SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit $\TeX$

Gymnasium Jahrgangstufe 9 (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

10. Juni 2010

*Die Aufgaben stehen für private und unterrichtliche Zwecke zur Verfügung. Eine kommerzielle Nutzung bedarf der vorherigen Genehmigung.

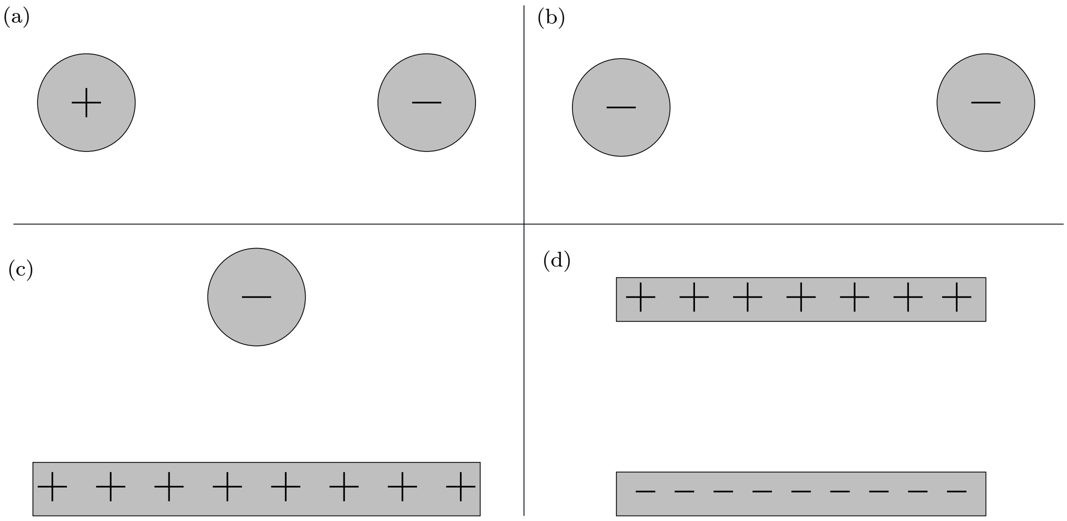
Inhaltsverzeichnis

Teil I.

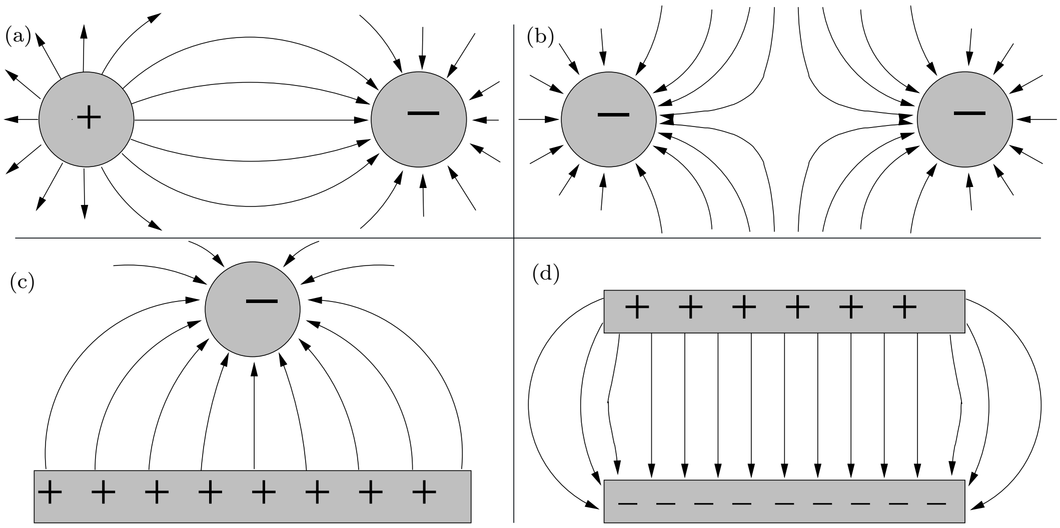
Elektrizitätslehre

1. Magnetische und Elektriche Felder

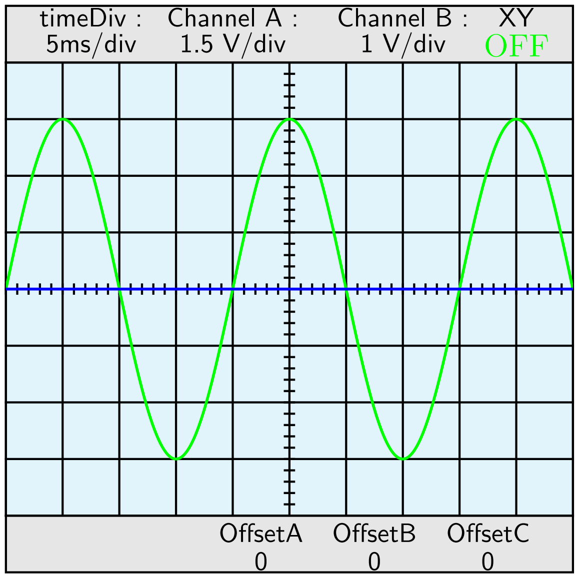
1. Zeichne die Feldlinienbilder folgender Ladungsverteilungen (Leiter sind grau). Achte auf Symmetrien.



Lösung:



2. Lies aus dem nebenstehend abgebildeten Oszilloskopbild Amplitude und Periode der angelegten Spannung ab. Welche Frequenz hat die angelegte Spannung?



Lösung: Amplitude: 4,5 V, Periode: 20 ms, Periode: $f = \frac{1}{20\,\mathrm{ms}} = 50\,\mathrm{Hz}$.

2. Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

3. Elektromotor

4. Kräfte auf freie Ladungen im elektrischen und magnetischen Feld

1. Welche Beschleunigung erhält eine kleine Alukugel der Masse $m = 0{,}50\,\mathrm{g}$ mit der Ladung $Q = 2{,}0 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}$ in einem elektrischen Feld der Feldstärke $E = 4{,}0 \cdot 10^4\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$?

Lösung: $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{Q\,E}{m} = 0{,}16\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

2. Eine Kugel der Masse $m = 0{,}100\,\mathrm{g}$ trägt die Ladung $Q = 5{,}00 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$ und hängt an einem $l = 2{,}00\,\mathrm{m}$ langen Faden. Die horizontale Auslenkung der Kugel in einem waagrechten und homogenen elektrischen Feld der Stärke E beträgt $x = 2{,}50\,\mathrm{cm}$. Berechne E!

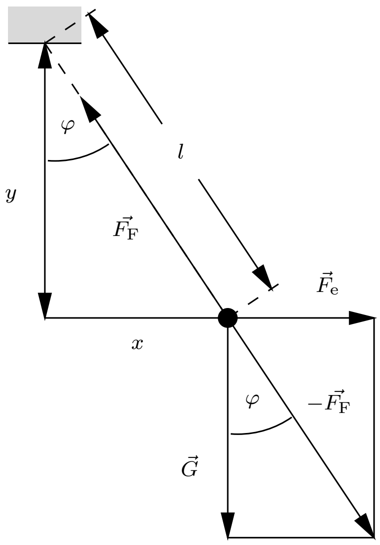
Lösung: Die Kugel ist in Ruhe, d.h. die Gesamtkraft auf die Kugel ist null ($\vec{F}_\mathrm{F}$ ist die Fadenkraft):

$$\vec{F}_\mathrm{e} + \vec{G} + \vec{F}_\mathrm{F} = 0$$

Damit ist $-\vec{F}_\mathrm{F}$ parallel zum Faden und aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt

$$\frac{F_\mathrm{e}}{G} = \frac{Q\,E}{m\,g} = \frac{x}{y} = \frac{x}{\sqrt{l^2 - x^2}}$$

$$E = \frac{x\,m\,g}{Q\,\sqrt{l^2 - x^2}} = 245\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

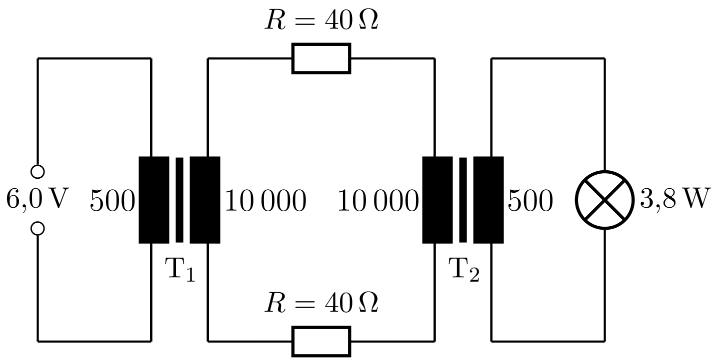


5. Erzeugen von Induktionsspannungen

6. Lenz'sche Regel

7. Generator und Transformator

1. Nebenstehend ist eine Schaltskizze zu einem Modellversuch zur Energieübertragung mit der Hochspannungstechnik abgebildet. Berechne die zum Betrieb der Glühlampe erforderliche Primärstromstärke, wenn der Wirkungsgrad der beiden Transformatoren jeweils 100% ist. Welcher Wirkungsgrad ergibt sich daraus für die Energieübertragung?



Lösung: $6{,}0\,\mathrm{V} \cdot I_\mathrm{p} = 2 \cdot R \cdot \left(\frac{I_\mathrm{p}}{20}\right)^2 + 3{,}8\,\mathrm{W} \quad \Rightarrow \quad I_\mathrm{p} = 0{,}65\,\mathrm{A}; 98\%$

2. An einem Transformator liegt primärseitig die Netzspannung $U = 230\,\mathrm{V}$. Sekundärseitig sollen zwei parallel geschaltete Halogenlampen ($U = 24\,\mathrm{V}$; $P = 12\,\mathrm{W}$) an den Transformator angeschlossen werden.

   (a) Von welcher Art muss die Spannung primärseitig sein, damit der Transformator funktioniert? Begründe deine Antwort.

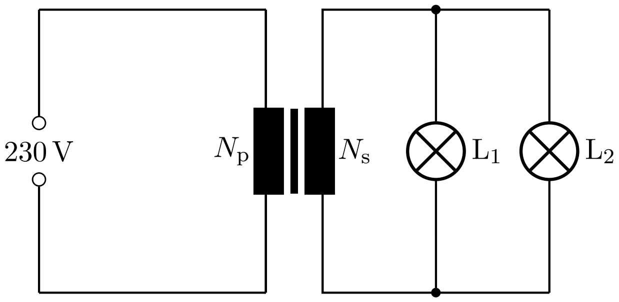
   (b) Skizziere die Schaltung.

   (c) Welchen Wert muss die Spannungsübersetzung haben. Gib eine Möglichkeit an, wie diese realisiert werden kann.

   (d) Es ist bekannt, dass der Wirkungsgrad des Transformators 90% beträgt. Berechne die Sekundärstromstärke, die Primärleistung und die Primärstromstärke.

Lösung: (a) Wechselspannung, sonst ergibt sich kein dauerhaftes sich änderndes Magnetfeld, welches sowohl die Primär– als auch die Sekundärspule durchsetzt.

(b) Skizze:



(c) $\frac{U_s}{U_p} = \frac{230}{24}$; $N_s = 230, N_p = 24$.

(d) $U_p\, I_p \cdot 0{,}90 = 2 \cdot 12\,\mathrm{W} \quad \Rightarrow \quad I_p = \dfrac{2 \cdot 12\,\mathrm{W}}{0{,}90 \cdot 230\,\mathrm{V}} = 1{,}2\,\mathrm{A}, P_p = 27\,\mathrm{W}, I_s = 1{,}0\,\mathrm{A}$

Teil II.

Atomphysik

8. Aufbau der Atome

1. Im Periodensystem ist die **mittlere** relative Atommasse des natürlichen Isotopengemisches eines Elementes angegeben. Aus wie vielen Atomen besteht $1\,\mathrm{dm}^3$ Gold? Die Dichte von Gold ist $\varrho = 19{,}3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

Lösung: Mittlere Masse eines Goldatoms: $M = 196{,}97\,\mathrm{u}$

Masse des Goldes: $m = 19{,}3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 1000\,\mathrm{cm}^3 = 19{,}3\,\mathrm{kg}$

Zahl der Goldatome: $n = \frac{m}{M} = 5{,}90 \cdot 10^{25}$

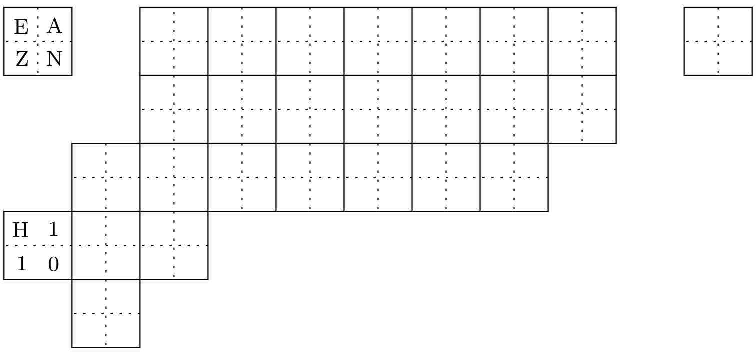
2. (a) Wie heißt das Element mit der Massenzahl 134 und der Neutronenzahl 80?
   (b) Welche Massenzahl hat ein Urankern mit 141 Neutronen?
   (c) Wie viele Neutronen enthält ein ^{241}Pu-Kern?

Lösung: (a) Kernladungszahl: $Z = 134 - 80 = 54 \quad \Longrightarrow \quad$ Xe (Xenon)

(b) $A = 141 + 92 = 233$

(c) $N = 241 - 94 = 147$

3. Nebenstehend ist der Beginn der Nuklidkarte abgebildet. Füge alle fehlenden Elementsymbole, Massen- Ordnungs- und Neutronenzahlen ein.



Lösung:

E A Z N		Be 6 4 2	Be 7 4 3	Be 8 4 4	Be 9 4 5	Be 10 4 6	Be 11 4 7	Be 12 4 8		Be 14 4 10
		Li 5 3 2	Li 6 3 3	Li 7 3 4	Li 8 3 5	Li 9 3 6	Li 10 3 7	Li 11 3 8		
	He 3 2 1	He 4 2 2	He 5 2 3	He 6 2 4	He 7 2 5	He 8 2 6	He 9 2 7			
H 1 1 0	H 2 1 1	H 3 1 2								
	n 1 0 1									

4. Ein Stück U 235 besteht aus N_1 Atomen, ein gleich schweres Stück U 238 aus N_2 Atomen. Um wieviel Prozent ist N_1 größer als N_2?

Lösung: $N_1 \cdot A_{\text{r}1} = N_2 \cdot A_{\text{r}2} \quad \Longrightarrow \quad N_1 = \dfrac{N_2 \cdot A_{\text{r}2}}{A_{\text{r}1}} \approx \dfrac{238\,\text{u}\, N_2}{235\,\text{u}} = 1{,}0128 \quad \Longrightarrow \quad 12{,}8\,\%$

5. Die relativen Atommassen von ^{14}N und ^{15}N sind $A_{14} = 14{,}00307$ und $A_{15} = 15{,}00011$, das natürliche Isotopengemisch hat die mittlere relative Atommasse $\langle A\rangle = 14{,}0067$. Wieviel Prozent ^{14}N enthält natürlicher Stickstoff?

Lösung: x ist der Bruchteil der ^{14}N-Atome:

$$x \cdot A_{14} + (1-x)A_{15} = \langle A\rangle \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{A_{15} - \langle A\rangle}{A_{15} - A_{14}} = \frac{0{,}99341}{0{,}99704} = 0{,}99636$$

$$\Longrightarrow \quad 99{,}636\,\%\ ^{14}\text{N} \quad \text{und} \quad 0{,}364\,\%\ ^{15}\text{N}$$

6. Neon besteht zu 90,51 % aus ^{20}Ne ($A_{20} = 19{,}99244$), zu 0,27 % aus ^{21}Ne ($A_{21} = 20{,}99385$) und zu 9,22 % aus ^{22}Ne ($A_{22} = 21{,}99138$). Berechne die mittlere relative Atommasse $\langle A\rangle$ des Gemisches.

Lösung: Unter 10 000 Ne-Atomen sind 9051 ^{20}Ne-, 27 ^{21}Ne- und 922 ^{22}Ne-Atome:

$$\langle A\rangle = \frac{9051 \cdot 19{,}99244 + 27 \cdot 20{,}99385 + 922 \cdot 21{,}99138}{10\,000} = 20{,}179$$

7. n Neutronen sollen möglichst genau die gleiche Masse wie $n+1$ Protonen haben. Wie viele Teilchen muss man nehmen?

Lösung: $n \cdot m_{\text{n}} = (n+1)m_{\text{p}} \quad \Longrightarrow \quad n = \dfrac{m_{\text{p}}}{m_{\text{n}} - m_{\text{p}}} = \dfrac{1{,}00727649}{0{,}0013884} = 725{,}48 \quad \Longrightarrow \quad \approx 725$

8. Von den Elementen $^{A}_{Z}$X und $^{A'}_{Z'}$Y ist Folgendes bekannt:

- Element Y ist elf mal so schwer wie Element X.
- Element Y hat zwölfmal so viele Neutronen wie Element X.
- Element Y hat um 70 mehr Protonen als Element X.
- In Element X verhält sich die Neutronenzahl zur Protonenzahl wie 5:4.

Um welche Elemente handelt es sich?

Lösung:

$$
\begin{aligned}
A' &= 11A & & \\
(A' - Z') &= 12(A - Z) & \Longrightarrow \quad & A = 12Z - Z' \\
Z' &= Z + 70 & \Longrightarrow \quad & A = 11Z - 70 \\
\frac{A - Z}{Z} &= \frac{5}{4} & \Longrightarrow \quad & A = \frac{9}{4}Z = 11Z - 70 \\
& & & \frac{35}{4}Z = 70
\end{aligned}
$$

$$Z = 8, \quad Z' = 78, \quad A = 18, \quad A' = 198 \quad \Longrightarrow \quad {}^{18}_{8}\mathrm{O} \text{ und } {}^{198}_{78}\mathrm{Pt}$$

9. Mit Röntgenstrahlen hat man festgestellt, dass ein Atom in Aluminium, das zu 100 % aus ${}^{27}_{13}\mathrm{Al}$ besteht, ein Volumen beansprucht wie ein Würfel mit der Kantenlänge $d = 0{,}256\,\mathrm{nm}$. Die Masse M eines Aluminiumatoms ist um 0,9 % kleiner als die Massensumme seiner Bausteine.
   (a) Berechne die Dichte von Aluminium.
   (b) Welche Fläche kann mit einem kg Aluminium mit einer nur zehn Atomlagen dicken Schicht überzogen werden?

Lösung: (a) Masse eines Aluminiumatoms:

$$M = 0{,}991 \cdot 13(m_\mathrm{p} + m_\mathrm{e}) + 14m_\mathrm{n} = 0{,}991 \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg} = 4{,}48 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$$

$$\varrho = \frac{M}{d^3} = \frac{4{,}48 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}}{1{,}66 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{m}^3} = 2{,}70 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 2{,}70\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$$

(b) Zahl der Atome: $N = \dfrac{1\,\mathrm{kg}}{M} = 2{,}23 \cdot 10^{25}$

$$A = \frac{N}{10} \cdot d^2 = 1{,}45 \cdot 10^5\,\mathrm{m}^2$$

9. Aufnahme und Abgabe von Energie

1. In dieser Aufgabe kannst du $c = 3{,}00 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ für die Lichtgeschwindigkeit, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\text{Js}$ für das Planck'sche Wirkungsquantum und $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$ für die Elementarladung verwenden.

   (a) Gib $19{,}2 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$ in der Einheit $1\,\text{eV}$ an.

   (b) Gib $13{,}6\,\text{eV}$ in der Einheit $1\,\text{J}$ an.

   (c) Welche Frequenz hat Licht der Wellenlänge $780\,\text{nm}$?

   (d) Welche Wellenlänge hat Licht der Frequenz $4{,}20 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$?

   (e) Welche Energie besitzt eine Lichtquant der Wellenlänge $635\,\text{nm}$ (Ergebnis in der Einheit $1\,\text{eV}$)?

   (f) Welche Wellenlänge und welche Frequenz haben Lichtquanten der der Energie $8{,}20\,\text{eV}$?

Lösung: (a) $12{,}0\,\text{eV}$

(b) $2{,}18 \cdot 10^{-18}\,\text{J}$

(c) $3{,}85 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$

(d) $714\,\text{nm}$

(e) $1{,}95\,\text{eV}$

(f) $\lambda = 151\,\text{nm}$; $f = 2{,}0 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}$

2. (a) Welche Energie hat ein Photon der Handystrahlung des D-Netzes mit der Frequenz $f = 900\,\text{MHz}$?

   (b) Welche Energie hat ein Photon von grünem Licht der Wellenlänge $\lambda = 500\,\text{nm}$?

   (c) Welche Wellenlänge hat eine elektromagnetische Welle, deren Photonen die Energie $4{,}13 \cdot 10^{-7}\,\text{eV}$ besitzen? Um welche Wellenart könnte es sich handeln?

   (d) Welche Wellenlänge hat eine elektromagnetische Welle, deren Photonen die Energie $4{,}13\,\text{keV}$? Um welche Strahlungsart handelt es sich?

Lösung: (a) $W = hf = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 9 \cdot 10^8\,\frac{1}{\text{s}} = 5{,}96 \cdot 10^{-25}\,\text{J} = 3{,}72 \cdot 10^{-6}\,\text{eV}$

(b) $W = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5{,}00 \cdot 10^{-7}\,\text{m}} = 3{,}97 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 2{,}48\,\text{eV}$

(c) $\lambda = \frac{hc}{W} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{6{,}62 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{J}} = 3{,}00\,\mathrm{m}$, $f = \frac{c}{\lambda} = 100\,\mathrm{MHz}$ (UKW)

(d) $\lambda = \frac{hc}{W} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{6{,}62 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}} = 3{,}00 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$ (Röntgenstrahlung)

3. UV-Strahlung der Wellenlänge $\lambda = 200\,\mathrm{nm}$ trifft auf ein Aluminiumblech. Dabei werden Elektronen mit der maximalen kinetischen Energie $W_{\mathrm{kin}} = 2{,}00\,\mathrm{eV}$ aus dem Metall geschlagen. Welche Energie (Austrittsarbeit A) ist erforderlich, um Elektronen von Aluminium abzulösen? Welche maximale Geschwindigkeit haben die aus dem Blech austretenden Elektronen?

Lösung: Energie des Photons:

$$W_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2{,}00 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}} = 9{,}93 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 6{,}20\,\mathrm{eV}$$

$$A = W_\gamma - W_{\mathrm{kin}} = 4{,}20\,\mathrm{eV}$$

$$\frac{m_{\mathrm{e}}}{2} v^2 = W_{\mathrm{kin}} = 3{,}20 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2W_{\mathrm{kin}}}{m_{\mathrm{e}}}} = 5{,}93 \cdot 10^{5}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

4. Bestimmte Farbstoffmoleküle (Carbocyanin) haben die Energiestufen

$$W_n = n^2 \cdot W_1 \quad \text{mit} \quad W_1 = 0{,}250\,\mathrm{eV},\ n \in \mathbb{N} \quad \text{und} \quad n \leqq 4.$$

Ein Gas aus Carbocyaninmolekülen (alle zunächst im Grundzustand) wird von weißem Licht mit einem gehörigen UV-Anteil durchstrahlt. Welche Wellenlängen fehlen im durchgehenden Strahl? Welche Wellenlängen enthält das gestreute Licht?

