varphi} = \frac{L}{2} \tan \varphi$$

$$(d) \quad y_1 = \frac{L}{2} \tan \varphi < \frac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad \tan \varphi < \frac{d}{L} \quad \Rightarrow \quad \tan \varphi_{\max} = \frac{d}{L}$$

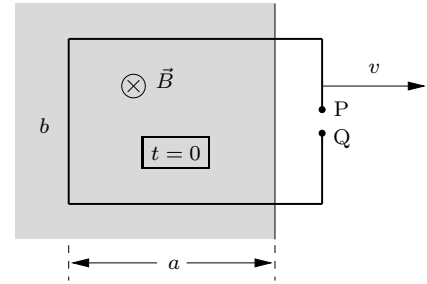
$$(e) \quad U(\varphi') = U(\varphi) \Rightarrow \sin(2\varphi') = \sin(2\varphi) \Rightarrow 2\varphi' = 180^\circ - 2\varphi \Rightarrow \varphi' = 90^\circ - \varphi$$

$$(f) \quad U = \frac{200 \text{ V} \cdot 0,06 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ}{0,2 \text{ m}} = 30 \text{ V}, \quad y_1 = \frac{0,2 \text{ m}}{2} \cdot \tan 15^\circ = 2,7 \text{ cm} < \frac{d}{2} \quad (\text{ja})$$

$$\varphi' = 75^\circ, \quad y_1' = 10 \text{ cm} \cdot \tan 75^\circ = 37,3 \text{ cm} > \frac{d}{2} \quad (\text{nein}) \quad \varphi_{\max} = \arctan \frac{d}{L} = 17,7^\circ$$

34. Ein rechteckiger Leiterraum der Breite $b = 20,0 \text{ cm}$ wird mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 2,00 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ aus einem scharf begrenzten Magnetfeld $\vec{B}$ mit dem Betrag

$$B(t) = \alpha t^2 \quad \text{und} \quad \alpha = 5,00 \cdot 10^{-3} \frac{\text{T}}{\text{s}^2}$$



gezogen, die Eintauchtiefe zur Zeit $t = 0$ ist

$a = 30,0 \text{ cm}$. Das Vorzeichen des magnetischen Flusses $\Phi(t)$ durch den Leiterraum ist positiv, die Induktionsspannung $U(t) = U_{PQ}$ ist positiv, wenn P positiv ist.

- (a) Berechne $\Phi(t)$ im Zeitintervall $[0; 20 \text{ s}]$ und zeichne den Grafen dieser Funktion. Berechne dazu auch ihre Extremwerte (Maximum bei t_1).
- (b) Bestimme anhand des Grafen von Φ das Vorzeichen von $U(t)$ im Intervall $[0; t_1]$ und berechne dann $U(t)$. Zeichne den Grafen von $U(t)$ im Intervall $[0; 20 \text{ s}]$.

Lösung: (a) Für $t \geq t_2 = 15 \text{ s}$ ist der Leiterraum nicht mehr im Magnetfeld und daher $\Phi(t) = 0$. Für $t < t_2$ gilt:

$$A(t) = b(a - vt)$$

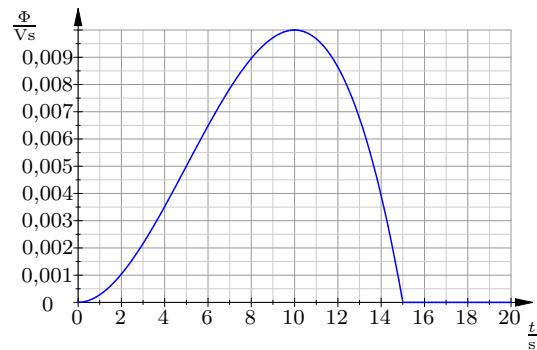
$$\Phi(t) = B(t)A(t) = \alpha b t^2 (a - vt)$$

