SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit TEX

Gymnasium Jahrgangstufe 10 (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

10. Juni 2010

Inhaltsverzeichnis

Teil I.

Astronomische Weltbilder

1. Die Geburt der Astronomie

1. Der mittlere Radius der Umlaufbahn des Mars um die Sonne ist 1,52–mal so groß wie der der Erde. Wie lange braucht der Mars um die Sonne zu umrunden?

Lösung: $T_{\text{Mars}} = \sqrt{1{,}52^3}\,\text{a} \approx 1{,}87\,\text{a}$

2. Zeige, dass die Umlaufdauer eines Himmelskörpers um einen Zentralkörper mit zunehmenden Radius seiner Umlaufbahn wächst.

Lösung: T_0 bezeichnet die Umlaufdauer eines Himmelskörpers um den Zentralkörper. r_0 ist der zu dieser Umlaufbahn gehörige Radius, der beliebig klein sein kann. Aus dem dritten Kepler'schen Gesetz folgt für die Umlaufdauer T mit dem Radius r

$$T\,(r) = \underbrace{\left(\frac{r}{r_0}\right)^{1{,}5}}_{\geqq 1\ ,\text{falls } r \geqq r_0} T_0.$$

3. Fahrplanauszug

km	**Ort**	**RB5200**	**ICE110**
0	Mittenwald ab	6.00	8.00
18	Garmisch-Partenkirchen an	6.20	8.20
18	Garmisch-Partenkirchen ab	6.35	8.25
36	Murnau ab	7.00	8.50
55	Weilheim an	7.15	9.00
55	Weilheim ab	7.20	9.05
95	München Hbf an	7.55	9.25

(a) Erstelle ein t–s–Diagramm und ein t–v–Diagramm; trage für jeden Zeitpunkt der Fahrt Ort und Geschwindigkeit für jeden der beiden Züge (mit jeweils unterschiedlicher Farbe) in das zugehörige Diagramm.

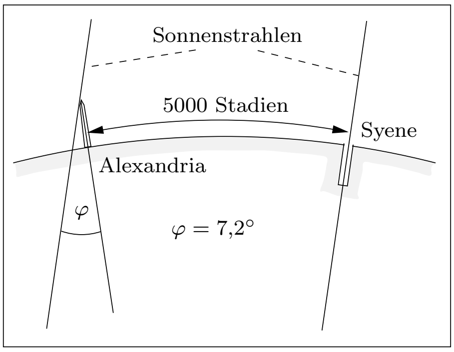
(b) Vergleiche die Linien der beiden Züge im t–s–Diagramm zwischen Weilheim ab und München Hbf an. Welche Aussage kannst du über die beiden Geschwindigkeiten aus der Steigung der beiden Linien machen?

(c) Ermittle die Geschwindigkeit des ICE110 zwischen je zwei Haltestellen.

(d) Ermittle die Durchschnittsgeschwindigkeit der beiden Züge zwischen Mittenwald und München.

Lösung:

4. **Eratosthenes (276-194 v.Chr.) berechnet den Erdradius**



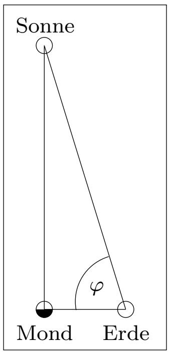
Die ägyptischen Städte Alexandria und Syene (heute Assuan) liegen auf dem gleichen Längengrad (Meridian). Am Tag der Sommersonnwende spiegelte sich zur Mittagszeit die Sonne im tiefen Brunnen von Syene, d.h. die Sonne stand genau senkrecht über Syene (Syene liegt auf dem *Wendekreis des Krebses*). Zur gleichen Zeit warf die Sonne im 5000 Stadien ($\approx 800\,\text{km}$) nördlich gelegenen Alexandria einen kleinen Schatten (siehe Abb.). Berechne den Erdradius.
Welche anderen Argumente für die kugelförmige Gestalt der Erde konnten zur damaligen Zeit noch vorgebracht werden, welche gibt es heute?

Lösung: $R = \dfrac{b}{\varphi} = \dfrac{800\,\text{km}}{7{,}2 \cdot \frac{\pi}{180}} \approx 6{,}4 \cdot 10^3\,\text{km}$

Schiffe, kreisförmiger Schatten bei Mondfinsternissen

heute: Blick aus einem Raumschiff

5. **Aristarch aus Samos (315-240 v.Chr.) berechnet das Verhältnis der Entfernungen Erde-Sonne und Erde-Mond**



Nebenstehende Abbildung zeigt die Lage von Erde, Sonne und Mond, wenn von der Erde aus der Mond gerade als Halbmond erscheint. Aristarch aus Samos, der auch ein heliozentrisches Weltbild vorgeschlagen hatte, bestimmte den Winkel Sonne-Erde-Mond etwas ungenau zu $\varphi \approx 87°$. Berechne daraus das Verhältnis der Entfernungen Erde-Sonne und Erde-Mond.

Berechne den wahren Wert des Winkels φ aus den heute bekannten Entfernungen $\overline{\text{SE}} = 1{,}496 \cdot 10^8\,\text{km}$ und $\overline{\text{ME}} = 384\,400\,\text{km}$.

Lösung: $\dfrac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}} = \dfrac{1}{\cos\varphi} = 19{,}1;$ in Wirklichkeit: $\dfrac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}} = \dfrac{1{,}496 \cdot 10^8\text{km}}{3{,}844 \cdot 10^5\,\text{km}} = 389$

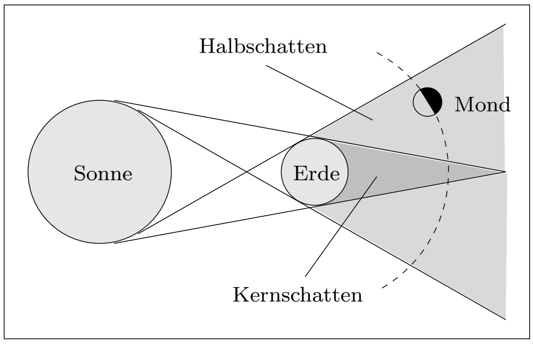
$$\cos\varphi' = \frac{\overline{\text{EM}}}{\overline{\text{ES}}} = \frac{3{,}844 \cdot 10^5\,\text{km}}{1{,}496 \cdot 10^8\text{km}} = 0{,}00257 \quad\Longrightarrow\quad \varphi' = 89{,}85°$$

Ein kleiner Fehler beim Winkel bewirkt einen sehr großen Fehler im Verhältnis $\frac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}}$.

6. (a) Erkläre anhand geeigneter Skizzen das Zustandekommen einer Sonnen- und einer Mondfinsternis.
   (b) Es gibt ringförmige und totale Sonnenfinsternisse. Schätze auf Grund dieser Tatsache den Radius der Sonne ab ($R_{\text{Mond}} = 1738\,\text{km}$).

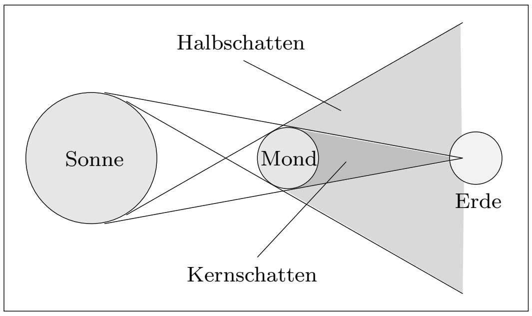
Lösung: (a) **Mondfinsternis:**

Wenn Sonne, Mond und Erde (fast) auf einer Geraden liegen, gibt es eine Finsternis. Eine Mondfinsternis kann es nur bei Vollmond, eine Sonnenfinsternis nur bei Neumond geben. Außerdem muss der Mond bei einer Finsternis in der Erdbahnebene liegen. Bei der Mondfinsternis liegt der Mond im Schatten der Erde.



