
SMART

**Sammlung mathematischer Aufgaben
als Hypertext mit T_EX**

Gymnasium Jahrgangstufe 11 (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

10. Juni 2010

*Die Aufgaben stehen für private und unterrichtliche Zwecke zur Verfügung. Eine kommerzielle Nutzung bedarf der vorherigen Genehmigung.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| I. Das elektrische Feld | 3 |
| 1. Das homogene elektrische Feld | 4 |
| 2. Der Kondensator | 5 |
| 3. Die Punktladung | 6 |
| 4. Anwendungen | 8 |
| | |
| II. Das magnetische Feld | 9 |
| 5. Das homogene magnetische Feld | 10 |
| | |
| III. Die Bewegung geladener Teilchen in Feldern | 12 |
| 6. Die Bewegung im elektrischen Feld | 13 |
| 7. Die Bewegung im Magnetfeld | 14 |
| 8. Anwendungen | 15 |
| | |
| IV. Die spezielle Relativitätstheorie | 16 |
| | |
| V. Die elektromagnetische Induktion | 17 |
| 9. Die Induktion | 18 |
| 10. Die Selbstinduktion | 19 |
| 11. Anwendungen | 20 |

| | |
|---|-----------|
| VI. Elektromagnetische Schwingungen und Wellen | 21 |
| 12. Elektromagnetische Schwingungen | 22 |
| 13. Elektromagnetische Wellen | 23 |
| 14. Anwendungen | 24 |

Teil I.

Das elektrische Feld

1. Das homogene elektrische Feld

$$1. \tan \alpha = \frac{q E}{m g} \Rightarrow q = \frac{m g \tan \alpha}{E} = 8,2 \text{ nC.}$$

2. Der Kondensator

$$1. C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 C_2} = 1,6 \mu\text{F}$$

$$C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 C_4} = 1,3 \mu\text{F}$$

$$C_{1234} = C_{12} + C_{34} = 2,9 \mu\text{F}$$

$$2. (a) C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{m}} \cdot \frac{(0,18 \text{ m})^2}{0,0040 \text{ m}} = 72 \text{ pF}$$

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = 8,1 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 8,1 \text{ mJ}$$

$$Q = C U = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 1,1 \mu\text{C}$$

(b) Durch die Verdoppelung des Abstandes der Platten, halbiert sich die Kapazität und da der Kondensator vom Netzgerät getrennt ist, ändert sich die Ladung nicht. Wegen $U = \frac{Q}{C}$ verdoppelt sich die Spannung.

$$(c) W_{\text{mech}} = \Delta W_{\text{elektrisch}} = \frac{1}{2} \frac{C}{2} (2U)^2 - \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} C U^2 = 8,1 \text{ mJ}$$

$$3. (a) Q = C U = 0,13 \text{ kC}, W_{\text{elektrisch}} = \frac{1}{2} C U^2 = 0,40 \text{ kJ}.$$

$$(b) C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{d C}{\varepsilon_0} = 2,5 \text{ km}^2.$$

(c) Die beiden Kondensatoren sind in Reihe zu schalten. Die Kapazität dieser Reihenschaltung ist 11 F.

$$(d) P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = 29 \Omega$$

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow 0,90 U_0 = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow t = -RC \ln 0,90 = 33 \text{ s}$$

3. Die Punktladung

$$1. \frac{Q_1 Q}{4 \pi \epsilon_0 r^2} = \frac{Q_2 Q}{4 \pi \epsilon_0 (40 \text{ cm} - r)^2} \Rightarrow Q_2 r^2 = Q_1 (40 \text{ cm} - r)^2$$

Die Lösungen dieser Gleichung sind $r = (-80\sqrt{5} - 160) \text{ cm} \approx -3,4 \text{ m}$ oder $r = (80\sqrt{5} - 160) \text{ cm} \approx 19 \text{ cm}$.