$$\Phi(t) = \alpha b (at^2 - vt^3)$$

$$\dot{\Phi}(t) = \alpha b t (2a - 3vt)$$

$$\dot{\Phi}(t) = 0 \implies t_0 = 0 \text{ (Minimum)}$$

$$\text{oder } t_1 = \frac{2a}{3v} = 10 \text{ s (Maximum)}$$

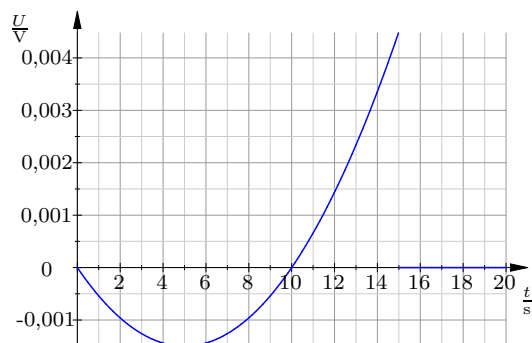


$$\Phi(t) = 10^{-2} \frac{\text{V}}{\text{s}} \cdot t^2 \left(3 - 0,2 \frac{1}{\text{s}} t \right)$$

$\frac{t}{\text{s}}$	0	2	4	6	8	10	12	14	15
$\frac{\Phi}{\text{mT}}$	0	1,04	3,52	6,48	8,96	10	8,64	3,92	0

- (b) Für $t \in [0; 10 \text{ s}]$ ist $\Phi(t)$ steigend, das vom Induktionsstrom erzeugte Feld $\vec{B}_i$ muss entgegengesetzt zu $\vec{B}$ orientiert sein (LENZsche Regel). Der Induktionsstrom würde (wenn P und Q leitend verbunden wären) entgegen dem Uhrzeigersinn fließen, d.h. P ist negativ. Für $t \in [0; 10 \text{ s}]$ ist also $U(t) < 0$, d.h.

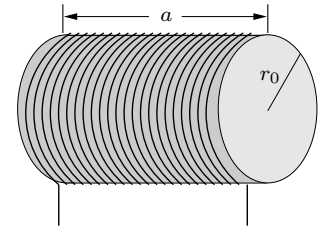
$$U(t) = -\dot{\Phi}(t) = -\alpha b t (2a - 3vt)$$



$$U(t) = \begin{cases} 6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{sm}} \cdot t \left(0,1 \frac{1}{\text{s}} t - 1 \right) & \text{für } t < t_2 \\ 0 & \text{für } t > t_2 \end{cases}$$

$\frac{t}{\text{s}}$	0	5	10	15
$\frac{U}{\text{mV}}$	0	-1,5	0	4,5

35. Das CMS (Compact Muon Solenoid) am CERN ist ein riesiger Teilchendetektor für den LHC (Large Hadron Collider). Das Kernstück des CMS ist ein supraleitender Elektromagnet der Länge $a = 13 \text{ m}$ und mit der Induktivität $L = 14 \text{ H}$. Bei der Stromstärke $I_0 = 1,95 \cdot 10^4 \text{ A}$ durch die Wicklungen beträgt die Kraftflussdichte im Mittelpunkt der Spule $B_0 = 4,0 \text{ T}$.

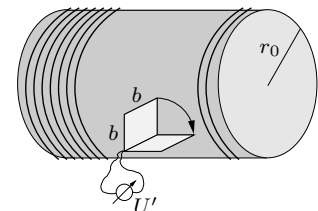


- (a) Berechne die Windungszahl n und den Radius r_0 der Spule.
- (b) Zu Testzwecken wird ein von der Spannung U_p beschleunigtes Proton senkrecht zu den Feldlinien in das Magnetfeld im Inneren der Spule geschossen. In einem geeigneten Koordinatensystem wird das Proton an folgenden Orten registriert: $P_1 (2,25 \text{ cm} | -4,00 \text{ cm})$, $P_2 (2,25 \text{ cm} | 4,00 \text{ cm})$ und $P_3 (10,50 \text{ cm} | 6,50 \text{ cm})$.
Zeichne die drei Punkte in ein Koordinatensystem (Maßstab 1:1), ermittle durch Konstruktion und durch Rechnung den Radius r der Protonenbahn und berechne dann U_p .
- (c) Welchen Energieinhalt W_0 hat das Magnetfeld der Spule? Wie lange kann man tausend 100-Watt-Lampen mit dieser Energie betreiben?
- (d) Durch einen Unfall wird zur Zeit $t = 0$ die Spannungsquelle der Spule kurzgeschlossen. Dadurch bricht die Spannung zusammen und zwischen den Enden der Spule liegt der Widerstand $R = 0,10 \text{ m}\Omega$ (hauptsächlich der Widerstand der Zuleitungen, die Wicklungen sind ja supraleitend). Stelle die Differentialgleichung für den Strom $I(t)$ auf (kurze Begründung!) und zeige, dass

