SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit TEX

Kernphysik (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

1. Mai 2010

Inhaltsverzeichnis

1 Aufbau der Kerne

1. Wie lange muss ein Strom der Stärke 100 A fließen, bis Elektronen der Gesamtmasse 1 kg durch den Leiterquerschnitt gewandert sind?

Lösung: $Q = \dfrac{1\,\mathrm{kg} \cdot e}{m_\mathrm{e}} = 1{,}759 \cdot 10^{11}\,\mathrm{C} = I\Delta t \quad \Longrightarrow \quad \Delta t = \dfrac{Q}{I} = 1{,}759 \cdot 10^{9}\,\mathrm{s} = 55{,}7\,\mathrm{a}$

2. Im Periodensystem ist die **mittlere** relative Atommasse des natürlichen Isotopengemisches eines Elementes angegeben. Aus wie vielen Atomen besteht 1 dm^3 Gold? Die Dichte von Gold ist $\varrho = 19{,}3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

Lösung: Mittlere Masse eines Goldatoms: $M = 196{,}97\,\mathrm{u}$

Masse des Goldes: $m = 19{,}3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 1000\,\mathrm{cm}^3 = 19{,}3\,\mathrm{kg}$

Zahl der Goldatome: $n = \frac{m}{M} = 5{,}90 \cdot 10^{25}$

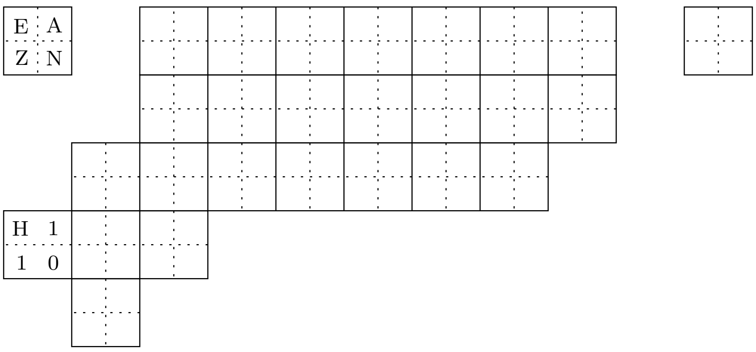
3. (a) Wie heißt das Element mit der Massenzahl 134 und der Neutronenzahl 80?
   (b) Welche Massenzahl hat ein Urankern mit 141 Neutronen?
   (c) Wie viele Neutronen enthält ein ^{241}Pu-Kern?

Lösung: (a) Kernladungszahl: $Z = 134 - 80 = 54 \quad \Longrightarrow \quad$ Xe (Xenon)

(b) $A = 141 + 92 = 233$

(c) $N = 241 - 94 = 147$

4. Nebenstehend ist der Beginn der Nuklidkarte abgebildet. Füge alle fehlenden Elementsymbole, Massen- Ordnungs- und Neutronenzahlen ein.



Lösung:

E A Z N		Be 6 4 2	Be 7 4 3	Be 8 4 4	Be 9 4 5	Be 10 4 6	Be 11 4 7	Be 12 4 8		Be 14 4 10
		Li 5 3 2	Li 6 3 3	Li 7 3 4	Li 8 3 5	Li 9 3 6	Li 10 3 7	Li 11 3 8		
	He 3 2 1	He 4 2 2	He 5 2 3	He 6 2 4	He 7 2 5	He 8 2 6	He 9 2 7			
H 1 1 0	H 2 1 1	H 3 1 2								
	n 1 0 1									

5. Ein Stück U 235 besteht aus N_1 Atomen, ein gleich schweres Stück U 238 aus N_2 Atomen. Um wieviel Prozent ist N_1 größer als N_2?

Lösung: $N_1 \cdot A_{\mathrm{r1}} = N_2 \cdot A_{\mathrm{r2}} \quad \Longrightarrow \quad N_1 = \frac{N_2 \cdot A_{\mathrm{r2}}}{A_{\mathrm{r1}}} \approx \frac{238\,\mathrm{u}\, N_2}{235\,\mathrm{u}} = 1{,}0128 \quad \Longrightarrow \quad 12{,}8\,\%$

6. Die relativen Atommassen von $^{14}\mathrm{N}$ und $^{15}\mathrm{N}$ sind $A_{14} = 14{,}00307$ und $A_{15} = 15{,}00011$, das natürliche Isotopengemisch hat die mittlere relative Atommasse $\langle A\rangle = 14{,}0067$. Wieviel Prozent $^{14}\mathrm{N}$ enthält natürlicher Stickstoff?

Lösung: x ist der Bruchteil der $^{14}\mathrm{N}$-Atome:

$$x \cdot A_{14} + (1-x)A_{15} = \langle A\rangle \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{A_{15} - \langle A\rangle}{A_{15} - A_{14}} = \frac{0{,}99341}{0{,}99704} = 0{,}99636$$

$$\Longrightarrow \quad 99{,}636\,\%\ ^{14}\mathrm{N} \quad \text{und} \quad 0{,}364\,\%\ ^{15}\mathrm{N}$$

7. Neon besteht zu 90,51 % aus $^{20}\mathrm{Ne}$ ($A_{20} = 19{,}99244$), zu 0,27 % aus $^{21}\mathrm{Ne}$ ($A_{21} = 20{,}99385$) und zu 9,22 % aus $^{22}\mathrm{Ne}$ ($A_{22} = 21{,}99138$). Berechne die mittlere relative Atommasse $\langle A\rangle$ des Gemisches.

Lösung: Unter 10 000 Ne-Atomen sind 9051 $^{20}\mathrm{Ne}$-, 27 $^{21}\mathrm{Ne}$- und 922 $^{22}\mathrm{Ne}$-Atome:

$$\langle A\rangle = \frac{9051 \cdot 19{,}99244 + 27 \cdot 20{,}99385 + 922 \cdot 21{,}99138}{10\,000} = 20{,}179$$

8. n Neutronen sollen möglichst genau die gleiche Masse wie $n+1$ Protonen haben. Wie viele Teilchen muss man nehmen?

Lösung: $n \cdot m_{\mathrm{n}} = (n+1)m_{\mathrm{p}} \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{m_{\mathrm{p}}}{m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{p}}} = \frac{1{,}00727649}{0{,}0013884} = 725{,}48 \quad \Longrightarrow \quad \approx 725$

9. Von den Elementen $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ und $^{A'}_{Z'}\mathrm{Y}$ ist Folgendes bekannt:

- Element Y ist elf mal so schwer wie Element X.
- Element Y hat zwölfmal so viele Neutronen wie Element X.
- Element Y hat um 70 mehr Protonen als Element X.
- In Element X verhält sich die Neutronenzahl zur Protonenzahl wie 5:4.

Um welche Elemente handelt es sich?

Lösung:

$$\begin{aligned} A' &= 11A & & \\ (A'-Z') &= 12(A-Z) & \Longrightarrow\quad & A = 12Z - Z' \\ Z' &= Z + 70 & \Longrightarrow\quad & A = 11Z - 70 \\ \frac{A-Z}{Z} &= \frac{5}{4} & \Longrightarrow\quad & A = \frac{9}{4}Z = 11Z - 70 \\ & & & \frac{35}{4}Z = 70 \end{aligned}$$

$$Z = 8, \quad Z' = 78, \quad A = 18, \quad A' = 198 \quad \Longrightarrow \quad {}^{18}_{8}\mathrm{O} \text{ und } {}^{198}_{78}\mathrm{Pt}$$

10. Mit Röntgenstrahlen hat man festgestellt, dass ein Atom in Aluminium, das zu 100 % aus ${}^{27}_{13}\mathrm{Al}$ besteht, ein Volumen beansprucht wie ein Würfel mit der Kantenlänge $d = 0{,}256\,\mathrm{nm}$. Die Masse M eines Aluminiumatoms ist um 0,9 % kleiner als die Massensumme seiner Bausteine.
    (a) Berechne die Dichte von Aluminium.
    (b) Welche Fläche kann mit einem kg Aluminium mit einer nur zehn Atomlagen dicken Schicht überzogen werden?

