# SMART

# Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit TEX

# Gymnasium Jahrgangstufe 10 (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

10. Juni 2010

# Inhaltsverzeichnis

# Teil I.
# Astronomische Weltbilder

# 1. Die Geburt der Astronomie

1. $T_{\text{Mars}} = \sqrt{1{,}52^3}\,\text{a} \approx 1{,}87\,\text{a}$

2. $T_0$ bezeichnet die Umlaufdauer eines Himmelskörpers um den Zentralkörper. $r_0$ ist der zu dieser Umlaufbahn gehörige Radius, der beliebig klein sein kann. Aus dem dritten Kepler'schen Gesetz folgt für die Umlaufdauer $T$ mit dem Radius $r$

$$T(r) = \underbrace{\left(\frac{r}{r_0}\right)^{1{,}5}}_{\geqq 1\text{ ,falls } r \geqq r_0} T_0.$$

3.

4. $R = \dfrac{b}{\varphi} = \dfrac{800\,\text{km}}{7{,}2 \cdot \frac{\pi}{180}} \approx 6{,}4 \cdot 10^3\,\text{km}$

   Schiffe, kreisförmiger Schatten bei Mondfinsternissen

   heute: Blick aus einem Raumschiff

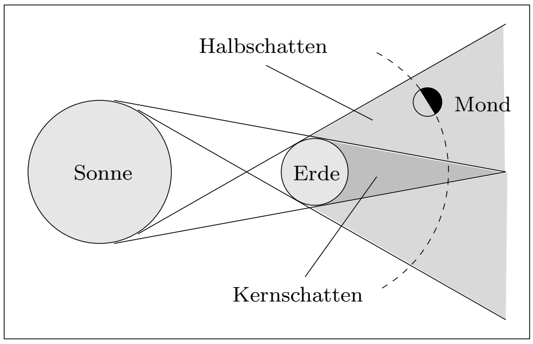
5. $\dfrac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}} = \dfrac{1}{\cos\varphi} = 19{,}1;\quad$ in Wirklichkeit: $\dfrac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}} = \dfrac{1{,}496 \cdot 10^8\text{km}}{3{,}844 \cdot 10^5\,\text{km}} = 389$

   $\cos\varphi' = \dfrac{\overline{\text{EM}}}{\overline{\text{ES}}} = \dfrac{3{,}844 \cdot 10^5\,\text{km}}{1{,}496 \cdot 10^8\text{km}} = 0{,}00257 \quad \Longrightarrow \quad \varphi' = 89{,}85°$

   Ein kleiner Fehler beim Winkel bewirkt einen sehr großen Fehler im Verhältnis $\frac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}}$.

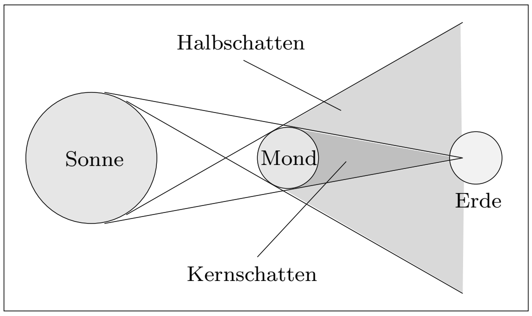
6. (a) **Mondfinsternis:**

   Wenn Sonne, Mond und Erde (fast) auf einer Geraden liegen, gibt es eine Finsternis. Eine Mondfinsternis kann es nur bei Vollmond, eine Sonnenfinsternis nur bei Neumond geben. Außerdem muss der Mond bei einer Finsternis in der Erdbahnebene liegen. Bei der Mondfinsternis liegt der Mond im Schatten der Erde.



**Sonnenfinsternis:**

Bei der Sonnenfinsternis liegt der Beobachtungsort auf der Erde im Schatten des Mondes. Der Sichtbarkeitsbereich einer totalen Sonnenfinsternis ist nicht sehr groß und hängt von den momentanen Entfernungen Erde-Mond und Erde-Sonne ab.

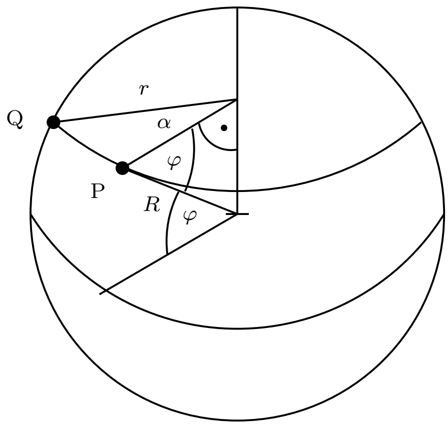



(b) Ist die Erde zu weit vom Mond entfernt, dann ist der scheinbare Durchmesser (Winkeldurchmesser) des Mondes kleiner als der der Sonne und man beobachtet eine **ringförmige** Sonnenfinsternis. Ungefähr aber erscheint der Mond genauso groß wie die Sonne. Aus dem Strahlensatz folgt dann

$$\frac{R_\odot}{R_\text{Mond}} = \frac{1\,\text{AE}}{r_\text{Mond}} \quad \Longrightarrow$$

$$R_\odot = \frac{1\,\text{AE} \cdot R_\text{Mond}}{r_\text{Mond}} = \frac{1{,}496 \cdot 10^{11}\,\text{m} \cdot 1{,}738 \cdot 10^6\,\text{m}}{3{,}84 \cdot 10^8\,\text{m}} = 6{,}8 \cdot 10^8\,\text{m}$$

7.