$$2. \text{ Richtung: } \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \text{ Betrag: } \frac{\sqrt{13} e^2}{4 \pi \epsilon_0 a^2}, \text{ Beschleunigung: } 5,0 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-2}.$$

$$3. \text{ (a) } A \left(-1,5 | -\frac{\sqrt{3}}{2} \right), B \left(1,5 | -\frac{\sqrt{3}}{2} \right), C (0 | \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CB} &= \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{(-e)^2}{a^2} \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|} + \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{(-e)^2}{a^2} \frac{\vec{CB}}{\|\vec{CB}\|} \\ &= \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{a^2} \left(\frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|} + \frac{\vec{CB}}{\|\vec{CB}\|} \right) \\ &= \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{a^2} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix} \right] \\ &= \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{a^2} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

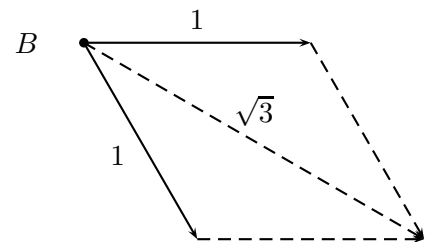
Also ist die Richtung $\begin{pmatrix} 3 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$ und der Betrag $\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{a^2} \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{a^2} = 4,4 \cdot 10^{-25} \text{ N}$.

Alternative:

Mit dem Kosinussatz erhält man für die Länge der Diagonalen $\sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^\circ)} = \sqrt{3}$.

Also ist die Summe der beiden Kräfte auf die Ladung in B $\sqrt{3}$ -mal so groß wie eine einzelne Kraft. Somit ist die Kraft auf die Ladung in B :

$$F_B = \sqrt{3} \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{a^2}$$



3. Die Punktladung

(b) Die Richtung von $\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CB}$ und von \vec{BO} sind entgegengerichtet.

$$\frac{3\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qe}{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a^2} = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{qe}{a^2}$$

$$\sqrt{3}e = q$$

Bemerkung: Eine solche Ladung existiert nicht, da frei vorkommende Ladungen nur als ganzzahlige Vielfache der Elementarladung e vorkommen.

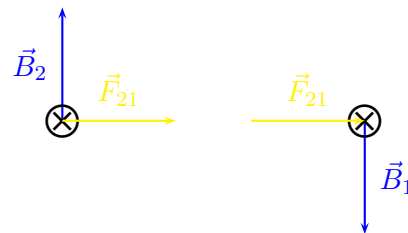
4. Anwendungen

Teil II.

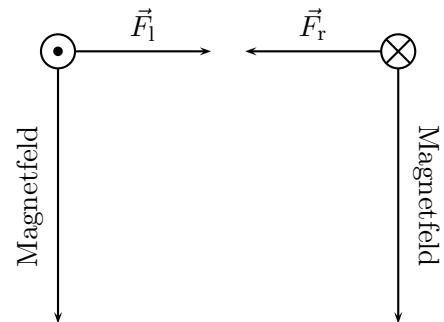
Das magnetische Feld

5. Das homogene magnetische Feld

1. Ein stromdurchflossener Leiter ist von einem kreisförmigen Magnetfeld umgeben. Dieses Magnetfeld ist auch am Ort der jeweils anderen Leiters vorhanden. Ein stromdurchflossener Leiter erfährt in einem Magnetfeld eine Kraft, die sogenannte Lorentzkraft. Ihre Richtung ermitteln wir mit der Rechten-Hand-Regel.

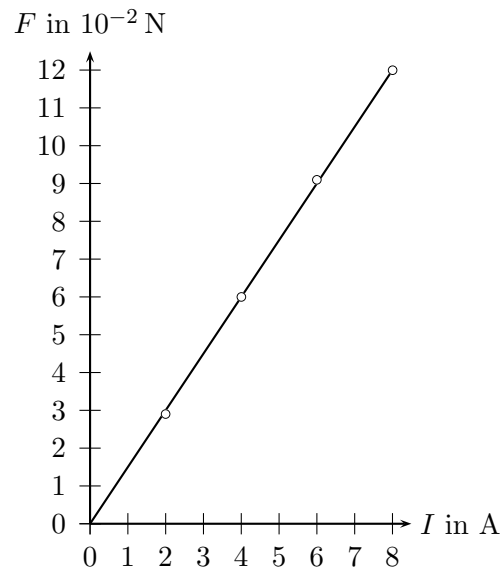


2. Am Ort der rechten Leiterschaukel weist das Magnetfeld nach unten. Die Elektronen im Leiter erfahren eine Kraft nach links. Dadurch entsteht ein Strom. Dabei weist die technische Stromrichtung in die Zeichenebene. Am Ort des linken Leiters weist dann die technische Stromrichtung aus der Zeichenebene. Die Kraft ist nach Voraussetzung nach rechts gerichtet. Mit der „rechten Hand-Regel“ findet man dann, dass das Magnetfeld nach unten gerichtet ist.