Lösung: (a) Masse eines Aluminiumatoms:

$$M = 0{,}991 \cdot 13(m_\mathrm{p} + m_\mathrm{e}) + 14m_\mathrm{n} = 0{,}991 \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg} = 4{,}48 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$$

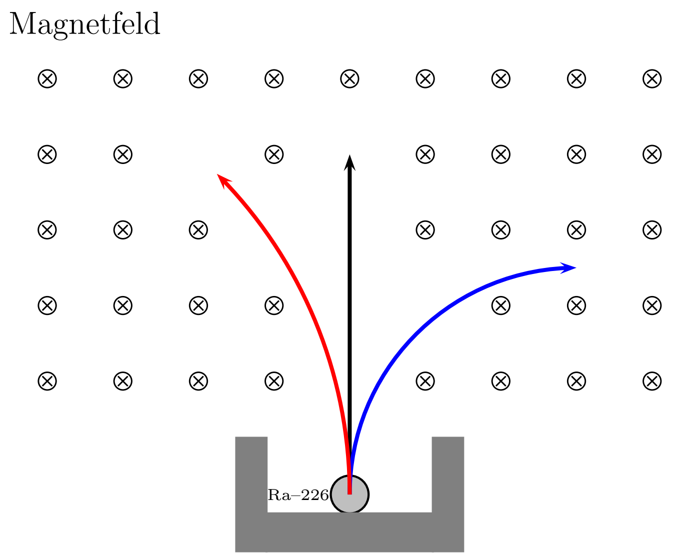
$$\varrho = \frac{M}{d^3} = \frac{4{,}48 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}}{1{,}66 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{m}^3} = 2{,}70 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 2{,}70\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$$

(b) Zahl der Atome: $N = \dfrac{1\,\mathrm{kg}}{M} = 2{,}23 \cdot 10^{25}$

$$A = \frac{N}{10} \cdot d^2 = 1{,}45 \cdot 10^5\,\mathrm{m}^2$$

2 Strahlungsarten

1.
   (a) Ra–226 ist ein typischer sogenannter Mischstrahler, der α– und β–Teilchen, sowie γ–Quanten emittiert. Ordne den Teilchenspuren im Magnetfeld die entsprechenden Zerfallstypen zu.

   (b) Wodurch ist der unterschiedliche Krümmungsradius der Bahnen der abgelenkten Teilchen bedingt?

Lösung: (a) Von links nach rechts: α, γ, und β.

(b) Die Bahn von α–Teilchen ist im Vergleich zu der von Elektronen kaum gekrümmt. Zwar ist der Betrag der Ladung von α–Teilchen doppelt so groß wie der Elektronen (was eine Vergrößerung des Krümmungsradius zur Folge hätte), aber ihre Masse ist etwa 3600–mal so groß wie die der Elektronen. Also ist der Krümmungsradius der α–Teilchen etwa 1800–mal so groß wie der der Elektronen. Daher braucht man um α–Teilchen abzulenken sehr starke Magnetfelder.

2. Zur Untersuchung einer Schilddrüse soll eine geeignete radioaktive Substanz (als sogenannter Marker) ausgewählt werden. Diese Substanz wird in einer Verbindung mit anderen Stoffen vom Patienten eingenommen und verteilt sich durch Stoffwechselprozesse im Körper. Mit einer besonderen Kamera wird nach einigen Stunden die Stärke der Strahlung, die von der Substanz ausgeht, für jeden Punkt der Schilddrüse

aufgenommen und daraus ein Bild berechnet. Auf diesem Bild sind Veränderungen erkennbar.

(a) Entscheide jeweils, ob die Eigenschaften giftig, grün, reflektierend, elektrisch leitend, Halbwertszeit, ausscheidbar, Teilchendurchmesser und nachweisbar für eine medizinische Nutzung von Bedeutung sind.

(b) Welche der angegebenen Substanzen A, B, C, D ist für die beschriebene Untersuchung geeignet? Begründen Sie ihre Entscheidung auf der Basis der folgenden Tabelle.

Substanz	Strahlunsart	Reichweite in Luft	Reichweite in Gewebe	Halbwertszeit
A	α	3,8cm	0,1mm	4 Stunden
B	β	5,5m	2,5cm	6 Stunden
C	β	6,7m	4,2cm	25 Jahre
D	γ	viele m	einige m	mehrere Stunden

(c) Diskutiere Vorteile und Gefahren einer Untersuchung, bei der radioaktive Substanzen eingesetzt werden.

Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

Lösung: (a) Von Bedeutung sind giftig, Halbwertszeit, ausscheidbar, nachweisbar

(b) geeignet: B und D
nicht geeignet: A, weil Reichweite zu klein und C, weil Halbwertszeit zu lang

(c) Vorteile, z. B. gute Abbildung innerer Organe möglich, Einsatz zur Krebsbekämpfung
Gefahren, z. B. Schädigung von gesundem Gewebe durch Strahlenbelastung von Patienten und von medizinischem Personal

3. Po 214 ist ein α-Strahler. Die kinetische Energie der ausgesandten α-Teilchen ist $W_{\mathrm{kin}} = 7{,}69\,\mathrm{MeV}$. Berechne die Geschwindigkeit v der α-Teilchen.

Lösung:

4. Au 202 ist ein β-Strahler. Die kinetische Energie der ausgesandten Elektronen ist $W_{\mathrm{kin}} = 3{,}5\,\mathrm{MeV}$.

(a) Berechne die Geschwindigkeit v der Elektronen. Was kann an dem Ergebnis nicht stimmen?

(b) Für Körper mit sehr großen Geschwindigkeiten (fast Lichtgeschwindigkeit) stimmt die bekannte („klassische“) Formel für die kinetische Energie nicht mehr. **Albert**

Einstein hat 1905 die korrekte Formel für die kinetische Energie gefunden:

$$W_{\text{kin}} = m\,c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Löse diese Gleichung nach v auf und berechne dann die richtige Geschwindigkeit der Elektronen.

Lösung:

3 Strahlungsintensität

4 Massendefekt und Bindungsenergie

1. (a) Vervollständige die Zerfallsreihe unter Verwendung des unten stehenden Auszugs aus einer Nuklidkarte in der angegebenen Weise:

$$^{232}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \qquad \ldots \qquad {}^{212}_{84}\mathrm{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}$$