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

eine Lösung mit den passenden Anfangsbedingungen ist. Zu welcher Zeit t_1 ist der Energieinhalt des Spulenfeldes noch $W_1 = 1,0 \text{ MJ}$? Wie groß ist die Stromstärke zu dieser Zeit?

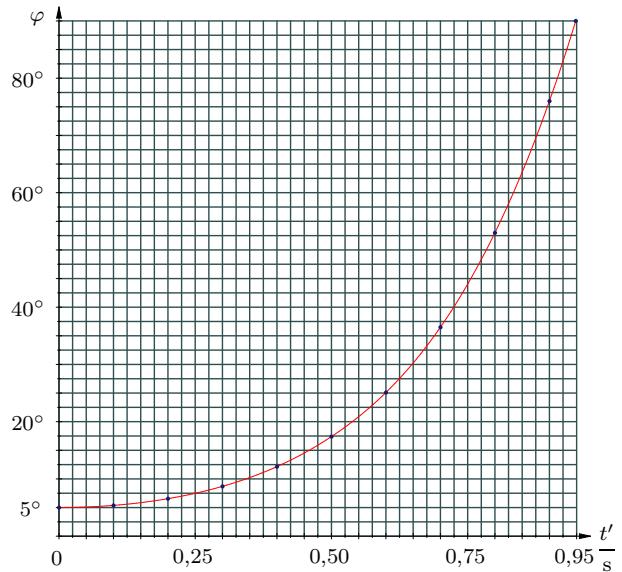
- (e) Zur Überwachung des Feldstärkeabfalls nach dem Unfall wird eine quadratische Spule mit der Kantenlänge $b = 1,0 \text{ m}$ und $n' = 10^4$ Windungen senkrecht zu den magnetischen Feldlinien ins Innere der Spule gebracht. Berechne den Betrag $U'(t)$ der Induktionsspannung an den Enden der quadratischen Spule. Berechne auch $U_0 = U'(0)$.



- (f) Zur Zeit $t_2 = 10$ h nach dem Unfall wird die quadratische Spule durch einen Stoß um $\varphi_0 = 5^\circ$ aus der vertikalen Position ausgelenkt und kippt dann um. Nebstehendes Diagramm zeigt den Kippwinkel φ in Abhängigkeit von der Kippzeit $t' = t - t_2$. Zeige, dass während des Kippens die Induktionsspannung

$$U' = b^2 n' B \left(\frac{R}{L} \cos \varphi + \dot{\varphi} \sin \varphi \right)$$

ist und ermittle anhand des Diagramms und einer geeigneten Näherung ihren maximalen Wert.



Lösung: (a) $B_0 = \mu_0 \cdot \frac{n I_0}{a} \implies n = \frac{B_0 a}{\mu_0 I_0} = 2,1 \cdot 10^3$

$$L = \mu_0 \cdot \frac{n^2 A}{a} \implies A = \frac{L a}{\mu_0 n^2} = 32 \text{ m}^2 \implies r_0 = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 3,2 \text{ m}$$

(b) $y = 8,25 \text{ cm} - x$

$$x^2 + (4 \text{ cm})^2 = r^2$$

$$y^2 + (6,5 \text{ cm})^2 = (8,25 \text{ cm} - x)^2 + (6,5 \text{ cm})^2 = r^2$$

$$(8,25 \text{ cm})^2 - 16,5 \text{ cm} \cdot x + x^2 + (6,5 \text{ cm})^2 = x^2 + (4 \text{ cm})^2$$

$$x = \frac{(8,25 \text{ cm})^2 + (6,5 \text{ cm})^2 - (4 \text{ cm})^2}{16,5 \text{ cm}} = 5,72 \text{ cm}$$

$$r = \sqrt{x^2 + (4 \text{ cm})^2} = 6,98 \text{ cm}$$

$$\frac{mv^2}{r} = evB_0 \implies v = \frac{erB_0}{m} = 2,67 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