Sonnenfinsternis:

Bei der Sonnenfinsternis liegt der Beobachtungsort auf der Erde im Schatten des Mondes. Der Sichtbarkeitsbereich einer totalen Sonnenfinsternis ist nicht sehr groß und hängt von den momentanen Entfernungen Erde-Mond und Erde-Sonne ab.

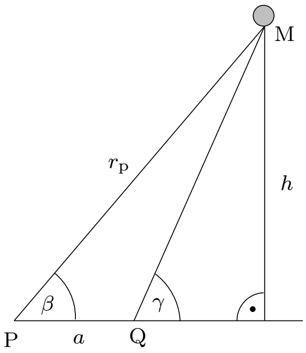


(b) Ist die Erde zu weit vom Mond entfernt, dann ist der scheinbare Durchmesser (Winkeldurchmesser) des Mondes kleiner als der der Sonne und man beobachtet eine **ringförmige** Sonnenfinsternis. Ungefähr aber erscheint der Mond genauso groß wie die Sonne. Aus dem Strahlensatz folgt dann

$$\frac{R_\odot}{R_{\text{Mond}}} = \frac{1\,\text{AE}}{r_{\text{Mond}}} \quad \Longrightarrow$$

$$R_\odot = \frac{1\,\text{AE}\cdot R_{\text{Mond}}}{r_{\text{Mond}}} = \frac{1{,}496\cdot 10^{11}\,\text{m}\cdot 1{,}738\cdot 10^{6}\,\text{m}}{3{,}84\cdot 10^{8}\,\text{m}} = 6{,}8\cdot 10^{8}\,\text{m}$$

7. **Mondentfernung**

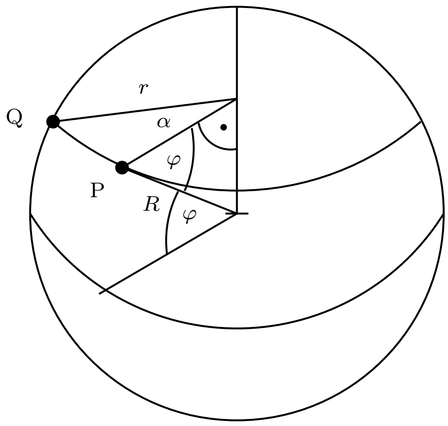


(a) Die Orte P und Q liegen auf dem 39. Breitengrad bei 11° östlicher und bei 93° westlicher Länge. Berechne $a = \overline{\mathrm{PQ}}$.

(b) Von P und Q aus wird gleichzeitig ein Punkt M des Mondes anvisiert und es werden die Winkel $\beta = 63{,}000°$ und $\gamma = 64{,}000°$ gegen die Gerade PQ gemessen. Berechne die Entfernung $r_{\mathrm{p}} = \overline{\mathrm{PM}}$.

(c) Von P aus erscheint der Monddurchmesser unter dem Winkel $\delta = 29'43{,}5''$. Berechne den Radius R_{M} des Mondes.

Lösung:



(a) $\varphi = 39°,\ \alpha = 104°,\ R = 6378\,\mathrm{km}$

$r = R\cos\varphi = 4957\,\mathrm{km}$

$a = \overline{\mathrm{PQ}} = 2 \cdot r \sin\frac{\alpha}{2} = 7812\,\mathrm{km}$

(b) $\varepsilon = \sphericalangle\mathrm{PMQ} = \gamma - \beta = 1{,}000°$

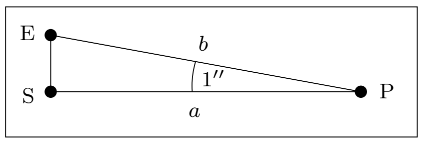
Sinussatz: $\dfrac{r_{\mathrm{p}}}{a} = \dfrac{\sin(180° - \gamma)}{\sin\varepsilon}$

$$r_{\mathrm{p}} = \frac{a \sin 116°}{\sin 1°} = 4{,}02 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$$

(c) $$\delta = \left(\frac{29}{60} + \frac{43{,}5}{3600}\right)^{\circ} = 0{,}49542°$$

$$R_{\mathrm{M}} = r_{\mathrm{p}} \tan\frac{\delta}{2} = 1{,}74 \cdot 10^3\,\mathrm{km}$$

8. In verschiedenen Lehrbüchern findet man verschiedene Definitionen der Länge 1 pc nämlich a oder b in nebenstehender Abbildung (S: Sonne, E: Erde, $\overline{\mathrm{SE}} = 1\,\mathrm{AE}$). Um welche Strecke unterscheiden sich die beiden Definitionen und wie groß ist der relative Fehler?



Lösung: $a = \dfrac{1\,\mathrm{AE}}{\tan 1''} = 206264{,}80624548\,\mathrm{AE}$ $\qquad b = \dfrac{1\,\mathrm{AE}}{\sin 1''} = 206264{,}80624790\,\mathrm{AE}$

$$b - a = 2{,}42 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{AE} = 363\,\mathrm{km} \quad \Longrightarrow \quad \delta_{\mathrm{rel}} = \frac{b-a}{b} = 1{,}2 \cdot 10^{-11}$$

9. Ordne die Erdentfernungen folgender Sterne der Größe nach:

Sirius	8,65 LJ
ε-Eridani	3,30 pc
Barnards Stern	$5{,}66 \cdot 10^{16}$ m
α-Centauri	$2{,}75 \cdot 10^{5}$ AE
Altair	Erdbahnradius erscheint unter dem Winkel $0{,}198''$

Lösung:

	LJ	Parsec	AE	m	φ
Sirius	8,65	2,65			
ε-Eridani		3,30			
Barnards Stern				$5{,}66 \cdot 10^{16}$	
α-Centauri			$2{,}75 \cdot 10^{5}$		
Altair					$0{,}198''$

10. (a) Schätze ab, aus wie vielen Protonen das Universum besteht. Nimm dazu an, dass das Weltall nur Wasserstoff enthält.

    (b) Das Alter des Universums ist $13{,}7 \cdot 10^{9}$ a. Wie viele Sekunden sind das?

    (c) Nimm an, dass sich das All seit dem Urknall mit Lichtgeschwindigkeit ausgedehnt hat und dass es kugelförmig ist. Wie groß ist dann die Dichte des Universums? Wie viele Wasserstoffatome enthält es pro m^3?

    (d) Wie groß ist die gesamte Energie W_m der Materie des Universums? Es ist fast unglaublich, dass die aus der Gravitation resultierende potentielle Energie des Weltalls gleich $-W_\mathrm{m}$ ist und somit seine Gesamtenergie ziemlich exakt null ist!

Lösung:

11. Welche Dichte hat ein Neutronenstern der 1,5-fachen Sonnenmasse und mit dem Radius $R = 20\,\mathrm{km}$? Welche Masse hat ein Kubikzentimeter dieses Sterns?

Lösung:

12. Der Ereignishorizont (*Point of no Return*) eines schwarzen Lochs der Masse M ist eine Kugelfläche mit dem Radius

$$R_\mathrm{S} = \frac{2GM}{c^2} \qquad \text{(Schwarzschildradius)},$$

wobei $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$ die Gravitationskonstante ist.

    (a) Berechne den Schwarzschildradius der Sonne und der Erde.

(b) Das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxis hat den Schwarzschildradius $R_S = 7{,}7 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$. Welche Masse hat dieses Monstrum?