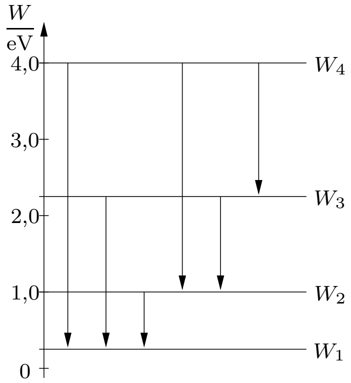
Lösung: $W_1 = 0{,}25\,\mathrm{eV}$, $W_2 = 1{,}00\,\mathrm{eV}$, $W_3 = 2{,}25\,\mathrm{eV}$, $W_4 = 4{,}00\,\mathrm{eV}$.

Fehlende Wellenlängen im durchgehenden Strahl:

$$\Delta W_{12} = 0{,}75\,\mathrm{eV} \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{12} = \frac{hc}{\Delta W_{12}} = 1650\,\mathrm{nm} \quad \text{(IR)}$$

$$\Delta W_{13} = 2{,}00\,\mathrm{eV} \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{13} = \frac{hc}{\Delta W_{13}} = 620\,\mathrm{nm} \quad \text{(rot)}$$

$$\Delta W_{14} = 3{,}75\,\mathrm{eV} \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{14} = \frac{hc}{\Delta W_{14}} = 331\,\mathrm{nm} \quad \text{(UV)}$$



Wellenlängen im Streulicht (zusätzlich zu λ_{12}, λ_{13} und λ_{14}):

$$\Delta W_{23} = 1{,}25\,\text{eV}, \quad \lambda_{23} = \frac{hc}{\Delta W_{23}} = 992\,\text{nm} \quad \text{(IR)}$$

$$\Delta W_{24} = 3{,}00\,\text{eV}, \quad \lambda_{24} = \frac{hc}{\Delta W_{24}} = 413\,\text{nm} \quad \text{(violett)}$$

$$\Delta W_{34} = 1{,}75\,\text{eV}, \quad \lambda_{34} = \frac{hc}{\Delta W_{34}} = 708\,\text{nm} \quad \text{(rot)}$$

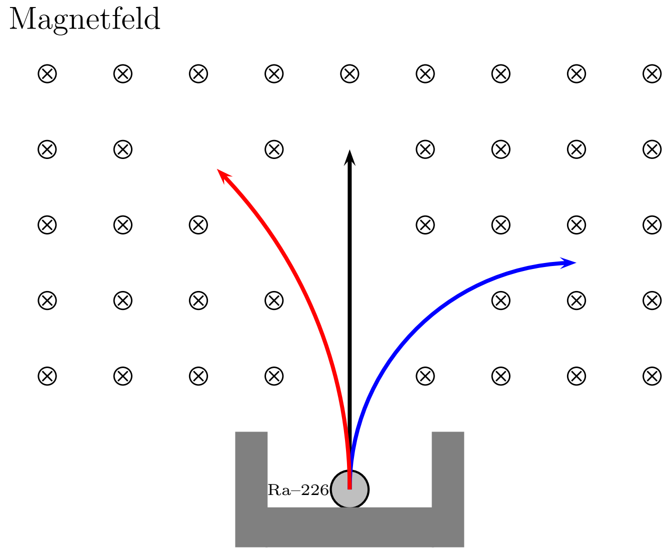
Teil III.

Kernphysik

10. Strahlungsarten

1.
   (a) Ra–226 ist ein typischer sogenannter Mischstrahler, der α– und β–Teilchen, sowie γ–Quanten emittiert. Ordne den Teilchenspuren im Magnetfeld die entsprechenden Zerfallstypen zu.

   (b) Wodurch ist der unterschiedliche Krümmungsradius der Bahnen der abgelenkten Teilchen bedingt?



Lösung: (a) Von links nach rechts: α, γ, und β.

(b) Die Bahn von α–Teilchen ist im Vergleich zu der von Elektronen kaum gekrümmt. Zwar ist der Betrag der Ladung von α–Teilchen doppelt so groß wie der Elektronen (was eine Vergrößerung des Krümmungsradius zur Folge hätte), aber ihre Masse ist etwa 3600–mal so groß wie die der Elektronen. Also ist der Krümmungsradius der α–Teilchen etwa 1800–mal so groß wie der der Elektronen. Daher braucht man um α–Teilchen abzulenken sehr starke Magnetfelder.

2. Po 214 ist ein α-Strahler. Die kinetische Energie der ausgesandten α-Teilchen ist $W_{\text{kin}} = 7{,}69\,\text{MeV}$. Berechne die Geschwindigkeit v der α-Teilchen.

Lösung:

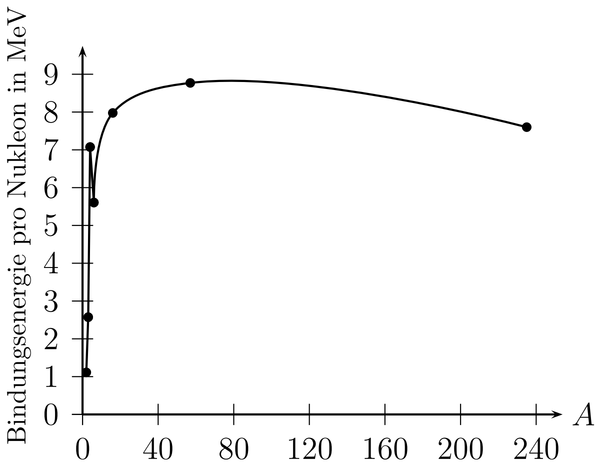
3. Au 202 ist ein β-Strahler. Die kinetische Energie der ausgesandten Elektronen ist $W_{\text{kin}} = 3{,}5\,\text{MeV}$.
   (a) Berechne die Geschwindigkeit v der Elektronen. Was kann an dem Ergebnis nicht stimmen?
   (b) Für Körper mit sehr großen Geschwindigkeiten (fast Lichtgeschwindigkeit) stimmt die bekannte („klassische“) Formel für die kinetische Energie nicht mehr. **Albert Einstein** hat 1905 die korrekte Formel für die kinetische Energie gefunden:

$$W_{\text{kin}} = m\,c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

   Löse diese Gleichung nach v auf und berechne dann die richtige Geschwindigkeit der Elektronen.

Lösung:

4. In dem nebenstehend abgebildeten Diagramm ist die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon in MeV gegen die Nukleonenzahl A aufgetragen.



   (a) Wie viel Energie wird etwa bei der Spaltung von einem Uran–235–Kern frei, wenn man davon ausgeht, dass die Spaltprodukte in die der Urankern zerbricht, etwa gleich groß sind?
   (b) Wie viele Uran–235–Kerne muss man spalten, um $1{,}0\,\ell$ Wasser von 0°C auf 100°C zu erwärmen (spezifische Wärmekapazität von Wasser $c = 4{,}19\,\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$, Dichte von Wasser $\varrho = 1{,}0\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)? Welcher Masse an U–235 entspricht dies?
   (c) Angenommen eine Stadt mit 1,5 Millionen Einwohnern hat einen Jahresbedarf von $10^{10}\,\text{kWh}$ an elektrischer Energie und der Wirkungsgrad eines Kernkraftwerks beträgt 0,34.

   Wie viel Uran–235 benötigt man um den Energiebedarf der Stadt zu decken?

(d) Wieso benötigt man, um die Energiemengen aus den beiden vorhergehenden Teilaufgaben bereitzustellen, etwa 140–mal soviel natürliches Uran wie berechnet?

(e) Welche Masse an Steinkohle müsste man verfeuern um die gleiche Menge an Energie zu erzeugen, wenn der spezifische Brennwert von Steinkohle $30\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg}}$ beträgt?

Lösung: (a) $\approx 235 \cdot (8{,}3\,\mathrm{MeV} - 7{,}6\,\mathrm{MeV}) = 0{,}16\,\mathrm{GeV}$

(b) $1{,}6 \cdot 10^{16}; 0{,}0062\,\mathrm{mg}$

(c) $1{,}6\,\mathrm{t}$

(d) In natürlich vorkommendem Uran sind nur 0,718% Uran-235.

(e) 1,2 Mio. t

5. In der Sonne fusionieren vier Wasserstoffatome ($^1_1\mathrm{H}$) zu einem Heliumatom ($^4_2\mathrm{He}$).

(a) Welche Energie ΔW wird dabei frei?

(b) Die Sonne hat die Strahlungsleistung $P = 3{,}8 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$. Wie viele Heliumatome entstehen pro Sekunde in der Sonne? Welche Masse verliert die Sonne an einem Tag?

Nuklid	$^1_1\mathrm{H}$	$^4_2\mathrm{He}$
Masse in u	1,007825032	4,002603254

Lösung: (a) Freiwerdende Energie pro Fusionsreaktion:

$$\Delta W = (4 \cdot M_{\mathrm{H1}} - M_{\mathrm{He4}})c^2 = (1{,}007825032 - 4{,}002603254)uc^2 =$$
$$= 0{,}028696874\,uc^2 = 4{,}28 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J} = 26{,}7\,\mathrm{MeV}$$

(b) Abgestrahlte Energie pro Sekunde: $W = P \cdot 1\,\mathrm{s} = 3{,}84 \cdot 10^{26}\,\mathrm{J}$

Zahl der Fusionsreaktionen und somit der entstehenden He-Atome pro Sekunde:

$N = \dfrac{W}{\Delta W} = 8{,}97 \cdot 10^{37}$

$\Delta M = N \cdot \Delta m \cdot 24 \cdot 3600 = 3{,}69 \cdot 10^{14}\,\mathrm{kg}$

6. Nimm zu folgenden Aussagen kritisch Stellung. Im Fall (b) sollte eine kleine Rechnung nicht fehlen!

(a) Licht der Frequenz f besteht aus Quanten der Energie hf.

(b) Das Vakuum ist absolut leer.

Lösung: (a) Licht der Frequenz f besteht nicht aus Quanten der Energie hf, sondern bei der Wechselwirkung mit einem quantenmechanischen System kann nur ein ganzzahliges Vielfaches von hf ausgetauscht werden.

(b) Das Vakuum ist voll von virtuellen Teilchen, die immer paarweise (Teilchen und Antiteilchen) aus dem Nichts entstehen. Die Lebensdauer der virtuellen Teilchen ist nach Heisenberg $\Delta t \approx \frac{h}{2\,m_0\,c^2}$.

11. Radioaktiver Zerfall

1. Im folgenden werden wir den radioaktiven Zerfall mit einem Tabellenkalkulationsprogramm (in unserem Beispiel OpenOffice.org Calc) simulieren.

   - Bedeutung der Zellinhalte

     0 das Radionuklid ist zerfallen und existiert nicht mehr

     1 das Radionuklid ist noch nicht zerfallen

   - Bedeutung der Spalten

     Die Spalte `A` steht für den Nullpunkt unserer Zeitmessung. Spalte `B` beschreibt die Situation nach einer Halbwertzeit, Spalte `C` nach zwei Halbwertzeiten, ..., Spalte `I` die Situation nach acht Halbwertzeiten.

   - Bedeutung der Zeilen

     Zeile 1 steht für das erste Radionuklid, Zeile 2 für das zweite, ..., Zeile 512 steht für das 512.Radionuklid.

   Zum Zeitpunkt 0 sollen alle Radionuklide existieren, also tragen wir in die Zellen `A1` bis `A512` jeweils den Wert 1 ein.

   In Zelle `B1` wird `=WENN(A1=0;0;WENN(ZUFALLSZAHL()<0,5;0;1))` eingetragen (welche Bedeutung hat diese Anweisung?).

   Nun wird der Inhalt der Zelle `B1` in alle anderen noch freien Zellen bis zur Spalte `I` und zur Zeile 512 kopiert.

   Um die zu einem bestimmten Zeitpunkt die Anzahl der noch vorhandenen Radionuklide festzustellen summieren wir die die Inhalte der jeweiligen Spalten von `A` bis `I` und tragen diese Werte in die Zeile 513 ein.

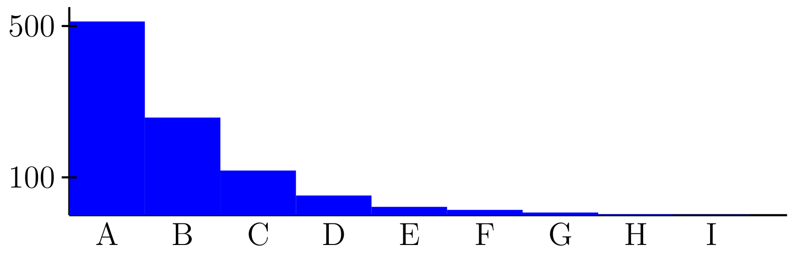
   Zum Abschluss erstellen wir noch eine Grafik mit den Daten aus den Zellen `A513` bis `I513`.

   Mit Extras→Zellinhalte→Neu berechnen bzw. mit F9 können wir wir alle Zellinhalte neu berechnen und somit ein neues ,,Zerfallsexperiment" starten.

   Dein Tabellenblatt sollte dann etwa so

B1	Formel:	`=WENN(A1=0;0;WENN(ZUFALLSZAHL()<0,5;0;1))`							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0
4	1	1	1	0	0	0	0	0	0
...									
510	1	1	1	0	0	0	0	0	0
511	1	1	0	0	0	0	0	0	0
512	1	1	1	0	0	0	0	0	0
513	512	258	118	52	22	14	7	2	1

und deine zugehörige Grafik so aussehen:



Lösung:

2. Ermittle jeweils welches Isotop bei dem jeweiligen Zerfall entsteht.

   (a) ${}^{3}_{1}\mathrm{H} \xrightarrow{\beta^-} ?$

   (b) ${}^{174}_{79}\mathrm{Au} \xrightarrow{\alpha} ?$

   (c) ${}^{196}_{86}\mathrm{Rn} \xrightarrow{\alpha} ?$

   (d) ${}^{6}_{2}\mathrm{He} \xrightarrow{\beta^-} ?$

   (e) ${}^{218}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\alpha} ?$

   (f) ${}^{236}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} ?$

   (g) ${}^{184}_{82}\mathrm{Pb} \xrightarrow{\alpha} ?$

Lösung: (a) ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$

(b) ${}^{170}_{77}\mathrm{Ir}$

(c) ${}^{192}_{84}\mathrm{Po}$

(d) ${}^{6}_{3}\mathrm{Li}$

(e) ${}^{214}_{86}\mathrm{Rn}$

(f) ${}^{232}_{90}\mathrm{Th}$

(g) $^{180}_{80}\mathrm{Hg}$

3. Im folgenden sind vier unvollständige Kernreaktionen, auf denen die Energieerzeugung in der Sonne beruht, angegeben. Vervollständige jeweils die Kernreaktionsgleichung und berechne jeweils den Betrag der frei werdenden Energie E.

   (a) $^{2}\mathrm{H} + ? \;\rightarrow\; ^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + E$

   (b) $? + {}^{2}\mathrm{H} \;\rightarrow\; ^{3}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + E$

   (c) $^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \;\rightarrow\; ? + {}^{1}\mathrm{p} + E$

   (d) $^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{He} \;\rightarrow\; ^{4}\mathrm{He} + ? + E$

   Benötigte Kernmassen:

Element	Masse in u
$^{1}\mathrm{p}$	1,007 276 6
$^{1}\mathrm{n}$	1,008 665
$^{2}\mathrm{H}$	2,013 553 6
$^{3}\mathrm{H}$	3,015 501
$^{3}\mathrm{He}$	3,014 932 8
$^{4}\mathrm{He}$	4,001 506 5

   Dabei ist $u = 1{,}660540 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ die atomare Masseneinheit.

   Der Wert der Lichtgeschwindigkeit ist $c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Lösung: (a) $^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{H} \;\rightarrow\; ^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + 17{,}589\,49\,\mathrm{MeV}$

(b) $^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \;\rightarrow\; ^{3}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + 3{,}268\,939\,\mathrm{MeV}$

(c) $^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \;\rightarrow\; ^{3}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{p} + 4{,}032\,940\,\mathrm{MeV}$

(d) $^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{He} \;\rightarrow\; ^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{p} + 18{,}353\,25\,\mathrm{MeV}$

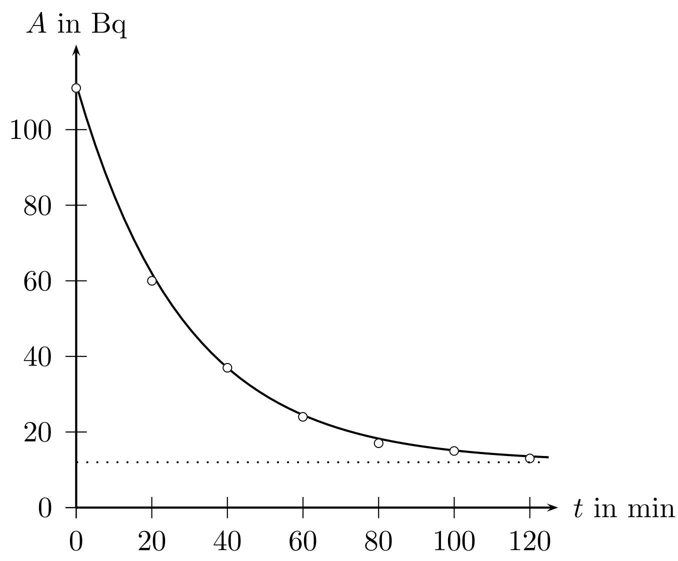
4. In einem physikalischen Labor hat man die Aktivität von Bi–214 während einer Zeitdauer von zwei Stunden gemessen. Man erhielt die folgenden Ergebnisse:

t in min	0	20	40	60	80	100	120
$A(t)$ in Bq	111	60	37	24	17	15	13

   (a) Zeichne das zugehörige t–A–Diagramm.

   (b) Entnimm aus diesem Diagramm die Nullrate und ermittle dann die Halbwertzeit von Bi–214, wenn bekannt ist, dass sich die Aktivität nach dem Ablauf von zwei Stunden kaum mehr ändert.

Lösung: (a) t–A–Diagramm



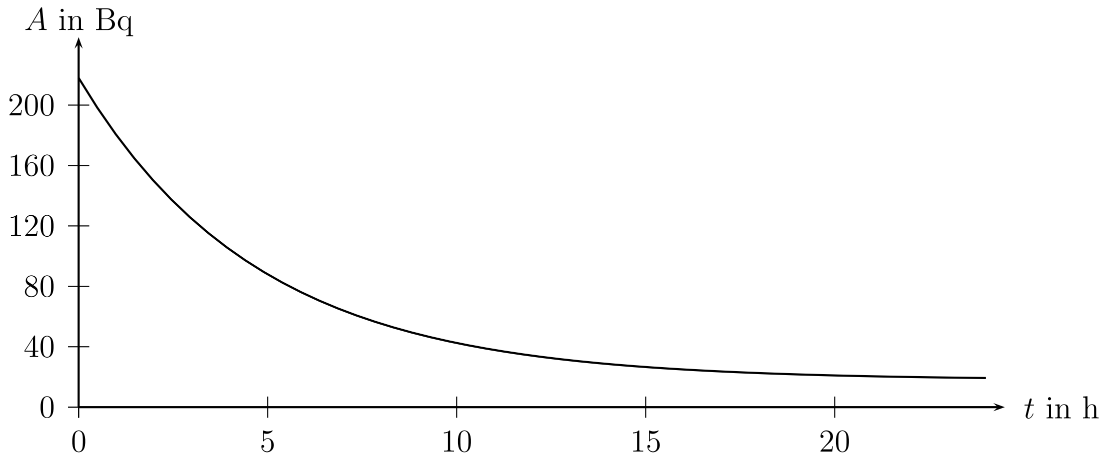
(b) Zunächst kann man dem Diagramm entnehmen, dass die Nullrate nicht größer als 13 Bq ist. Man kann vermuten, dass die Nullrate bei 12 Bq liegen dürfte.

Die um die Nullrate korrigierten Messwerte lauten

t in min	0	20	40	60	80	100	120
$A(t)$ in Bq	99	48	25	12	5	3	1

so, dass man auf eine Halbwertzeit von etwa 20 min kommt.

5. Für den Zerfall von Pb–209 hat man das folgende t–A–Diagramm erhalten:



Ermittle die Nullrate und die Halbwertzeit von Pb–209.

Lösung: 18 Bq; 3,3 h

6. Eine kleine Probe eines Iridiumisotops ist in ein Glasröhrchen eingeschmolzen. Nach einigen Minuten befindet sich in dem Röhrchen fast nur noch Platin 198. Welcher Zerfallsart unterliegt das Iridiumisotop? Um welches Isotop handelt es sich? Schreibe die vollständige Reaktionsgleichung des Zerfalls hin.

Lösung: β^--Zerfall: $\quad {}^{198}_{77}\mathrm{Ir} \longrightarrow {}^{198}_{78}\mathrm{Pt} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_\mathrm{e}$

7. Eine kleine Probe aus Thallium 200 ist in ein Glasröhrchen eingeschmolzen. Nach einigen Tagen befindet sich in dem Röhrchen fast nur noch Quecksilber. Welcher Zerfallsart unterliegt Thallium 200? Schreibe die vollständige Reaktionsgleichung des Zerfalls hin.

Lösung: β^+-Zerfall: $\quad {}^{200}_{81}\mathrm{Tl} \longrightarrow {}^{200}_{80}\mathrm{Hg} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$

8. Ein Stück reines Polonium 210 wird in einem Gefäß eingeschlossen. Nach einem Jahr befindet sich in dem Gefäß eine Menge Blei. Welcher Zerfallsart unterliegt das Polonium 210? In welches Bleiisotop zerfällt es? Schreibe die vollständige Reaktionsgleichung des Zerfalls hin.

Lösung:

9. Das Phosphorisotop ${}^{30}_{15}\mathrm{P}$ ist ein β^+-Strahler mit der Halbwertszeit $T = 150\,\mathrm{s}$. Zur Zeit $t = 0$ ist ein winziges Präparat von ${}^{30}_{15}\mathrm{P}$ mit $N_0 = 2{,}00 \cdot 10^{18}$ Atomen vorhanden.
   (a) Schreibe die ausführliche Zerfallsgleichung von ${}^{30}_{15}\mathrm{P}$ hin.
   (b) Welche Masse m hat das Phosphorpräparat?
   (c) $N(t)$ bezeichnet die Zahl der Phosphoratome zur Zeit t. Fülle folgende Wertetabelle aus und zeichne den Grafen von N mit folgenden Einheiten: $T \mathrel{\widehat{=}} 3\,\mathrm{cm}$, $N = 10^{18} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$.