(a) $\varphi = 39°$, $\alpha = 104°$, $R = 6378\,\text{km}$

$r = R\cos\varphi = 4957\,\text{km}$

$a = \overline{\text{PQ}} = 2 \cdot r \sin\frac{\alpha}{2} = 7812\,\text{km}$

(b) $\varepsilon = \sphericalangle\text{PMQ} = \gamma - \beta = 1{,}000°$

Sinussatz: $\dfrac{r_\text{P}}{a} = \dfrac{\sin(180° - \gamma)}{\sin\varepsilon}$

$$r_\text{P} = \frac{a \sin 116°}{\sin 1°} = 4{,}02 \cdot 10^5\,\text{km}$$

(c) $\delta = \left(\dfrac{29}{60} + \dfrac{43{,}5}{3600}\right)^\circ = 0{,}49542°$

$$R_\text{M} = r_\text{P} \tan\frac{\delta}{2} = 1{,}74 \cdot 10^3\,\text{km}$$

8. $a = \dfrac{1\,\text{AE}}{\tan 1''} = 206264{,}80624548\,\text{AE} \qquad b = \dfrac{1\,\text{AE}}{\sin 1''} = 206264{,}80624790\,\text{AE}$

$$b - a = 2{,}42 \cdot 10^{-6}\,\text{AE} = 363\,\text{km} \quad \Longrightarrow \quad \delta_\text{rel} = \frac{b-a}{b} = 1{,}2 \cdot 10^{-11}$$

9.

| | LJ | Parsec | AE | m | $\varphi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Sirius | 8,65 | 2,65 | | | |
| $\varepsilon$-Eridani | | 3,30 | | | |
| Barnards Stern | | | | $5{,}66 \cdot 10^{16}$ | |
| $\alpha$-Centauri | | | $2{,}75 \cdot 10^{5}$ | | |
| Altair | | | | | $0{,}198''$ |

10.

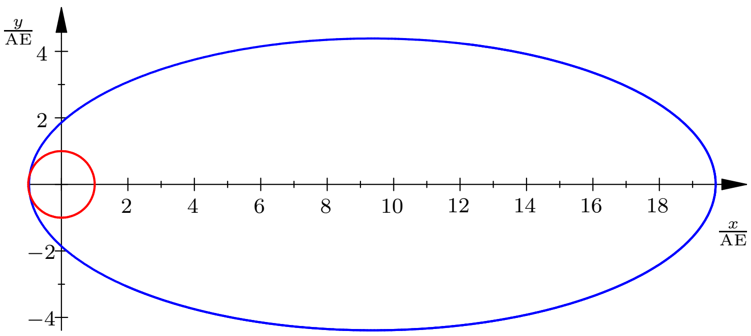
11.

12.

13. (a) $\dfrac{T^2}{a^3} = C_\odot = 1\,\dfrac{\mathrm{a}^2}{\mathrm{AE}^3} \quad\Longrightarrow\quad a = \sqrt[3]{\dfrac{T^2}{C_\odot}} = 10{,}335\,\mathrm{AE}$

$$d = a - r_1 = 9{,}359\,\mathrm{AE} \quad\Longrightarrow\quad b = \sqrt{a^2 - d^2} = 4{,}386\,\mathrm{AE}$$

$$r_2 = a + d = 19{,}694\,\mathrm{AE}$$




(b) $d = ea \quad\Longrightarrow\quad r_{\mathrm{min}} = a - d = a(1-e) \quad\Longrightarrow\quad a = \dfrac{r_{\mathrm{min}}}{1-e} = 187\,\mathrm{AE}$

$$b = a\sqrt{1-e^2} = 18{,}5\,\mathrm{AE}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = C_\odot = 1\,\frac{\mathrm{a}^2}{\mathrm{AE}^3} \quad\Longrightarrow\quad T = \sqrt{a^3 C_\odot} = 2{,}56 \cdot 10^3\,\mathrm{a}$$