Lösung:

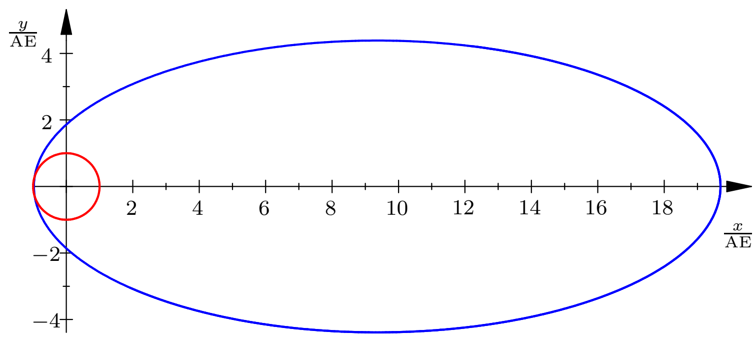
13. (a) Der Komet *Tempel-Tuttle* umrundet die Sonne in $T = 33{,}227\,\mathrm{a}$ und hat die kleinste Sonnenentfernung $r_1 = 0{,}976\,\mathrm{AE}$. Berechne die Halbachsen der Kometenbahn und seine größte Entfernung r_2 von der Sonne. Skizziere die Bahn des Kometen und zeichne auch die Erdbahn ein.

(b) Der Komet Hale-Bopp hat den Perihelabstand $r_{\mathrm{min}} = 0{,}914\,\mathrm{AE}$ und die Exzentrizität seiner Bahn ist $e = 0{,}99511$. Berechne seine Umlaufdauer und die Halbachsen seiner Bahn.

Lösung: (a) $\dfrac{T^2}{a^3} = C_\odot = 1\,\dfrac{\mathrm{a}^2}{\mathrm{AE}^3} \quad\Longrightarrow\quad a = \sqrt[3]{\dfrac{T^2}{C_\odot}} = 10{,}335\,\mathrm{AE}$

$$d = a - r_1 = 9{,}359\,\mathrm{AE} \quad\Longrightarrow\quad b = \sqrt{a^2 - d^2} = 4{,}386\,\mathrm{AE}$$

$$r_2 = a + d = 19{,}694\,\mathrm{AE}$$



(b) $d = ea \quad\Longrightarrow\quad r_{\mathrm{min}} = a - d = a(1-e) \quad\Longrightarrow\quad a = \dfrac{r_{\mathrm{min}}}{1-e} = 187\,\mathrm{AE}$

$$b = a\sqrt{1-e^2} = 18{,}5\,\mathrm{AE}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = C_\odot = 1\,\frac{\mathrm{a}^2}{\mathrm{AE}^3} \quad\Longrightarrow\quad T = \sqrt{a^3 C_\odot} = 2{,}56 \cdot 10^3\,\mathrm{a}$$

14. Der Jupitermond Io umrundet den Planeten in der Zeit $T_{\mathrm{Io}} = 1{,}77\,\mathrm{d}$ auf einer Bahn mit der großen Halbachse $a_{\mathrm{Io}} = 4{,}22 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$.

(a) Der Jupitermond Europa hat die Umlaufdauer $T_{\mathrm{Eu}} = 3{,}55\,\mathrm{d}$. Wie lang ist die große Halbachse a_{Eu} der Umlaufbahn von Europa?

(b) Eine Jupitersonde soll den Planeten so umrunden, dass ihre kleinste Entfernung (Punkt A) vom Planetenmittelpunkt $r_1 = 2{,}00 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$ und ihre größte Entfernung (Punkt B) $r_2 = 8{,}00 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$ ist. Berechne die Länge a der großen Halbachse, die Umlaufdauer T, die Exzentrizität e und die Länge b der kleinen Halbachse der Sondenbahn.

(c) Zeichne von der Sondenbahn die Punkte A, B und die beiden Brennpunkte S_1 (Jupiter) und S_2 ($10^5\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$). Zeichne auch die Punkte C und D ein, die aus der Kenntnis der kleinen Halbachse resultieren.

Konstruiere (mit kurzer Erläuterung) die Bahnpunkte E und F, die von Jupiter die Entfernung $r_3 = 3{,}2 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$ haben. Welche Entfernung r_4 haben diese Punkte von S_2? Beweise, dass $\mathrm{EF} \perp \mathrm{AB}$ gilt. Skizziere jetzt die Bahn unter Ausnutzung von Symmetrien.

Lösung: (a) $$\frac{T_{\mathrm{Eu}}^2}{a_{\mathrm{Eu}}^3} = \frac{T_{\mathrm{Io}}^2}{a_{\mathrm{Io}}^3} = C_{\mathrm{Jup}} = 4{,}17 \cdot 10^{-17}\,\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{km}^3} \quad \Longrightarrow$$

$$a_{\mathrm{Eu}} = \sqrt[3]{\frac{T_{\mathrm{Eu}}^2 a_{\mathrm{Io}}^3}{T_{\mathrm{Io}}^2}} = a_{\mathrm{Io}} \sqrt[3]{\frac{T_{\mathrm{Eu}}^2}{T_{\mathrm{Io}}^2}} = 1{,}59\,a_{\mathrm{Io}} = 6{,}71 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$$

(b) $$a = \frac{r_1 + r_2}{2} = 5 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = C_{\mathrm{Jup}} \quad \Longrightarrow \quad T = \sqrt{a^3 C_{\mathrm{Jup}}} = 2{,}28\,\mathrm{d}$$

$$d = a - r_1 = 3 \cdot 10^5\,\mathrm{km} = ea \quad \Longrightarrow \quad e = \frac{d}{a} = 0{,}6$$

$$b = \sqrt{a^2 - d^2} = a\sqrt{1 - e^2} = 0{,}8\,a = 4 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$$

(c) $$r_4 = \overline{\mathrm{ES_2}} = 2a - r_3 = 6{,}8 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$$

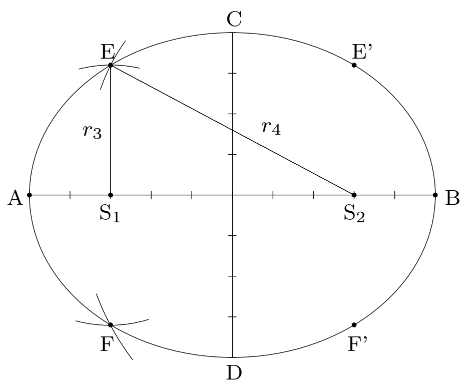
$$\mathrm{k}(\mathrm{S_1}, r_3) \cap \mathrm{k}(\mathrm{S_2}, r_4) = \{\mathrm{E,F}\}$$

$$\overline{\mathrm{S_1S_2}} = 2d = 6 \cdot 10^5\,\mathrm{km}$$

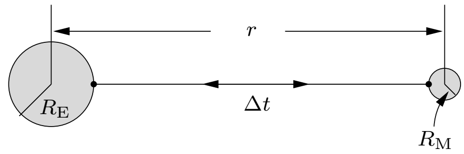
$$r_3^2 + \overline{\mathrm{S_1S_2}}^2 = 46{,}24 \cdot 10^{10}\,\mathrm{km}^2$$

$$r_4^2 = 6{,}8^2 \cdot 10^{10}\,\mathrm{km}^2 = r_3^2 + \overline{\mathrm{S_1S_2}}^2 \quad \Longrightarrow$$

$$\sphericalangle \mathrm{S_2S_1E} = 90^\circ$$



15. Ein kurzer Laserpuls wird von einem Teleskop T am Äquator zu einem Spiegel S auf dem Mond geschickt, dort reflektiert und bei T wieder empfangen, die Zeit Δt, die der Strahl unterwegs war, wird von einer Atomuhr gemessen. Im Verlauf eines Monats misst man die kleinste Zeitdifferenz $\Delta t_{\text{min}} = 2{,}369506841\,\text{s}$ und den größten Wert $\Delta t_{\text{max}} = 2{,}651082437\,\text{s}$. Der Erdradius ist $R_{\text{E}} = 6378\,\text{km}$, der Radius des Mondes $R_{\text{M}} = 1738\,\text{km}$.