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	75	150	300	450	600
$\frac{N(t)}{10^{17}}$					

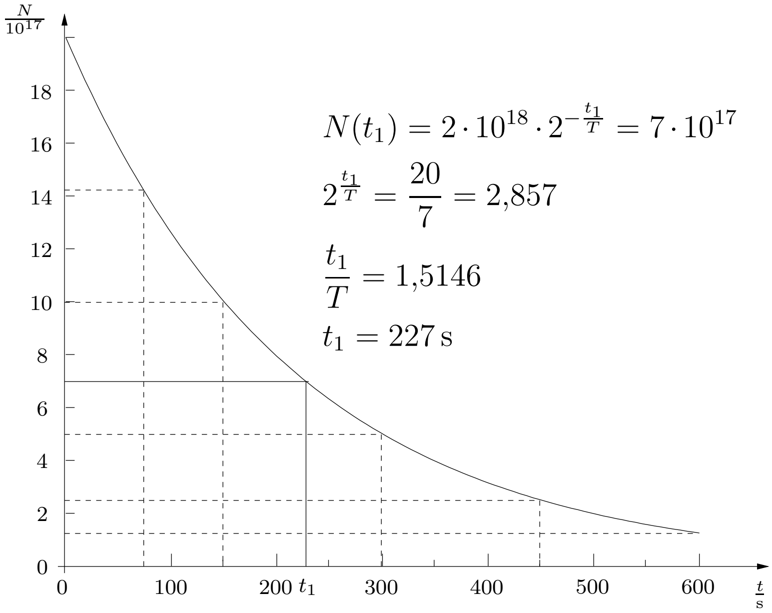
   (d) Zu welcher Zeit t_1 sind noch $N_1 = 7{,}00 \cdot 10^{17}$ Atome des Phosphors vorhanden? Entnimm den ungefähren Wert von t_1 in nachvollziehbarer Weise dem Diagramm und verbessere den Wert durch Probieren auf drei geltende Ziffern.
   (e) Berechne die Zahl ΔN der Atome, die im Zeitintervall $[t_2; t_3]$ mit $t_2 = 298\,\mathrm{s}$ und $t_3 = 302\,\mathrm{s}$ zerfallen. Wie groß ist demnach die Aktivität $A(300\,\mathrm{s})$?

Lösung: (a) ${}^{30}_{15}\mathrm{P} \longrightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$

(b) $m = N_0 M \approx N_0 \cdot 30u = 9{,}96 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{kg} \approx 0{,}10\,\mathrm{mg}$

(c) $N(75\,\mathrm{s}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	75	150	300	450	600
$\frac{N(t)}{10^{17}}$	14,1	10,0	5,00	2,50	1,25



$$N(t_1) = 2 \cdot 10^{18} \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} = 7 \cdot 10^{17}$$

$$2^{\frac{t_1}{T}} = \frac{20}{7} = 2{,}857$$

$$\frac{t_1}{T} = 1{,}5146$$

$$t_1 = 227\,\mathrm{s}$$

(d) $N(t_2) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_2}{T}} = 2 \cdot 10^{18} \cdot 2^{-\frac{298}{150}} = 5{,}046 \cdot 10^{17}$

$N(t_3) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_3}{T}} = 2 \cdot 10^{18} \cdot 2^{-\frac{302}{150}} = 4{,}954 \cdot 10^{17}$

$\Delta N = N(t_2) - N(t_3) = 9{,}2 \cdot 10^{15} \quad \Longrightarrow \quad A(300\,\mathrm{s}) = \frac{\Delta N}{4\,\mathrm{s}} = 2{,}3 \cdot 10^{15}\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

10. In einer Raumsonde, die mit der Geschwindigkeit $v = 10{,}0\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$ auf eine interstellare Reise geschickt wird, befinden sich beim Start ($t_0 = 0$) genau $m_0 = 100{,}0\,\mathrm{g}$ des Isotops ${}^{146}_{62}\mathrm{Sm}$ mit der Halbwertszeit $T = 1{,}03 \cdot 10^8\,\mathrm{a}$ (α-Strahler). In ferner Zukunft (t_1) sammelt ein außerirdisches Raumschiff die Sonde ein und findet noch $m_1 = 92{,}5\,\mathrm{g}$ Samarium an Bord.

    (a) Berechne die Zahl N_0 der Samariumkerne zur Zeit $t_0 = 0$ und $N(t_1)$ zur Zeit des Einsammelns.

    (b) Berechne die Zeit t_1 des Einsammelns. Wie viele Lichtjahre ist die Sonde dann von der Erde entfernt?

Lösung: (a) $N_0 = \frac{m}{M_{\mathrm{Sm146}}} = \frac{0{,}1\,\mathrm{kg}}{146\,u} = 4{,}125 \cdot 10^{23}, \quad N_1 = \frac{m_1}{M_{\mathrm{Sm146}}} = \frac{0{,}0925\,\mathrm{kg}}{146\,u} = 3{,}815 \cdot 10^{23}$

(b) $N_1 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} \quad \Longrightarrow \quad 2^{-\frac{t_1}{T}} = \frac{N_1}{N_0} = \frac{m_1}{m_0} = 0{,}925 \quad \Longrightarrow \quad \frac{t_1}{T} = 0{,}1125$

$t_1 = 0{,}1125 \cdot T = 1{,}16 \cdot 10^7\,\mathrm{a}$

$x = t_1 \cdot v = 1{,}16 \cdot 10^7 \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s} \cdot 10000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}66 \cdot 10^{18}\,\mathrm{m}$

$$1\,\mathrm{LJ} = 3\cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 365{,}25\cdot 24\cdot 3600\,\mathrm{s} = 9{,}47\cdot 10^{15}\,\mathrm{m} \quad\Longrightarrow\quad x = 386\,\mathrm{LJ}$$

oder eleganter: $x = vt_1 = \frac{v}{c}\cdot ct_1 = 3{,}336\cdot 10^{-5}\cdot 1{,}16\cdot 10^7\,\mathrm{LJ} = 386\,\mathrm{LJ}$

11. In die Grundmauern einer neuen Universität wird im Jahr 2008 ein absolut dichter Edelstahlbehälter eingelassen, der $m = 0{,}983\,\mathrm{mg}$ des Alphastrahlers ${}^{148}_{64}\mathrm{Gd}$ (Gadolinium) enthält. Die Halbwertszeit des Nuklids ist $T = 74{,}6\,\mathrm{a}$.

Nuklid	${}^{148}_{64}\mathrm{Gd}$	${}^{144}_{62}\mathrm{Sm}$	${}^{148}_{65}\mathrm{Tb}$	${}^{4}_{2}\mathrm{He}$
Masse in u	147,9181146	143,9119994	147,9242722	4,002603254

(a) Schreibe die Reaktionsgleichung des Alphazerfalls von ${}^{148}_{64}\mathrm{Gd}$ hin und berechne die Energie ΔW (in MeV), die beim Zerfall eines Atoms frei wird.

(b) $N(t)$ ist die Zahl de Gd-Atome im Behälter, wobei $t_0 = 0$ der Zeit des Einlagerns entspricht. Berechne $N_0 = N(0)$ und zeichne den Grafen von $N(t)$ im Intervall $[0\,;\,300\,\mathrm{a}]$ ($t = 100\,\mathrm{a} \mathrel{\widehat{=}} 4\,\mathrm{cm}$, $N_0 \mathrel{\widehat{=}} 8\,\mathrm{cm}$).

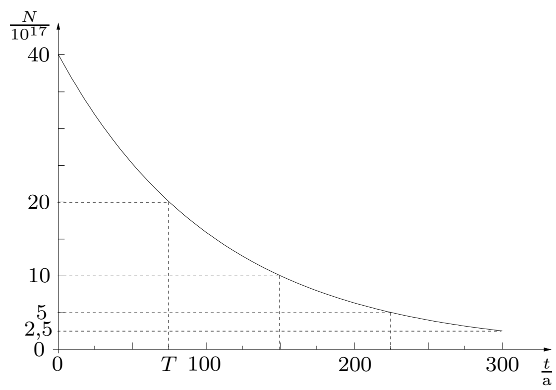
(c) In ferner Zukunft finden Archäologen den Behälter und stellen fest, dass er noch $N_1 = 1{,}26\cdot 10^{16}$ Gadoliniumatome enthält. In welchem Jahr wird er gefunden?

Lösung: (a) ${}^{148}_{64}\mathrm{Gd} \to {}^{144}_{62}\mathrm{Sm} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

$$\begin{aligned}\Delta W &= (M_{\mathrm{Gd148}} - M_{\mathrm{Sm144}} - M_{\mathrm{He4}})c^2 = \\ &= (147{,}9181146 - 143{,}9119994 - 4,002603254)uc^2 = \\ &= 0{,}003511868\,uc^2 = 5{,}24\cdot 10^{-13}\,\mathrm{J} = 3{,}27\,\mathrm{MeV}\end{aligned}$$

(b) $N_0 = \dfrac{m}{M_{\mathrm{Gd148}}} = 4{,}00\cdot 10^{18}$

In der Zeichnung: $T \mathrel{\widehat{=}} 3{,}0\,\mathrm{cm}$



(c) $N(t_1) = N_0\cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} = 3{,}15\cdot 10^{-3}\,N_0 \quad\Longrightarrow\quad 2^{-\frac{t_1}{T}} = 3{,}15\cdot 10^{-3} \quad\Longrightarrow\quad 2^{\frac{t_1}{T}} = 317{,}46$

$\dfrac{t_1}{T} = 8{,}31 \quad\Longrightarrow\quad t_1 = 620\,\mathrm{a}$

12. In Raumsonden werden sogenannte *Nuklearbatterien* als Energiequelle verwendet. Eine dieser Batterien enthält zur Zeit $t_0 = 0$ genau $m = 316{,}3\,\mathrm{g}$ des Alphastrahlers $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ mit der Halbwertszeit $T = 87{,}7\,\mathrm{a}$.

Nuklid	$^{238}_{94}\mathrm{Pu}$	$^{236}_{92}\mathrm{U}$	$^{234}_{92}\mathrm{U}$	$^{4}_{2}\mathrm{He}$
Masse in u	238,0495598	236,0455680	234,0409521	4,002603254

(a) Schreibe die Reaktionsgleichung des Alphazerfalls von $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ hin und berechne die Energie ΔW, die beim Zerfall eines Atoms frei wird.

(b) $N(t)$ ist die Zahl de Pu-Atome in der Batterie. Berechne $N_0 = N(0)$ und zeichne den Grafen von $N(t)$ im Intervall $[0\,;\,400\,\mathrm{a}]$ ($t = 200\,\mathrm{a} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$, $N_0 \mathrel{\widehat{=}} 8\,\mathrm{cm}$). Berechne die Zeit t_1, zu der noch 10 % der anfänglich vorhandenen Pu-Atome in der Batterie sind.

(c) Wie viele Pu-Atome zerfallen zwischen t_0 und $t_0 + 1\,\mathrm{h}$? Wie groß ist die Aktivität A_0 zur Zeit t_0? Wie groß ist die elektrische Leistung der Batterie, wenn 8 % der Zerfallsenergie in elektrische Energie verwandelt werden?

Lösung: (a) $^{238}_{94}\mathrm{Pu} \to {}^{234}_{92}\mathrm{U} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

$$\begin{aligned}\Delta W &= (M_{\mathrm{Pu238}} - M_{\mathrm{U234}} - M_{\mathrm{He4}})c^2 = \\ &= (238,0495598 - 234,0409521 - 4,002603254)uc^2 = \\ &= 0.00600453\,uc^2 = 8{,}961 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J} = 5{,}593\,\mathrm{MeV}\end{aligned}$$

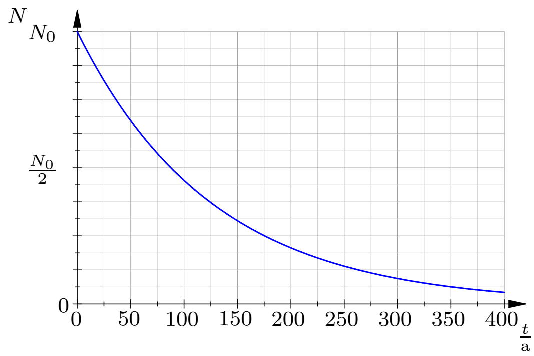
(b) $N_0 = \dfrac{m}{M_{\mathrm{Pu238}}} = 8{,}00 \cdot 10^{23}$

$N(t_1) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} = 0{,}1\,N_0$

$2^{-\frac{t_1}{T}} = 0{,}1 \quad \Longrightarrow \quad 2^{\frac{t_1}{T}} = 10$

$\dfrac{t_1}{T} = 3{,}322 \quad \Longrightarrow \quad t_1 = 291\,\mathrm{a}$

In der Zeichnung: $T \mathrel{\widehat{=}} 2{,}2\,\mathrm{cm}$



(c) $\Delta N = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{1\,\mathrm{h}}{T}} = N_0(1 - 2^{-\frac{1}{768778}}) = N_0 \cdot 9{,}016 \cdot 10^{-7} = 7{,}21 \cdot 10^{17}$

$A(0) = A_0 = \dfrac{\Delta N}{3600\,\mathrm{s}} = 2{,}00 \cdot 10^{14}\,\dfrac{1}{\mathrm{s}}, \quad A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$

$P_0 = P(0) = \dfrac{\Delta N \cdot \Delta W}{\Delta t} \cdot 80\% = A_0 \cdot \Delta W \cdot 0{,}08 = 180\,\mathrm{W} \cdot 0{,}08 = 14{,}4\,\mathrm{W}$

$P(t) = P_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$

13. Das hochtoxische und radioaktive Element Po 210 mit der Halbwertszeit $t_{\frac{1}{2}} = 138{,}38\,\mathrm{d}$ wird in Kernreaktoren durch Beschuss von Bi 209 mit Neutronen hergestellt:

$$^{209}_{83}\mathrm{Bi} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow ^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow ^{210}_{84}\mathrm{Po} + \mathrm{Y}$$

(a) Vervollständige die Reaktionsgleichung der Poloniumherstellung.

(b) Der Alphastrahler Po 210 geht in ein stabiles Tochterelement über; in welches?

(c) Am Tatort eines Verbrechens wird am 23.11.2006 ein gut verschlossener Behälter gefunden, in dem sich Po 210 und $m = 19{,}62\mu\mathrm{g}$ des Tochterelements befinden. Der Inhalt des Behälters hat die Aktivität $A = 1{,}56 \cdot 10^8\,\mathrm{Bq}$. Zur Aufklärung des Verbrechens ist das Datum der Poloniumherstellung von Interesse. Berechne dieses Datum unter der Annahme, dass das frisch erzeugte Polonium sofort in dem gefundenen Behälter deponiert wurde.

Lösung: (a) $^{209}_{83}\mathrm{Bi} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow ^{210}_{83}\mathrm{Bi} \longrightarrow ^{210}_{84}\mathrm{Po} + ^{\ 0}_{-1}\mathrm{e}$

(b) $^{210}_{84}\mathrm{Po} \longrightarrow ^{206}_{82}\mathrm{Pb} + ^{4}_{2}\mathrm{He}$

(c) Am 23.11.2006: N_1: Zahl der Po 210-Kerne, N_2: Zahl der Pb 206-Kerne

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} = 5{,}797 \cdot 10^{-8}\,\frac{1}{\mathrm{s}} = 5{,}009 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\mathrm{d}}$$

$$N_1 = \frac{A}{\lambda} = 2{,}69 \cdot 10^{15}, \qquad N_2 = \frac{m}{206\,u} = 5{,}74 \cdot 10^{16}$$

Die Zahl der Po 210-Kerne zum Zeitpunkt der Herstellung ist

$$N_0 = N_1 + N_2 = 6{,}00 \cdot 10^{16}$$

$$N_1 = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \Longrightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{N_1}{N_0}\right) = 5{,}38 \cdot 10^8\,\mathrm{s} = 620\,\mathrm{d}$$

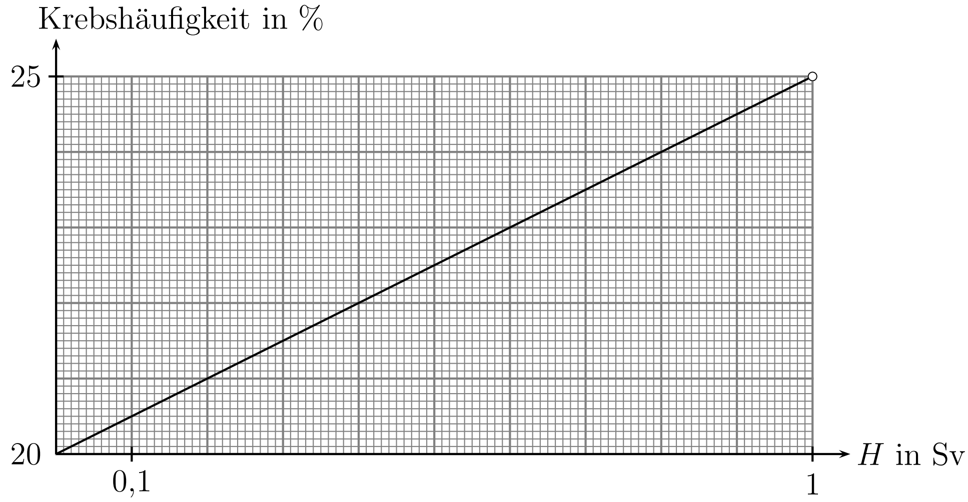
$$620 = 365 + 255 = 365 + 23 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 18 \quad \Longrightarrow$$

Datum der Herstellung: 13.03.2005

12. Dosimetrie

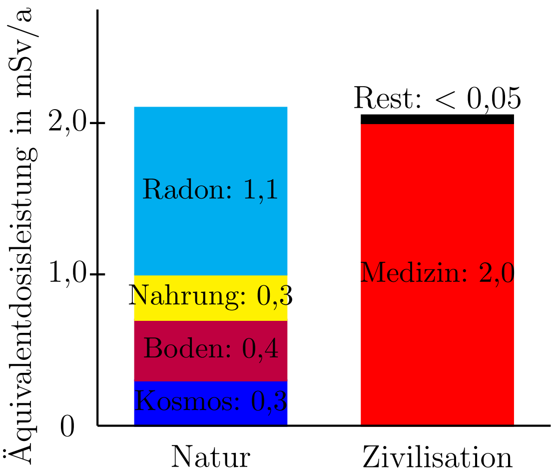
1. Die Bedeutung der Einheit Sievert

   Heutzutage stellt man eine ,,normale" Krebshäufigkeit von 20% fest. Durch die Belastung eines Menschen mit einer (über die Zeit angehäuften) Äquivalentdosis von 1 Sv steigt die Krebshäufigkeit von 20% auf 25%. Dabei verläuft der Anstieg linear. Das heißt, dass nach diesem ,,linearen Modell" bereits kleinste Äquivalentdosen zu einer Erhöhung der Wahrscheinlichkeit an Krebs zu erkranken führen (dies ist nicht ganz unumstritten).



(a) Wieso lässt sich dieses „lineare Modell" nicht beliebig weit auf größere Äquivalentdosen als 1 Sv ausdehnen?

(b) Die mit am größten Belastungen in der medizinischen Diagnostik hat man bei einer CT–Aufnahme des Bauchraums. Eine solche Aufnahme bewirkt eine Äquivalentdosis von 30 mSv. Welche absolute Erhöhung der Krebshäufigkeit ergibt sich mit dem „linearen Modell"? Vergleiche den Wert von 30 mSv mit der jährlichen Belastung durch die medizinische Diagnostik!



(c) Welche absolute Erhöhung der Krebshäufigkeit ergibt sich aufgrund der natürlichen und zivilisatorischen Belastung eines Menschen, der ein Lebensalter von 80 Jahren erreicht? Welche vereinfachende Annahme muss man für diese Abschätzung machen?

(d) Woraus könnte der „Rest" bei der zivilisatorischen Belastung, der mit $< 0{,}05\,\mathrm{mSv/a}$ angegeben ist, bestehen?

(e) Recherchiere welche Bedeutung der Begriff Strahlenhormesis im Zusammenhang mit dem Strahlenrisiko hat und wie groß die Wahrscheinlichkeit ist im Straßenverkehr ums Leben zu kommen.

Lösung: (a) Bei einer Äquivalentdosis von 41 Sv hätte man eine Wahrscheinlichkeit größer als 1 an Krebs zu erkranken.

(b) $\frac{5\%}{1\,\mathrm{Sv}} \cdot 30\,\mathrm{mSv} = 0{,}15\%$

Die Äquivalentdosis einer CT-Aufnahme des Bauchraums ist 15–mal so groß wie die gesamte Äquivalentdosis, die in einem Jahr durch medizinische Diagnostik verursacht wird!!!

(c) $\frac{5\%}{1\,\mathrm{Sv}} \cdot 80 \cdot 4{,}1\mathrm{mSv} = 1{,}6\%$

Man muss davon ausgehen, dass man die gesamte Äquivalentdosis am Anfang des Lebens bekommt, was natürlich nicht richtig ist. So ist es für einen 80–jährigen relativ egal, ob er im 81.ten Lebensjahr 4 mSv oder 5 mSv Äquivalentdosis abbekommt. Der daraus resultierende Krebs tritt wohl eh erst zehn Jahre später ein.

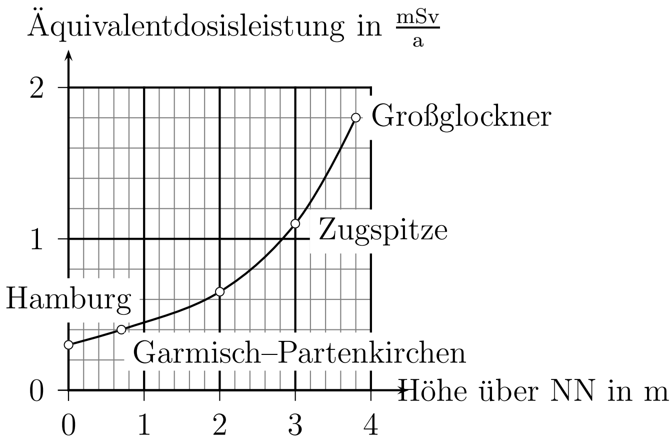
(d) Radioaktiver Fallout, radioaktive Belastung im näheren Umkreis von Atomkraftwerken, beruflich bedingte Exponiertheit etwa vom Personal in Kernkraftwerken (kann statistisch eingerechnet werden).

(e) Die Wahrscheinlichkeit in *einem* Jahr bei einem Autounfall zu sterben ist statistisch gesehen genau so groß wie aufgrund der Äquivalentdosis von 1 Sv an Krebs zu erkranken. Dennoch sollte man die Belastung durch die Radioaktivität nicht unterschätzen und ernst nehmen. Einige Leute sind der Ansicht, dass die Selbstheilungskräfte des Immunsystems, das heißt hier die Fähigkeit Strahlenschäden zu reparieren, durch geringe Dosen gestärkt wird (Training des Immunsystems). Dies bezeichnet man als Strahlenhormesis.

2. Das Risiko auf der Zugspitze zu arbeiten

(a) Ein Angestellter arbeitet 240 Tage lang, je acht Stunden auf der Zugspitze. Die restliche Zeit verbringt er in Garmisch–Partenkirchen. Wie groß ist seine gesamte Äquivalentdosis in einem Jahr aufgrund der Höhenstrahlung?

(b) Um wie viel Prozent ist die Äquivalentdosis des Angestellten größer, als wie wenn er seinen Arbeitsplatz in Garmisch–Partenkirchen hätte.



Lösung: (a) $\frac{(365-240:3)}{365} \cdot 0{,}4\,\text{mSv} + \frac{(240:3)}{365} \cdot 1{,}1\,\text{mSv} = 0{,}6\,\text{mSv}$

(b) 38%

3. Belastung von Wild aufgrund der Tschernobyl–Katastrophe

Nach der Katastrophe von Tschernobyl spielt heute praktisch nur noch Cs–137 wegen seiner relativ langen Halbwertszeit von 30,2 a für die radioaktive Belastung des Menschen eine Rolle.