14. (a) $\dfrac{T_{\mathrm{Eu}}^2}{a_{\mathrm{Eu}}^3} = \dfrac{T_{\mathrm{Io}}^2}{a_{\mathrm{Io}}^3} = C_{\mathrm{Jup}} = 4{,}17 \cdot 10^{-17}\,\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{km}^3} \quad\Longrightarrow$

$$a_{\mathrm{Eu}} = \sqrt[3]{\frac{T_{\mathrm{Eu}}^2 a_{\mathrm{Io}}^3}{T_{\mathrm{Io}}^2}} = a_{\mathrm{Io}}\sqrt[3]{\frac{T_{\mathrm{Eu}}^2}{T_{\mathrm{Io}}^2}} = 1{,}59\,a_{\mathrm{Io}} = 6{,}71 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$$

(b) $a = \dfrac{r_1 + r_2}{2} = 5 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$

$\dfrac{T^2}{a^3} = C_{\mathrm{Jup}} \quad\Longrightarrow\quad T = \sqrt{a^3 C_{\mathrm{Jup}}} = 2{,}28\,\mathrm{d}$

$d = a - r_1 = 3 \cdot 10^5\,\mathrm{km} = ea \quad\Longrightarrow\quad e = \dfrac{d}{a} = 0{,}6$

$b = \sqrt{a^2 - d^2} = a\sqrt{1 - e^2} = 0{,}8\,a = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$

(c) $r_4 = \overline{\mathrm{ES}_2} = 2a - r_3 = 6{,}8 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$

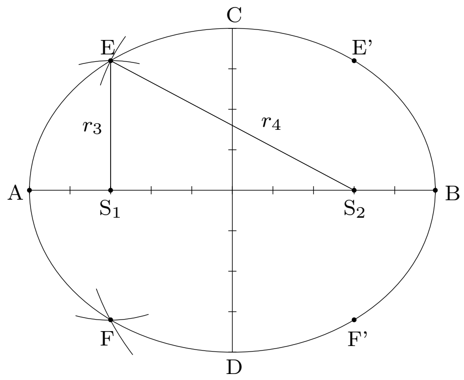
$\mathrm{k}(\mathrm{S}_1, r_3) \cap \mathrm{k}(\mathrm{S}_2, r_4) = \{\mathrm{E,F}\}$

$\overline{\mathrm{S}_1\mathrm{S}_2} = 2d = 6 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$

$r_3^2 + \overline{\mathrm{S}_1\mathrm{S}_2}^2 = 46{,}24 \cdot 10^{10}\,\mathrm{km}^2$

$r_4^2 = 6{,}8^2 \cdot 10^{10}\,\mathrm{km}^2 = r_3^2 + \overline{\mathrm{S}_1\mathrm{S}_2}^2 \quad\Longrightarrow$

$\sphericalangle\,\mathrm{S}_2\mathrm{S}_1\mathrm{E} = 90^\circ$




15. (a) $r_{\min} = \dfrac{c\Delta t_{\min}}{2} + R_{\mathrm{E}} + R_{\mathrm{M}} = 363296\,\mathrm{km}$

$r_{\max} = \dfrac{c\Delta t_{\max}}{2} + R_{\mathrm{E}} + R_{\mathrm{M}} = 405504\,\mathrm{km}$

$a_{\mathrm{M}} = \dfrac{r_{\min} + r_{\max}}{2} = 384400\,\mathrm{km}$

$d_{\mathrm{M}} = a_{\mathrm{M}} - r_{\min} = 21104\,\mathrm{km}, \qquad e_{\mathrm{M}} = \dfrac{d_{\mathrm{M}}}{a_{\mathrm{M}}} = 0{,}0549$

$b_{\mathrm{M}} = \sqrt{a_{\mathrm{M}}^2 - d_{\mathrm{M}}^2} = 383820\,\mathrm{km}$

(b) $T = d_{\mathrm{sid}} = 86164\,\mathrm{s}, \qquad \dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{T_{\mathrm{M}}^2}{a_{\mathrm{M}}^3} \quad\Longrightarrow\quad a = a_{\mathrm{M}}\left(\dfrac{T}{T_{\mathrm{M}}}\right)^{\frac{2}{3}} = 42298\,\mathrm{km}$

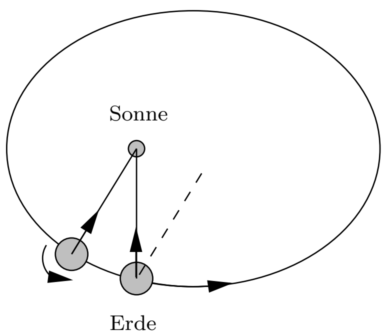
über Erdoberfläche: $x = a - R_{\mathrm{E}} = 35920\,\mathrm{km}$

(c) Ein Jahr hat 365,25 24 h-Tage und 366,25 Sterntage:

$$365{,}25 \cdot 24\,\mathrm{h} = 366{,}25 \cdot d_{\mathrm{sid}}$$

$$d_{\mathrm{sid}} = \frac{365{,}25}{366{,}25} \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s} = 86164\,\mathrm{s}$$

$$d_{\mathrm{sid}} = 23\,\mathrm{h}\,56\,\mathrm{min}\,4\,\mathrm{s}$$



16.