(a) Berechne die kleinste (r_{min}) und die größte (r_{max}) Entfernung der Mittelpunkte von Erde und Mond. Ermittle daraus die große Halbachse a_{M} und die kleine Halbachse b_{M} der Mondbahn.

(b) Die *siderische* (in einem zu den Sternen ruhenden Koordinatensystem betrachtete) Umlaufdauer des Mondes ist $T_{\text{M}} = 27{,}32166\,\text{d}$. Welchen Radius hat die kreisförmige Bahn eines geostationären Satelliten, der die Erde in genau einem siderischen Tag (*Sterntag*), d.h. in $d_{\text{sid}} = 23\,\text{h}\,56\,\text{min}\,4\,\text{s}$ umrundet?

(c) Erkläre das Zustandekommen des Zahlenwertes eines siderischen Tages.

Lösung: (a) $$r_{\text{min}} = \frac{c\Delta t_{\text{min}}}{2} + R_{\text{E}} + R_{\text{M}} = 363296\,\text{km}$$

$$r_{\text{max}} = \frac{c\Delta t_{\text{max}}}{2} + R_{\text{E}} + R_{\text{M}} = 405504\,\text{km}$$

$$a_{\text{M}} = \frac{r_{\text{min}} + r_{\text{max}}}{2} = 384400\,\text{km}$$

$$d_{\text{M}} = a_{\text{M}} - r_{\text{min}} = 21104\,\text{km}, \qquad e_{\text{M}} = \frac{d_{\text{M}}}{a_{\text{M}}} = 0{,}0549$$

$$b_{\text{M}} = \sqrt{a_{\text{M}}^2 - d_{\text{M}}^2} = 383820\,\text{km}$$

(b) $$T = d_{\text{sid}} = 86164\,\text{s}, \qquad \frac{T^2}{a^3} = \frac{T_{\text{M}}^2}{a_{\text{M}}^3} \quad\Longrightarrow\quad a = a_{\text{M}}\left(\frac{T}{T_{\text{M}}}\right)^{\frac{2}{3}} = 42298\,\text{km}$$

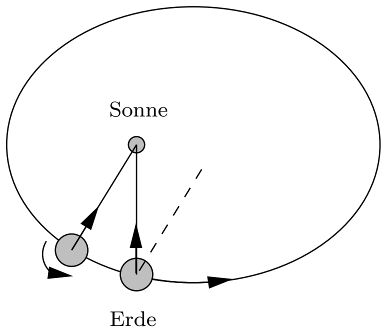
über Erdoberfläche: $x = a - R_{\text{E}} = 35920\,\text{km}$

(c) Ein Jahr hat 365,25 24 h-Tage und 366,25 Sterntage:

$$365{,}25 \cdot 24\,\text{h} = 366{,}25 \cdot d_{\text{sid}}$$

$$d_{\text{sid}} = \frac{365{,}25}{366{,}25} \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s} = 86164\,\text{s}$$

$$d_{\text{sid}} = 23\,\text{h}\,56\,\text{min}\,4\,\text{s}$$



16.

17.

Teil II.

Newton'sche Mechank

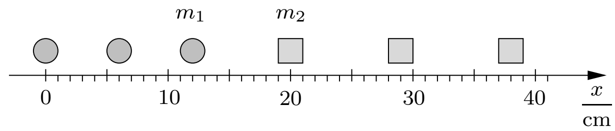
2. Eindimensionale Bewegungen

1. Ein recht gut trainierter Sprinter schafft es seine Geschwindigkeit beim Start von 0 in etwa 5 Sekunden auf $10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zu steigern. Das bedeutet, dass er eine durchschnittliche Beschleunigung von $2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ erreicht. Wenn wir eine Masse des Sprinters von 75 kg unterstellen, benötigt er nach dem zweiten Newtonschen Gesetz dazu eine Kraft von $F = m\,a = 75\,\mathrm{kg} \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 150\,\mathrm{N}$. Dies entspricht in etwa einer Gewichtskraft von 15 kg.

   Ist der Sprinter so schwach oder woran liegt es, dass er so langsam beschleunigt?

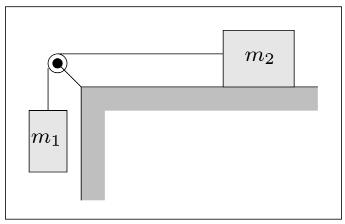
Lösung: Der Sprinter kann nur dann eine beschleunigende Kraft erfahren, wenn er Kontakt mit dem Boden hat. Damit die mittlere beschleunigende Kraft dann 150 N ist, muss die beschleunigende Kraft während dieser Zeit bedeutend größer sein.

2. Nebenstehende Abbildung zeigt eine Stroboskopaufnahme von zwei zunächst ruhenden und dann auseinanderschnellenden Körpern. Die Zeit zwischen zwei Lichtblitzen ist $\Delta t = 0{,}20\,\mathrm{s}$. Die Masse der Kugel ist $m_1 = 36\,\mathrm{g}$. Berechne die Masse m_2 des Würfels.



Lösung: $|v_1| = \dfrac{6\,\mathrm{cm}}{0{,}20\,\mathrm{s}} = 30\,\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}, \quad |v_2| = \dfrac{9\,\mathrm{cm}}{0{,}20\,\mathrm{s}} = 45\,\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}, \quad m_2 = \dfrac{|v_1|}{|v_2|} \cdot m_1 = \dfrac{30}{45} \cdot 36\,\mathrm{g} = 24\,\mathrm{g}$

3. Berechne die Beschleunigung der Masse m_2 sowie die Fadenspannung F_S unter Vernachlässigung der Masse und der Reibung der Rolle sowie der Fadenmasse! Die Reibungszahl zwischen dem Klotz mit der Masse m_2 und seiner Unterlage sei μ. Für welches m_1 bewegt sich die Anordnung mit konstanter Geschwindigkeit?



Lösung: Die Gewichtskraft von m_1 muss beide Massen beschleunigen und die Reibung von m_2 überwinden:

$$m_1 g = (m_1 + m_2)a + \mu m_2 g \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2}\, g$$

Die Fadenspannung ist gleich der Kraft auf die Masse m_2:

$$F_\mathrm{S} = a m_2 + \mu m_2 g = \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)}{m_1 + m_2}\, g$$

Oder: Die Fadenspannung ist gleich der Kraft, die von der Gewichtskraft von m_1 übrig bleibt, wenn die zur Beschleunigung von m_1 nötige Kraft subtrahiert wird (das ist die Gewichtskraft im beschleunigten Bezugssystem):

$$F_\mathrm{S} = m_1 g - m_1 a = m_1(g-a) = \frac{m_1 m_2(1+\mu)}{m_1+m_2}\, g$$

Konstante Geschwindigkeit, wenn $a = 0$, d.h. wenn $m_1 = \mu m_2$.

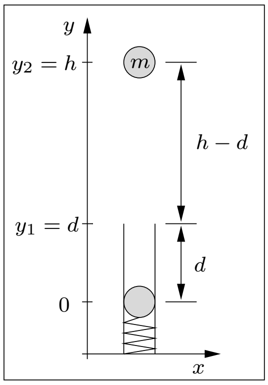
4. Für die Reibungskraft zwischen Luft und einem Körper (*Luftwiderstand*) gilt folgender Zusammenhang: $R = C \cdot v^2$. C hängt von der Form des Körpers ab. Für einen Fallschirmspringer ($m = 80\,\mathrm{kg}$) ist $C = 0{,}20\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}$ bei geschlossenem und $C = 16\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}$ bei geöffnetem Schirm. Welche konstante Endgeschwindigkeit erreicht der Springer bei geschlossenem (geöffnetem) Schirm?