Z

Th 216 28ms α 7,9	**Th 217** 252µs α 9,2	**Th 218** 0,1µs α 9,7	**Th 219** 1,05µs α 9,3	**Th 220** 9,7µs α 8,8	**Th 221** 1,68ms α 8,2	**Th 222** 2,2ms α 8,0	**Th 223** 0,66s α 7,3 γ 140	**Th 224** 1,04s α 7,2 γ 177	**Th 225** 8,72m α 6,5 γ 321	**Th 226** 31m α 6,3 γ 111	**Th 227** 18,72d α 6,0 γ 236	**Th 228** 1,9a α 5,4 γ 0,22	**Th 229** 7880a α 4,8 γ 194	**Th 230** $7{,}54 \cdot 10$ α 4,7 γ 68	**Th 231** 25,5h β^- 0,3 γ 26	**Th 232** $1{,}4 \cdot 10^{10}$a α 4,1 γ 0,059
Ac 215 0,17s α 7,6	**Ac 216** 0,33ms α 9,0	**Ac 217** 69ns α 9,7	**Ac 218** 1,1µs α 9,2	**Ac 219** 11,8µs α 8,7	**Ac 220** 26ms α 7,8 γ 134	**Ac 221** 52ms α 7,7	**Ac 222** 63s α 6,8	**Ac 223** 2,10m α 6,6 γ 99	**Ac 224** 2,9h α 6,1 γ 216	**Ac 225** 10,0d α 5,8 γ 100	**Ac 226** 29h β^- 0,9 γ 230	**Ac 227** 21,8a β^- 0,04 γ 100	**Ac 228** 6,1h β^- 2,1 γ 0,97	**Ac 229** 62,7m β^- 1,1 γ 165	**Ac 230** 122s β^- 2,7 γ 455	**Ac 231** 7,5m β^- γ 282
Ra 214 2,46s α 7,1	**Ra 215** 1,6ms α 8,7	**Ra 216** 0,18µs α 9,3	**Ra 217** 1,6µs α 9,0	**Ra 218** 25,6µs α 8,4	**Ra 219** 10ms α 7,7 γ 316	**Ra 220** 23ms α 7,5 γ 465	**Ra 221** 28s α 6,6 γ 149	**Ra 222** 38s α 6,6 γ 324	**Ra 223** 11,43d α 5,7 γ 269	**Ra 224** 3,7d α 5,7 γ 0,65	**Ra 225** 14,8d β^- 0,3 γ 40	**Ra 226** 1600a α 4,8 γ 186	**Ra 227** 42,2m β^- 1,3 γ 27	**Ra 228** 5,8a β^- 0,04 γ 0,010	**Ra 229** 4,0m β^- 1,8 γ	**Ra 230** 93m β^- 0,8 γ 72
Fr 213 34,6s α 6,8	**Fr 214** 3,35ms α 8,5	**Fr 215** 0,09µs α 9,4	**Fr 216** 0,70µs α 9,0	**Fr 217** 16µs α 7,6	**Fr 218** 22ms α 6,8	**Fr 219** 21ms α 7,3 γ 352	**Fr 220** 27,4s α 6,7 γ 45	**Fr 221** 4,9m α 6,3 γ 218	**Fr 222** 14,2m β^- 1,8 γ 206	**Fr 223** 21,8m β^- 1,1 γ 50	**Fr 224** 3,3m β^- 2,6 γ 216	**Fr 225** 4,0m β^- 1,6 γ 182	**Fr 226** 48s β^- 3,2 γ 254	**Fr 227** 2,47m β^- 1,8 γ 90	**Fr 228** 39s β^- γ 474	**Fr 229** 50,2s β^- γ 310
Rn 212 24m α 6,3 γ	**Rn 213** 24ms α 8,1 γ	**Rn 214** 6,5ns α 10,6	**Rn 215** 23µs α 8,7	**Rn 216** 45µs α 8,0	**Rn 217** 0,54ms α 7,7	**Rn 218** 35ms α 7,1 $\gamma(609)$	**Rn 219** 3,96s α 6,8 γ 271	**Rn 220** 56s α 6,3 γ 0,55	**Rn 221** 25m α 6,0 γ 186	**Rn 222** 3,825d α 5,5 $\gamma(510)$	**Rn 223** 23,2m β^- γ 593	**Rn 224** 1,78h β^- γ 261	**Rn 225** 4,5m β^- γ	**Rn 226** 7,4m β^-	**Rn 227** 22,5s β^- γ 162	**Rn 228** 65s β^- γ 125
At 211 7,22h α 5,9 $\gamma(687)$	**At 212** 119ms α 7,8 $\gamma(687)$	**At 213** 0,11µs α 9,1	**At 214** 0,76µs α 8,8 $gamma$	**At 215** 0,1ms α 8,0 γ 405	**At 216** ? α 7,9 γ103	**At 217** 32,3ms α 7,1 β^- ...	**At 218** $\sim$ 2s α 6,7 β^- ...	**At 219** 0,9m α 6,3 β^-	**At 220** 3,71m α 5,5 γ241	**At 221** 2,3m	**At 222** 54s	**At 223** 50s				
Po 210 138,38d α 5,3 $\gamma(803)$	**Po 211** 25,2s α 7,3 γ570	**Po 212** 0,30µs α 8,8 γ –	**Po 213** 4,2µs α 8,4 $\gamma(779)$	**Po 214** 164µs α 7,7 $\gamma(800)$	**Po 215** 1,78ms α 7,4 γ ...	**Po 216** 0,15s α 6,8 $\gamma(805)$	**Po 217** $<$ 10s α 6,5 β^-	**Po 218** 3,05m α 6,0 β^- ...	**Po 219** 0,30µs	**Po 220** 0,30µs α 8,8 γ –						
Bi 209 100	**Bi 210** 5,013d β^- 1,2 α4,649	**Bi 211** 2,17m α 6,6 β^- ...	**Bi 212** 61m β^- 2,2 α 6,1	**Bi 213** 45,6m β^- 1,4 α5,87	**Bi 214** 19,9m β^- 1,5 α5,45	**Bi 215** 7,6m	**Bi 216**	**Bi 217**	**Bi 218**							
Pb 208 52,4	**Pb 209** 3,235h β^- 0,6	**Pb 210** 22,3a β^- 0,02 α3,72	**Pb 211** 36,1m β^- 1,4 γ405	**Pb 212** 11h β^- 0,60 γ 0,30	**Pb 213** 10,2m	**Pb 214** 26,8m β^- 0,7 γ352										

126 142

(a) Welche spezielle Eigenschaft haben die Massenzahlen aller Elemente dieser Zerfallsreihe?

(b) Beim α–Zerfall von Th–232 zu Ra–228 finden wir im Feld für Th–232, dass die Energie der α–Teilchen 4,1 MeV beträgt. Bestätige durch Rechnung, dass dieser Wert korrekt ist. Führe diese Rechnung auch für den Zerfall von Bi–212 durch und vergleiche dein Ergebnis mit dem in dem Auszug aus der Nuklidkarte angegebenen Wert.

Benötigte Kernmassen: He–4: 4,001 506 5 u, Bi-212: 211,946 667 2u, Po–212: 211,943 700 0 u, Ra–228: 227,983 777 6 u, Th–232: 231,989 682 1 u. Masse des Elektrons: $5{,}48580 \cdot 10^{-4}$ u

Lösung: (a) ${}^{232}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\beta^-} {}^{228}_{89}\mathrm{Ac} \xrightarrow{\beta^-} {}^{228}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{224}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{220}_{86}\mathrm{Rn} \xrightarrow{\alpha} {}^{216}_{84}\mathrm{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{212}_{82}\mathrm{Pb} \xrightarrow{\beta^-} {}^{212}_{83}\mathrm{Bi} \xrightarrow{\beta^-} {}^{212}_{84}\mathrm{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}$

(b) Alle Massenzahlen der Zerfallsreihe sind Vielfache von 4.

(c) $(231{,}989\,682\,1 - 227{,}983\,777\,6 - 4{,}001\,506\,5)\ \mathrm{u}c^2 = 4{,}1\,\mathrm{MeV}$

$\left(211{,}946\,667\,2 - 211{,}943\,700\,0 - 5{,}48580 \cdot 10^{-4}\right)\ \mathrm{u}c^2 = 2{,}2\,\mathrm{MeV}$

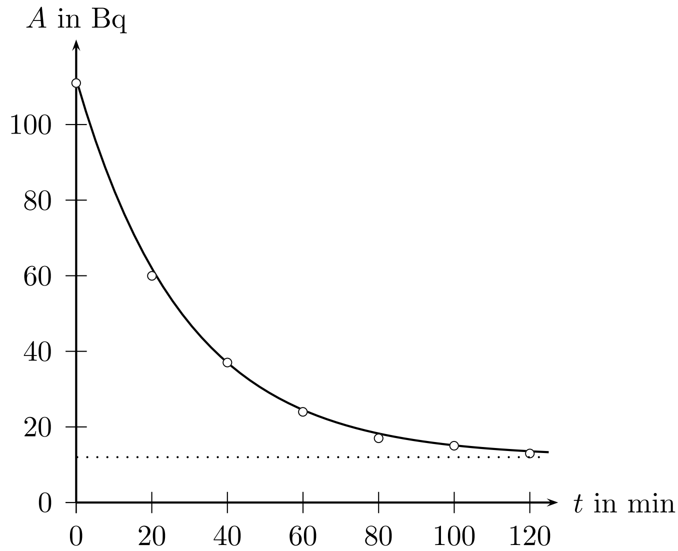
2. In einem physikalischen Labor hat man die Aktivität von Bi–214 während einer Zeitdauer von zwei Stunden gemessen. Man erhielt die folgenden Ergebnisse:

t in min	0	20	40	60	80	100	120
$A(t)$ in Bq	111	60	37	24	17	15	13

(a) Zeichne das zugehörige t–A–Diagramm.

(b) Entnimm aus diesem Diagramm die Nullrate und ermittle dann die Halbwertzeit von Bi–214, wenn bekannt ist, dass sich die Aktivität nach dem Ablauf von zwei Stunden kaum mehr ändert.

Lösung: (a) t–A–Diagramm



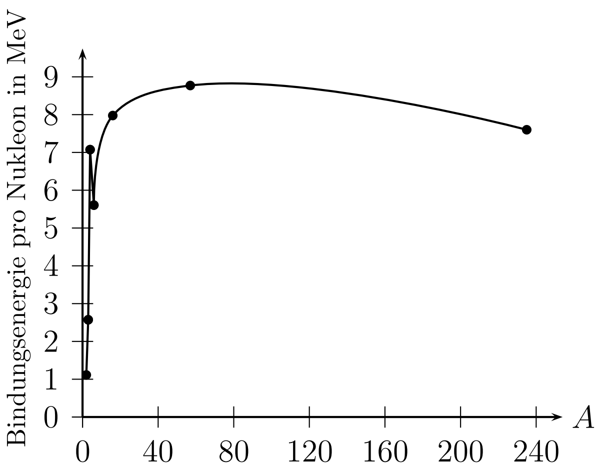
(b) Zunächst kann man dem Diagramm entnehmen, dass die Nullrate nicht größer als 13 Bq ist. Man kann vermuten, dass die Nullrate bei 12 Bq liegen dürfte.