17.

# Teil II.

# Newton'sche Mechank

# 2. Eindimensionale Bewegungen

1. Der Sprinter kann nur dann eine beschleunigende Kraft erfahren, wenn er Kontakt mit dem Boden hat. Damit die mittlere beschleunigende Kraft dann 150 N ist, muss die beschleunigende Kraft während dieser Zeit bedeutend größer sein.

2. $|v_1| = \dfrac{6\,\mathrm{cm}}{0{,}20\,\mathrm{s}} = 30\,\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}, \quad |v_2| = \dfrac{9\,\mathrm{cm}}{0{,}20\,\mathrm{s}} = 45\,\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}, \quad m_2 = \dfrac{|v_1|}{|v_2|} \cdot m_1 = \dfrac{30}{45} \cdot 36\,\mathrm{g} = 24\,\mathrm{g}$

3. Die Gewichtskraft von $m_1$ muss beide Massen beschleunigen und die Reibung von $m_2$ überwinden:
$$m_1 g = (m_1 + m_2)a + \mu m_2 g \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2}\,g$$
Die Fadenspannung ist gleich der Kraft auf die Masse $m_2$:
$$F_\mathrm{S} = a m_2 + \mu m_2 g = \frac{m_1 m_2 (1+\mu)}{m_1 + m_2}\,g$$
Oder: Die Fadenspannung ist gleich der Kraft, die von der Gewichtskraft von $m_1$ übrig bleibt, wenn die zur Beschleunigung von $m_1$ nötige Kraft subtrahiert wird (das ist die Gewichtskraft im beschleunigten Bezugssystem):
$$F_\mathrm{S} = m_1 g - m_1 a = m_1(g - a) = \frac{m_1 m_2 (1+\mu)}{m_1 + m_2}\,g$$
Konstante Geschwindigkeit, wenn $a = 0$, d.h. wenn $m_1 = \mu m_2$.

4. Die Geschwindigkeit ist konstant, wenn die Gesamtkraft auf den Körper null ist:
$$-mg + Cv^2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{mg}{C}} = \begin{cases} -63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -226\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} & \text{(Schirm geschlossen)} \\ -7{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -25\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} & \text{(Schirm offen)} \end{cases}$$

5. Als Nullpunkt der potentiellen Energie der Gravitation wählen wir $y_0 = 0$, d.h.
$$W_\mathrm{p}(y) = mgy$$
Da die Kugel nicht an der Feder befestigt ist, ist die Spannenergie der Feder in Abhängigkeit von $y$:
$$W_\mathrm{F}(y) = \begin{cases} \frac{D}{2}(d-y)^2 & \text{für } y \leqq d \\ 0 & \text{für } y > d \end{cases}$$
Da die Gesamtenergie $W_\mathrm{ges}$ konstant ist (Energiesatz), gilt
$$W_\mathrm{p}(y) + W_\mathrm{F}(y) + W_\mathrm{kin}(y) = W_\mathrm{ges} = \text{konstant}$$

Im tiefsten Punkt ($y = 0$) ruht die Kugel, d.h. ihre kinetische Energie ist null. Da dort auch die potentielle Energie null ist, lautet der Energiesatz für $y = 0$:

$$\underbrace{W_\mathrm{p}(0)}_{0} + \underbrace{W_\mathrm{F}(0)}_{\frac{D}{2}d^2} + \underbrace{W_\mathrm{kin}(0)}_{0} = W_\mathrm{ges}$$

oder

$$W_\mathrm{ges} = \frac{D}{2}d^2 = 2{,}7\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}2^2\,\mathrm{m}^2 = 0{,}108\,\mathrm{J}$$

Im höchsten Punkt ($y = y_2$) sind die kinetische und die Federenergie null:

$$mg(y_2 - y_0) = W_\mathrm{ges} \quad\Longrightarrow\quad y_2 = \frac{W_\mathrm{ges}}{mg} + y_0 = \frac{0{,}108\,\frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}}{0{,}01\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}} = 1{,}20\,\mathrm{m}$$

$$W_\mathrm{kin}(y) = W_\mathrm{ges} - W_\mathrm{p}(y) - W_\mathrm{F}(y) = \begin{cases} W_\mathrm{kin,1} & \text{für } y \leqq y_1 \\ W_\mathrm{kin,2} & \text{für } y > y_1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} W_\mathrm{kin,1}(y) &= \frac{D}{2}d^2 - mgy - \frac{D}{2}(y-d)^2 = -\frac{D}{2}y^2 + (Dd - mg)y = \\ &= -2{,}7\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2}}\,y^2 + 0{,}9819\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}}\,y \\ W_\mathrm{kin,2}(y) &= \frac{D}{2}d^2 - mgy = 0{,}108\,\mathrm{J} - 0{,}0981\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}}\,y \end{aligned}$$