Lösung: Die Geschwindigkeit ist konstant, wenn die Gesamtkraft auf den Körper null ist:

$$-mg + Cv^2 = 0 \quad\Longrightarrow\quad v = \sqrt{\frac{mg}{C}} = \begin{cases} -63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -226\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} & \text{(Schirm geschlossen)} \\ -7{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -25\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} & \text{(Schirm offen)} \end{cases}$$

5. Die Feder einer Spielzeugkanone ($D = 5{,}4\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$) ist gerade dann entspannt, wenn die Kugel der Masse $m = 10\,\mathrm{g}$ die Mündung ($y_1 = d = 20\,\mathrm{cm}$) erreicht.

   Welche maximale Höhe $y_2 = h$ erreicht die Kugel, wenn sie bei $y_0 = 0$ mit $v_0 = 0$ startet?
   Zeichne in **ein** yW-Diagramm die Grafen aller auftretenden Energieformen!
   Berechne die Geschwindigkeit der Kugel in Abhängigkeit von y und zeichne das yv-Diagramm. Wo ist die Geschwindigkeit maximal und wie groß ist $v_{\max}$?



Lösung: Als Nullpunkt der potentiellen Energie der Gravitation wählen wir $y_0 = 0$, d.h.

$$W_\mathrm{p}(y) = mgy$$

Da die Kugel nicht an der Feder befestigt ist, ist die Spannenergie der Feder in Abhängigkeit von y:

$$W_\mathrm{F}(y) = \begin{cases} \frac{D}{2}(d-y)^2 & \text{für } y \leqq d \\ 0 & \text{für } y > d \end{cases}$$

Da die Gesamtenergie W_ges konstant ist (Energiesatz), gilt

$$W_\mathrm{p}(y) + W_\mathrm{F}(y) + W_\mathrm{kin}(y) = W_\mathrm{ges} = \text{konstant}$$

Im tiefsten Punkt ($y = 0$) ruht die Kugel, d.h. ihre kinetische Energie ist null. Da dort auch die potentielle Energie null ist, lautet der Energiesatz für $y = 0$:

$$\underbrace{W_\mathrm{p}(0)}_{0} + \underbrace{W_\mathrm{F}(0)}_{\frac{D}{2}d^2} + \underbrace{W_\mathrm{kin}(0)}_{0} = W_\mathrm{ges}$$

oder

$$W_\mathrm{ges} = \frac{D}{2}d^2 = 2{,}7\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}2^2\,\mathrm{m}^2 = 0{,}108\,\mathrm{J}$$

Im höchsten Punkt ($y = y_2$) sind die kinetische und die Federenergie null:

$$mg(y_2 - y_0) = W_\mathrm{ges} \quad \Longrightarrow \quad y_2 = \frac{W_\mathrm{ges}}{mg} + y_0 = \frac{0{,}108\,\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}}{0{,}01\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 1{,}20\,\mathrm{m}$$

$$W_\mathrm{kin}(y) = W_\mathrm{ges} - W_\mathrm{p}(y) - W_\mathrm{F}(y) = \begin{cases} W_\mathrm{kin,1} & \text{für } y \leqq y_1 \\ W_\mathrm{kin,2} & \text{für } y > y_1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} W_\mathrm{kin,1}(y) &= \frac{D}{2}d^2 - mgy - \frac{D}{2}(y-d)^2 = -\frac{D}{2}y^2 + (Dd - mg)y = \\ &= -2{,}7\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2}\,y^2 + 0{,}9819\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}}\,y \\ W_\mathrm{kin,2}(y) &= \frac{D}{2}d^2 - mgy = 0{,}108\,\mathrm{J} - 0{,}0981\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}}\,y \end{aligned}$$

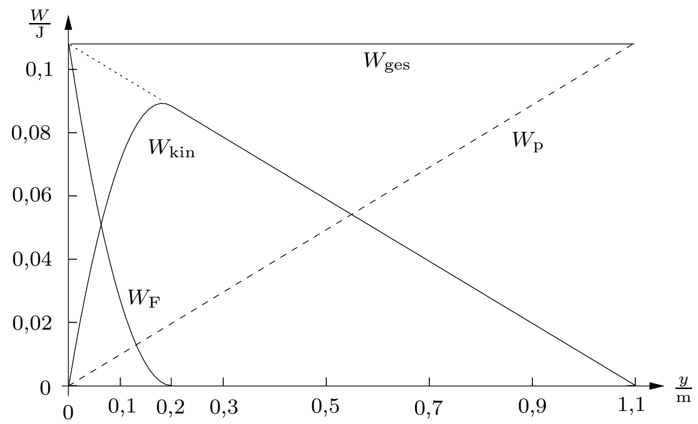
Die Kugel wird schneller, wenn die Gesamtkraft $F(y)$ auf sie positiv ist, d.h. wenn die Federkraft F_D größer als die Gewichtskraft ist. Wenn die Gesamtkraft auf die Kugel negativ ist ($F_\mathrm{D} < mg$), dann wird die Kugel wieder langsamer. Ihre maximale Geschwindigkeit erreicht die Kugel also am Ort y_3 mit $F(y_3) = 0$ bzw.

$$F_\mathrm{D}(y_3) = D(d - y_3) = mg \quad \Longrightarrow \quad y_3 = d - \frac{mg}{D} = 18{,}2\,\mathrm{cm}$$

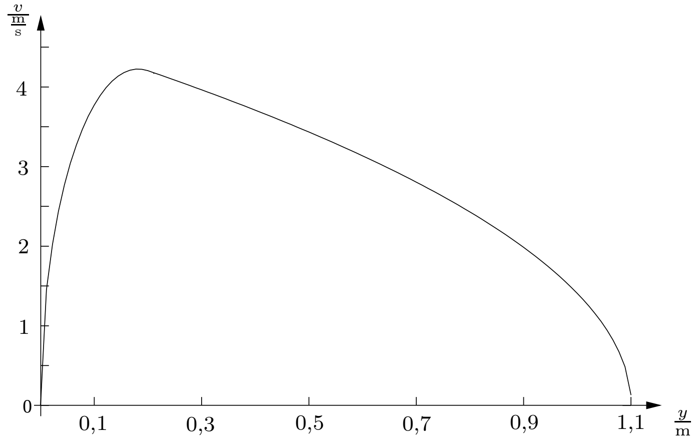
Die maximale kinetische Energie ist

$$W_\mathrm{kin,max} = W_\mathrm{kin,1}(y_3) = \frac{D}{2}\left(d - \frac{mg}{D}\right)^2 = 0{,}0893\,\mathrm{J}$$

$$\frac{m}{2}v_\mathrm{max}^2 = W_\mathrm{kin,max} \quad \Longrightarrow \quad v_\mathrm{max} = \sqrt{\frac{2W_\mathrm{kin,max}}{m}} = 4{,}23\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$



$$v(y) = \sqrt{\frac{2W_{\text{kin}}}{m}}$$



Die Steigung des Grafen von $v(y)$ ist bei $y_0 = 0{,}1\,\mathrm{m}$ und bei $y_2 = 1{,}2\,\mathrm{m}$ unendlich. Das bedeutet aber nicht, dass die Beschleunigung $a(y)$ an diesen Stellen unendlich ist, da es sich ja um ein yv- und nicht um ein tv-Diagramm handelt. Die Beschleunigung erhält man am einfachsten über die Kraft:

$$a(y) = \frac{F(y)}{m} = \begin{cases} \frac{D(d-y)}{m} - g & \text{für } y \leqq d \\ -g & \text{für } y > d \end{cases}$$