Die um die Nullrate korrigierten Messwerte lauten

t in min	0	20	40	60	80	100	120
$A(t)$ in Bq	99	48	25	12	5	3	1

so, dass man auf eine Halbwertzeit von etwa 20 min kommt.

3. In dem nebenstehend abgebildeten Diagramm ist die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon in MeV gegen die Nukleonenzahl A aufgetragen.



(a) Wie viel Energie wird etwa bei der Spaltung von einem Uran–235–Kern frei, wenn man davon ausgeht, dass die Spaltprodukte in die der Urankern zerbricht, etwa gleich groß sind?

(b) Wie viele Uran–235–Kerne muss man spalten, um $1{,}0\,\ell$ Wasser von 0°C auf 100°C zu erwärmen (spezifische Wärmekapazität von Wasser $c = 4{,}19\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g \cdot K}}$, Dichte von Wasser $\varrho = 1{,}0\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$)? Welcher Masse an U–235 entspricht dies?

(c) Angenommen eine Stadt mit 1,5 Millionen Einwohnern hat einen Jahresbedarf von 10^{10} kWh an elektrischer Energie und der Wirkungsgrad eines Kernkraftwerks beträgt 0,34.

Wie viel Uran–235 benötigt man um den Energiebedarf der Stadt zu decken?

(d) Wieso benötigt man, um die Energiemengen aus den beiden vorhergehenden Teilaufgaben bereitzustellen, etwa 140–mal soviel natürliches Uran wie berechnet?

(e) Welche Masse an Steinkohle müsste man verfeuern um die gleiche Menge an Energie zu erzeugen, wenn der spezifische Brennwert von Steinkohle $30\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg}}$ beträgt?

Lösung: (a) $\approx 235 \cdot (8{,}3\,\mathrm{MeV} - 7{,}6\,\mathrm{MeV}) = 0{,}16\,\mathrm{GeV}$

(b) $1{,}6 \cdot 10^{16}$; $0{,}0062\,\mathrm{mg}$

(c) 1,6 t

(d) In natürlich vorkommendem Uran sind nur 0,718% Uran-235.

(e) 1,2 Mio. t

4. In der Sonne fusionieren vier Wasserstoffatome ($^1_1\mathrm{H}$) zu einem Heliumatom ($^4_2\mathrm{He}$).

(a) Welche Energie ΔW wird dabei frei?

(b) Die Sonne hat die Strahlungsleistung $P = 3{,}8 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$. Wie viele Heliumatome entstehen pro Sekunde in der Sonne? Welche Masse verliert die Sonne an einem Tag?

Nuklid	${}^{1}_{1}\mathrm{H}$	${}^{4}_{2}\mathrm{He}$
Masse in u	1,007825032	4,002603254

Lösung: (a) Freiwerdende Energie pro Fusionsreaktion:

$$\begin{aligned}\Delta W &= (4 \cdot M_{\mathrm{H1}} - M_{\mathrm{He4}})c^2 = (1{,}007825032 - 4{,}002603254)uc^2 = \\ &= 0{,}028696874\,uc^2 = 4{,}28 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J} = 26{,}7\,\mathrm{MeV}\end{aligned}$$

(b) Abgestrahlte Energie pro Sekunde: $W = P \cdot 1\,\mathrm{s} = 3{,}84 \cdot 10^{26}\,\mathrm{J}$

Zahl der Fusionsreaktionen und somit der entstehenden He-Atome pro Sekunde:

$N = \dfrac{W}{\Delta W} = 8{,}97 \cdot 10^{37}$

$\Delta M = N \cdot \Delta m \cdot 24 \cdot 3600 = 3{,}69 \cdot 10^{14}\,\mathrm{kg}$

5 Radioaktiver Zerfall

1. Eine kleine Probe eines Iridiumisotops ist in ein Glasröhrchen eingeschmolzen. Nach einigen Minuten befindet sich in dem Röhrchen fast nur noch Platin 198. Welcher Zerfallsart unterliegt das Iridiumisotop? Um welches Isotop handelt es sich? Schreibe die vollständige Reaktionsgleichung des Zerfalls hin.

Lösung: β^--Zerfall: $\quad {}^{198}_{77}\mathrm{Ir} \longrightarrow {}^{198}_{78}\mathrm{Pt} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_\mathrm{e}$

2. Eine kleine Probe aus Thallium 200 ist in ein Glasröhrchen eingeschmolzen. Nach einigen Tagen befindet sich in dem Röhrchen fast nur noch Quecksilber. Welcher Zerfallsart unterliegt Thallium 200? Schreibe die vollständige Reaktionsgleichung des Zerfalls hin.

Lösung: β^+-Zerfall: $\quad {}^{200}_{81}\mathrm{Tl} \longrightarrow {}^{200}_{80}\mathrm{Hg} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$

3. Ein Stück reines Polonium 210 wird in einem Gefäß eingeschlossen. Nach einem Jahr befindet sich in dem Gefäß eine Menge Blei. Welcher Zerfallsart unterliegt das Polonium 210? In welches Bleiisotop zerfällt es? Schreibe die vollständige Reaktionsgleichung des Zerfalls hin.

Lösung:

4. Ermittle jeweils welches Isotop bei dem jeweiligen Zerfall entsteht.

   (a) ${}^{3}_{1}\mathrm{H} \xrightarrow{\beta^-} ?$

   (b) ${}^{174}_{79}\mathrm{Au} \xrightarrow{\alpha} ?$

   (c) ${}^{196}_{86}\mathrm{Rn} \xrightarrow{\alpha} ?$

   (d) ${}^{6}_{2}\mathrm{He} \xrightarrow{\beta^-} ?$

   (e) ${}^{218}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\alpha} ?$

   (f) ${}^{236}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} ?$

   (g) ${}^{184}_{82}\mathrm{Pb} \xrightarrow{\alpha} ?$

Lösung: (a) ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$

(b) ${}^{170}_{77}\mathrm{Ir}$

(c) ${}^{192}_{84}\mathrm{Po}$

(d) $^{6}_{3}\mathrm{Li}$

(e) $^{214}_{86}\mathrm{Rn}$

(f) $^{232}_{90}\mathrm{Th}$

(g) $^{180}_{80}\mathrm{Hg}$

5. Im folgenden sind vier unvollständige Kernreaktionen, auf denen die Energieerzeugung in der Sonne beruht, angegeben. Vervollständige jeweils die Kernreaktionsgleichung und berechne jeweils den Betrag der frei werdenden Energie E.

   (a) $^{2}\mathrm{H} + ? \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + E$

   (b) $? + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + E$

   (c) $^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow ? + {}^{1}\mathrm{p} + E$

   (d) $^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + ? + E$

   Benötigte Kernmassen:

Element	Masse in u
$^{1}\mathrm{p}$	1,007 276 6
$^{1}\mathrm{n}$	1,008 665
$^{2}\mathrm{H}$	2,013 553 6
$^{3}\mathrm{H}$	3,015 501
$^{3}\mathrm{He}$	3,014 932 8
$^{4}\mathrm{He}$	4,001 506 5

   Dabei ist $u = 1{,}660540 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ die atomare Masseneinheit.

   Der Wert der Lichtgeschwindigkeit ist $c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Lösung: (a) $^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + 17{,}589\,49\,\mathrm{MeV}$

(b) $^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{n} + 3{,}268\,939\,\mathrm{MeV}$

(c) $^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{p} + 4{,}032\,940\,\mathrm{MeV}$

(d) $^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{p} + 18{,}353\,25\,\mathrm{MeV}$

6 Zerfallsreihen

1. $^{238}_{92}$U zerfällt über acht α– und sechs β^-–Zerfälle zu einem stabilen Element. Um welches Element handelt es sich dabei?

Lösung: Massenzahl: $238 - 8 \cdot 4 = 206$. Kernladungszahl: $92 - 8 \cdot 2 + 6 = 82$, also $^{206}_{82}$Pb.

2. Wie viele α– und wie viele β^-–Zerfälle treten bei der Zerfallsreihe von $^{241}_{94}$Pu zu dem stabilen $^{209}_{83}$Bi auf?

Lösung: α: $(241 - 209) : 4 = 8$; β^-: $94 - 8 \cdot 2 + n = 83 \quad \Rightarrow \quad n = 83 + 16 - 94 = 5$.