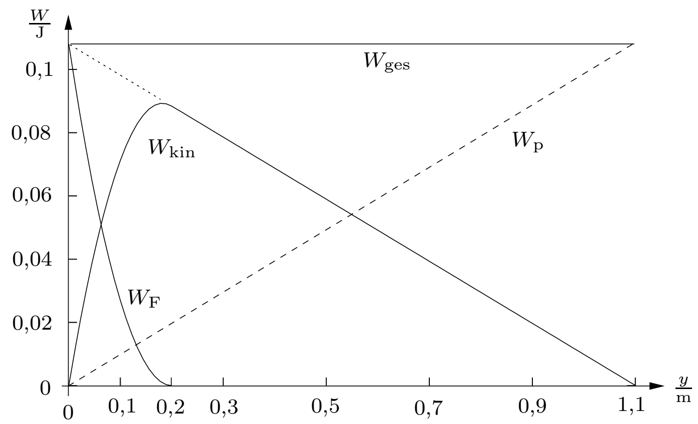
Die Kugel wird schneller, wenn die Gesamtkraft $F(y)$ auf sie positiv ist, d.h. wenn die Federkraft $F_\mathrm{D}$ größer als die Gewichtskraft ist. Wenn die Gesamtkraft auf die Kugel negativ ist ($F_\mathrm{D} < mg$), dann wird die Kugel wieder langsamer. Ihre maximale Geschwindigkeit erreicht die Kugel also am Ort $y_3$ mit $F(y_3) = 0$ bzw.

$$F_\mathrm{D}(y_3) = D(d - y_3) = mg \quad\Longrightarrow\quad y_3 = d - \frac{mg}{D} = 18{,}2\,\mathrm{cm}$$

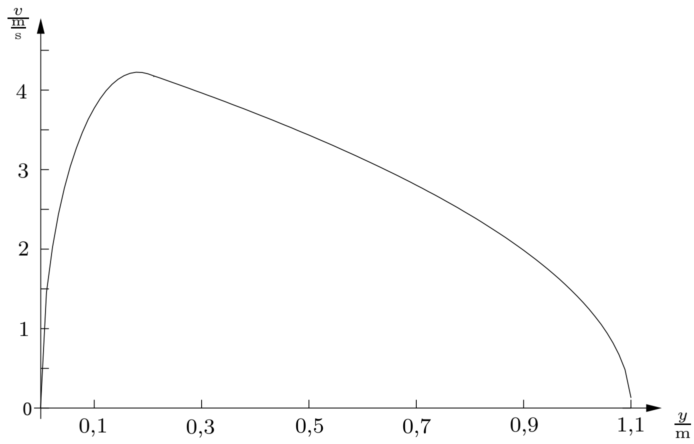
Die maximale kinetische Energie ist

$$W_\mathrm{kin,max} = W_\mathrm{kin,1}(y_3) = \frac{D}{2}\left(d - \frac{mg}{D}\right)^2 = 0{,}0893\,\mathrm{J}$$

$$\frac{m}{2}v_\mathrm{max}^2 = W_\mathrm{kin,max} \quad\Longrightarrow\quad v_\mathrm{max} = \sqrt{\frac{2W_\mathrm{kin,max}}{m}} = 4{,}23\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$



$$v(y) = \sqrt{\frac{2W_{\text{kin}}}{m}}$$




Die Steigung des Grafen von $v(y)$ ist bei $y_0 = 0{,}1\,\mathrm{m}$ und bei $y_2 = 1{,}2\,\mathrm{m}$ unendlich. Das bedeutet aber nicht, dass die Beschleunigung $a(y)$ an diesen Stellen unendlich ist, da es sich ja um ein $yv$- und nicht um ein $tv$-Diagramm handelt. Die Beschleunigung erhält man am einfachsten über die Kraft:

$$a(y) = \frac{F(y)}{m} = \begin{cases} \frac{D(d-y)}{m} - g & \text{für } y \leqq d \\ -g & \text{für } y > d \end{cases}$$

# 3. Impuls

1. (a) $a = \frac{v}{t} = \frac{25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{7{,}5\,\mathrm{s}} = 3{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \qquad F = ma = 3{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{N}$

   $s = \frac{a}{2}\,t^2 = \frac{vt}{2} = 93{,}75\,\mathrm{m} \approx 94\,\mathrm{m}$

   (b) $mv = (M+m)V \quad \Longrightarrow \quad V = \frac{mv}{M+m} = 0{,}20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

   (c) $\frac{m}{2}v^2 = mgh \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = 14{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 50{,}4\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