Nach der Katastrophe wurde eine Probe von einem Wildschwein genommen, für die man eine spezifische Aktivität von $20\,\frac{\text{kBq}}{\text{kg}}$ festgestellt hat. Obwohl diese Probe einen *deutlich* höheren Wert als die meisten anderen Proben aufwies und Wildbret und Pilze (vor allem heute) *deutlich* stärker belastet sind als andere Lebensmittel, soll im folgenden ermittelt werden, wie stark der Mensch durch den Verzehr von 250 g Wildschwein der angesprochenen Probe belastet würde.

(a) Die biologische Halbwertszeit — das ist die Zeit nach der Körper die Hälfte der mit der Nahrung aufgenommenen radioaktiven Substanz ausgeschieden hat —

beträgt für Frauen 65 d und für Männer 110 d. Auf welchen Bruchteil der Aktivität zum Zeitpunkt des Verzehrs ist für einen Mann die „biologische Aktivität" und auf welchen die physikalische Aktivität von Cs–137 nach zehn biologischen Halbwertzeiten abgesunken?

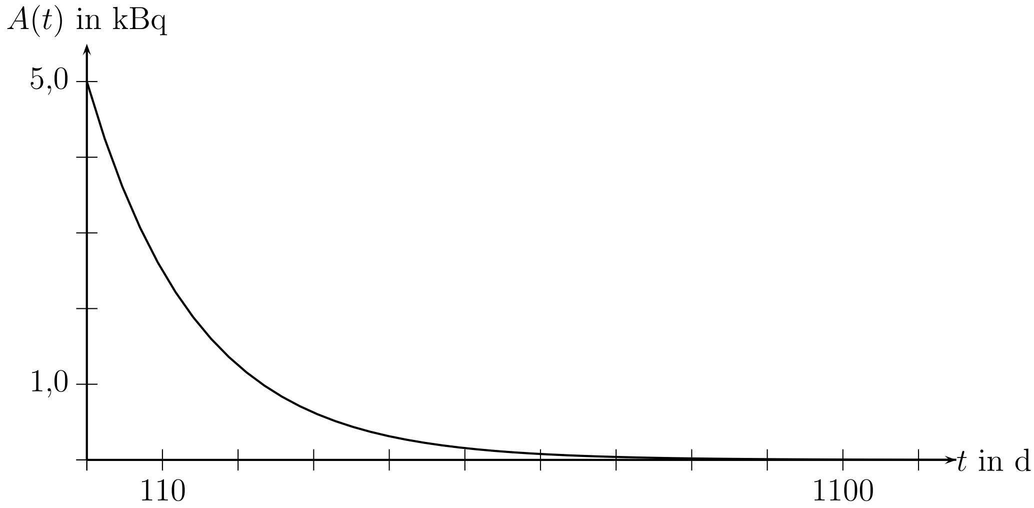
(b) Die Kombination aus der biologischen und der physikalischen Halbwertszeit nennt man effektive Halbwertszeit T_{eff}. Sie ist durch

$$T_{\text{eff}} = \frac{T_{\text{biologisch}} \cdot T_{\text{physikalisch}}}{T_{\text{biologisch}} + T_{\text{physikalisch}}}$$

gegeben.

Begründe, dass wir für unser Problem mit $T_{\text{eff}} \approx T_{\text{biologisch}}$ rechnen können.

(c) Im folgenden ist für einen Mann der zeitliche Verlauf der Aktivität des inkorporierten Wildschweins wiedergegeben.



Entnimm dem Diagramm, wie viele Zerfälle *ungefähr* in der Zeit von 0 bis 110 d bzw. bis 1100 d stattfinden.

(d) Cs–137 ist ein β^-–Strahler. Der Qualitätsfaktor von β^-–Teilchen ist $q = 1$. Die maximale Energie dieser Teilchen ist 0,511 MeV. Vereinfachend wollen wir annehmen, dass jedes der emittierten Elektronen diese maximale Energie hat. Wir wollen annehmen, dass ein Mann eine Masse von 75 kg und eine Frau von 60 kg hat.

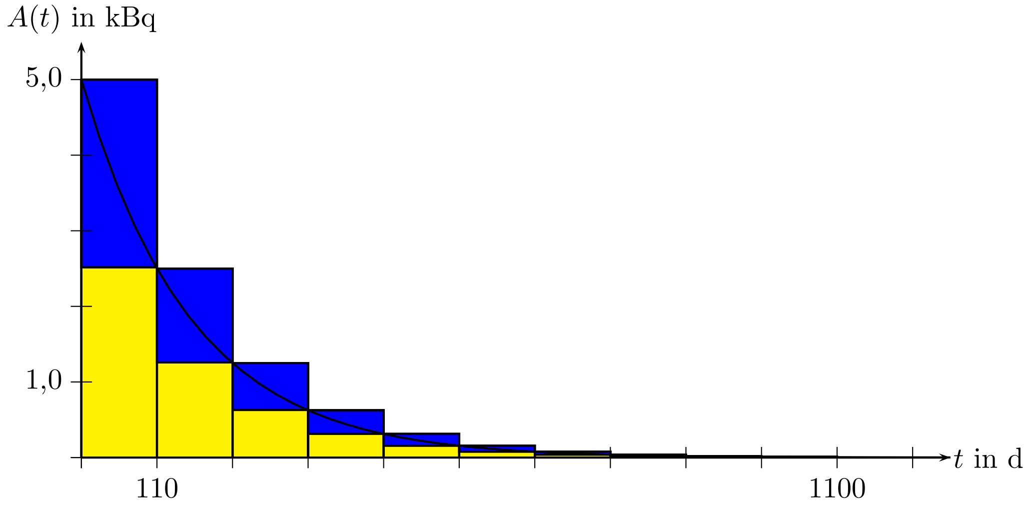
Berechne die Äquivalentdosis für einen Mann während einer Dauer von zehn biologischen Halbwertszeiten ausgehend vom Zeitpunkt des Verzehrs des Wildschweinbratens.

Lösung: (a) Physikalisch: 93%; Biologisch: 0,10%.

(b) $T_{\text{physikalisch}} \ll T_{\text{biologisch}} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{physikalisch}} + T_{\text{biologisch}} \approx T_{\text{physikalisch}} \quad \Rightarrow$

$T_{\text{eff}} = \frac{T_{\text{biologisch}} \cdot T_{\text{physikalisch}}}{T_{\text{biologisch}} + T_{\text{physikalisch}}} \approx \frac{T_{\text{biologisch}} \cdot T_{\text{physikalisch}}}{T_{\text{physikalisch}}} = T_{\text{biologisch}}$

(c) Durch Summieren der Rechtecksflächinhalte aus



kommt man auf 110 d: $3{,}6 \cdot 10^{10}$; 1100 d: $7{,}1 \cdot 10^{10}$

(d) $H = q\,\frac{E}{m} = 1 \cdot \frac{7{,}1 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}511\,\mathrm{MeV}}{75\,\mathrm{kg}} = 0{,}078\,\mathrm{mSv}$

13. Kernumwandlungen

1. $^{238}_{92}\text{U}$ zerfällt über acht α– und sechs β^-–Zerfälle zu einem stabilen Element. Um welches Element handelt es sich dabei?

Lösung: Massenzahl: $238 - 8 \cdot 4 = 206$. Kernladungszahl: $92 - 8 \cdot 2 + 6 = 82$, also $^{206}_{82}\text{Pb}$.

2. Wie viele α– und wie viele β^-–Zerfälle treten bei der Zerfallsreihe von $^{241}_{94}\text{Pu}$ zu dem stabilen $^{209}_{83}\text{Bi}$ auf?

Lösung: α: $(241 - 209) : 4 = 8$; β^-: $94 - 8 \cdot 2 + n = 83 \quad \Rightarrow \quad n = 83 + 16 - 94 = 5$.

3. (a) Vervollständige die Zerfallsreihe unter Verwendung des unten stehenden Auszugs aus einer Nuklidkarte in der angegebenen Weise:

$$^{232}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{228}_{88}\text{Ra} \qquad \ldots \qquad ^{212}_{84}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{208}_{82}\text{Pb}$$

Z

Th 216 28ms α 7,9	**Th 217** 252µs α 9,2	**Th 218** 0,1µs α 9,7	**Th 219** 1,05µs α 9,3	**Th 220** 9,7µs α 8,8	**Th 221** 1,68ms α 8,2	**Th 222** 2,2ms α 8,0	**Th 223** 0,66s α 7,3 γ 140	**Th 224** 1,04s α 7,2 γ 177	**Th 225** 8,72m α 6,5 γ 321	**Th 226** 31m α 6,3 γ 111	**Th 227** 18,72d α 6,0 γ 236	**Th 228** 1,9a α 5,4 γ 0,22	**Th 229** 7880a α 4,8 γ 194	**Th 230** $7{,}54 \cdot 10$ α 4,7 γ 68	**Th 231** 25,5h β^- 0,3 γ 26	**Th 232** $1{,}4 \cdot 10^{10}$a α 4,1 γ 0,059
Ac 215 0,17s α 7,6	**Ac 216** 0,33ms α 9,0	**Ac 217** 69ns α 9,7	**Ac 218** 1,1µs α 9,2	**Ac 219** 11,8µs α 8,7	**Ac 220** 26ms α 7,8 γ 134	**Ac 221** 52ms α 7,7	**Ac 222** 63s α 6,8	**Ac 223** 2,10m α 6,6 γ 99	**Ac 224** 2,9h α 6,1 γ 216	**Ac 225** 10,0d α 5,8 γ 100	**Ac 226** 29h β^- 0,9 γ 230	**Ac 227** 21,8a β^- 0,04 γ 100	**Ac 228** 6,1h β^- 2,1 γ 0,97	**Ac 229** 62,7m β^- 1,1 γ 165	**Ac 230** 122s β^- 2,7 γ 455	**Ac 231** 7,5m β^- γ 282
Ra 214 2,46s α 7,1	**Ra 215** 1,6ms α 8,7	**Ra 216** 0,18µs α 9,3	**Ra 217** 1,6µs α 9,0	**Ra 218** 25,6µs α 8,4	**Ra 219** 10ms α 7,7 γ 316	**Ra 220** 23ms α 7,5 γ 465	**Ra 221** 28s α 6,6 γ 149	**Ra 222** 38s α 6,6 γ 324	**Ra 223** 11,43d α 5,7 γ 269	**Ra 224** 3,7d α 5,7 γ 0,65	**Ra 225** 14,8d β^- 0,3 γ 40	**Ra 226** 1600a α 4,8 γ 186	**Ra 227** 42,2m β^- 1,3 γ 27	**Ra 228** 5,8a β^- 0,04 γ 0,010	**Ra 229** 4,0m β^- 1,8 γ	**Ra 230** 93m β^- 0,8 γ 72
Fr 213 34,6s α 6,8	**Fr 214** 3,35ms α 8,5	**Fr 215** 0,09µs α 9,4	**Fr 216** 0,70µs α 9,0	**Fr 217** 16µs α 7,6	**Fr 218** 22ms α 6,8	**Fr 219** 21ms α 7,3 γ 352	**Fr 220** 27,4s α 6,7 γ 45	**Fr 221** 4,9m α 6,3 γ 218	**Fr 222** 14,2m β^- 1,8 γ 206	**Fr 223** 21,8m β^- 1,1 γ 50	**Fr 224** 3,3m β^- 2,6 γ 216	**Fr 225** 4,0m β^- 1,6 γ 182	**Fr 226** 48s β^- 3,2 γ 254	**Fr 227** 2,47m β^- 1,8 γ 90	**Fr 228** 39s β^- γ 474	**Fr 229** 50,2s β^- γ 310
Rn 212 24m α 6,3 γ	**Rn 213** 24ms α 8,1 γ	**Rn 214** 6,5ns α 10,6	**Rn 215** 23µs α 8,7	**Rn 216** 45µs α 8,0	**Rn 217** 0,54ms α 7,7	**Rn 218** 35ms α 7,1 $\gamma(609)$	**Rn 219** 3,96s α 6,8 γ 271	**Rn 220** 56s α 6,3 γ 0,55	**Rn 221** 25m α 6,0 γ 186	**Rn 222** 3,825d α 5,5 $\gamma(510)$	**Rn 223** 23,2m β^- γ 593	**Rn 224** 1,78h β^- γ 261	**Rn 225** 4,5m β^- γ	**Rn 226** 7,4m β^-	**Rn 227** 22,5s β^- γ 162	**Rn 228** 65s β^- γ 125
At 211 7,22h α 5,9 $\gamma(687)$	**At 212** 119ms α 7,8 $\gamma(687)$	**At 213** 0,11µs α 9,1	**At 214** 0,76µs α 8,8 $gamma$	**At 215** 0,1ms α 8,0 γ 405	**At 216** ? α 7,9 γ103	**At 217** 32,3ms α 7,1 β^- ...	**At 218** $\sim$ 2s α 6,7 β^- ...	**At 219** 0,9m α 6,3 β^-	**At 220** 3,71m α 5,5 γ241	**At 221** 2,3m	**At 222** 54s	**At 223** 50s				
Po 210 138,38d α 5,3 $\gamma(803)$	**Po 211** 25,2s α 7,3 γ570	**Po 212** 0,30µs α 8,8 γ –	**Po 213** 4,2µs α 8,4 $\gamma(779)$	**Po 214** 164µs α 7,7 $\gamma(800)$	**Po 215** 1,78ms α 7,4 γ ...	**Po 216** 0,15s α 6,8 $\gamma(805)$	**Po 217** $<$ 10s α 6,5 β^-	**Po 218** 3,05m α 6,0 β^- ...	**Po 219** 0,30µs	**Po 220** 0,30µs α 8,8 γ –						
Bi 209 100	**Bi 210** 5,013d β^- 1,2 α4,649	**Bi 211** 2,17m α 6,6 β^- ...	**Bi 212** 61m β^- 2,2 α 6,1	**Bi 213** 45,6m β^- 1,4 α5,87	**Bi 214** 19,9m β^- 1,5 α5,45	**Bi 215** 7,6m	**Bi 216**	**Bi 217**	**Bi 218**							
Pb 208 52,4	**Pb 209** 3,235h β^- 0,6	**Pb 210** 22,3a β^- 0,02 α3,72	**Pb 211** 36,1m β^- 1,4 γ405	**Pb 212** 11h β^- 0,60 γ 0,30	**Pb 213** 10,2m	**Pb 214** 26,8m β^- 0,7 γ352										

126 … 142

(a) Welche spezielle Eigenschaft haben die Massenzahlen aller Elemente dieser Zerfallsreihe?

(b) Beim α–Zerfall von Th–232 zu Ra–228 finden wir im Feld für Th–232, dass die Energie der α–Teilchen 4,1 MeV beträgt. Bestätige durch Rechnung, dass dieser Wert korrekt ist. Führe diese Rechnung auch für den Zerfall von Bi–212 durch und vergleiche dein Ergebnis mit dem in dem Auszug aus der Nuklidkarte angegebenen Wert.

Benötigte Kernmassen: He–4: 4,001 506 5 u, Bi-212: 211,946 667 2u, Po–212: 211,943 700 0 u, Ra–228: 227,983 777 6 u, Th–232: 231,989 682 1 u. Masse des Elektrons: $5{,}48580 \cdot 10^{-4}$ u

Lösung: (a) ${}^{232}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\beta^-} {}^{228}_{89}\mathrm{Ac} \xrightarrow{\beta^-} {}^{228}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{224}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{220}_{86}\mathrm{Rn} \xrightarrow{\alpha} {}^{216}_{84}\mathrm{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{212}_{82}\mathrm{Pb} \xrightarrow{\beta^-} {}^{212}_{83}\mathrm{Bi} \xrightarrow{\beta^-} {}^{212}_{84}\mathrm{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}$

(b) Alle Massenzahlen der Zerfallsreihe sind Vielfache von 4.

(c) $(231{,}989\,682\,1 - 227{,}983\,777\,6 - 4{,}001\,506\,5)\ \mathrm{u}c^2 = 4{,}1\,\mathrm{MeV}$

$\left(211{,}946\,667\,2 - 211{,}943\,700\,0 - 5{,}48580 \cdot 10^{-4}\right)\ \mathrm{u}c^2 = 2{,}2\,\mathrm{MeV}$

4. **Thorium-Reihe:**

$$ {}^{232}_{90}\mathrm{Th} \to {}^{228}_{\square}\square \to {}^{228}_{\square}\square \to {}^{\square}_{90}\square \to {}^{\square}_{88}\square \xrightarrow{\alpha} {}^{\square}_{\square}\square \to {}^{216}_{\square}\square \to {}^{\square}_{\square}\mathrm{Pb} \to $$

$$ \to {}^{212}_{\square}\mathrm{Bi} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\alpha} {}^{\square}_{\square}\square \to {}^{208}_{\square}\square \\ \\ \xrightarrow{\beta^-} {}^{\square}_{\square}\square \to {}^{\square}_{82}\square \end{array} \right. $$

Ergänze die fehlenden Zerfallsarten, Elementzeichen, Massen- und Ordnungszahlen (es treten nur α- und β^--Zerfälle auf). Zeichne ein N-Z-Diagramm der ganzen Zerfallsreihe.

Lösung:

5. Die **Uran-Actinium-Reihe** beginnt mit ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$. Die auftretenden Zerfallsarten lauten in dieser Reihenfolge: α, β, α, β, α, α, α, α, β, α, β. Bestimme alle Elemente dieser Reihe mit Massen- und Ordnungszahl! Zeichne ein N-Z-Diagramm der ganzen Zerfallsreihe.

Lösung:

Teil IV.

Kinematik und Dynamik geradliniger Bewegungen

14. Darstellung von Bewegungsabläufen in Diagrammen

1. Für die Fahrt einer U–Bahn zwischen zwei Haltestellen ergaben sich folgende Meßwerte:

t in s	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
v in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	0	6	12	18	24	24	18	12	6	0

Die U–Bahn fährt aus Gründen des Fahrkomforts stets mit konstanter Beschleunigung (dies ist eine idealisierte Annahme).

(a) Zeichne das zur Bewegung gehörige v–t– und das a–t–Diagramm.

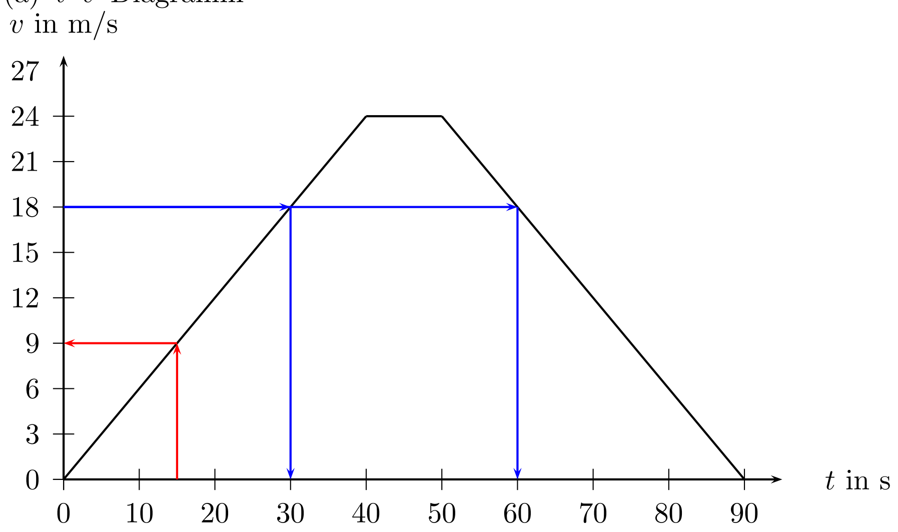
(b) Ermittle grafisch und rechnerisch welche Geschwindigkeit die U–Bahn zur Zeit 15 s hat.

(c) Zu welchen Zeitpunkten beträgt die Geschwindigkeit der U–Bahn 64,8 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$?

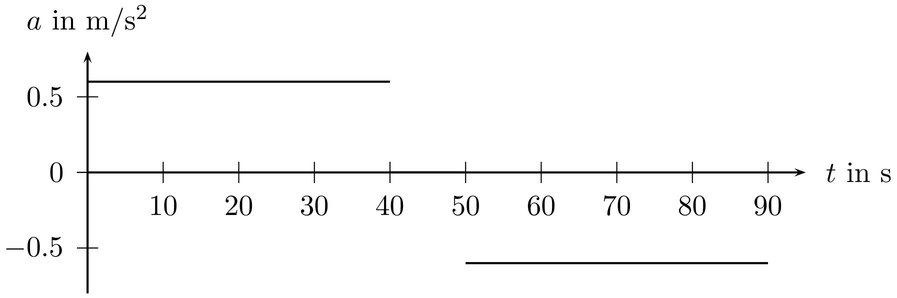
(d) Welche durchschnittliche Geschwindigkeit hat die U–Bahn während der Zeitdauer von 0 bis 40 s?

(e) Wie weit sind die beiden Haltestellen voneinander entfernt?

Lösung: (a) t–v–Diagramm



t–a–Diagramm



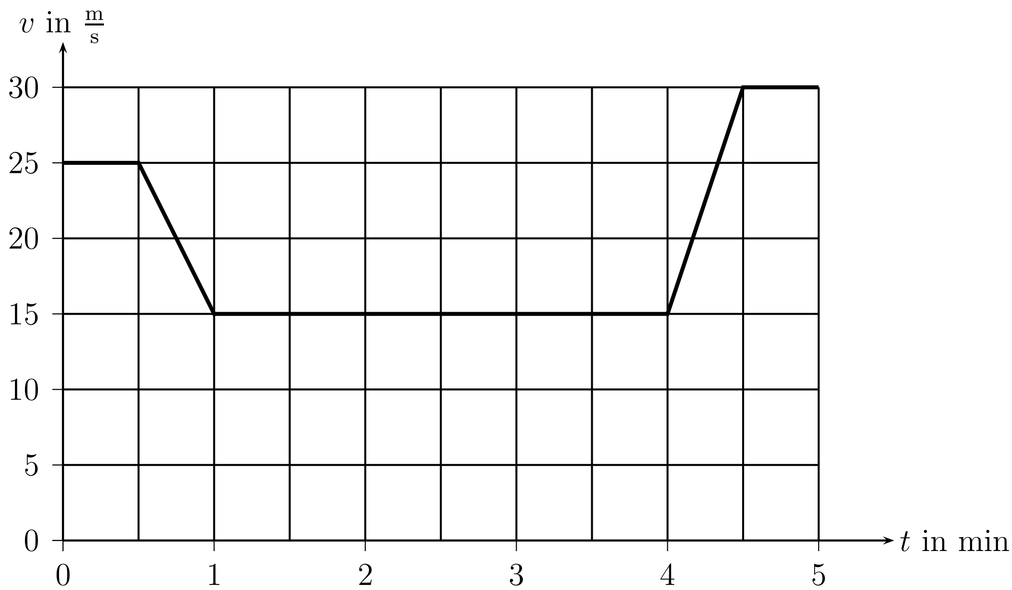
(b) $9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

(c) $64{,}8\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $t_1 = \frac{v}{a} = 30\,\mathrm{s}$, $t_2 = 60\,\mathrm{s}$

(d) $12\,\mathrm{m/s}$

(e) $2 \cdot 12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 40\,\mathrm{s} + 24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 10\,\mathrm{s} = 1{,}2\,\mathrm{km}$

2. Für die Durchfahrt eines PKW's durch eine geschlossene Ortschaft ist folgendes t–v–Diagramm gegeben:



Dabei erreicht der PKW den Ortseingang zur Zeit 1,0 min und ist zur Zeit 4,0 min am Ortsausgang.