3. (a) Vervollständige die Zerfallsreihe unter Verwendung des unten stehenden Auszugs aus einer Nuklidkarte in der angegebenen Weise:

$$^{232}_{90}\text{Th} \overset{\alpha}{\to} {}^{228}_{88}\text{Ra} \qquad \ldots \qquad {}^{212}_{84}\text{Po} \overset{\alpha}{\to} {}^{208}_{82}\text{Pb}$$

Z

Th 216 28ms α 7,9	**Th 217** 252µs α 9,2	**Th 218** 0,1µs α 9,7	**Th 219** 1,05µs α 9,3	**Th 220** 9,7µs α 8,8	**Th 221** 1,68ms α 8,2	**Th 222** 2,2ms α 8,0	**Th 223** 0,66s α 7,3 γ 140	**Th 224** 1,04s α 7,2 γ 177	**Th 225** 8,72m α 6,5 γ 321	**Th 226** 31m α 6,3 γ 111	**Th 227** 18,72d α 6,0 γ 236	**Th 228** 1,9a α 5,4 γ 0,22	**Th 229** 7880a α 4,8 γ 194	**Th 230** $7{,}54 \cdot 10$ α 4,7 γ 68	**Th 231** 25,5h β^- 0,3 γ 26	**Th 232** $1{,}4 \cdot 10^{10}$a α 4,1 γ 0,059
Ac 215 0,17s α 7,6	**Ac 216** 0,33ms α 9,0	**Ac 217** 69ns α 9,7	**Ac 218** 1,1µs α 9,2	**Ac 219** 11,8µs α 8,7	**Ac 220** 26ms α 7,8 γ 134	**Ac 221** 52ms α 7,7	**Ac 222** 63s α 6,8	**Ac 223** 2,10m α 6,6 γ 99	**Ac 224** 2,9h α 6,1 γ 216	**Ac 225** 10,0d α 5,8 γ 100	**Ac 226** 29h β^- 0,9 γ 230	**Ac 227** 21,8a β^- 0,04 γ 100	**Ac 228** 6,1h β^- 2,1 γ 0,97	**Ac 229** 62,7m β^- 1,1 γ 165	**Ac 230** 122s β^- 2,7 γ 455	**Ac 231** 7,5m β^- γ 282
Ra 214 2,46s α 7,1	**Ra 215** 1,6ms α 8,7	**Ra 216** 0,18µs α 9,3	**Ra 217** 1,6µs α 9,0	**Ra 218** 25,6µs α 8,4	**Ra 219** 10ms α 7,7 γ 316	**Ra 220** 23ms α 7,5 γ 465	**Ra 221** 28s α 6,6 γ 149	**Ra 222** 38s α 6,6 γ 324	**Ra 223** 11,43d α 5,7 γ 269	**Ra 224** 3,7d α 5,7 γ 0,65	**Ra 225** 14,8d β^- 0,3 γ 40	**Ra 226** 1600a α 4,8 γ 186	**Ra 227** 42,2m β^- 1,3 γ 27	**Ra 228** 5,8a β^- 0,04 γ 0,010	**Ra 229** 4,0m β^- 1,8 γ	**Ra 230** 93m β^- 0,8 γ 72
Fr 213 34,6s α 6,8	**Fr 214** 3,35ms α 8,5	**Fr 215** 0,09µs α 9,4	**Fr 216** 0,70µs α 9,0	**Fr 217** 16µs α 7,6	**Fr 218** 22ms α 6,8	**Fr 219** 21ms α 7,3 γ 352	**Fr 220** 27,4s α 6,7 γ 45	**Fr 221** 4,9m α 6,3 γ 218	**Fr 222** 14,2m β^- 1,8 γ 206	**Fr 223** 21,8m β^- 1,1 γ 50	**Fr 224** 3,3m β^- 2,6 γ 216	**Fr 225** 4,0m β^- 1,6 γ 182	**Fr 226** 48s β^- 3,2 γ 254	**Fr 227** 2,47m β^- 1,8 γ 90	**Fr 228** 39s β^- γ 474	**Fr 229** 50,2s β^- γ 310
Rn 212 24m α 6,3 γ	**Rn 213** 24ms α 8,1 γ	**Rn 214** 6,5ns α 10,6	**Rn 215** 23µs α 8,7	**Rn 216** 45µs α 8,0	**Rn 217** 0,54ms α 7,7	**Rn 218** 35ms α 7,1 γ(609)	**Rn 219** 3,96s α 6,8 γ 271	**Rn 220** 56s α 6,3 γ 0,55	**Rn 221** 25m α 6,0 γ 186	**Rn 222** 3,825d α 5,5 γ(510)	**Rn 223** 23,2m β^- γ 593	**Rn 224** 1,78h β^- γ 261	**Rn 225** 4,5m β^- γ	**Rn 226** 7,4m β^-	**Rn 227** 22,5s β^- γ 162	**Rn 228** 65s β^- γ 125
At 211 7,22h α 5,9 γ(687)	**At 212** 119ms α 7,8 γ(687)	**At 213** 0,11µs α 9,1	**At 214** 0,76µs α 8,8 *gamma*	**At 215** 0,1ms α 8,0 γ 405	**At 216** ? α 7,9 γ103	**At 217** 32,3ms α 7,1 β^- ...	**At 218** $\sim$ 2s α 6,7 β^- ...	**At 219** 0,9m α 6,3 β^-	**At 220** 3,71m α 5,5 γ241	**At 221** 2,3m	**At 222** 54s	**At 223** 50s				
Po 210 138,38d α 5,3 γ(803)	**Po 211** 25,2s α 7,3 γ570	**Po 212** 0,30µs α 8,8 γ –	**Po 213** 4,2µs α 8,4 γ(779)	**Po 214** 164µs α 7,7 γ(800)	**Po 215** 1,78ms α 7,4 γ ...	**Po 216** 0,15s α 6,8 γ(805)	**Po 217** $<$ 10s α 6,5 β^-	**Po 218** 3,05m α 6,0 β^- ...	**Po 219** 0,30µs	**Po 220** 0,30µs α 8,8 γ –						
Bi 209 100	**Bi 210** 5,013d β^- 1,2 α4,649	**Bi 211** 2,17m α 6,6 β^- ...	**Bi 212** 61m β^- 2,2 α 6,1	**Bi 213** 45,6m β^- 1,4 α5,87	**Bi 214** 19,9m β^- 1,5 α5,45	**Bi 215** 7,6m	**Bi 216**	**Bi 217**	**Bi 218**							
Pb 208 52,4	**Pb 209** 3,235h β^- 0,6	**Pb 210** 22,3a β^- 0,02 α3,72	**Pb 211** 36,1m β^- 1,4 γ405	**Pb 212** 11h β^- 0,60 γ 0,30	**Pb 213** 10,2m	**Pb 214** 26,8m β^- 0,7 γ352										

126 142

(a) Welche spezielle Eigenschaft haben die Massenzahlen aller Elemente dieser Zerfallsreihe?

(b) Beim α–Zerfall von Th–232 zu Ra–228 finden wir im Feld für Th–232, dass die Energie der α–Teilchen 4,1 MeV beträgt. Bestätige durch Rechnung, dass dieser Wert korrekt ist. Führe diese Rechnung auch für den Zerfall von Bi–212 durch und vergleiche dein Ergebnis mit dem in dem Auszug aus der Nuklidkarte angegebenen Wert.

Benötigte Kernmassen: He–4: 4,001 506 5 u, Bi-212: 211,946 667 2u, Po–212: 211,943 700 0 u, Ra–228: 227,983 777 6 u, Th–232: 231,989 682 1 u. Masse des Elektrons: $5{,}48580 \cdot 10^{-4}$ u

Lösung: (a) ${}^{232}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{228}_{88}\text{Ra} \xrightarrow{\beta^-} {}^{228}_{89}\text{Ac} \xrightarrow{\beta^-} {}^{228}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{224}_{88}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{220}_{86}\text{Rn} \xrightarrow{\alpha} {}^{216}_{84}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{212}_{82}\text{Pb} \xrightarrow{\beta^-} {}^{212}_{83}\text{Bi} \xrightarrow{\beta^-} {}^{212}_{84}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} {}^{208}_{82}\text{Pb}$

(b) Alle Massenzahlen der Zerfallsreihe sind Vielfache von 4.