2. Tatsächliche Geschwindigkeit der Kugel: $v_\mathrm{k} \approx \frac{4\,\mathrm{m}}{0{,}04\,\mathrm{s}} = 100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

   Tatsächliche Geschwindigkeit des Opfers: $v \approx \frac{2\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{s}} = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

   Opfergeschwindigkeit ($m \approx 70\,\mathrm{kg}$) nach Impulssatz: $v'$

   $m_\mathrm{k}v_\mathrm{k} = (m + m_\mathrm{k})v' \quad \Longrightarrow \quad v' \approx \frac{m_\mathrm{k}}{m + m_\mathrm{k}}v_\mathrm{k} = 0{,}014\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

   Kugelgeschwindigkeit nach Impulssatz: $v_\mathrm{k}' \approx \frac{m + m_\mathrm{k}}{m_\mathrm{k}}v = 14\,000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

   $nm_\mathrm{k}v_\mathrm{k} = (m + nm_\mathrm{k})v \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{mv}{m_\mathrm{k}(v_\mathrm{k} - v)} = 143$

   Der Schütze erfährt die gleiche Änderung des Impulsbetrages wie das Opfer, d.h. er müsste nach rechts fliegen!

3. (a) Wahl der $x$-Achse so, dass die Rakete beim Start bei $x = 0$ ist.

   Rakete: $x_1(t) = v_1 t + \frac{a}{2}t^2$, Darth Vader: $x_2(t) = s + v_2 t$

   $v_1 t + \frac{a}{2}t^2 = s + v_2 t \quad \Longrightarrow$

   $$t^2 - 2\frac{(v_2 - v_1)}{a}t + \frac{(v_2 - v_1)^2}{a^2} = \frac{2s}{a} + \frac{(v_2 - v_1)^2}{a^2} = \frac{2sa + (v_2 - v_1)^2}{a^2}$$

   $$t = \frac{v_2 - v_1}{a} \overset{+}{(-)} \frac{1}{a}\sqrt{2sa + (v_2 - v_1)^2} = \frac{100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \overset{+}{(-)} \frac{1}{50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}\sqrt{4400\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \left(100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} =$$

   $$= 2\,\mathrm{s} \overset{+}{(-)} \frac{1}{50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}\sqrt{14400\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2})^2} = 2\,\mathrm{s} \overset{+}{(-)} \frac{120\,\mathrm{s}}{50} = 4{,}4\,\mathrm{s}$$

   Treffpunkt: $x_2(4{,}4\,\mathrm{s}) = 44\,\mathrm{m} + 500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4{,}4\,\mathrm{s} = 2244\,\mathrm{m}$

Aufprallgeschwindigkeit: $v_\mathrm{R} = v_1 + at = 400\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 50\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 4{,}4\,\mathrm{s} = 620\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Aufprallgeschwindigkeit: $v_\mathrm{a} = v_\mathrm{R} - v_2 = 120\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

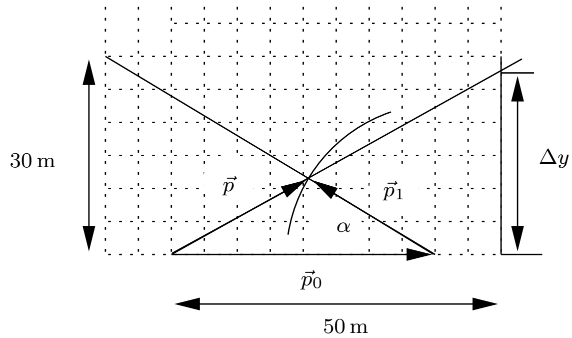
(b) Zur Zeit $t = 0$ ist die Masse der Rakete $m(0) = m_0$, d.h. die Antriebskraft zur Zeit $t = 0$ ist $F_0 = m_0 a = 7500\,\mathrm{N}$. Da die Raketenmasse immer kleiner wird (Ausstoß der Treibgase), wird wegen $a =$ konstant auch $F(t) = m(t)\cdot a$ immer kleiner.

(c) Nach dem Impulssatz sind die Beträge der Impulsänderungen von Rakete und Treibgasen gleich:

$$\Delta p_\mathrm{Rakete} = m(\Delta t)v(\Delta t) \approx m_0 a\Delta t = F_0\Delta t = \Delta m u \quad\Longrightarrow\quad \Delta m \approx \frac{F_0\Delta t}{u} = 0{,}83\,\mathrm{kg}$$

4. (a) $p_0 = |\vec p_0| = m_0 v_0 = 1{,}6\cdot 10^6\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$

$p_1 = |\vec p_1| = m_1 v_1 = 9{,}0\cdot 10^5\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$




(b) $\tan\alpha = \dfrac{3}{5},\quad \alpha = 31{,}0°$

$\sin\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{34}},\quad \cos\alpha = \dfrac{5}{\sqrt{34}}$