3. Impuls

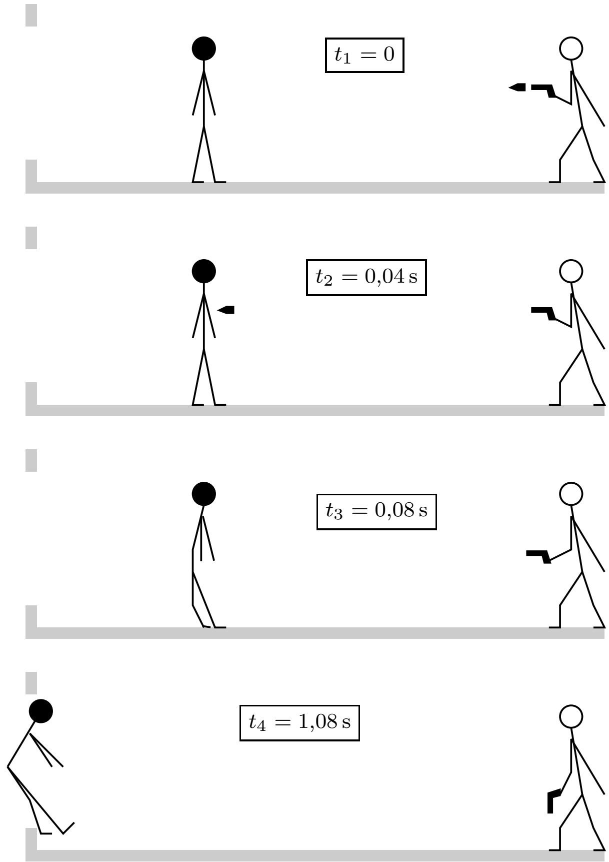
1. **Grundwissen:**
   (a) Welche Kraft beschleunigt ein Auto der Masse $m = 900\,\mathrm{kg}$ in $t = 7{,}5\,\mathrm{s}$ von null auf $v = 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ und wie lang ist der Beschleunigungsweg s?
   (b) Ein ruhender Torwart ($M = 72{,}0\,\mathrm{kg}$) fängt den Ball der Masse $m = 450\,\mathrm{g}$, der ihn mit der Geschwindigkeit $v = 32{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ trifft. Mit welcher Geschwindigkeit V reißt es den Torwart von den Füßen?
   (c) Welche Geschwindigkeit erreicht man nach einem freiem Fall aus zehn Metern Höhe?

Lösung: (a) $a = \frac{v}{t} = \frac{25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{7{,}5\,\mathrm{s}} = 3{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \qquad F = ma = 3{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{N}$

$$s = \frac{a}{2}t^2 = \frac{vt}{2} = 93{,}75\,\mathrm{m} \approx 94\,\mathrm{m}$$

(b) $mv = (M+m)V \quad \Longrightarrow \quad V = \frac{mv}{M+m} = 0{,}20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

(c) $\frac{m}{2}v^2 = mgh \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = 14{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 50{,}4\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$



2. Nebenstehende Abbildung zeigt eine typische Filmsequenz aus einem Hollywood-Krimi: Ein Bösewicht ($m = 70\,\mathrm{kg}$) steht $2\,\mathrm{m}$ vor dem großen Fenster einer Hochhauswohnung, der Polizist schießt, der böse Bube fliegt in hohem Bogen aus dem Fenster.
   Nimm kritisch Stellung zu diesem Geschehen, wobei der Impussatz und kurze Rechnungen sicher gute Argumentationshilfen sind.

   Nimm als Masse der Pistolenkugel $m_\mathrm{k} = 10\,\mathrm{g}$ an.
   Von wie vielen Kugeln müsste der Bösewicht gleichzeitig getroffen werden, damit das Geschehen tatsächlich wie im Film ablaufen könnte?

Lösung: Tatsächliche Geschwindigkeit der Kugel: $v_\mathrm{k} \approx \dfrac{4\,\mathrm{m}}{0{,}04\,\mathrm{s}} = 100\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Tatsächliche Geschwindigkeit des Opfers: $v \approx \dfrac{2\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{s}} = 2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Opfergeschwindigkeit ($m \approx 70\,\mathrm{kg}$) nach Impulssatz: v'

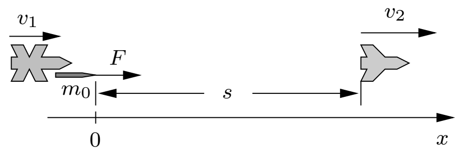
$$m_\mathrm{k} v_\mathrm{k} = (m + m_\mathrm{k})v' \quad \Longrightarrow \quad v' \approx \frac{m_\mathrm{k}}{m + m_\mathrm{k}} v_\mathrm{k} = 0{,}014\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Kugelgeschwindigkeit nach Impulssatz: $v_\mathrm{k}' \approx \dfrac{m + m_\mathrm{k}}{m_\mathrm{k}} v = 14\,000\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$n m_\mathrm{k} v_\mathrm{k} = (m + n m_\mathrm{k})v \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{mv}{m_\mathrm{k}(v_\mathrm{k} - v)} = 143$$

Der Schütze erfährt die gleiche Änderung des Impulsbetrages wie das Opfer, d.h. er müsste nach rechts fliegen!

3. Luke Skywalker verfolgt Darth Vader mit seinem X-Flügler. Als seine Maschine immer langsamer wird, schießt er eine Rakete der Anfangsmasse $m_0 = 150\,\mathrm{kg}$ auf den Verfolgten ab. Die Abbildung zeigt die Lage zur Zeit des Abschusses ($t = 0$): $v_1 = 400\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v_2 = 500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $s = 44{,}0\,\mathrm{m}$.



(a) Die Beschleunigung der Rakete während des ganzen Fluges ist konstant $a = 50{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Wann und wo trifft die Rakete auf Darth Vaders Raumschiff, das sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt? Welche Aufprallgeschwindigkeit v_a der Rakete misst Darth Vader im System seines Raumschiffs?

(b) Wie groß ist die Antriebskraft F der Rakete zur Zeit $t = 0$? Warum ist $F(t)$ nicht konstant?

(c) Die Rakete stößt die Treibgase mit der Geschwindigkeit $u = 900\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ relativ zur Rakete aus. Welche ungefähre Masse Δm haben die Treibgase, die in den ersten $\Delta t = 0{,}1\,\mathrm{s}$ nach dem Start ausgestoßen werden?

Lösung: (a) Wahl der x-Achse so, dass die Rakete beim Start bei $x = 0$ ist.

Rakete: $x_1(t) = v_1 t + \frac{a}{2}t^2$, Darth Vader: $x_2(t) = s + v_2 t$

$$v_1 t + \frac{a}{2}t^2 = s + v_2 t \quad \Longrightarrow$$

$$t^2 - 2\frac{(v_2 - v_1)}{a}t + \frac{(v_2 - v_1)^2}{a^2} = \frac{2s}{a} + \frac{(v_2 - v_1)^2}{a^2} = \frac{2sa + (v_2 - v_1)^2}{a^2}$$

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a} \overset{+}{(-)} \frac{1}{a}\sqrt{2sa + (v_2 - v_1)^2} = \frac{100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \overset{+}{(-)} \frac{1}{50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}\sqrt{4400\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \left(100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} =$$

$$= 2\,\mathrm{s} \overset{+}{(-)} \frac{1}{50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}\sqrt{14400\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2})^2} = 2\,\mathrm{s} \overset{+}{(-)} \frac{120\,\mathrm{s}}{50} = 4{,}4\,\mathrm{s}$$

Treffpunkt: $x_2(4{,}4\,\mathrm{s}) = 44\,\mathrm{m} + 500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4{,}4\,\mathrm{s} = 2244\,\mathrm{m}$

Aufprallgeschwindigkeit: $v_\mathrm{R} = v_1 + at = 400\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}4\,\mathrm{s} = 620\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

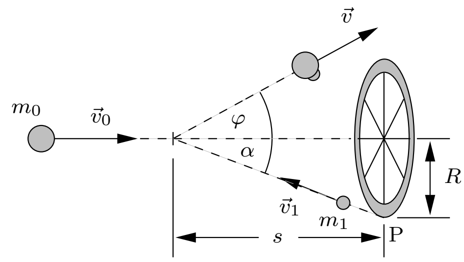
Aufprallgeschwindigkeit: $v_\mathrm{a} = v_\mathrm{R} - v_2 = 120\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

(b) Zur Zeit $t = 0$ ist die Masse der Rakete $m(0) = m_0$, d.h. die Antriebskraft zur Zeit $t = 0$ ist $F_0 = m_0 a = 7500\,\mathrm{N}$. Da die Raketenmasse immer kleiner wird (Ausstoß der Treibgase), wird wegen $a =$ konstant auch $F(t) = m(t) \cdot a$ immer kleiner.