(c) $(231{,}989\,682\,1 - 227{,}983\,777\,6 - 4{,}001\,506\,5)\ \text{uc}^2 = 4{,}1\,\text{MeV}$

$\left(211{,}946\,667\,2 - 211{,}943\,700\,0 - 5{,}48580 \cdot 10^{-4}\right)\ \text{uc}^2 = 2{,}2\,\text{MeV}$

4. **Thorium-Reihe:**

$$ {}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{228}_{\square}\square \rightarrow {}^{228}_{\square}\square \rightarrow {}^{\square}_{90}\square \rightarrow {}^{\square}_{88}\square \xrightarrow{\alpha} {}^{\square}_{\square}\square \rightarrow {}^{216}_{\square}\square \rightarrow {}^{\square}_{\square}\text{Pb} \rightarrow $$

$$ \rightarrow {}^{212}_{\square}\text{Bi} \begin{cases} \xrightarrow{\alpha} {}^{\square}_{\square}\square \rightarrow {}^{208}_{\square}\square \\ \xrightarrow{\beta^-} {}^{\square}_{\square}\square \rightarrow {}^{\square}_{82}\square \end{cases} $$

Ergänze die fehlenden Zerfallsarten, Elementzeichen, Massen- und Ordnungszahlen (es treten nur α- und β^--Zerfälle auf). Zeichne ein N-Z-Diagramm der ganzen Zerfallsreihe.

Lösung:

5. Die **Uran-Actinium-Reihe** beginnt mit ${}^{235}_{92}\text{U}$. Die auftretenden Zerfallsarten lauten in dieser Reihenfolge: α, β, α, β, α, α, α, α, β, α, β. Bestimme alle Elemente dieser Reihe mit Massen- und Ordnungszahl! Zeichne ein N-Z-Diagramm der ganzen Zerfallsreihe.

Lösung:

7 Zerfallsgesetz und Aktivität

1. Stoffwechselvorgänge im menschlichen Körper lassen sich unter anderem dadurch beobachten, dass man eine der beteiligten Substanzen mit einem radioaktiven Präparat, z. B. dem Fluorisotop ^{18}F als β^{+}-Strahler, markiert. In einer radiologischen Praxis wird einem Patienten eine ^{18}F-haltige Zuckerlösung verabreicht. Die Halbwertszeit von ^{18}F beträgt $109,7min$.

   (a) Bestimmen Sie die für die Untersuchung verbleibende Zeit, wenn die β^{+}-Aktivität des ^{18}F dabei um höchstens 10% abnehmen darf.

   (b) Geben Sie die Gleichung für den β^{+}-Zerfall von ^{18}F an.

   Geben Sie den Umwandlungsprozess an, bei dem das Positron entsteht.

   Zeigen Sie, wie sich aus den Atommassen der beteiligten Atome seine maximale kinetische Energie errechnet, und begründen Sie, dass die meisten Positronen eine geringere kinetische Energie erhalten.

   (c) Ein im Körpergewebe freigesetztes Positron ist nach wenigen Millimetern Wegstrecke abgebremst und reagiert dann mit einem ruhenden Elektron durch Paarvernichtung. Im Folgenden kann angenommen werden, dass dabei genau zwei Gammaquanten entstehen.

   Begründen Sie, dass sich die zwei Gammaquanten in entgegengesetzte Richtung ausbreiten und die gleiche Energie von $511keV$ besitzen.

   nach: EPA Physik, Beschluss der KMK vom 5.2.04

Lösung: (a) $t = 16,7min$

(b) $^{18}F \rightarrow ^{18}O + e^{+} + \nu$

$p^{+} \rightarrow n + e^{+} + \nu$

maximale kinetische Energie $E = [m_A(^{18}F) - m_A(^{18}O) - 2m(e)] \cdot c^2$

Die meisten Positronen haben eine geringere Energie, da das Neutrino einen Teil der beim Prozess frei werdenden Energie erhält.

(c) Die beiden Gammaquanten müssen sich aufgrund des Impulserhaltungssatzes (Anfangsimpuls von Elektronen und Positron ist nahezu Null) in entgegengesetzte Richtungen und mit gleicher Energie ausbreiten.

Berechnung der Energie: Jedem Gammaquant steht die Ruheenergie $E = Mc^2$ des zerstrahlten Elektrons bzw. Positrons zur Verfügung. Daraus folgt $E = 511keV$.

2. Im folgenden werden wir den radioaktiven Zerfall mit einem Tabellenkalkulationsprogramm (in unserem Beispiel OpenOffice.org Calc) simulieren.

   - Bedeutung der Zellinhalte

     0 das Radionuklid ist zerfallen und existiert nicht mehr

     1 das Radionuklid ist noch nicht zerfallen

   - Bedeutung der Spalten

     Die Spalte `A` steht für den Nullpunkt unserer Zeitmessung. Spalte `B` beschreibt die Situation nach einer Halbwertzeit, Spalte `C` nach zwei Halbwertzeiten, ..., Spalte `I` die Situation nach acht Halbwertzeiten.

   - Bedeutung der Zeilen

     Zeile 1 steht für das erste Radionuklid, Zeile 2 für das zweite, ..., Zeile 512 steht für das 512.Radionuklid.

   Zum Zeitpunkt 0 sollen alle Radionuklide existieren, also tragen wir in die Zellen `A1` bis `A512` jeweils den Wert 1 ein.

   In Zelle `B1` wird `=WENN(A1=0;0;WENN(ZUFALLSZAHL()<0,5;0;1))` eingetragen (welche Bedeutung hat diese Anweisung?).

   Nun wird der Inhalt der Zelle `B1` in alle anderen noch freien Zellen bis zur Spalte `I` und zur Zeile 512 kopiert.

   Um die zu einem bestimmten Zeitpunkt die Anzahl der noch vorhandenen Radionuklide festzustellen summieren wir die die Inhalte der jeweiligen Spalten von `A` bis `I` und tragen diese Werte in die Zeile 513 ein.

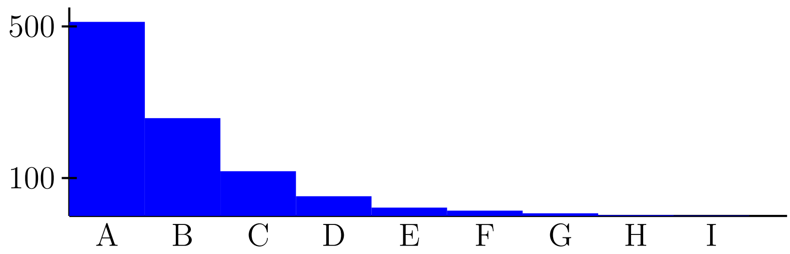
   Zum Abschluss erstellen wir noch eine Grafik mit den Daten aus den Zellen `A513` bis `I513`.

   Mit Extras→Zellinhalte→Neu berechnen bzw. mit $\boxed{\text{F9}}$ können wir wir alle Zellinhalte neu berechnen und somit ein neues ,,Zerfallsexperiment” starten.

   Dein Tabellenblatt sollte dann etwa so

B1	Formel:	`=WENN(A1=0;0;WENN(ZUFALLSZAHL()<0,5;0;1))`							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0
4	1	1	1	0	0	0	0	0	0
...									
510	1	1	1	0	0	0	0	0	0
511	1	1	0	0	0	0	0	0	0
512	1	1	1	0	0	0	0	0	0
513	512	258	118	52	22	14	7	2	1

und deine zugehörige Grafik so aussehen:



Lösung:

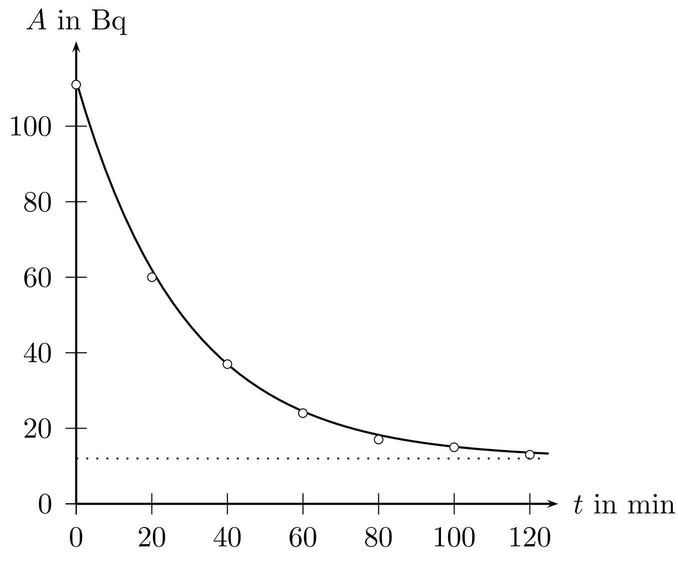
3. In einem physikalischen Labor hat man die Aktivität von Bi–214 während einer Zeitdauer von zwei Stunden gemessen. Man erhielt die folgenden Ergebnisse:

t in min	0	20	40	60	80	100	120
$A(t)$ in Bq	111	60	37	24	17	15	13

   (a) Zeichne das zugehörige t–A–Diagramm.