$\vec p_0 = \begin{pmatrix} p_0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \vec p_1 = \begin{pmatrix} -p_1\cos\alpha \\ p_1\sin\alpha \end{pmatrix}$

$\vec p_1 = \begin{pmatrix} -7{,}7\cdot 10^5 \\ 4{,}6\cdot 10^5 \end{pmatrix}\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$

$$\vec p = \vec p_0 + \vec p_1 = \begin{pmatrix} p_0 - p_1\cos\alpha \\ p_1\sin\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8{,}3\cdot 10^5 \\ 4{,}6\cdot 10^5 \end{pmatrix}\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$$

$$\tan\varphi = \frac{p_y}{p_x} = 0{,}559 \quad\Longrightarrow\quad \varphi = 29{,}2°,\quad \Delta y = s\tan\varphi = 27{,}95\,\mathrm{m} \approx 28\,\mathrm{m}$$

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = 9{,}49\cdot 10^5\,\tfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}},\ v = \frac{p}{m_0 + m_1} = \frac{p}{2{,}6\cdot 10^4\,\mathrm{kg}} = 36{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

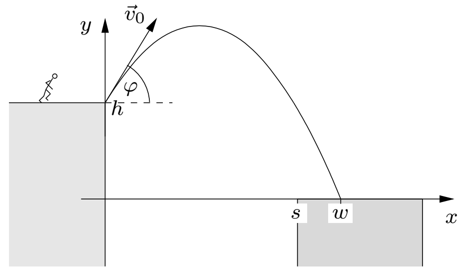
5.

$$\begin{aligned} \text{Impulssatz:}\quad & 2mv = 2mu_1 + mu_2 &\Longrightarrow\quad & 2v = 2u_1 + u_2 \quad (1)\\ \text{Energiesatz:}\quad & mv^2 = mu_1^2 + \frac{m}{2}u_2^2 &\Longrightarrow\quad & 2v^2 = 2u_1^2 + u_2^2 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2)\text{ in }(1):\quad 2u_1^2 + 4(v-u_1)^2 &= 2v^2 \\ 6u_1^2 - 8vu_1 &= -2v^2 \\ u_1^2 - 2\cdot\frac{2}{3}u_1 v + \left(\frac{2v}{3}\right)^2 &= -\frac{v^2}{3} + \frac{4v^2}{9} = \frac{v^2}{9} \\ u_1 &= \frac{v}{3} \quad\vee\quad [u_1 = v] \\ u_2 &= 2(v - u_1) = \frac{4}{3}v \end{aligned}$$

# 4. Waagrechter Wurf

1. Mit $v_0 = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v_{x0} = v_0 \cos\varphi$ und $v_{y0} = v_0 \sin\varphi$ folgt für die Sprungdauer $t$:




$$y(t) = h + (v_0 \sin\varphi)\cdot t - \frac{g}{2}t^2 = 0$$

mit der Lösung

$$t = \frac{1}{g}\left[v_0 \sin\varphi \overset{+}{\underset{(-)}{}} \sqrt{2gh + (v_0\sin\varphi)^2}\right]$$

Die Weite des Sprungs ist

$$w = (v_0\cos\varphi)\cdot t = \frac{v_0\cos\varphi}{g}\left[v_0\sin\varphi + \sqrt{2gh + (v_0\sin\varphi)^2}\right]$$

| $\varphi$ | 0 | 10° | 11° | 20° | 30° | 40° | 45° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{w}{\mathrm{m}}$ | 10,1 | 11,8 | 12,0 | 13,3 | 14,2 | 14,2 | 13,9 |

2. (a) $\dfrac{D}{2}d^2 = \dfrac{m}{2}v_0^2 + mgd \quad\Longrightarrow\quad v_0 = \sqrt{\dfrac{Dd^2}{m} - 2gd} = 9{,}90\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

   $\dfrac{D}{2}d^2 = mg(h+d) \quad\Longrightarrow\quad h = \dfrac{Dd^2}{2mg} - d = 7{,}50\,\mathrm{m} - 2{,}50\,\mathrm{m} = 5{,}00\,\mathrm{m}$

   (b) $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0\cos\varphi \\ v_0\sin\varphi \end{pmatrix}$, $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ 0 \end{pmatrix}$

   $\dfrac{D}{2}d^2 = \dfrac{m}{2}v_0^2 + mgd\sin\varphi \quad\Longrightarrow$

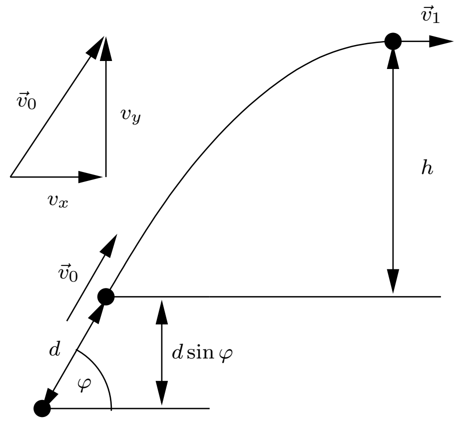
   $v_0 = \sqrt{\dfrac{Dd^2}{m} - 2gd\sin\varphi} = 10{,}2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