3. Durch die Bewegung der rechten Leiterschaukel nach links wird in dieser ein Strom induziert, wobei die technische Stromrichtung aus der Zeichenebene weist. Weil beide Leiterschaukeln leitend miteinander verbunden sind, fließt auch in der linken Leiterschaukel ein Strom. Dieser ist in der linken Leiterschaukel in die Zeichenebene gerichtet. Ein stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld erfährt eine Kraft. Mit der „rechten-Hand-Regel“ findet man, dass die Kraft auf die linke Leiterschaukel nach links weist.
4. (a) Kraft auf linken Leiter nach links, auf rechten nach rechts und auf unteren nach unten.
(b)

5. Das homogene magnetische Feld



F ist direkt proportional zu I .

(c) $F \sim I \cdot \ell$

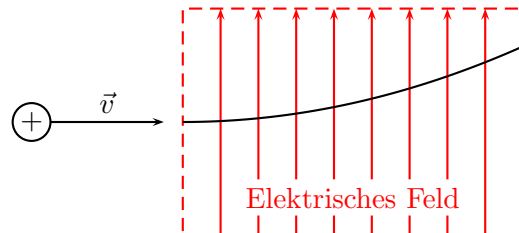
(d) $B = \frac{F}{I\ell} = \frac{12 \cdot 10^{-2} \text{ N}}{8,0 \text{ A} \cdot 0,20 \text{ m}} = 0,075 \text{ T} = 75 \text{ mT}$

Teil III.

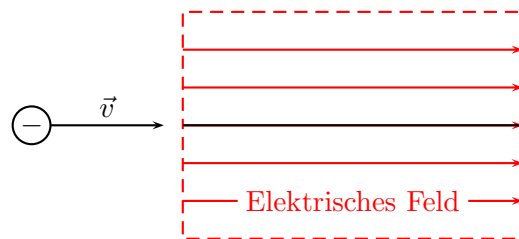
Die Bewegung geladener Teilchen in Feldern

6. Die Bewegung im elektrischen Feld

1. (a)



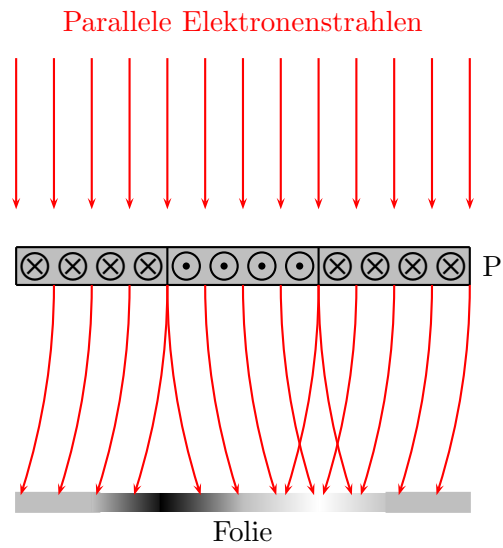
(b)



Die Richtung der Geschwindigkeit ändert sich nicht, aber der Betrag der Geschwindigkeit nimmt ab.

7. Die Bewegung im Magnetfeld

1. (a)



(b)



8. Anwendungen

- 1.

Teil IV.

Die spezielle Relativitätstheorie

Teil V.