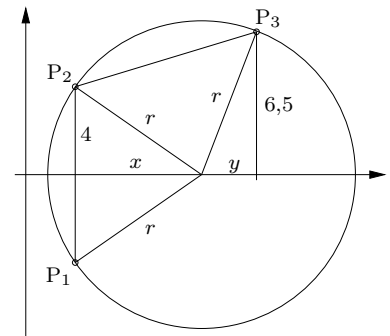
$$eU_p = \frac{m}{2}v^2 \implies U_p = \frac{mv^2}{2e} = \frac{er^2B_0^2}{2m} = 3,7 \cdot 10^6 \text{ V}$$

(c) $W_0 = Aa \cdot \frac{B_0^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2}LI_0^2 = 2,7 \cdot 10^9 \text{ J}, \quad \Delta t = \frac{W}{P} = \frac{2,7 \cdot 10^9 \text{ J}}{10^5 \frac{\text{J}}{\text{s}}} = 2,7 \cdot 10^4 \text{ s} = 7,5 \text{ h}$

- (d) Spannung am Widerstand gleich Induktionsspannung:

$$RI = -L\dot{I} \implies \dot{I} = -\frac{R}{L}I$$

$$\dot{I}(t) = \frac{d}{dt} \left(I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \right) = -\frac{R}{L}I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = -\frac{R}{L}I(t)$$



Die Anfangsbedingung $I(0) = I_0$ passt. $\frac{R}{L} = \frac{1}{140\,000\text{ s}} = 7,14 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{s}}.$

$$W(t_1) = \frac{1}{2} L I(t_1)^2 = \frac{1}{2} L I_0^2 e^{-\frac{2R}{L} \cdot t_1} = W_0 e^{-\frac{2R}{L} \cdot t_1} = W_1$$

$$t_1 = -\frac{L}{2R} \ln \frac{W_1}{W_0} = \frac{L}{2R} \ln \frac{W_0}{W_1} = 5,5 \cdot 10^5 \text{ s} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ h}$$

$$I_1 = I(t_1) = I_0 e^{-\frac{R}{L} \cdot t_1} = 3,8 \cdot 10^2 \text{ A}$$

$$(e) \quad B(t) = \frac{\mu_0 n}{a} \cdot I(t) = \frac{\mu_0 n}{a} \cdot I_0 e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = B_0 e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \implies \Phi(t) = b^2 n' B(t) = b^2 n' B_0 \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$U'(t) = |\dot{\Phi}(t)| = U_0 \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \quad \text{mit} \quad U_0 = \frac{b^2 n' B_0 R}{L} = 0,29 \text{ V}$$

$$(f) \quad \Phi(t) = b^2 n' B(t) \cos \varphi \implies$$

$$\begin{aligned} U' &= -\dot{\Phi} = -b^2 n' (\dot{B} \cos \varphi - B \dot{\varphi} \sin \varphi) = \\ &= b^2 n' B \left(\frac{R}{L} \cos \varphi + \dot{\varphi} \sin \varphi \right) \end{aligned}$$

Im Intervall $0 < t' < 0,95 \text{ s}$ ist $\cos \varphi$ fallend, $\sin \varphi$ steigend und

$$B(t) \approx B(t_2) = 3,1 \text{ T}$$

praktisch konstant. Maximales $\dot{\varphi}$:

$$\dot{\varphi} \approx \frac{\frac{\pi}{2}}{0,29 \text{ s}} = 5,4 \frac{1}{\text{s}} \gg \frac{R}{L}$$

$$U'_{\max} \approx b^2 n' B(t_2) \dot{\varphi} = 1,7 \cdot 10^5 \text{ V}$$