(c) Nach dem Impulssatz sind die Beträge der Impulsänderungen von Rakete und Treibgasen gleich:

$$\Delta p_\mathrm{Rakete} = m(\Delta t)v(\Delta t) \approx m_0 a \Delta t = F_0 \Delta t = \Delta m u \quad \Longrightarrow \quad \Delta m \approx \frac{F_0 \Delta t}{u} = 0{,}83\,\mathrm{kg}$$

4. Ein Meteorit der Masse $m_0 = 2{,}0 \cdot 10^4$ kg fliegt mit der Geschwindigkeit $v_0 = 80\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ genau auf das Zentrum einer kreisförmigen Raumstation mit dem Radius $R = 30$ m zu. Vom Rand der Station (Punkt P) wird dem Meteoriten eine Stahlkugel der Masse $m_1 = 6{,}0 \cdot 10^3$ kg mit der Geschwindigkeit $v_1 = 150\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ entgegengeschossen und trifft den Himmelskörper genau $s = 50$ m vor der Station. Die Kugel bleibt im Meteoriten stecken.

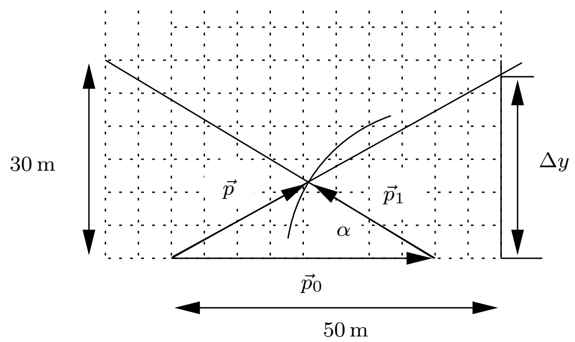


   (a) Berechne die Beträge der Impulse $\vec{p}_0$ und $\vec{p}_1$ der beiden zusammenstoßenden Körper und ermittle durch eine exakte Zeichnung den Impuls $\vec{p}$ des Verbundkörpers nach dem Stoß. Wähle die Einheiten so, dass $\vec{p}_0$ die Länge 8 cm hat. Entscheide mit Hilfe der (erweiterten) Zeichnung, ob das Manöver erfolgreich war.

   (b) Jetzt das Ganze durch Rechnung: Schreibe die Impulse $\vec{p}_0$ und $\vec{p}_1$ in der Komponentenschreibweise hin und berechne $\vec{p}$. In welcher Entfernung Δy vom Zentrum und mit welchem Geschwindigkeitsbetrag v trifft der Verbundkörper die Ebene der Raumstation?

Lösung: (a) $p_0 = |\vec{p}_0| = m_0 v_0 = 1{,}6 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$

$p_1 = |\vec{p}_1| = m_1 v_1 = 9{,}0 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$



(b) $\tan\alpha = \dfrac{3}{5}, \quad \alpha = 31{,}0°$

$$\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}, \quad \cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$\vec{p}_0 = \begin{pmatrix} p_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{p}_1 = \begin{pmatrix} -p_1\cos\alpha \\ p_1\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\vec{p}_1 = \begin{pmatrix} -7{,}7 \cdot 10^5 \\ 4{,}6 \cdot 10^5 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$$

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{p}_1 = \begin{pmatrix} p_0 - p_1\cos\alpha \\ p_1\sin\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8{,}3 \cdot 10^5 \\ 4{,}6 \cdot 10^5 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$$

$$\tan\varphi = \frac{p_y}{p_x} = 0{,}559 \quad \Longrightarrow \quad \varphi = 29{,}2°, \quad \Delta y = s\tan\varphi = 27{,}95\,\mathrm{m} \approx 28\,\mathrm{m}$$

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = 9{,}49 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}, \; v = \frac{p}{m_0 + m_1} = \frac{p}{2{,}6 \cdot 10^4\,\mathrm{kg}} = 36{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

5. Eine Kugel der Masse $m_1 = 2m$ stößt mit der Geschwindigkeit v zentral und elastisch auf eine ruhende Kugel der Masse $m_2 = m$. Berechne mit Hilfe der Erhaltungssätze (keine fertigen Formeln!) die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 der beiden Kugeln nach dem Stoß.

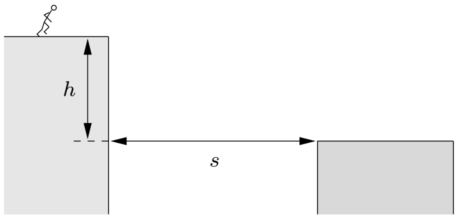
Lösung:

$$\begin{aligned}
\text{Impulssatz:}\quad & 2mv = 2mu_1 + mu_2 & \Longrightarrow \quad & 2v = 2u_1 + u_2 & (1) \\
\text{Energiesatz:}\quad & mv^2 = mu_1^2 + \frac{m}{2}u_2^2 & \Longrightarrow \quad & 2v^2 = 2u_1^2 + u_2^2 & (2)
\end{aligned}$$

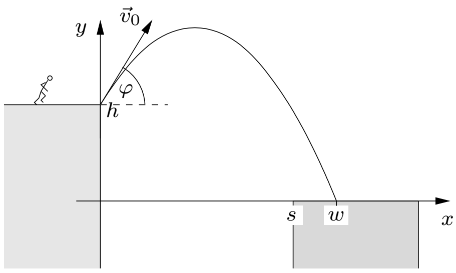
$$\begin{aligned}
(2) \text{ in } (1): \quad 2u_1^2 + 4(v-u_1)^2 &= 2v^2 \\
6u_1^2 - 8vu_1 &= -2v^2 \\
u_1^2 - 2\cdot\frac{2}{3}u_1 v + \left(\frac{2v}{3}\right)^2 &= -\frac{v^2}{3} + \frac{4v^2}{9} = \frac{v^2}{9} \\
u_1 &= \frac{v}{3} \quad \vee \quad [u_1 = v] \\
u_2 &= 2(v-u_1) = \frac{4}{3}\,v
\end{aligned}$$

4. Waagrechter Wurf

1. Ein auf einem Hochhausdach in Bedrängnis geratener Spion versucht sich durch einen Sprung über die $s = 12{,}0\,\mathrm{m}$ breite Straßenflucht auf das um $h = 5{,}00\,\mathrm{m}$ tiefer gelegene Dach des Nachbarhauses zu retten. Gehe davon aus, dass es sich bei dem Verfolgten um einen guten Sprinter handelt (100 m in 10,0 s) und untersuche die Erfolgsaussichten seines Vorhabens. Deine Ergebnisse sind durch Zeichnungen und Rechnungen zu belegen, der Luftwiderstand darf vernachlässigt werden.