(a) Hält der Fahrer die innerorts vorgeschriebene Höchstgeschwindigkeit von $50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ ein? (Begründung durch Rechnung).

(b) Mit welcher (negativen) Beschleunigung fährt das Auto in den Ort und mit welcher Beschleunigung verlässt das Auto den Ort?

(c) Welchen Weg legt das Fahrzeug innerorts zurück und wie weit fährt es während der gesamten 5 Minuten?

Lösung: (a) $15\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3{,}6 = 54\,\frac{\text{km}}{\text{h}} > 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

(b) $-0{,}33\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $0{,}50\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

(c) 2,7 km; 5,6 km

3. In einem Kursbuch der Bundesbahn wird über die Strecke München-Murnau informiert. Links sind die Längen der Streckenabschnitte in km und rechts Ankunfts-und Abfahrtszeiten angegeben.

km	Ort	Zeit
0	München Hbf ab	7.00
20	Tutzing an	7.30
	Tutzing ab	7.35
50	Weilheim	7.45
	Weilheim	7.50
78	Murnau an	8.05

(a) Erstelle mit den Daten aus der Tabelle ein Zeit-Orts-Diagramm.

(b) Lies aus dem Diagramm ab: Zwischen welchen Haltepunkten fährt der Zug (im Mittel) am schnellsten und zwischen welchen fährt er am langsamsten? Begründung mit Hilfe des Diagramms, keine Rechnung!

(c) Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen München und Murnau in km/h.

(d) Welche Zeit (in Minuten) würde der Zug mit der in Teilaufgabe (c) berechneten Geschwindigkeit für eine Strecke von 60km benötigen?

Quelle: Julia Pürkner

Lösung: (a) Zeit-Orts-Diagramm.

(b) Zwischen Tutzing und Weilheim ist der Zug am schnellsten, da dort die Steigung der Geraden am größten ist.

Zwischen München und Tutzing ist der Zug am langsamsten, da dort die Steigung der Geraden am kleinsten ist.

(c) $v = \frac{x}{t} = \frac{78km}{1{,}083h} = 72\frac{km}{h}$

(d) $t = \frac{x}{v} = \frac{60km}{72\frac{km}{h}} = 50min$

4. Aus dem Fahrplan der eingleisigen Bahnstrecke Garmisch–Partenkirchen–Murnau ist folgender Fahrplanauszug gegeben:

km	Haltestelle	RB21883		RB21892	
		Ankunft	Abfahrt	Ankunft	Abfahrt
0	Garmisch–Partenkirchen	7:16			6:56
9	Oberau	7:07	7:08	7:03	7:09
14	Eschenlohe	7:01	7:02	7:15	7:16
19	Ohlstadt	6:57	6:57	7:20	7:21
29	Murnau		6:51	7:28	

(a) Stelle die Fahrt der beiden Züge in einem graphischen Fahrplan (= gemeinsames Zeit–Ort–Diagramm, t–s–Diagramm) dar.

(DIN A4 quer, Maßstab auf der Zeitachse: 1 cm für 2 min, Bereich 6:50 Uhr $\leqq$ 7:40 Uhr, Maßstab auf der Ortsachse: 1 cm für 2 km)

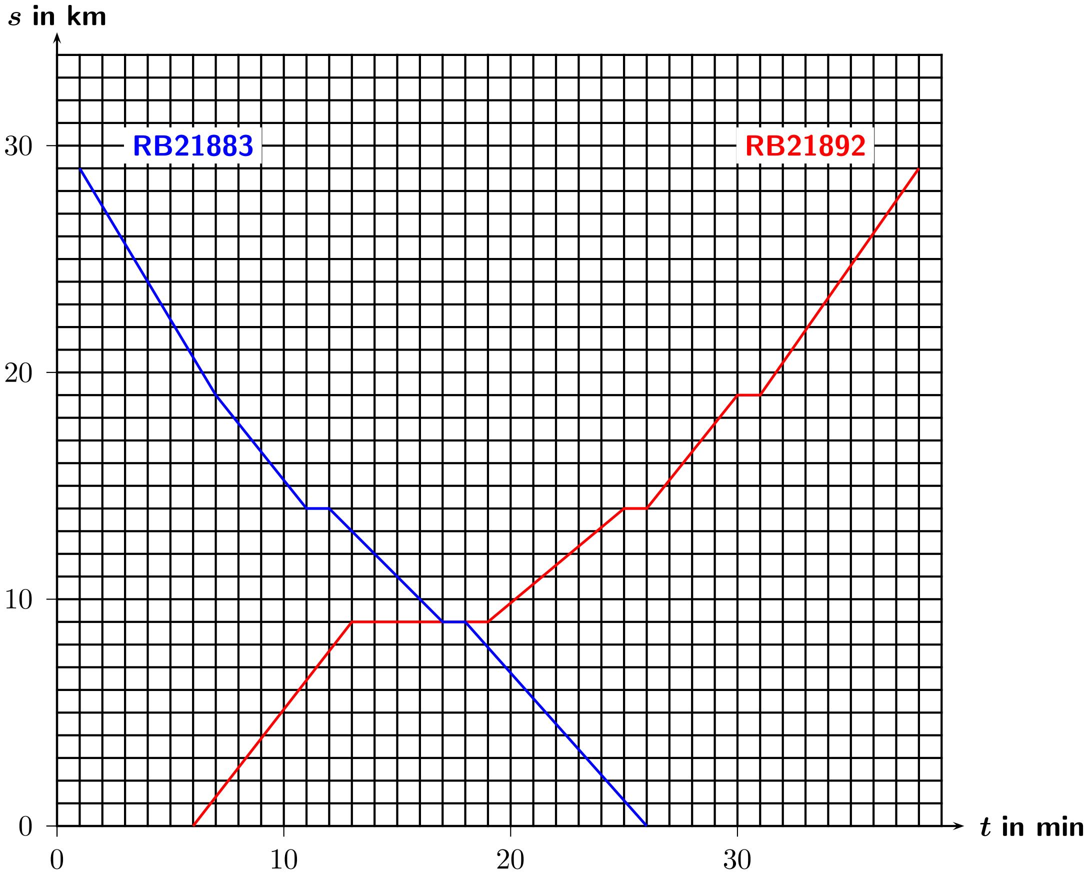
(b) Berechne die Geschwindigkeit der Züge auf den einzelnen Streckenabschnitten. Wie kann man die dafür benötigten Daten aus der Tabelle, wie aus dem Diagramm entnehmen?

(c) Auf welchem Abschnitt ist welcher Zug am langsamsten, wo welcher am schnellsten? Woran erkennt man dies im Diagramm?

(d) Der Zug **RB21892** muss gleich nach dem ersten Streckenabschnitt in Oberau 6 min warten, um den Gegenzug passieren zu lassen. Wie erkennt man diese Situation im Diagramm? Überlege dir Optimierungsmöglichkeiten für den Fahrplan.

(e) Der Zug **RB21883** hat Verspätung. Ab welcher Verspätung wäre es sinnvoll, den Zug **RB21892** in Oberau nicht warten zu lassen, um die Züge in einem anderen Ort passieren zu lassen? Probiere graphisch verschiedene Möglichkeiten aus.

Lösung: (a) t–s–Diagramm: 0 auf der t–Achse entspricht der Uhrzeit 6:50 Uhr.



(b) **RB21883**

Garmisch–Partenkirchen–Oberau:

$$\frac{9\,\text{km} - 0\,\text{km}}{7\,\text{h}\,16\,\text{min} - 7\,\text{h}\,8\,\text{min}} = \frac{9\,\text{km}}{8\,\text{min}} = 67{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Oberau–Eschenlohe:

$$\frac{14\,\text{km} - 9\,\text{km}}{7\,\text{h}\,7\,\text{min} - 7\,\text{h}\,2\,\text{min}} = \frac{5\,\text{km}}{5\,\text{min}} = 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Eschenlohe–Ohlstadt:
$$\frac{19\,\text{km} - 14\,\text{km}}{7\,\text{h}\,1\,\text{min} - 6\,\text{h}\,57\,\text{min}} = \frac{5\,\text{km}}{4\,\text{min}} = 75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Ohlstadt–Murnau:
$$\frac{29\,\text{km} - 19\,\text{km}}{6\,\text{h}\,57\,\text{min} - 6\,\text{h}\,51\,\text{min}} = \frac{10\,\text{km}}{6\,\text{min}} = 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

RB21892

Garmisch–Partenkirchen–Oberau:
$$\frac{9\,\text{km} - 0\,\text{km}}{7\,\text{h}\,3\,\text{min} - 6\,\text{h}\,56\,\text{min}} = \frac{9\,\text{km}}{7\,\text{min}} = 77\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Oberau–Eschenlohe:
$$\frac{14\,\text{km} - 9\,\text{km}}{7\,\text{h}\,15\,\text{min} - 7\,\text{h}\,9\,\text{min}} = \frac{5\,\text{km}}{6\,\text{min}} = 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Eschenlohe–Ohlstadt:
$$\frac{19\,\text{km} - 14\,\text{km}}{7\,\text{h}\,20\,\text{min} - 7\,\text{h}\,16\,\text{min}} = \frac{5\,\text{km}}{4\,\text{min}} = 75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Ohlstadt–Murnau:
$$\frac{29\,\text{km} - 19\,\text{km}}{7\,\text{h}\,28\,\text{min} - 7\,\text{h}\,21\,\text{min}} = \frac{10\,\text{km}}{7\,\text{min}} = 86\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

(c) Beide Züge sind auf dem Abschnitt von Eschenlohe nach Oberau am schnellsten. Im Diagramm erkennt man das, dass auf diesen Abschnitten die Linien am steilsten sind.

(d) Das Warten eines Zuges erkennt man im Diagramm, dass die Linie waagrecht verläuft. Die beiden Züge fahren aneinander vorbei, wenn sich ihre Linien schneiden.

Man könnte die RB21892 4 Minuten später losfahren lassen.

(e) Die beiden Züge sollten dann in Eschenlohe aneinander vorbeifahren. Die RB21892 ist um 7:15 Uhr in Eschenlohe, die RB21883 normalerweise um 7:01 Uhr.

Das heißt die RB21883 sollte dazu 14 Minuten Verspätung haben.

5. Fahrplanauszug

km	Ort	RB5200	ICE110
0	Mittenwald ab	6.00	8.00
18	Garmisch-Partenkirchen an	6.20	8.20
18	Garmisch-Partenkirchen ab	6.35	8.25
36	Murnau ab	7.00	8.50
55	Weilheim an	7.15	9.00
55	Weilheim ab	7.20	9.05
95	München Hbf an	7.55	9.25

(a) Erstelle ein t–s–Diagramm und ein t–v–Diagramm; trage für jeden Zeitpunkt der Fahrt Ort und Geschwindigkeit für jeden der beiden Züge (mit jeweils unterschiedlicher Farbe) in das zugehörige Diagramm.

(b) Vergleiche die Linien der beiden Züge im t–s–Diagramm zwischen Weilheim ab und München Hbf an. Welche Aussage kannst du über die beiden Geschwindigkeiten aus der Steigung der beiden Linien machen?

(c) Ermittle die Geschwindigkeit des ICE110 zwischen je zwei Haltestellen.

(d) Ermittle die Durchschnittsgeschwindigkeit der beiden Züge zwischen Mittenwald und München.

Lösung:

6. Ein PKW beginnt einen Überholvorgang bei einer Geschwindigkeit von $72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. An Ende des Vorgangs hat er eine Geschwindigkeit von $108\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Der Überholvorgang dauert $16\,\mathrm{s}$ und die Beschleunigung sei als konstant angenommen.

   (a) Berechne die Beschleunigung.

   (b) Zeichne die zum Überholvorgang gehörige Ortskurve in ein t–x–Diagramm.

   (c) Kennzeichne den während des Überholvorgangs vom PKW zurückgelegten Weg im t–x–Diagramm und berechne diesen.

   (d) Gib allgemein einen Term für die Berechnung des während einer Bewegung mit konstanter Beschleunigung zurückgelegten Wegs bei einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 an.

Lösung:

7. Bei km 30 auf der Autobahn München-Stuttgart findet ein Raubüberfall statt. Der Täter flüchtet mit seinem klapprigen Auto mit der Geschwindigkeit $v_1 = 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ in Richtung Stuttgart. Zwanzig Minuten später nimmt ein Polizeiauto vom Autobahnbeginn aus mit $v_2 = 150\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ die Verfolgung auf.

   (a) Zeichne die Weltlinien beider Autos in *ein* Diagramm!
   Verwende die Einheiten $10\,\mathrm{min} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$ und $20\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$!

   (b) Wann und wo holt die Polizei den Täter ein? Grafische und rechnerische Lösung!

Lösung: Die Startzeit sei $t_0 = 0$.

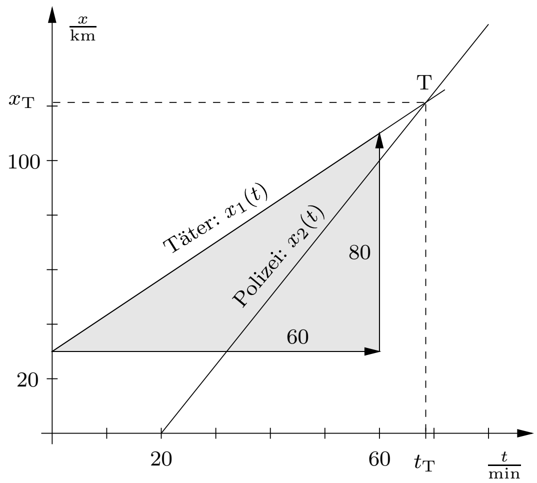
$x_1(t) = 30\,\mathrm{km} + 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t$

$$x_2(t) = 0\,\mathrm{km} + 150\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot (t - \frac{1}{3}\,\mathrm{h}) =$$
$$= -50\,\mathrm{km} + 150\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t$$

Treffpunkt: $x_1(t) = x_2(t) \quad \Longrightarrow$

$t_\mathrm{T} = \frac{8}{7}\,\mathrm{h} \approx 1\,\mathrm{h}\,9\,\mathrm{min}$

$x_\mathrm{T} = 121\,\mathrm{km}$



8. Zwei Raumstationen S_1 und S_2 sind 5000 km voneinander entfernt. Zur Zeit $t_0 = 0$ startet eine Rakete R_1 mit einem Geschwindigkeitsbetrag von $|v_1| = 500\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ von S_1 aus in Richtung nach S_2. Eine Stunde später startet eine weitere Rakete R_2 mit $|v_2| = 2000\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ von S_2 nach S_1. Wann und wo begegnen sich die beiden Raumschiffe? Rechnung und tx-Diagramm ($1\,\mathrm{h} \mathrel{\widehat{=}} 2\,\mathrm{cm}, 1000\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$)!

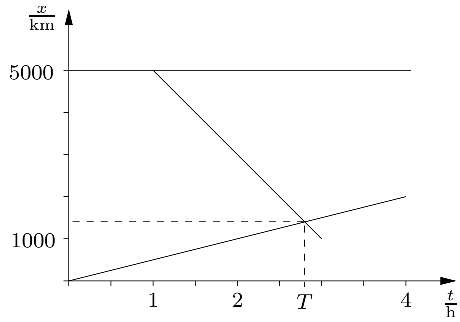
Lösung: R_1: $x_1(t) = 500\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t$

R_2: $x_2(t) = 5000\,\mathrm{km} - 2000\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot (t - 1\,\mathrm{h}) =$

$= 7000\,\mathrm{km} - 2000\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t$

$x_1(T) = x_2(T) \quad \Longrightarrow \quad T = 2{,}8\,\mathrm{h}$

$x(T) = 1400\,\mathrm{km}$



9. Kurze Ultraschallimpulse werden in einem zeitlichen Abstand von $\Delta T = 0{,}75\,\mathrm{s}$ von hinten auf ein durch Garmisch fahrendes Auto gerichtet, dort reflektiert und am Ort des Senders in einem zeitlichen Abstand von $\Delta t = 0{,}85\,\mathrm{s}$ wieder registriert. Berechne die Geschwindigkeit v des Autos! (Es herrscht Windstille und eine Temperatur von $20\,°\mathrm{C}$; die Schallgeschwindigkeit bei $20\,°\mathrm{C}$ beträgt $c_s = 340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.)
Zeichne als Überlegungsfigur ein übersichtliches tx-Diagramm!

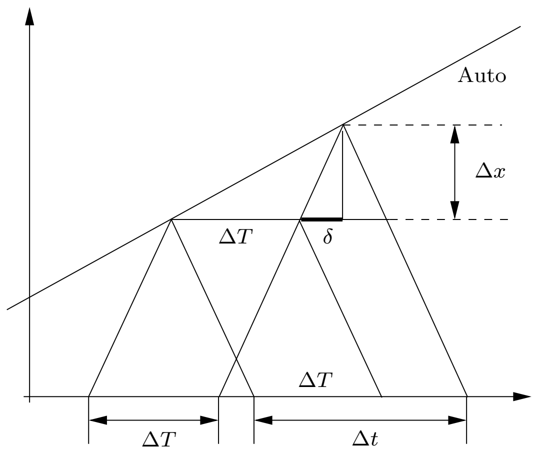
Lösung: $\delta = \frac{1}{2}(\Delta t - \Delta T)$

$\Delta t_1 = \Delta T + \delta = \frac{1}{2}(\Delta t + \Delta T)$

$\Delta x = c \cdot \delta$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t_1} = \frac{c(\Delta t - \Delta T)}{\Delta t + \Delta T}$$

$$v = \frac{c}{16} = 21{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 76{,}5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$



10. Die Autos 1 und 2 fahren mit den konstanten Geschwindigkeiten v_1 und v_2 ($v_1 > v_2$) in die gleiche Richtung auf der Landstraße. Auto 1 befindet sich zunächst hinter Auto 2 und setzt zum Überholen an.

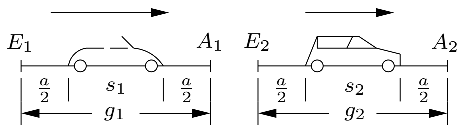
   (a) Berechne die Länge L des gesamten Überholweges von Fahrzeug 1, ausgedrückt durch die Geschwindigkeiten v_1 und v_2, die Fahrzeuglängen s_1 und s_2 sowie durch den Sicherheitsabstand a, der beim Ausscheren wie beim Einscheren eingehalten werden muss.

   (b) Für den Sicherheitsabstand gilt die Faustformel a = *halber Tachostand*, d.h. der Zahlenwert von a in Metern ist gleich dem halben Zahlenwert von v_1 in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Der Sicherheitsabstand ist also proportional zur Geschwindigkeit, d.h. $a = \alpha \cdot v_1$. Berechne α in einer möglichst einfachen Einheit.

   (c) Setze $a = \alpha \cdot v_1$ in den Ausdruck für L ein. Im Folgenden sei $s_1 = s_2 = 5\,\mathrm{m}$ und $v_2 = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Zeichne den Grafen der Funktion $L(v_1)$. Berechne dazu L für $v_1 \in \left\{105\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 110\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 120\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 140\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 160\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 200\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 300\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right\}$.

   (d) Jetzt sei $v_1 = \text{konst.} = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Zeichne $L(v_2)$ in das gleiche Diagramm wie in Teilaufgabe (c). Berechne dazu L für $v_2 \in \left\{10\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 70\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 95\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right\}$.

Lösung: (a) Wir denken uns die Autos vorne und hinten um je einen halben Sicherheitsabstand verlängert. Wenn der Anfang A_1 des verlängerten Autos 1 auf das Ende E_2 des verlängerten Autos 2 trifft



beginnt der Überholvorgang (Zeitnulpunkt). Der Überholvorgang endet zur Zeit T, wenn E_1 auf A_2 trifft.

$A_2: \quad x_2(t) = g_2 + v_2 t$

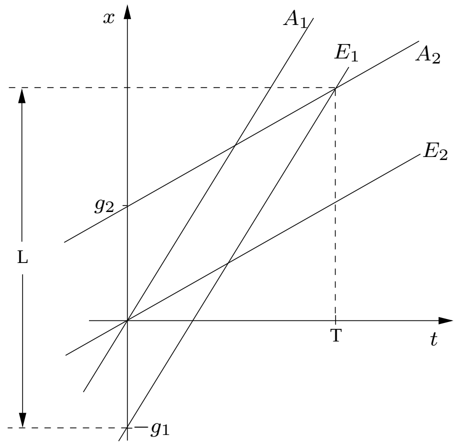
$E_1: \quad x_1(t) = -g_1 + v_1 t$

Aus $x_1(T) = x_2(T)$ folgt

$$T = \frac{g_1 + g_2}{v_1 - v_2} = \frac{s_1 + s_2 + 2a}{v_1 - v_2}$$

und damit

$$L = v_1 T = \frac{v_1(s_1 + s_2 + 2a)}{v_1 - v_2}$$



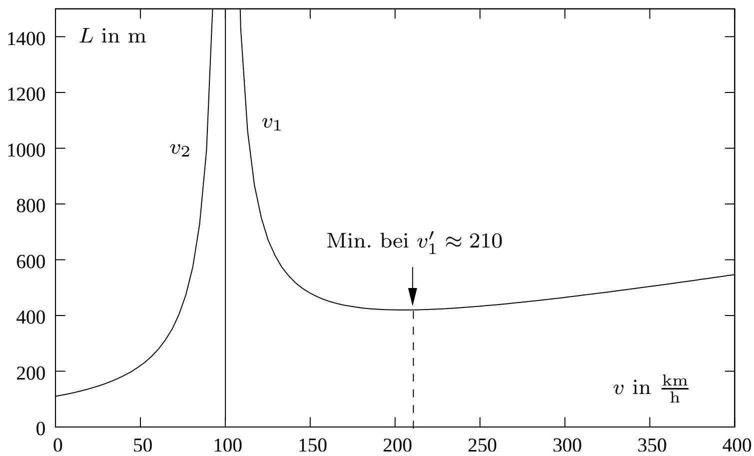
(b) Der Geschwindigkeit $v_1 = 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ entspricht der Sicherheitsabstand $a = 50\,\text{m}$, d.h.

$$\alpha = \frac{a}{v_1} = \frac{50\,\text{m}}{100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{50\,\text{m} \cdot 3600\,\text{s}}{100\,000\,\text{m}} = 1{,}8\,\text{s} = 0{,}0005\,\text{h}$$

(c) Im Folgenden seien v_1' und v_2' die reinen Zahlenwerte der Geschwindigkeiten, d.h. $v_1 = v_1'\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $v_2 = v_2'\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

$$L = \frac{v_1(s_1 + s_2 + 2\alpha v_1)}{v_1 - v_2} = \frac{v_1'\,\frac{\text{km}}{\text{h}}(10\,\text{m} + 0{,}001\,\text{h} \cdot v_1'\,\frac{\text{km}}{\text{h}})}{v_1'\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{v_1'(10 + v_1')}{v_1' - 100}\,\text{m}$$

v_1'	105	110	120	140	160	200	300
L in m	2415	1320	780	525	453	420	465



(d) $$L = \frac{v_1(s_1 + s_2 + 2\alpha v_1)}{v_1 - v_2} = \frac{100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}(10\,\text{m} + 0{,}001\,\text{h} \cdot 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}})}{100\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - v_2'\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{11000}{100 - v_2'}\,\text{m}$$

v_2'	0	10	50	70	80	90	95
L in m	110	122	220	367	550	1100	2200

11. Herr Wilhelm geht mit seiner Frau Kathi zum Langlaufen. Beide Sportler starten gleichzeitig und laufen mit der konstanten Geschwindigkeit v_1 in der Loipe der Gesamtlänge s. Nachdem sie die Strecke x_0 gelaufen sind, kehrt Kathi um, läuft mit dem konstanten Geschwindigkeitsbetrag $v_2 = 1{,}5v_1$ zurück zum Startpunkt, holt in nullkommanichts ihre vergessenen Handschuhe aus dem Auto und spurtet ihrem Mann wieder nach. Herr Wilhelm bewegt sich immer mit der konstanten Geschwindigkeit v_1, Kathi ab dem Verlassen ihres Mannes immer mit dem konstanten Geschwindigkeitsbetrag v_2. Die schnelle und schlaue Kathi hat den Umkehrpunkt x_0 so gewählt, dass sie ihren Mann genau am Ende der Loipe einholt.