   $\dfrac{m}{2}v_0^2 = mgh + \dfrac{m}{2}v_{x0}^2 \quad\Longrightarrow$

   $h = \dfrac{v_0^2 - v_{x0}^2}{2g} = \dfrac{v_0^2(1-\cos^2\varphi)}{2g} = \dfrac{v_0^2\sin^2\varphi}{2g}$

   $h = 4{,}00\,\mathrm{m}$

   Die Ergebnisse von (a) erhält man mit $\varphi = 90°$.

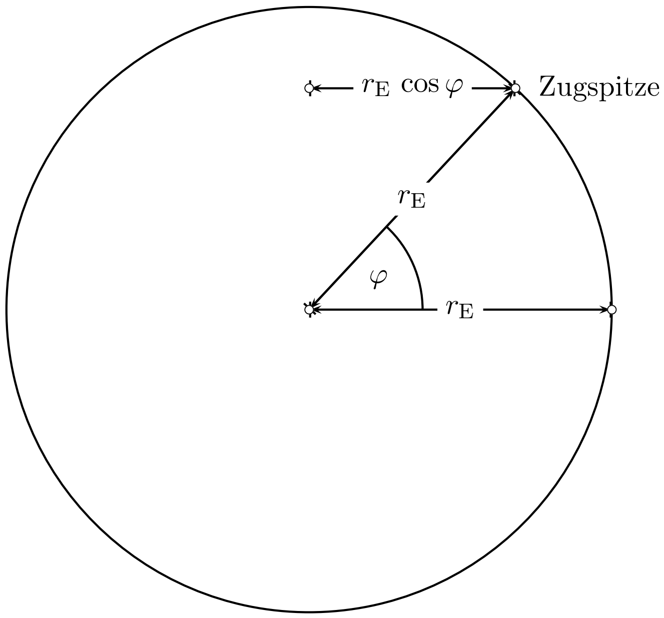


# 5. Kreisbewegung

1. Der Betrag der Geschwindigkeit ist zwar konstant, aber die ihre Richtung ändert sich fortwährend.

2. (a) $\dfrac{2\,\pi\,r_\mathrm{E}}{24\,\mathrm{h}} = 1{,}7 \cdot 10^3\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

   (b) $\dfrac{2\,\pi\,r_\mathrm{E}\cos 47°25'20''}{24\,\mathrm{h}} = 1{,}5 \cdot 10^3\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$



# Teil III.

# Wellenlehre und Grundlagen der Quantenpyhsik

# 6. Wellenphänomene in der Physik

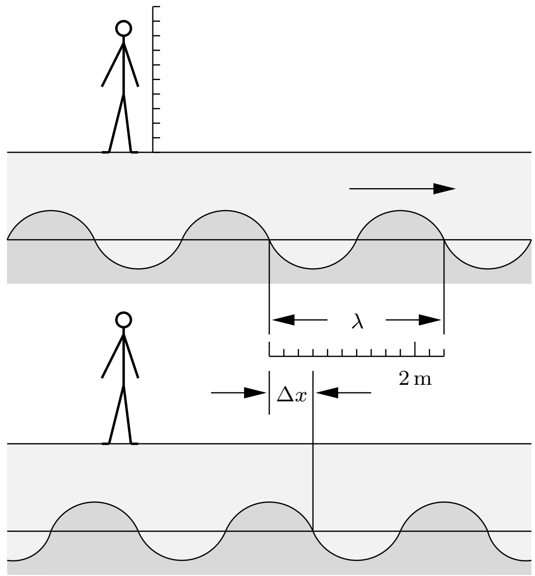
1. Wenn an den Wänden gearbeitet wird, wird der Schall von diesen weitergeleitet. Da Stein den Schall besser leitet als Luft, hört man diese Geräusche viel deutlicher.

2. $\Delta x = 0{,}6\,\mathrm{m} \quad \Longrightarrow$

   $v = \dfrac{0{,}6\,\mathrm{m}}{0{,}5\,\mathrm{s}} = 1{,}2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

   $\lambda = 2{,}4\,\mathrm{m} \quad \Longrightarrow$

   $f = \dfrac{v}{\lambda} = 0{,}5\,\mathrm{Hz}$




3.

# 7. Wellen- und Teilchencharakter des Lichts

# 8. Wellen- und Teilchencharakter von atomaren Teilchen

1.
2.
3.

# Teil IV.

# Profilbereich

# 9. Dynamik

# 10. Physik am Computer

# 11. Kosmologie

# 12. Wellen und Quanten in der Technik