Lösung: Mit $v_0 = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v_{x0} = v_0 \cos\varphi$ und $v_{y0} = v_0 \sin\varphi$ folgt für die Sprungdauer t:



$$y(t) = h + (v_0 \sin\varphi) \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = 0$$

mit der Lösung

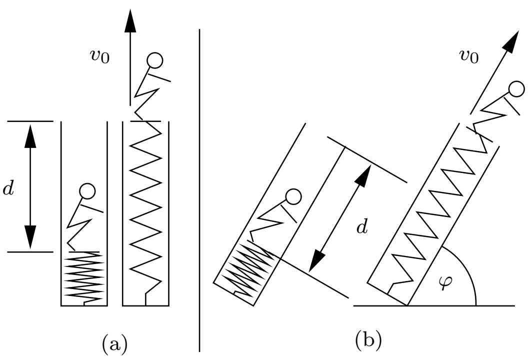
$$t = \frac{1}{g}\left[v_0 \sin\varphi \overset{+}{\underset{(-)}{}} \sqrt{2gh + (v_0 \sin\varphi)^2}\right]$$

Die Weite des Sprungs ist

$$w = (v_0 \cos\varphi) \cdot t = \frac{v_0 \cos\varphi}{g}\left[v_0 \sin\varphi + \sqrt{2gh + (v_0 \sin\varphi)^2}\right]$$

φ	0	10°	11°	20°	30°	40°	45°
$\frac{w}{\mathrm{m}}$	10,1	11,8	12,0	13,3	14,2	14,2	13,9

2. Ein Zirkusartist („lebende Kanonenkugel“) der Masse $m = 68{,}0\,\mathrm{kg}$ lässt sich von einer Federkanone in die Höhe schießen. Die Feder der Härte $D = 1600\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ wird dabei um $d = 2{,}50\,\mathrm{m}$ zusammengedrückt (siehe Abb.). Berechne die Mündungsgeschwindigkeit v_0 und die maximale Höhe h des Artisten über der Mündung der Kanone für



(a) (b)

(a) eine senkrecht stehende Kanone

(b) eine um $\varphi = 60°$ gegen die Horizontale geneigte Kanone.

Versuche auch (b) mit dem Energiesatz zu lösen. Überlege dir zuerst, welche Geschwindigkeit $\vec{v}_1$ der Artist im höchsten Punkt seiner Flugbahn hat.

Du kannst auch (a) als Spezialfall von (b) behandeln!

Lösung: (a) $\frac{D}{2}d^2 = \frac{m}{2}v_0^2 + mgd \quad \Longrightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{Dd^2}{m} - 2gd} = 9{,}90\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$\frac{D}{2}d^2 = mg(h+d) \quad \Longrightarrow \quad h = \frac{Dd^2}{2mg} - d = 7{,}50\,\mathrm{m} - 2{,}50\,\mathrm{m} = 5{,}00\,\mathrm{m}$$

(b) $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0\cos\varphi \\ v_0\sin\varphi \end{pmatrix}, \; \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\frac{D}{2}d^2 = \frac{m}{2}v_0^2 + mgd\sin\varphi \quad \Longrightarrow$$

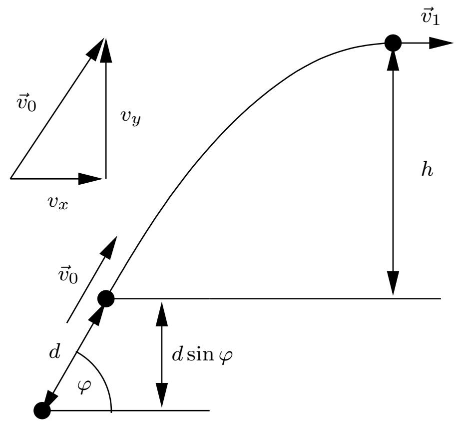
$$v_0 = \sqrt{\frac{Dd^2}{m} - 2gd\sin\varphi} = 10{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\frac{m}{2}v_0^2 = mgh + \frac{m}{2}v_{x0}^2 \quad \Longrightarrow$$

$$h = \frac{v_0^2 - v_{x0}^2}{2g} = \frac{v_0^2(1-\cos^2\varphi)}{2g} = \frac{v_0^2\sin^2\varphi}{2g}$$

$$h = 4{,}00\,\mathrm{m}$$

Die Ergebnisse von (a) erhält man mit $\varphi = 90°$.



5. Kreisbewegung

1. Ein Körper beschreibt eine kreisförmige Bahn, bei der er in gleichen Zeitabschnitten jeweils gleiche Wegabschnitte zurücklegt. In dieser Hinsicht könnte man die Bewegung als gleichförmig bezeichnen. Wieso spricht man bei einer solchen Bewegung trotzdem von einer beschleunigten Bewegung?

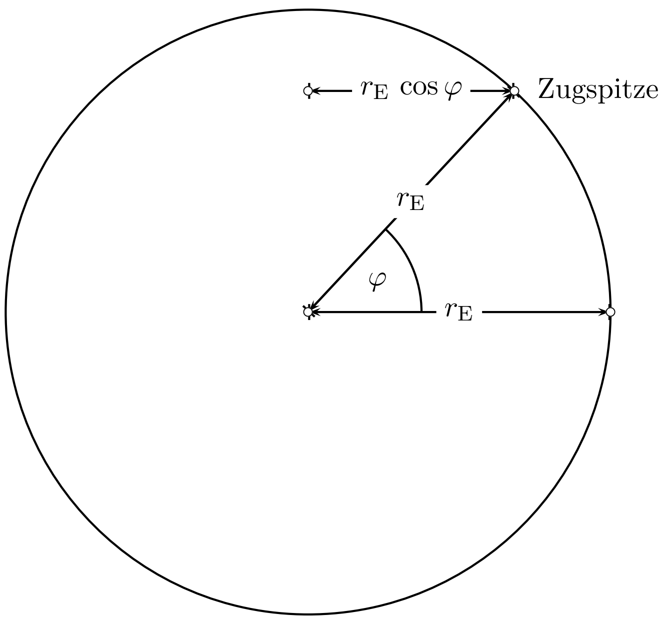
Lösung: Der Betrag der Geschwindigkeit ist zwar konstant, aber die ihre Richtung ändert sich fortwährend.

2. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Punkt
   (a) am Äquator,
   (b) an der Wetterstation auf der Zugspitze (geografische Breite $47^\circ\,25'20''$ Nord)

   um die Rotationsachse der Erde, wenn wir davon ausgehen, dass die Erde eine Kugel vom Radius $r = 6378\,\mathrm{km}$ ist.

Lösung: (a) $\dfrac{2\,\pi\,r_\mathrm{E}}{24\,\mathrm{h}} = 1{,}7 \cdot 10^3\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

(b) $\dfrac{2\,\pi\,r_\mathrm{E}\cos 47^\circ 25' 20''}{24\,\mathrm{h}} = 1{,}5 \cdot 10^3\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$



Teil III.

Wellenlehre und Grundlagen der Quantenpyhsik

6. Wellenphänomene in der Physik

1. Wenn in einem Haus irgendwo gehämmert, geklopft oder gebohrt wird, hört man das über viele Stockwerke hinweg. Wenn jemand in die Hände klatscht oder laut niest, was ähnlich laut ist, hört man es schon im angrenzenden Stockwerk kaum noch. Warum ist das so?

   Quelle: Julia Pürkner

Lösung: Wenn an den Wänden gearbeitet wird, wird der Schall von diesen weitergeleitet. Da Stein den Schall besser leitet als Luft, hört man diese Geräusche viel deutlicher.

2. Nebenstehende Aufnahmen von Meereswellen an einer Kaimauer entstanden 0,50 s hintereinander. Schätze ihre Wellenlänge λ und ihre Frequenz f ab (die Person ist ca. 1,8 m groß).