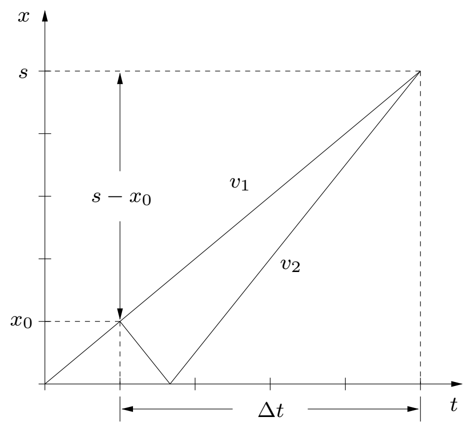
    Veranschauliche den ganzen Vorgang in einem qualitativen und ausführlich beschrifteten tx-Diagramm und berechne x_0 als Vielfaches von s.

Lösung: In der Zeit Δt, in der Herr Wilhelm die Strecke $s - x_0$ mit der Geschwindigkeit v_1 zurücklegt, läuft Kathi mit der Geschwindigkeit v_2 die Strecke $s + x_0$:

$$\Delta t = \frac{s - x_0}{v_1} = \frac{s + x_0}{1{,}5\, v_1}$$

$$1{,}5\, s - 1{,}5\, x_0 = s + x_0$$

$$x_0 = \frac{0{,}5\, s}{2{,}5} = \frac{s}{5} = 0{,}2\, s$$



12. Familie Mittelmaß fährt mit ihrem Wohnmobil mit der konstanten Geschwindigkeit $v_1 = 70\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ in den sonnigen Süden, die Startzeit sei $t_0 = 0$. Das Wohnmobil wird von Sohn Willi auf dem Motorrad begleitet. Zur Zeit $t_1 = 1\,\mathrm{h}$ bemerkt Frau Mittelmaß, dass sie ihre neue Designer-Sonnenbrille vergessen hat. Willi rast sofort mit der konstanten Geschwindigkeit $v_2 = 105\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ zurück zur Wohnung, holt ohne Zeitverzögerung die Brille und verfolgt das unbeirrt weiterfahrende Wohnmobil wiederum mit der Geschwindigkeit v_2, das er dann zur Zeit t_3 am Ort x_3 einholt.
    Drücke t_3 und x_3 durch t_1, v_1 und v_2 aus und setze dann die Zahlenwerte ein!
    Zeichne das tx-Diagramm aller Bewegungen ($1\,\mathrm{h} \,\widehat{=}\, 2\,\mathrm{cm}$, $100\,\mathrm{km} \,\widehat{=}\, 2\,\mathrm{cm}$)!

Lösung: Wohnmobil: $x(t) = v_1 t$,

$x_1 = x(t_1) = v_1 t_1 = 70\,\mathrm{km}$

Willi zurück zur Wohnung:

$x_{\mathrm{w1}}(t) = x_1 - v_2(t - t_1)$

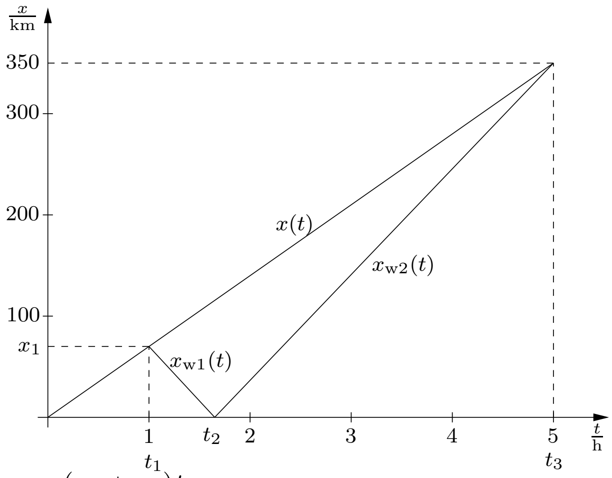
Willi erreicht die Wohnung zur Zeit

$t_2 = t_1 + \dfrac{v_1 t_1}{v_2} = 1\dfrac{2}{3}\,\mathrm{h} = 1\,\mathrm{h}\,40\,\mathrm{min}$

Willi verfolgt Wohnmobil:

$x_{\mathrm{w2}}(t) = v_2\,(t - t_2)$

Treffpunkt zur Zeit t_3 am Ort x_3:



$$v_1 t_3 = v_2\,(t_3 - t_2) \quad \Longrightarrow \quad t_3 = \frac{v_2 t_2}{v_2 - v_1} = \frac{(v_2 + v_1)t_1}{v_2 - v_1} = 5\,\mathrm{h}, \quad x_3 = v_1 t_3 = 350\,\mathrm{km}$$

13. Der böse Blofield startet zur Zeit $t_1 = 60\,\mathrm{s}$ am Ort $x = 0$ mit einer Phantom und einer Atombombe an Bord in Richtung Buckingham-Palast, der sich am Ort $x_{20} = 100\,\mathrm{km}$ befindet. Blofields Geschwindigkeit ist $v_1 = 300\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. James Bond, der alles schon im Voraus weiß, startete bereits zur Zeit Null am Buckinham-Palast und fliegt Blofield mit seinem Minisuperjet entgegen. Bond legt dabei in der Minute 30 km zurück. Bond hat Abwehrraketen an Bord, die in einer Sekunde 1200 m über Grund zurücklegen und genau $\Delta t = 36\,\mathrm{s}$ nach dem Abschuss detonieren.

   (a) Zeichne in ein tx-Diagramm die Weltlinien von Blofield und Bond ein ($20\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$ und $20\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$).

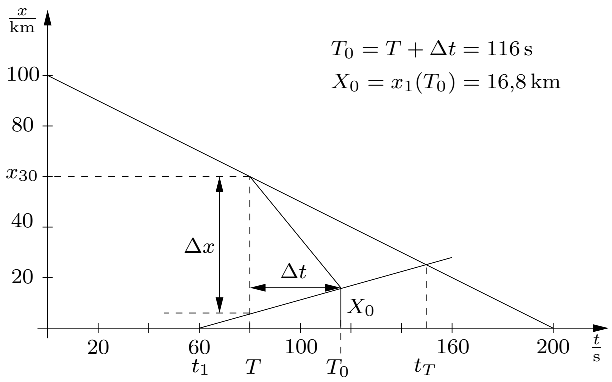
   (b) Stelle die Gleichungen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ der Weltlinien von Blofield und Bond auf. Zu welcher Zeit t_T und an welchem Ort x_T treffen die Beiden aufeinander?

   (c) Zu welcher Zeit T muss Bond seine Rakete gegen Blofield abfeuern, damit sie genau beim Zusammentreffen mit Blofield explodiert? Zeichne die Weltlinie der richtig abgefeuerten Rakete in das schon vorhandene Diagramm ein.
   Hilfe: Drücke zunächst den Startort x_{30} und die Aufprallzeit T_0 der Rakete durch T aus!

Lösung: (b) Geschw. Bond: $v_2 = -500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Geschw. Rakete: $v_3 = -1200\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Blofield: $x_1(t) = v_1(t - t_1)$
Bond: $x_2(t) = x_{20} + v_2 t$

$$x_1(t_T) = x_2(t_T) \Longrightarrow$$

$$t_T = \frac{x_{20} + v_1 t_1}{v_1 - v_2} = \frac{118000\,\mathrm{m}}{800\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = $$
$$= 147{,}5\,\mathrm{s}, \quad x_T = 26{,}25\,\mathrm{km}$$



(c) Rakete startet zur Zeit T am Ort $x_{30} = x_2(T) = x_{20} + v_2 T$.

In der Zeitspanne $\Delta t = 36\,\mathrm{s}$ legt die Rakete $\Delta x_3 = 43200\,\mathrm{m}$ und Blofield $\Delta x_1 = 10800\,\mathrm{m}$ zurück. Zur Zeit T sind Blofield und Rakete also $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_3 = 54000\,\mathrm{m}$ voneinander entfernt:

$$x_2(T) - x_1(T) = x_{20} + v_2 T - v_1(T - t_1) = \Delta x$$

$$T = \frac{x_{20} + v_1 t_1 - \Delta x}{v_1 - v_2} = \frac{(100000 + 18000 - 54000)\,\mathrm{m}}{800\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{64000\,\mathrm{m}}{800\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 80\,\mathrm{s}$$

14. Herr Gsundsama läuft frühmorgens mit der konstanten Geschwindigkeit v von seinem Gartentor ($x = 0$) zum Büro. Zur Zeit $t_1 = 10\,\mathrm{s}$ startet sein Hund Fiffi ebenfalls am Tor, läuft zu seinem Herrchen, kehrt sofort um, erreicht zur Zeit $t_2 = 50\,\mathrm{s}$ das Tor, läuft wieder zu seinem Herrchen, kehrt wieder um und und bleibt zur Zeit $t_3 = 150\,\mathrm{s}$ erschöpft am Tor stehen. Während des gesamten Laufs betrug Fiffi's Geschwindigkeitsbetrag $7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(a) Zeichne die Weltlinien von Hund und Herrchen in ein tx-Diagramm mit den Einheiten $50\,\mathrm{m} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$ und $100\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$. Berechne v in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$! Schreibe Herrn Gsundsama's $x(t)$ in einer möglichst einfachen Form hin!

(b) Nach einer kurzen Rast startet Fiffi um $t_4 = 200\,\mathrm{s}$ einen erneuten Lauf zum Herrchen und zurück. Wie schnell muss er laufen (in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$), damit er zur Zeit $t_5 = 500\,\mathrm{s}$ wieder am Tor ankommt?

Lösung: (a) Umkehrpunkte Fiffi:

$$T_1 = \frac{t_1 + t_2}{2} = 30\,\mathrm{s}$$

$$T_2 = \frac{t_2 + t_3}{2} = 100\,\mathrm{s}$$

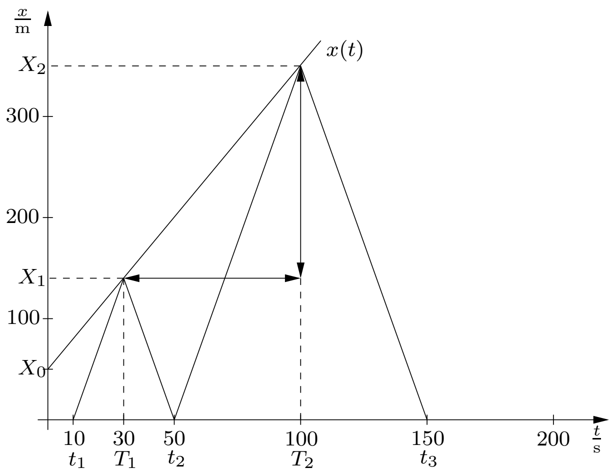
$$X_1 = 7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot (T_1 - t_1) = 140\,\mathrm{m}$$

$$X_2 = 7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot (T_2 - t_2) = 350\,\mathrm{m}$$

Herr Gsundsama:

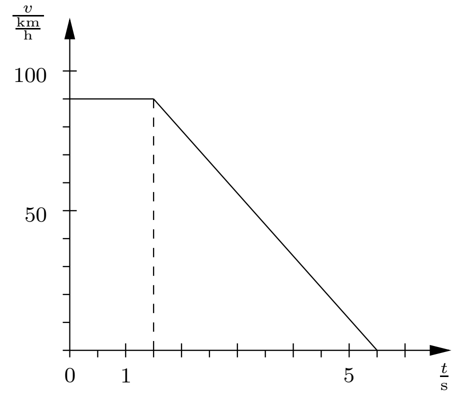
$$v = \frac{X_2 - X_1}{T_2 - T_1} = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$x(t) = X_1 + v(t - T_1) = \underbrace{50\,\mathrm{m}}_{x_0} + vt$$



(b) $T_3 = \dfrac{t_4 + t_5}{2} = 350\,\mathrm{s}, \quad X_3 = x(T_3) = 1100\,\mathrm{m}, \quad v_{\text{Fiffi}} = \dfrac{X_3}{T_3 - t_4} = \dfrac{22}{3}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 26{,}4\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

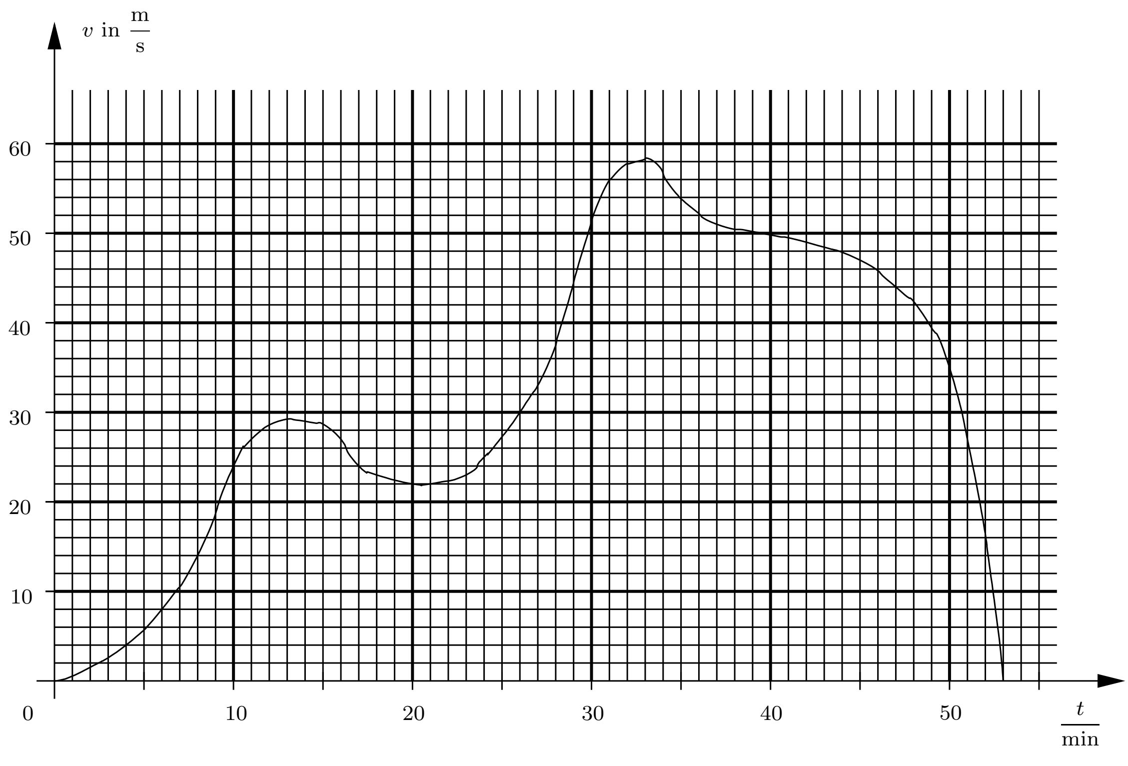
15. Nebenstehende Abbildung zeigt das tv-Diagramm eines PKWs, dessen Fahrer zur Zeit $t_0 = 0$ plötzlich ein Hindernis auf der Fahrbahn sieht.
    (a) Ermittle den *Anhalteweg* zwischen Erkennen des Hindernisses und Stillstand des Autos.
    (b) Wie lautet die Funktionsgleichung für v im Intervall $[1{,}5\,\mathrm{s}, 5{,}5\,\mathrm{s}]$?



Lösung: (a) $\Delta x =$ „Fläche unter tv-Diagramm“ $= 25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1{,}5\,\mathrm{s} + \frac{1}{2} \cdot 25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4\,\mathrm{s} = 87{,}5\,\mathrm{m}$

(b) $v(t) = 25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \frac{25}{4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (t - 1{,}5\,\mathrm{s}) = 34{,}375\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 6{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot t$

16. **Fahrtenschreiber**



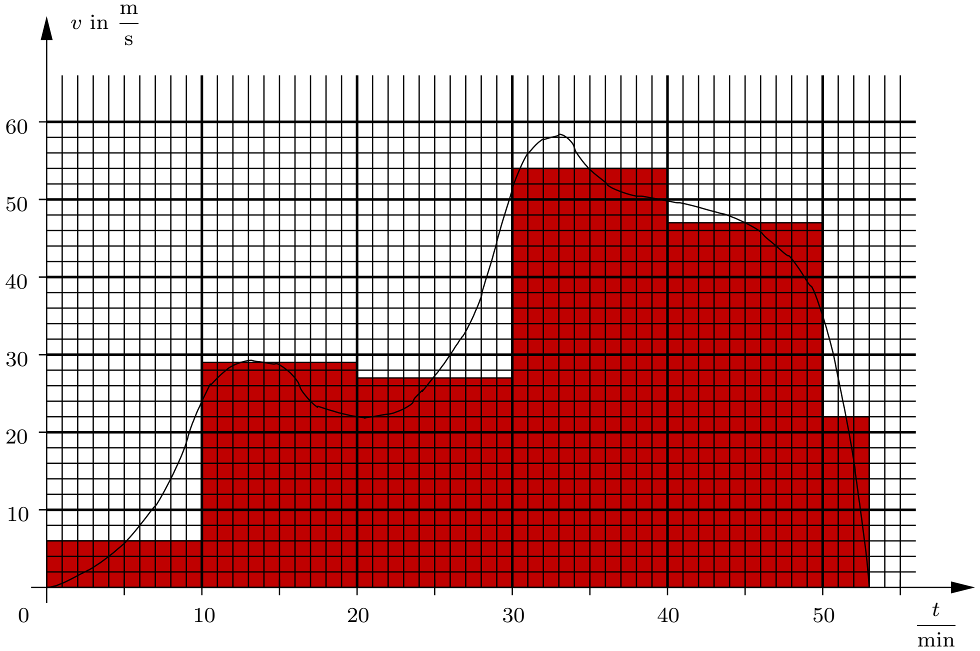
Die Abbildung zeigt das Ergebnis eines Fahrtenschreibers zwischen zwei Tankstops eines PKW's. Beim zweiten Halt wird der anfänglich volle Tank mit 12,3 Litern Benzin wieder ganz aufgefüllt. Gesucht ist der möglichst genaue Benzinverbrauch des Autos auf 100 km.

(a) Wähle für die Berechnung der Fahrstrecke in den ersten 50 min $\Delta t_1 = 10\,\mathrm{min}$

und für den Rest $\Delta t_2 = 3\,\text{min}$.

(b) Rechne jetzt durchgehend mit $\Delta t = 1\,\text{min}$. Um wieviel Prozent weicht das ungenauere Ergebnis vom genaueren Ergebnis ab?

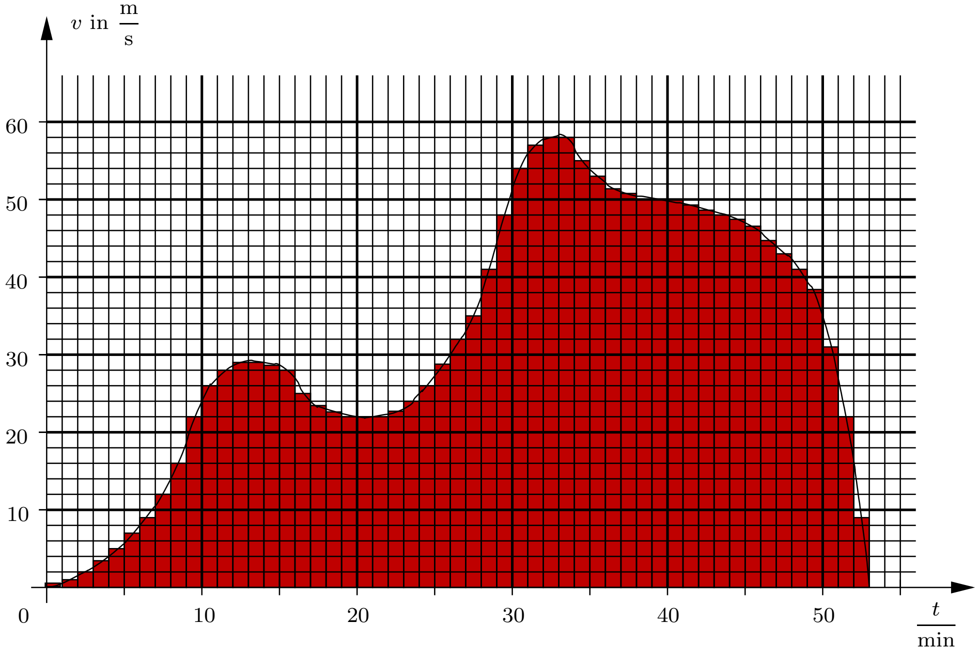
Lösung: (a)



$$\Delta x = (6 + 29 + 27 + 54 + 47)\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 600\,\text{s} + 22\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 180\,\text{s} = 101{,}76\,\text{km}$$

Verbrauch: $\dfrac{12{,}3\,l}{101{,}76\,\text{km}} = 12{,}1\,\dfrac{\text{l}}{100\,\text{km}}$

(b)



$\Delta x = (1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 12 + 16 + 22 + 28 + 29 + 29 + 29 + 28 + 25 + 23 + 23 + 22 +$

$22+22+23+24+26+29+32+35+41+48+54+57+58+58+55+53+51+51+50+50+50+49+48+47+47+45+43+41+38+31+22+9)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 60\,\text{s} = 101{,}82\,\text{km}$

Verbrauch: $\dfrac{12{,}3\,l}{101{,}82\,\text{km}} = 12{,}1\,\dfrac{\text{l}}{100\,\text{km}}$

Abweichung: $\delta_{\text{rel}} = \dfrac{101,76 - 101{,}82}{101{,}82} = -0{,}06\,\%$

17. Ein Auto startet zur Zeit Null und seine Geschwindigkeit ändert sich nach dem Gesetz:

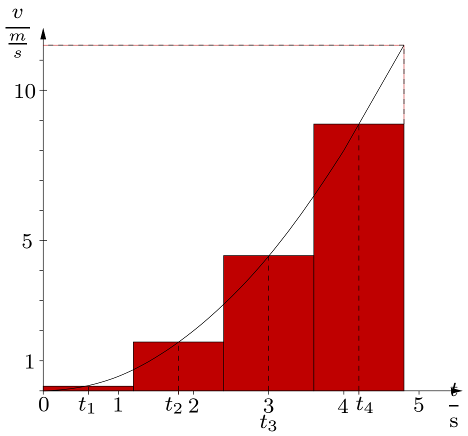
$$v(t) = 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^3}\cdot t^2$$

Berechne mit Hilfe der Midpoint-Rule einen Näherungswert x_n für den Weg, den das Auto in der Zeit von Null bis 4,8 s zurücklegt. Teile dazu das Zeitintervall in vier gleich große Teilintervalle. Wie groß ist der relative Fehler des berechneten Näherungswertes, wenn das exakte Ergebnis $x_e = 18{,}432\,\text{m}$ lautet?