Die elektromagnetische Induktion

9. Die Induktion

1. (a) Q negativ, P positiv. Begründung mit Lorentzkraft.
- (b) Magnetischer Fluss:

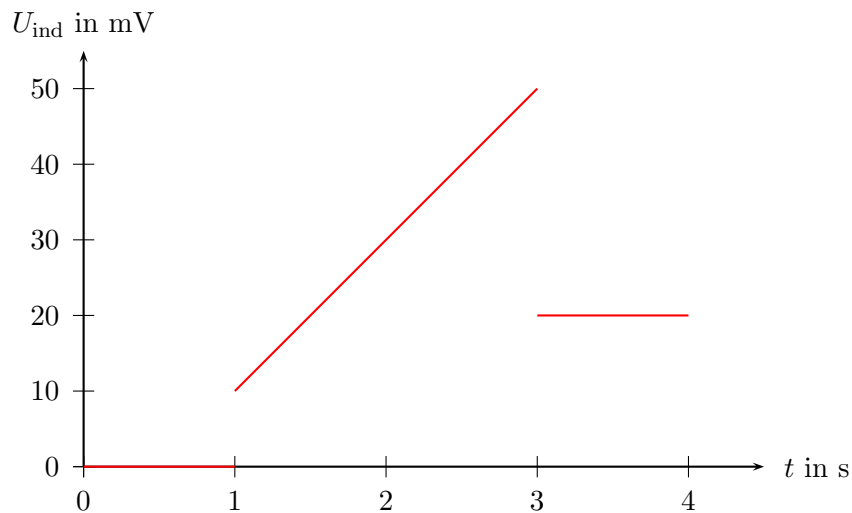
$$|\Phi(t)| = \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq t < 1 \text{ s} \\ a (v t - 0,020 \text{ m}) \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot t, & \text{falls } 1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} \\ a^2 \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot t, & \text{falls } 3 \text{ s} \leq t \end{cases}$$

Induzierte Spannung:

$$|U_{\text{ind}}(t)| = |N \dot{\Phi}(t)| = \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq t < 1 \text{ s} \\ N (2 a v \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot t - a \cdot 0,020 \text{ m} \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}}), & \text{falls } 1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} \\ N a^2 \cdot 0,25 \frac{\text{T}}{\text{s}}, & \text{falls } 3 \text{ s} \leq t \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq t < 1 \text{ s} \\ 20 \text{ mV} \cdot t - 10 \text{ mV}, & \text{falls } 1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} \\ 20 \text{ mV}, & \text{falls } 3 \text{ s} \leq t \end{cases}$$

t - U_{ind} -Diagramm:



$$(c) \quad 50 \cdot 4 B \frac{U_{\text{ind}}}{R} a = m \ddot{x} \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = \frac{50 \cdot 4 a B (4,0 \text{ s}) U_{\text{ind}} (4,0 \text{ s})}{R m} = 2,7 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

10. Die Selbstinduktion

1. 0,20 A; 5,8 ms; 12 ms.

2. $R = 8,0 \Omega$, $L = 0,33 \text{ H}$

11. Anwendungen

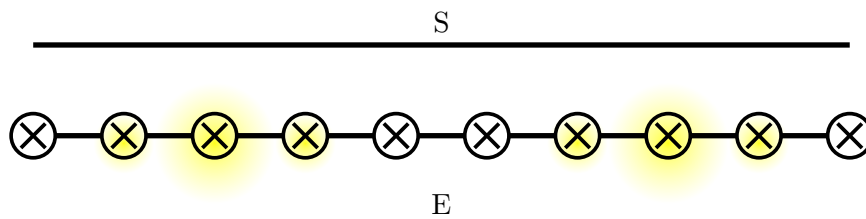
Teil VI.

**Elektromagnetische Schwingungen und
Wellen**

12. Elektromagnetische Schwingungen

1. $B = \frac{U_0 \cdot T}{2\pi N A} = \frac{4,8 \text{ V} \cdot 0,020 \text{ s}}{2\pi \cdot 50 \cdot 30 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 0,10 \text{ T}.$

2. (a) E und S sollten parallel sein.
(b) E und S sollten diesselbe Länge haben.
(c)



3. $\frac{9,0 \text{ V} - 2,1 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 0,69 \text{ k}\Omega$

13. Elektromagnetische Wellen

14. Anwendungen