   (b) Entnimm aus diesem Diagramm die Nullrate und ermittle dann die Halbwertzeit von Bi–214, wenn bekannt ist, dass sich die Aktivität nach dem Ablauf von zwei Stunden kaum mehr ändert.

Lösung: (a) t–A–Diagramm



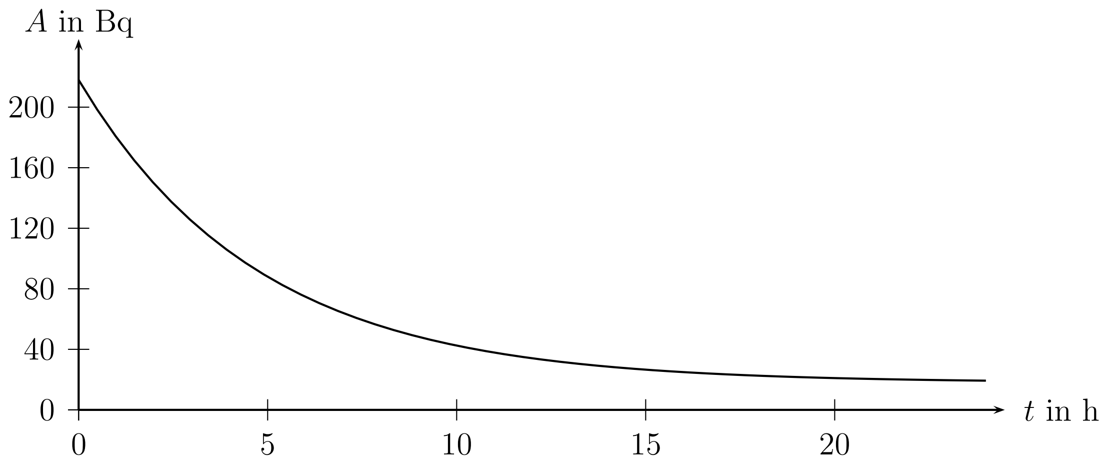
(b) Zunächst kann man dem Diagramm entnehmen, dass die Nullrate nicht größer als 13 Bq ist. Man kann vermuten, dass die Nullrate bei 12 Bq liegen dürfte.

Die um die Nullrate korrigierten Messwerte lauten

t in min	0	20	40	60	80	100	120
$A(t)$ in Bq	99	48	25	12	5	3	1

so, dass man auf eine Halbwertzeit von etwa 20 min kommt.

4. Für den Zerfall von Pb–209 hat man das folgende t–A–Diagramm erhalten:



Ermittle die Nullrate und die Halbwertzeit von Pb–209.

Lösung: 18 Bq; 3,3 h

5. Das Phosphorisotop $^{30}_{15}\mathrm{P}$ ist ein β^+-Strahler mit der Halbwertszeit $T = 150\,\mathrm{s}$. Zur Zeit $t = 0$ ist ein winziges Präparat von $^{30}_{15}\mathrm{P}$ mit $N_0 = 2{,}00 \cdot 10^{18}$ Atomen vorhanden.
   (a) Schreibe die ausführliche Zerfallsgleichung von $^{30}_{15}\mathrm{P}$ hin.
   (b) Welche Masse m hat das Phosphorpräparat?
   (c) $N(t)$ bezeichnet die Zahl der Phosphoratome zur Zeit t. Fülle folgende Wertetabelle aus und zeichne den Grafen von N mit folgenden Einheiten: $T \mathrel{\widehat{=}} 3\,\mathrm{cm}$, $N = 10^{18} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$.

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	75	150	300	450	600
$\frac{N(t)}{10^{17}}$					

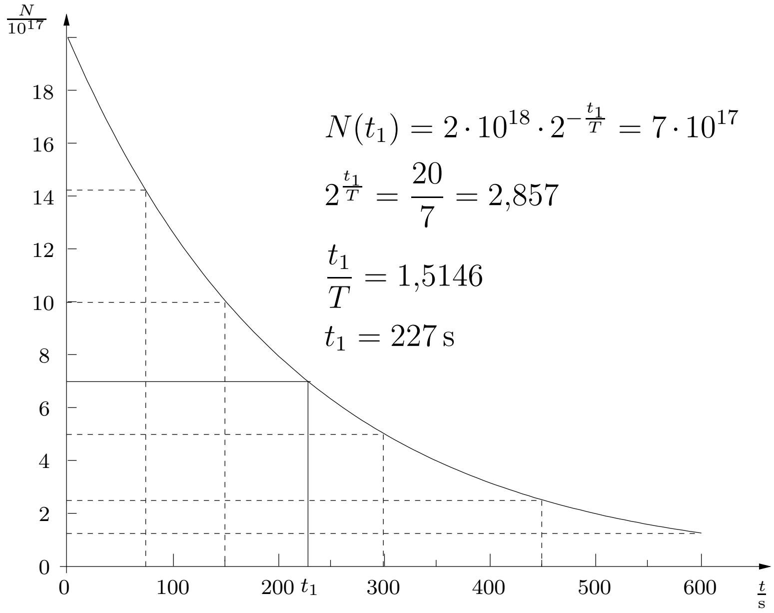
   (d) Zu welcher Zeit t_1 sind noch $N_1 = 7{,}00 \cdot 10^{17}$ Atome des Phosphors vorhanden? Entnimm den ungefähren Wert von t_1 in nachvollziehbarer Weise dem Diagramm und verbessere den Wert durch Probieren auf drei geltende Ziffern.
   (e) Berechne die Zahl ΔN der Atome, die im Zeitintervall $[t_2; t_3]$ mit $t_2 = 298\,\mathrm{s}$ und $t_3 = 302\,\mathrm{s}$ zerfallen. Wie groß ist demnach die Aktivität $A(300\,\mathrm{s})$?

Lösung: (a) $^{30}_{15}\mathrm{P} \longrightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$

(b) $m = N_0 M \approx N_0 \cdot 30u = 9{,}96 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{kg} \approx 0{,}10\,\mathrm{mg}$

(c) $N(75\,\mathrm{s}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{N_0}{\sqrt{2}}$

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	75	150	300	450	600
$\frac{N(t)}{10^{17}}$	14,1	10,0	5,00	2,50	1,25



$$N(t_1) = 2 \cdot 10^{18} \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} = 7 \cdot 10^{17}$$

$$2^{\frac{t_1}{T}} = \frac{20}{7} = 2{,}857$$

$$\frac{t_1}{T} = 1{,}5146$$

$$t_1 = 227\,\mathrm{s}$$

(d) $N(t_2) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_2}{T}} = 2 \cdot 10^{18} \cdot 2^{-\frac{298}{150}} = 5{,}046 \cdot 10^{17}$

$N(t_3) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_3}{T}} = 2 \cdot 10^{18} \cdot 2^{-\frac{302}{150}} = 4{,}954 \cdot 10^{17}$

$\Delta N = N(t_2) - N(t_3) = 9{,}2 \cdot 10^{15} \quad \Longrightarrow \quad A(300\,\mathrm{s}) = \frac{\Delta N}{4\,\mathrm{s}} = 2{,}3 \cdot 10^{15}\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

6. In einer Raumsonde, die mit der Geschwindigkeit $v = 10{,}0\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$ auf eine interstellare Reise geschickt wird, befinden sich beim Start ($t_0 = 0$) genau $m_0 = 100{,}0\,\mathrm{g}$ des Isotops ${}^{146}_{62}\mathrm{Sm}$ mit der Halbwertszeit $T = 1{,}03 \cdot 10^8\,\mathrm{a}$ (α-Strahler). In ferner Zukunft (t_1) sammelt ein außerirdisches Raumschiff die Sonde ein und findet noch $m_1 = 92{,}5\,\mathrm{g}$ Samarium an Bord.

   (a) Berechne die Zahl N_0 der Samariumkerne zur Zeit $t_0 = 0$ und $N(t_1)$ zur Zeit des Einsammelns.

   (b) Berechne die Zeit t_1 des Einsammelns. Wie viele Lichtjahre ist die Sonde dann von der Erde entfernt?