Lösung: $t_1 = 0{,}6\,\text{s}$, $t_2 = 1{,}8\,\text{s}$, $t_3 = 3{,}0\,\text{s}$, $t_4 = 4{,}2\,\text{s}$, $\Delta t = 1{,}2\,\text{s}$

$$\begin{aligned}\Delta x &= (v(t_1)+v(t_2)+v(t_3)+v(t_4))\cdot\Delta t = \\ &= (0{,}18+1{,}62+4{,}5+8{,}82)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 1{,}2\,\text{s} = \\ &= 18{,}144\,\text{m}\end{aligned}$$

$$\delta_{\text{rel}} = \frac{18{,}144-18{,}432}{18{,}432} = -1{,}56\,\%$$



18. Die Geschwindigkeit eines beschleunigten Mopeds ist gegeben durch

$$v(t) = 0{,}01\,\frac{\text{m}}{\text{s}^4}\cdot t^3$$

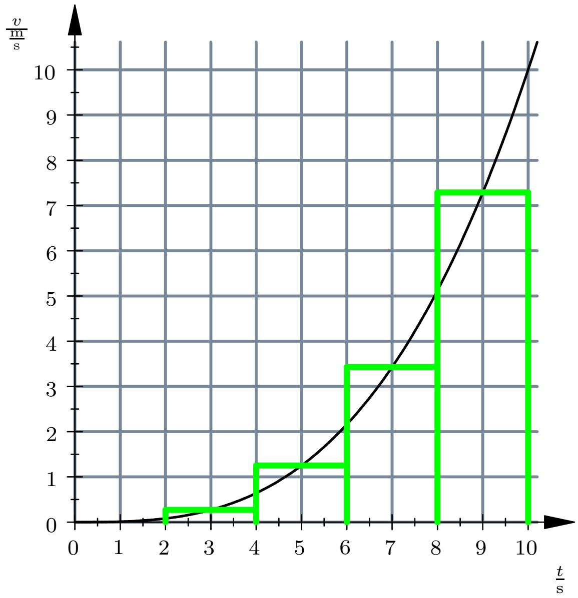
(a) Zeichne den Grafen der Funktion im Intervall $[0\,\text{s}, 10\,\text{s}]$.

(b) Berechne näherungsweise den Weg Δx, den das Moped im Zeitintervall $[2\,\text{s}, 10\,\text{s}]$ zurücklegt. Zerlege dazu das Intervall in vier Teilintervalle. Veranschauliche deine Vorgehensweise im schon gezeichneten Diagramm.

(c) Wie groß ist der relative Fehler deines Ergebnisses, wenn der exakte Wert des Weges $\Delta x_{\text{exakt}} = 24{,}96\,\text{m}$ ist?

Lösung: (a)

t in s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0	0,01	0,08	0,27	0,64	1,25	2,16	3,43	5,12	7,29	10



(b) $\Delta t = \dfrac{10\,\mathrm{s} - 2\,\mathrm{s}}{4} = 2\,\mathrm{s}$

$\Delta x = \Delta t\,[v(3\,\mathrm{s}) + v(5\,\mathrm{s}) + v(7\,\mathrm{s}) + v(9\,\mathrm{s})] = 2\,\mathrm{s}\cdot \underbrace{\left[0{,}27\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 1{,}25\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 3{,}43\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 7{,}29\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]}_{12{,}24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} =$

$24{,}48\,\mathrm{m}$

(c) $\delta_{\mathrm{rel}} = \dfrac{\Delta x - \Delta x_{\mathrm{exakt}}}{\Delta x_{\mathrm{exakt}}} = \dfrac{24{,}48 - 24{,}96}{24{,}96} = -0{,}019 = -1{,}9\%$

15. Ermitteln von Bewegungsfunktionen

1. Eine S–Bahn hat eine Beschleunigung von $a = 0{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Welche Geschwindigkeit erreicht die S–Bahn, wenn sie aus dem Stand heraus 2,0 Minuten mit dieser Beschleunigung fährt?

Lösung: $v = a\,t = 0{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 120\,\mathrm{s} = 30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 108\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

2. Ein Großraumflugzeug braucht zum Abheben etwa eine Geschwindigkeit von $300\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Wie lange dauert der Startvorgang, wenn das Flugzeug eine konstante Beschleunigung von $1{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ hat?

Lösung: $46\,\mathrm{s}$

3. Der BMW 645 Ci beschleunigt laut Hersteller in $6{,}1\,\mathrm{s}$ von 0 auf $100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Wie lange dauert es bis das Fahrzeug seine Höchstgeschwindigkeit von $240\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ erreicht, wenn wir unterstellen, dass diese Beschleunigung auch für größere Geschwindigkeiten als $100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ Gültigkeit hat. Wieso ist die Annahme der konstanten Beschleunigung bis zur Höchstgeschwindigkeit des Fahrzeugs falsch?

Lösung: $2{,}4 \cdot 6{,}1\,\mathrm{s} = 15\,\mathrm{s}$; wegen der Rollreibung und dem mit der Geschwindigkeit zunehmenden Luftwiderstand nimmt die Beschleunigung (bei maximaler und somit konstanter Leistung) stetig ab. Nach Erreichen der Höchstgeschwindigkeit ist sie sogar 0.

4. Ein Projektil wird in einem $s = 50\,\mathrm{cm}$ langen Gewehrlauf auf $v = 400\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ beschleunigt. Berechne die Beschleunigung a und die Zeitdauer t des Beschleunigungsvorgangs.

Lösung: $$s = \frac{a}{2}t^2 \text{ und } v = at \quad\Longrightarrow\quad s = \frac{a}{2}\cdot\frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2a} \quad\Longrightarrow\quad a = \frac{v^2}{2s} = 1{,}6\cdot 10^5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$
$$t = \frac{v}{a} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

5. Ein Auto beschleunigt in $t = 10{,}8\,\mathrm{s}$ von $v_0 = 0$ auf $v = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Berechne die Beschleunigung a und die Beschleunigungsstrecke s.

Lösung: $$a = \frac{v}{t} = \frac{100}{3{,}6\cdot 10{,}8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 2{,}57\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \qquad s = \frac{a}{2}t^2 = \frac{vt}{2} = 150\,\mathrm{m}$$

6. Ein Zug beschleunigt mit $a = 0{,}10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ aus dem Stand auf $v = 72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang und wie weit fährt der Zug dabei?

Lösung: $t = \frac{v}{a} = \frac{72}{3{,}6 \cdot 0{,}1}\,\mathrm{s} = 200\,\mathrm{s}, \qquad s = \frac{a}{2}t^2 = 2000\,\mathrm{m}$

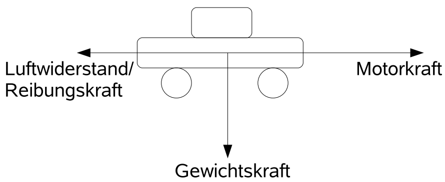
7. Ein Auto der Masse $1,2\,t$ beschleunigt am Ortsende in $5s$ von $12\frac{m}{s}$ auf $22\frac{m}{s}$.
   (a) Beschreibe was man in der Physik unter Beschleunigung versteht.
   (b) Gib die Anfangsgeschwindigkeiten in km/h an.
   (c) Wie groß ist die Beschleunigung des Autos?
   (d) Stelle in einer Skizze dar, welche Kräfte auf das Auto wirken.

Lösung: (a) Die Beschleunigung ist ein Maß dafür, wie sich die Geschwindigkeit im Laufe der Zeit ändert; Beschleunigung ist die Änderung der Geschwindigkeit dividiert durch die zugehörige Zeit

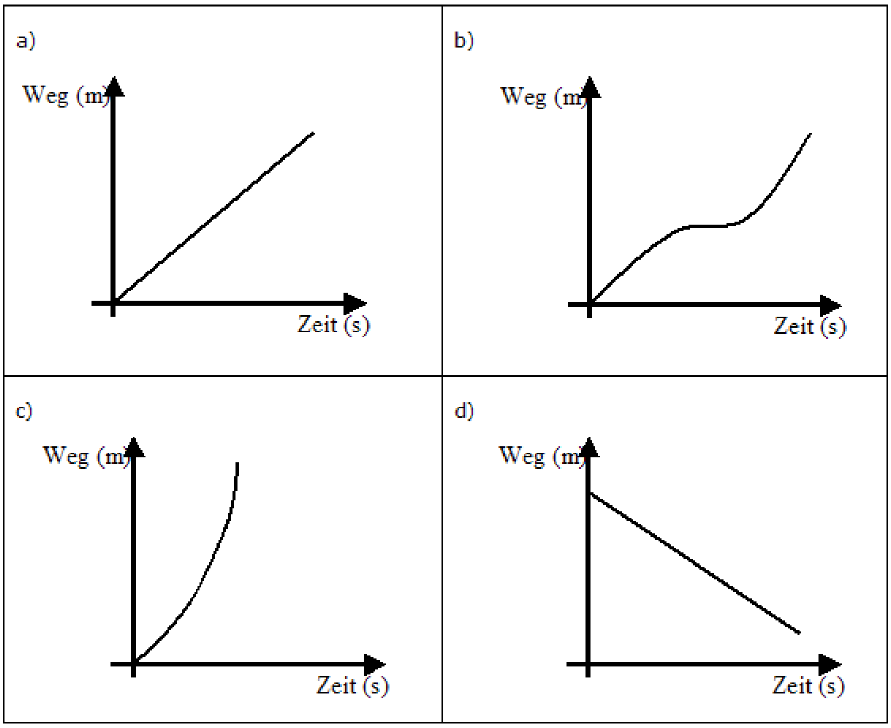
(b) $43\frac{km}{h}$, $79\frac{km}{h}$

(c) $a = \frac{22\frac{m}{s} - 12\frac{m}{s}}{5s} = 2\frac{m}{s^2}$

(d) .



8. Ein Motorradfahrer steht wegen eines kurzen aber kräftigen Regenschauers unter einer Autobahnbrücke. Nach Beendigung des Schauers startet der Motorradfahrer seine Maschine und bereitet sich vor loszufahren. Ein letzter Blick über die Schulter und der Motorradfahrer gibt Vollgas. Er beschleunigt mit $a = 4\frac{m}{s^2}$. Im Moment seines Anfahrens fährt ein LKW mit einer konstanten Geschwindigkeit $v = 72\frac{km}{h}$ an ihm vorbei.
   (a) Beschreibe die Situation aus der Sicht des LKW-Fahrers.
   (b) Beschreibe die Situation aus der Sicht des Motorradfahrers.
   (c) Ordne die passenden Grafen den Bewegungen des LKW- und Motorradfahrers zu.



(d) Zeichne mit Hilfe einer Wertetabelle ein Weg-Zeit-Diagramm von der Begegnung unter der Brücke bis zum Augenblick des Überholens. Ermittle den Zeitpunkt, wann der Motorradfahrer den LKW überholt. Gib auch an, welchen Weg der Motorradfahrer bis zu diesem Augenblick zurückgelegt hat. Folgende angefangene Tabelle und das Informationsblatt können dir dabei behilflich sein.

	Motorradfahrer	LKW
Zeit in s	Zurückgelegter Weg in m	Zurückgelegter Weg in m
0	...	...
1	2	20
2	8	40
3	...	...
...	...	...

(e) Versuche einem mathematischen Term aufzustellen, mit dem du für beliebige Geschwindigkeiten sowie Beschleunigungen den Zeitpunkt des Überholens berechnen kannst.

Quelle: http://www.standardsicherung.nrw.de/materialdatenbank/

Lösung: (a) Z.B. unter der Autobahnbrücke fährt er am Motarradfahrer vorbei, der ihn später wieder überholt

(b) Z.B. der LKW fährt beim Start an ihm vorbei und wird später wieder von ihm überholt

(c) gleichförmige Bewegung des LKW entspricht Abb. (a)

beschleunigte Bewegung des Motorradfahrers entspricht Abb. (c)

(d)

(e) $v \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \frac{2v}{a}$, hier: $t = 10s$

9. **Beschleunigungsmesser im Postkartenformat**

Sie können ein "Postkartengoniometer" als Beschleunigungsmesser verwenden: Auf einer Postkarte markiert man eine Vertikale und davon ausgehend eine Winkelskala. Man wählt eine feste Ausrichtung bezüglich des Fahrzeugs oder Flugzeugs in dem man sich befinden (z. B. durch Anlegen an der Armlehne). Zunächst bestimmt man mit einem Testpendel (z. B. Schlüssel an Faden) die Richtung des Lotes auf der Postkarte im Stand, dann liest man in einem Moment besonders starker Beschleunigung (z. B. Start oder Bremsen) die Richtung des Testpendels ab und bestimmt den Winkel α gegenüber der Lotrichtung.

(a) Zeige: Die gesuchte Beschleunigung a ist gegeben durch $a = g \cdot \tan\alpha$ (g: Erdbeschleunigung)

(b) Berechne a für $\alpha = 10°$. Gib das Ergebnis in Stundenkilometer/Sekunde an. Schätzen einen Fehler für die Messung ab.

(c) Stelle eine Tabelle und eine Grafik für Beschleunigung (a in $\frac{km}{hs}$) gegen Winkel (α in Grad) im Bereich von 0° bis 25° auf. Warum stimmt die erhaltene Kurve so gut mit einer Geraden überein?

(d) Die Abhebgeschwindigkeit eines Verkehrsflugzeugs beträgt ca. 300 $\frac{km}{h}$. Benutze das Ergebnis aus (b) um die Abhebezeit und Länge einer Startbahn zu schätzen.

Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

Lösung: (a) Die Beschleunigungen g senkrecht zur Erdoberfläche und a parallel zur Erdoberfläche werden vektoriell zur Gesamtbeschleunigung addiert. In dem entstehenden rechtwinkligen Dreieck gilt $\tan\alpha = \frac{a}{g}$. Hieraus folgt die Behauptung.

(b) $a \approx 1,7\frac{m}{s^2}$ bzw. $a \approx 6,2\frac{km}{hs}$. Der Ablesefehler beim Goniometer kann auf ±30% (±3°) geschätzt werden, der des resultierenden Beschleunigungswertes dann ebenso.

(c) Für kleine Winkel gilt: $\tan\alpha \approx \alpha$.

α in °	0	5	10	15	20	25
a in $\frac{km}{hs}$	0	3,09	6,23	9,46	12,85	16,47

(d) Es gilt $t = \frac{v}{a} \approx 300\frac{km}{h}/6\frac{km}{hs} = 50s$ (in Übereinstimmung mit der Beobachtung). Die Startbahn muß mindestens so lang sein wie die Strecke $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$ die das Flugzeug in dieser Zeit zurücklegt. Mit den erhaltenen Werten gilt $s = \frac{1}{2} \cdot 1,7\frac{m}{s^2} \cdot (50s)^2 \approx 2000m$. Aus Sicherheitsgründen (insbesondere für Startabbruch und Notbremsung) sind wirkliche Startbahnen lünger (z. B. Frankfurt a.M.: 3600m).

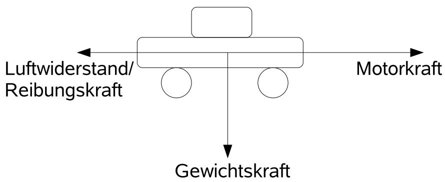
10. Ein Auto der Masse $1,2\,t$ beschleunigt am Ortsende in $5s$ von $12\frac{m}{s}$ auf $22\frac{m}{s}$.
   (a) Beschreibe was man in der Physik unter Beschleunigung versteht.
   (b) Gib die Anfangsgeschwindigkeiten in km/h an.
   (c) Wie groß ist die Beschleunigung des Autos?
   (d) Stelle in einer Skizze dar, welche Kräfte auf das Auto wirken.

Lösung: (a) Die Beschleunigung ist ein Maß dafür, wie sich die Geschwindigkeit im Laufe der Zeit ändert; Beschleunigung ist die Änderung der Geschwindigkeit dividiert durch die zugehörige Zeit

(b) $43\frac{km}{h}$, $79\frac{km}{h}$

(c) $a = \frac{22\frac{m}{s} - 12\frac{m}{s}}{5s} = 2\frac{m}{s^2}$

(d) .



11. Beim Start eines Space Shuttle im Raumfahrtzentrum Cape Canaveral wirkt auf die Raumfähre der Masse $2055t$ von den Triebwerken eine Kraft von $32600kN$.

(a) Welche Gewichtskraft wirkt auf die Raumfähre?

(b) Welche Beschleunigung erfährt die Raumfähre beim Start?

(c) Welche Geschwindigkeit erreicht die Raumfähre nach $10s$ in $\frac{km}{h}$?

Lösung: (a) $G = mg = 2055000kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 201595500N = 20\,160kN$

(b) $F_{ges} = F - G = 32\,600kN - 20\,160kN = 12\,440kN$

$a = \frac{F_{ges}}{m} = \frac{12\,440\,000N}{2055\,000kg} = 6{,}1\frac{m}{s^2}$

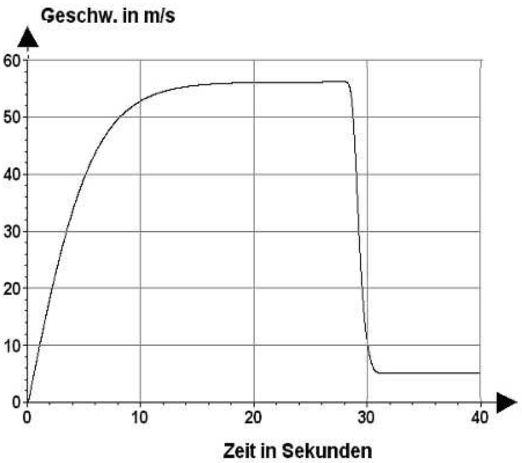
(c) $v = at = 6{,}1\frac{m}{s^2} \cdot 10s = 61\frac{m}{s} = 219\frac{km}{h}$

12. Ein Fallschirmspringer springt aus einem Flugzeug.

(a) Welche Beschleunigung erfährt der Fallschirmspringer zum Zeitpunkt $t_1 = 0s$?

(b) Welche Geschwindigkeit würde der Fallschirmspringer nach 5s erreichen, wenn er in den ersten 5 Sekunden ohne Luftwiderstand fallen wüde?

Der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit ist in folgendem Diagramm dargestellt:



(c) Welche Kräfte wirken in den Zeitabschnitten 0s bis 15s, 20s bis 25s und 28s bis 31s?

Lösung: (a) Es wirkt die Gewichtskraft, also $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$

(b) $v = 49\frac{m}{s} = 177\frac{km}{h}$

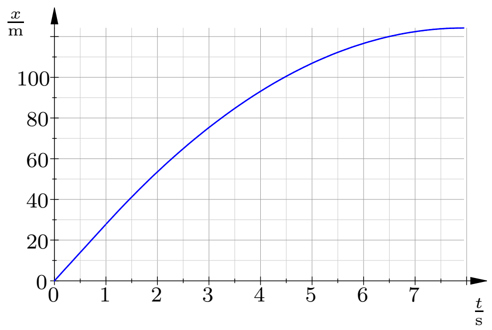
(c) 0s bis 15s: Es wirken Gewichtskraft und Luftwiderstand. Der Luftwiderstand ist kleiner als die Gewichtskraft und nimmt mit zunehmender Geschwindigkeit zu. Damit nimmt die Gesamtkraft (d. h. auch die Beschleunigung) und damit die Steigung der Kurve im t-v-Diagramm ab.
20s bis 25s: konstante Geschwindigkeit, d. h. Gesamtkraft ist Null, d. h. Luftwiderstand ist genausogroß wie Gewichtskraft.
18s bis 31s: Geschwindigkeit nimmt deutlich ab, d. h. Luftwiderstandskraft muss deutlich erhöht werden: Fallschirms wird geöffnet.

13. Ein Auto fährt mit $v_0 = 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ dahin. Plötzlich taucht 125 m vor dem Wagen ein Reh auf. Nach einer Schrecksekunde bremst der Fahrer und erteilt somit seinem Auto die Beschleunigung $a = -4{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Gibt es einen Rehbraten oder nicht? Zeichne das tx-Diagramm.

Lösung: Der Anhalteweg ist

$$s = v_0 \cdot 1\,\text{s} + \frac{v_0^2}{2|a|} =$$

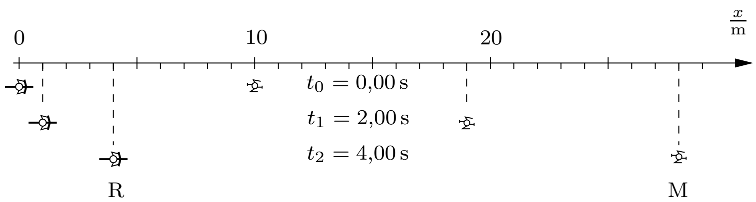
$$= \frac{100\,\text{m}}{3{,}6\,\text{s}} \cdot 1\text{s} + \frac{100^2\,\text{m}^2}{2 \cdot 3{,}6^2\,\text{s}^2 \cdot 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 124\,\text{m}$$



Das Reh hat noch einmal Glück gehabt.

$$x(t) = \begin{cases} v_0 t & \text{für } t \leqq 1\,\text{s} \\ v_0 t + \frac{a}{2}(t - 1\,\text{s})^2 & \text{für } t > 1\,\text{s} \end{cases}$$

14. Die Luftaufnahme einer Überwachungskamera zeigt einen Radfahrer (R) und einen Marathonläufer (M) zu drei verschiedenen Zeiten. Der Radfahrer startet zur Zeit $t_0 = 0$ mit der konstanten Beschleunigung a.



(a) Ermittle a und die Geschwindigkeit v_M des Läufers aus den Daten des Überwachungsfotos.

(b) Stelle die Funktionsgleichungen für die Geschwindigkeiten ($v_\text{M}(t)$, $v_\text{R}(t)$) und die Orte ($x_\text{M}(t)$, $x_\text{R}(t)$) der beiden Sportler auf.

(c) Wann (t_3) und wo (x_3) holt der Radfahrer den Läufer ein? Welche Geschwindigkeit hat der Radfahrer zu diesem Zeitpunkt?

(d) Genau zur Zeit t_3 beginnt der Radfahrer einen Bremsvorgang und erteilt sich und dem Fahrrad die Beschleunigung $a' = -1{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Wann ($t_4$) kommt der Radler zum Stillstand? Zeichne das tv-Diagramm des Radlers und berechne $x_\text{R}(t_4)$ ($t = 10\,\text{s} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\text{cm}$, $v = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\text{cm}$).

(e) Stelle die Funktionsgleichung für den Ort $x_\text{R}(t)$ des Radlers zwischen t_3 und t_4 auf und zeichne die Grafen der Funktionen $x_\text{M}(t)$ und $x_\text{R}(t)$ im Intervall $[0\,;\,30\,\text{s}]$ in ein Diagramm ($t = 10\,\text{s} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\text{cm}$, $x = 10\,\text{m} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\text{cm}$). Wann ($t_5$) holt der Läufer den ruhenden Radler ein?

Lösung: (a) $\frac{a}{2}\cdot(2\,\mathrm{s})^2 = 1\,\mathrm{m} \quad\Longrightarrow\quad a = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$v_\mathrm{M} = \frac{9\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{s}} = 4{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

(b) $v_\mathrm{M}(t) = 4{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \quad v_\mathrm{R}(t) = at$

$x_\mathrm{M}(t) = 10\,\mathrm{m} + v_\mathrm{M}t, \quad x_\mathrm{R}(t) = \frac{a}{2}\,t^2$

(c) $\frac{a}{2}\,t^2 = 10\,\mathrm{m} + v_\mathrm{M}t \quad \Big| \cdot \frac{2}{a}$

$t^2 - 18\,\mathrm{s}\cdot t + (9\,\mathrm{s})^2 = 40\,\mathrm{s}^2 + 81\,\mathrm{s}^2$

$t = t_3 = 9\,\mathrm{s} \overset{+}{\underset{(-)}{}} 11\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{s}$

$x_3 = 10\,\mathrm{m} + 90\,\mathrm{m} = 100\,\mathrm{m}$

$v_3 = v_\mathrm{R}(t_3) = at_3 = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

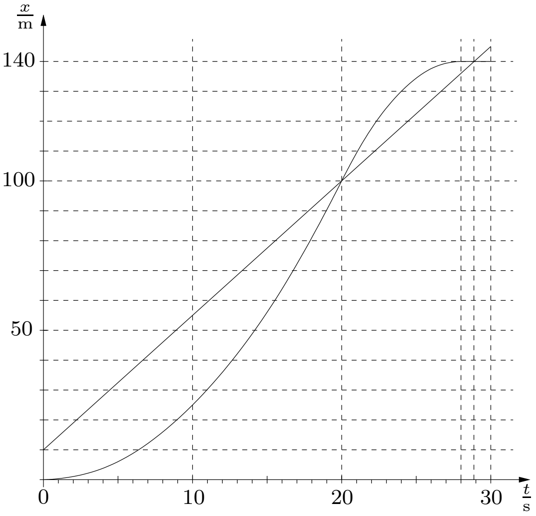
(d) $\Delta t = \frac{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{|a'|} = 8\,\mathrm{s}, \quad t_4 = 28\,\mathrm{s}$

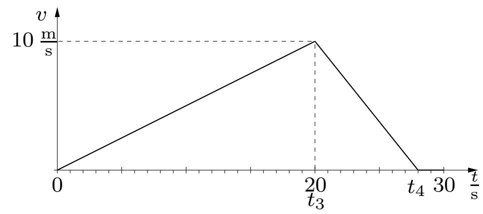
$x_\mathrm{R}(t_4) = x_3 + \frac{1}{2}v_3\Delta t = 140\,\mathrm{m}$

(e) $x_\mathrm{R}(t) = x_3 + v_3(t-t_3) + \frac{a'}{2}(t-t_3)^2$

$x_\mathrm{R}(t) = -350\,\mathrm{m} + 35\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot t - 0{,}625\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot t^2$

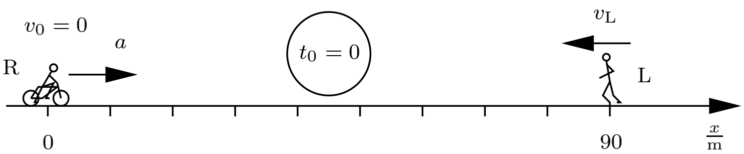
t in s	5	10	24	26
x_R in m	6,25	25	130	137,5





$x_\mathrm{L}(t_5) = 140\,\mathrm{m} \quad\Longrightarrow\quad t_5 = 28{,}89\,\mathrm{s}$

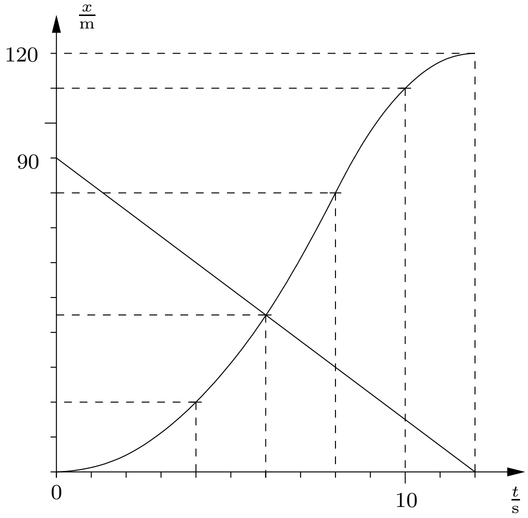
15. Ein Radfahrer startet zur Zeit $t_0 = 0$ am Ort $x_{\mathrm{R}0} = 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_{\mathrm{R}0} = 0$ und mit der konstanten Beschleunigung $a = 2{,}50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ein Läufer (L), der sich zur Zeit t_0 am Ort $x_{\mathrm{L}0} = 90{,}0\,\mathrm{m}$ befindet, bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit $v_\mathrm{L} = -7{,}50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.



(a) Stelle die Funktionsgleichungen für die Orte ($x_\mathrm{L}(t)$ und $x_\mathrm{R}(t)$) der beiden Sportler auf und berechne die Zeit t_1 und die Ortskoordinate x_1 ihres Treffpunkts. Welche Geschwindigkeit v_1 hat der Radfahrer zu diesem Zeitpunkt?

(b) Zur Zeit t_2 erreicht der Radfahrer die Geschwindigkeit $v_2 = 20{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und beginnt einen Bremsvorgang mit der konstanten Beschleunigung $a' = -5{,}00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Berechne $x_\mathrm{R}(4\,\mathrm{s})$ und $x_\mathrm{R}(10\,\mathrm{s})$ und zeichne das tx-Diagramm der beiden Sportler im Intervall $[0; t_3]$ ($t = 1\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$, $x = 10\,\mathrm{m} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$).

Lösung: (a) $x_{\mathrm{L}}(t) = 90\,\mathrm{m} + v_{\mathrm{L}}t, \quad x_{\mathrm{R}}(t) = \frac{a}{2}\,t^2$



$$\frac{a}{2}\,t^2 = 90\,\mathrm{m} + v_{\mathrm{L}}t \quad \Big| \cdot \frac{2}{a}$$

$$t^2 + 6\,\mathrm{s}\cdot t + (3\,\mathrm{s})^2 = 72\,\mathrm{s}^2 + 9\,\mathrm{s}^2$$

$$t = t_1 = -3\,\mathrm{s} \overset{+}{\scriptstyle(-)} 9\,\mathrm{s} = 6{,}00\,\mathrm{s}$$

$$x_1 = 90\,\mathrm{m} - 45\,\mathrm{m} = 45{,}0\,\mathrm{m}$$

$$v_1 = at_1 = 15{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(b) $t_2 = \frac{v_2}{a} = 8{,}00\,\mathrm{s},\ \Delta t = \frac{v_2}{|a'|} = 4{,}00\,\mathrm{s}$

$$x_2 = x_{\mathrm{R}}(t_2) = \tfrac{a}{2}t_2^2 = 80\,\mathrm{m}$$

$$t_3 = t_2 + \Delta t = 12{,}0\mathrm{s}$$

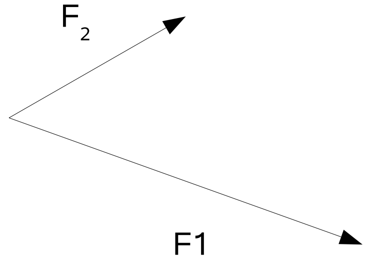
$x_{\mathrm{R}}(4\,\mathrm{s}) = 20\,\mathrm{m}.$ Für $t > t_2$ gilt:

$$x_{\mathrm{R}}(t) = x_2 + v_2(t - t_2) + \frac{a'}{2}(t - t_2)^2 = 80\,\mathrm{m} + 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot(t - 8\,\mathrm{s}) - 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}(t - 8\,\mathrm{s})^2 =$$
$$= -2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot t^2 + 60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot t - 240\,\mathrm{m}$$

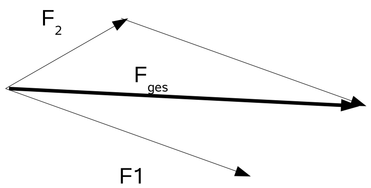
$$x_{\mathrm{R}}(10\,\mathrm{s}) = (80 + 40 - 10)\,\mathrm{m} = 110\,\mathrm{m}, \quad x_{\mathrm{R}}(12\,\mathrm{s}) = (80 + 80 - 40)\,\mathrm{m} = 120\,\mathrm{m}$$

16. Kräftezerlegung

1. Bei einem Spaziergang wird Toni von seinen beiden Hunden mit den Kräften F_1 und F_2 ungestüm in verschiedene Richtungen gezogen (vgl. Abb.). Konstruiere die wirkende Gesamtkraft



Lösung:



2. Auf ein Motorsegelboot wirkt vom Motor eine Kraft von $F_M = 4000N$ und vom Wind auf das Segel eine Kraft von $F_S = 7000N$. Die beiden Kräfte schließen einen Winkel von 40° ein. Welche Gesamtkraft wirkt auf das Motorsegelboot?

Lösung: $10,4kN$

3. Bei einem Spaziergang wird Toni von seinen beiden Hunden mit den Kräften $F_1 = 200N$ und $F_2 150N$ ungestüm in verschiedene Richtungen gezogen. Die Leinen der Hunde schließen einen Winkel von 60° ein. Wie groß ist wirkende Gesamtkraft?

Lösung: $304N$

4. In der Mitte einer Wäscheleine hängt ein nasses Wäschestäck der Masse 3kg. Die Befestigungspunkte der Wäscheleine haben einen Abstand von 6m und die Wäscheleine hängt 50cm durch.

   (a) Ermittle durch Konstruktion die Kräfte entlang der Wäscheleine.

(b) Wie verändert sich die Größe der Kräfte entlang der Wäscheleine, wenn diese stärker durchhängt?

Lösung: (a) 90N

(b) Kraft wird kleiner

17. Gewichtskraft und freier Fall

1. Aus einem Zeitungsartikel:

   ,,Die schnellste und höchste Achterbahn der Welt soll ab dem kommenden Frühjahr auf halber Strecke zwischen New York und Philadelphia für Nervenkitzel sorgen. Die Wagen werden aus dem Stand in 3,5 Sekunden auf 206 km/h beschleunigt, kündigte ein Sprecher des Vergnügungsparks ,,Six Flags" im US-Bundesstaat New Jersey an. Der höchste Punkt der Berg– und Talstrecke mit 270–Grad–Spiralen werde 139 Meter über dem Boden liegen."

   Berechne die Beschleunigung der Wagen beim Start in Vielfachen der Fallbeschleunigung $g = 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Lösung: 1,7

2. (a) Auf der Erde erfährt Harry Hecht (m = 76kg) eine Gewichtskraft von 760N. Welche Gewichtskraft würde der Mond (g $= 1,6\frac{m}{s^2}$) auf Harry ausüben? Meinst du, Harry springt auf dem Mond höher?

   (b) Der Raumanzug von Astronauten ist sehr schwer. Auf der Erde könnte ein Mensch kaum damit herumlaufen. Auf dem Mond aber ist das kein Problem. Welche Masse müssten ein Raumanzug und Harry Hecht zusammen haben, damit er sich auf dem Mond genauso schwer fühlt wie auf der Erde?

   Quelle: Julia Pürkner

Lösung: (a) Gewichtskraft auf dem Mond: 122N. Also würde er höher springen als auf der Erde.

(b) $m = \frac{76kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}{1{,}6\frac{m}{s^2}} = 466kg$

3. Ein chinesischer Astronaut wiegt auf der Erde für die Fahrt zu einem unbekannten Planeten einen Reisvorrat von 21kg ab.

   (a) Welche Gewichtskraft hat der Reis auf der Erde?

   (b) Der Astronaut landet nun mit seinem Reis auf dem unbekannten Planeten, dessen Fallbeschleunigung g_p nicht bekannt ist. Was kann der Astronaut ohne zusätzliche Hilfsmittel über Masse und Gewichtskraft seines Reises auf dem Planeten aussagen? Begründung!

   (c) Welche(s) Hilfsmittel bräuchte der Astronaut, um mit Hilfe seines Reises die Fallbeschleunigung g_p des unbekannten Planeten feststellen zu können?

(d) Der Astronaut bekommt Hunger und verzehrt ein Drittel seiner Reiskörner. Welche Masse hat der Reis jetzt noch?

(e) Zufällig ist jetzt die Gewichtskraft des übriggebliebenen Reises auf dem unbekannten Planeten gerade genau so groß wie die Gewichtskraft der 21kg Reis auf der Erde. Bestimme nun die Fallbeschleunigung g_p des unbekannten Planeten

Quelle: Julia Pürkner

Lösung: (a) $F = 206N$

(b) Die ortsunabhängige Masse ist nach wie vor 21 kg. Über die ortsabhängige Gewichtskraft kann er keine Aussage machen, da er den Ortsfaktor nicht kennt.

(c) Der Astronaut benötigt z. B. eine kalibrierte (geeichte) Federwaage, mit der er die Gewichtskraft bestimmen kann.

(d) Wenn er ein Drittel der Körner verzehrt, bleiben noch zwei Drittel der Körner übrig. Da die Zahl der Körner proportional zur Masse ist, gilt: $m' = \frac{2}{3} \cdot m = 14kg$

(e) $F' = m' \cdot g_P \Rightarrow g_P = \frac{206N}{14kg} = 15\frac{N}{kg}$

4. **Form von Flugzeugtragflächen**

Ist die Tragflächenform am Boden und im Flug die gleiche?

Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

Lösung: Am Boden hängen die Tragflächen durch das Gewicht des Triebwerks und das Eigengewicht nach unten durch. Im Flug hängt ein Flugzeug sozusagen an den Tragflächen (wird durch den Auftrieb an den Tragflächen hochgehoben), diese biegen sich also nach oben durch (außen am meisten). Bei der Boeing 707 liegt die Durchbiegung der Tragflächenspitze (gegenüber der Position am Boden) beim Geradeausflug in ruhiger Luft bei einem Meter. Die Grenzdurchbiegung liegt bei 3m aufwärts und 0,9m abwärts.

5. Wie lange braucht ein Stein für den Fall von einem 60 m hohen Turm? Mit welcher Geschwindigkeit prallt er auf den Boden?

Lösung: $h = \frac{g}{2}t^2 \quad \Longrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3{,}50\,\mathrm{s} \quad \Longrightarrow \quad v = gt = \sqrt{2gh} = 34{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 124\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

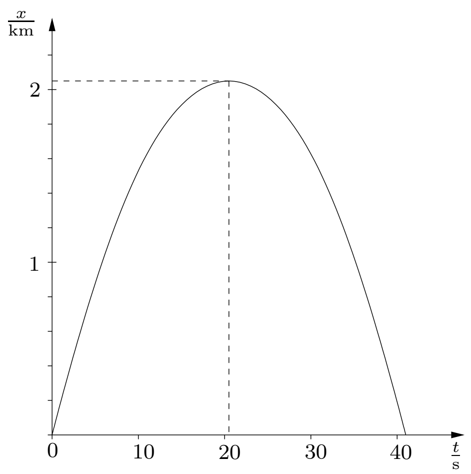
6. Ein Auto stürzt von einer Brücke in einen Fluss und hat beim Aufprall die Geschwindigkeit $20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Wie hoch ist die Brücke?

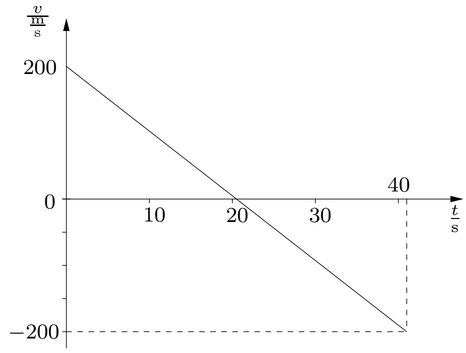
Lösung: $h = \frac{v^2}{2g} = 20{,}4\,\mathrm{m}$

7. Eine Kanonenkugel wird mit $v_0 = 200\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ senkrecht nach oben geschossen. Berechne die maximale Höhe h, ihre Aufprallgeschwindigkeit v_a auf den Boden und die gesamte Flugdauer t_a. Zeichne ein tx- und ein tv-Diagramm der gesamten Bewegung.

Lösung: $h = \dfrac{v_0^2}{2g} = 2{,}04\,\mathrm{km}, \qquad v_\mathrm{a} = -v_0$

Zeit bis zur maximalen Höhe: $t_h = \dfrac{v_0}{g} = 20{,}4\,\mathrm{s} \quad \Longrightarrow \quad t_\mathrm{a} = 2t_h = 40{,}8\,\mathrm{s}$





8. Eine Sylvesterrakete wird senkrecht nach oben geschossen; dabei wird ihr $t_0 = 3{,}00\,\mathrm{s}$ lang die Beschleunigung $a = 17{,}44\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ erteilt. Berechne die maximale Höhe h und die gesamte Flugdauer. Zeichne ein tv- und ein tx-Diagramm des Fluges.

Lösung: $x_0 = x(t_0) = \dfrac{a}{2}t_0^2 = 78{,}48\,\mathrm{m}, \qquad v_0 = at_0 = 52{,}32\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$x(t) = \begin{cases} \frac{a}{2}t^2 = 8{,}72\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot t^2 & \text{für } x \leqq t_0 \\ x_0 + v_0(t-t_0) - \frac{g}{2}(t-t_0)^2 = -4{,}905\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot t^2 + 81{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot t - 122{,}625\,\mathrm{m} & \text{für } x > t_0 \end{cases}$$

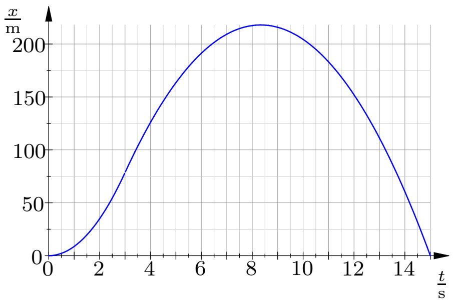
$$v(t) = \begin{cases} at = 8{,}72\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot t & \text{für } x \leqq t_0 \\ v_0 - g(t-t_0) = 81{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot t & \text{für } x > t_0 \end{cases}$$

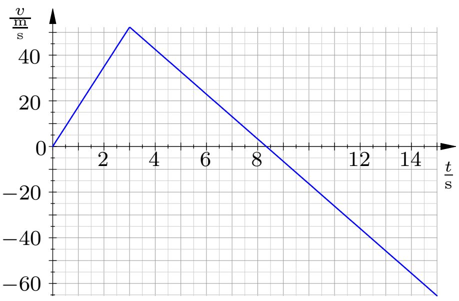
Maximale Höhe h zur Zeit $t_1 \quad \Longrightarrow \quad v(t_1) = 0 \quad \Longrightarrow \quad t_1 = 8{,}33\,\mathrm{s}$

$h = x(t_1) = 218\,\mathrm{m}$

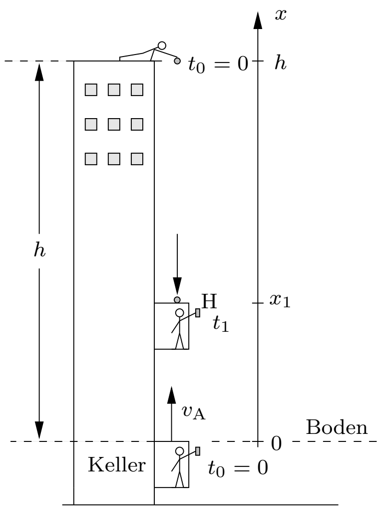
Aufprall am Boden zur Zeit t_2: Entweder die quadratische Gleichung lösen oder einfacher die Fallzeit aus der Höhe h zu t_1 addieren: $t_2 = t_1 + \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 15{,}0\,\mathrm{s}$

Aufprallgeschwindigkeit: $v_2 = v(t_2) = -65{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$





9. Das Hochhaus dieser Aufgabe steht auf einem Planeten mit der Fallbeschleunigung $g = 10{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ein Aufzug fährt an der Außenwand mit der konstanten Geschwindigkeit v_A nach oben, zur Zeit $t_0 = 0$ ist das Kabinendach bei $x_0 = 0$. Ebenfalls zur Zeit $t_0 = 0$ lässt ein Lausbub vom Dach des Hochhauses ($x = h = 90{,}0\,\mathrm{m}$) eine Stahlkugel fallen, die das Aufzugdach zur Zeit t_1 am Ort $x_1 = 45{,}0\,\mathrm{m}$ trifft. Eine Dame im Aufzug, die ihr Handy H lässig aus dem Fenster hält, lässt es beim Aufprall der Stahlkugel vor Schreck fallen. Zu diesem Zeitpunkt befindet sich das Handy genau einen Meter unter dem Aufzugdach.



(a) Berechne t_1 und dann v_A. Mit welcher Geschwindigkeit v_1 prallt die Kugel auf das Dach des Aufzugs?

(b) Welche Geschwindigkeit v_H1 hat das Handy zur Zeit t_1? Zu welcher Zeit t_2 ist die Geschwindigkeit des Handies null? Welche maximale Höhe x_H2 erreicht das Handy und mit welcher Geschwindigkeit v_H3 prallt es auf den Boden?

Lösung: (a) $x_\mathrm{k}(t) = h - \frac{g}{2}t_1^2 = x_1 \quad \Longrightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2(h - x_1)}{g}} = 3{,}00\,\mathrm{s}$

$$v_\mathrm{A} = \frac{x_1}{t_1} = 15{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 54{,}0\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, \qquad v_1 = -gt_1 = -30{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -108\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Relativ zum Aufzug ist die Aufprallgeschwindigkeit $v_1 - v_\mathrm{A} = -45{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

(b) $v_\mathrm{H1} = v_\mathrm{A}, \qquad v_\mathrm{H}(t) = v_\mathrm{A} - g(t - t_1), \qquad v_\mathrm{H}(t_2) = 0 \quad \Longrightarrow \quad t_2 = t_1 + \frac{v_\mathrm{A}}{g} = 4{,}50\,\mathrm{s}$

$$x_\mathrm{H2} = x_\mathrm{H}(t_2) = \underbrace{x_1 - 1\,\mathrm{m}}_{44\mathrm{m}} + \underbrace{v_\mathrm{A}(t_2 - t_1)}_{22{,}5\,\mathrm{m}} - \underbrace{\frac{g}{2}(t_2 - t_1)^2}_{11{,}25\,\mathrm{m}} = 55{,}25\,\mathrm{m}$$

$$\frac{m}{2}v_\mathrm{H3}^2 = mgx_\mathrm{H2} \quad \Longrightarrow \quad v_\mathrm{H3} = -\sqrt{2gx_\mathrm{H2}} = -\sqrt{1105}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -33{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -120\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Teil V.

Profilbereich

18. Elektrotechnik

19. Halbleiter

20. Neurobiologie

21. Transport und Verkehr