Lösung: (a) $N_0 = \dfrac{m}{M_{\mathrm{Sm146}}} = \dfrac{0{,}1\,\mathrm{kg}}{146\,u} = 4{,}125 \cdot 10^{23}, \quad N_1 = \dfrac{m_1}{M_{\mathrm{Sm146}}} = \dfrac{0{,}0925\,\mathrm{kg}}{146\,u} = 3{,}815 \cdot 10^{23}$

(b) $N_1 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} \quad \Longrightarrow \quad 2^{-\frac{t_1}{T}} = \dfrac{N_1}{N_0} = \dfrac{m_1}{m_0} = 0{,}925 \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{t_1}{T} = 0{,}1125$

$t_1 = 0{,}1125 \cdot T = 1{,}16 \cdot 10^7\,\mathrm{a}$

$$x = t_1 \cdot v = 1{,}16 \cdot 10^7 \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s} \cdot 10000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}66 \cdot 10^{18}\,\mathrm{m}$$

$$1\,\mathrm{LJ} = 3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s} = 9{,}47 \cdot 10^{15}\,\mathrm{m} \quad \Longrightarrow \quad x = 386\,\mathrm{LJ}$$

oder eleganter: $x = vt_1 = \frac{v}{c} \cdot ct_1 = 3{,}336 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}16 \cdot 10^7\,\mathrm{LJ} = 386\,\mathrm{LJ}$

7. In die Grundmauern einer neuen Universität wird im Jahr 2008 ein absolut dichter Edelstahlbehälter eingelassen, der $m = 0{,}983\,\mathrm{mg}$ des Alphastrahlers ${}^{148}_{64}\mathrm{Gd}$ (Gadolinium) enthält. Die Halbwertszeit des Nuklids ist $T = 74{,}6\,\mathrm{a}$.

Nuklid	${}^{148}_{64}\mathrm{Gd}$	${}^{144}_{62}\mathrm{Sm}$	${}^{148}_{65}\mathrm{Tb}$	${}^{4}_{2}\mathrm{He}$
Masse in u	147,9181146	143,9119994	147,9242722	4,002603254

(a) Schreibe die Reaktionsgleichung des Alphazerfalls von ${}^{148}_{64}\mathrm{Gd}$ hin und berechne die Energie ΔW (in MeV), die beim Zerfall eines Atoms frei wird.

(b) $N(t)$ ist die Zahl de Gd-Atome im Behälter, wobei $t_0 = 0$ der Zeit des Einlagerns entspricht. Berechne $N_0 = N(0)$ und zeichne den Grafen von $N(t)$ im Intervall $[0\,;\,300\,\mathrm{a}]$ ($t = 100\,\mathrm{a} \mathrel{\widehat{=}} 4\,\mathrm{cm}$, $N_0 \mathrel{\widehat{=}} 8\,\mathrm{cm}$).

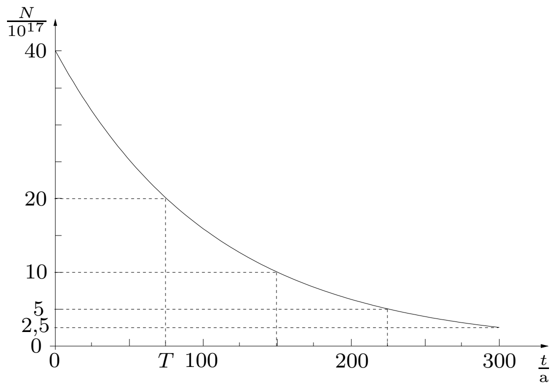
(c) In ferner Zukunft finden Archäologen den Behälter und stellen fest, dass er noch $N_1 = 1{,}26 \cdot 10^{16}$ Gadoliniumatome enthält. In welchem Jahr wird er gefunden?

Lösung: (a) ${}^{148}_{64}\mathrm{Gd} \rightarrow {}^{144}_{62}\mathrm{Sm} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

$$\begin{aligned}\Delta W &= (M_{\mathrm{Gd148}} - M_{\mathrm{Sm144}} - M_{\mathrm{He4}})c^2 = \\ &= (147{,}9181146 - 143{,}9119994 - 4,002603254)uc^2 = \\ &= 0{,}003511868\,uc^2 = 5{,}24 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J} = 3{,}27\,\mathrm{MeV}\end{aligned}$$

(b) $N_0 = \frac{m}{M_{\mathrm{Gd148}}} = 4{,}00 \cdot 10^{18}$

In der Zeichnung: $T \mathrel{\widehat{=}} 3{,}0\,\mathrm{cm}$



(c) $N(t_1) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} = 3{,}15 \cdot 10^{-3}\,N_0 \quad \Longrightarrow \quad 2^{-\frac{t_1}{T}} = 3{,}15 \cdot 10^{-3} \quad \Longrightarrow \quad 2^{\frac{t_1}{T}} = 317{,}46$

$\frac{t_1}{T} = 8{,}31 \quad \Longrightarrow \quad t_1 = 620\,\mathrm{a}$

8. In Raumsonden werden sogenannte *Nuklearbatterien* als Energiequelle verwendet. Eine dieser Batterien enthält zur Zeit $t_0 = 0$ genau $m = 316{,}3\,\mathrm{g}$ des Alphastrahlers ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ mit der Halbwertszeit $T = 87{,}7\,\mathrm{a}$.

Nuklid	${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$	${}^{236}_{92}\mathrm{U}$	${}^{234}_{92}\mathrm{U}$	${}^{4}_{2}\mathrm{He}$
Masse in u	238,0495598	236,0455680	234,0409521	4,002603254

(a) Schreibe die Reaktionsgleichung des Alphazerfalls von ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ hin und berechne die Energie ΔW, die beim Zerfall eines Atoms frei wird.

(b) $N(t)$ ist die Zahl de Pu-Atome in der Batterie. Berechne $N_0 = N(0)$ und zeichne den Grafen von $N(t)$ im Intervall $[0\,;\,400\,\mathrm{a}]$ ($t = 200\,\mathrm{a} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$, $N_0 \mathrel{\widehat{=}} 8\,\mathrm{cm}$). Berechne die Zeit t_1, zu der noch 10 % der anfänglich vorhandenen Pu-Atome in der Batterie sind.

(c) Wie viele Pu-Atome zerfallen zwischen t_0 und $t_0 + 1\,\mathrm{h}$? Wie groß ist die Aktivität A_0 zur Zeit t_0? Wie groß ist die elektrische Leistung der Batterie, wenn 8 % der Zerfallsenergie in elektrische Energie verwandelt werden?

Lösung: (a) ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu} \to {}^{234}_{92}\mathrm{U} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

$$\begin{aligned}\Delta W &= (M_{\mathrm{Pu238}} - M_{\mathrm{U234}} - M_{\mathrm{He4}})c^2 = \\ &= (238,0495598 - 234,0409521 - 4,002603254)uc^2 = \\ &= 0.00600453\,uc^2 = 8{,}961 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J} = 5{,}593\,\mathrm{MeV}\end{aligned}$$

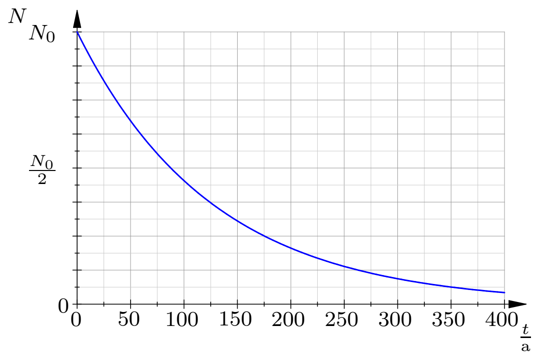
(b) $N_0 = \dfrac{m}{M_{\mathrm{Pu238}}} = 8{,}00 \cdot 10^{23}$

$N(t_1) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} = 0{,}1\,N_0$

$2^{-\frac{t_1}{T}} = 0{,}1 \quad\Longrightarrow\quad 2^{\frac{t_1}{T}} = 10$

$\dfrac{t_1}{T} = 3{,}322 \quad\Longrightarrow\quad t_1 = 291\,\mathrm{a}$

In der Zeichnung: $T \mathrel{\widehat{=}} 2{,}2\,\mathrm{cm}$



(c) $\Delta N = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{1\,\mathrm{h}}{T}} = N_0(1 - 2^{-\frac{1}{768778}}) = N_0 \cdot 9{,}016 \cdot 10^{-7} = 7{,}21 \cdot 10^{17}$

$A(0) = A_0 = \dfrac{\Delta N}{3600\,\mathrm{s}} = 2{,}00 \cdot 10^{14}\,\dfrac{1}{\mathrm{s}}, \quad A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$

$P_0 = P(0) = \dfrac{\Delta N \cdot \Delta W}{\Delta t} \cdot 80\% = A_0 \cdot \Delta W \cdot 0{,}08 = 180\,\mathrm{W} \cdot 0{,}08 = 14{,}4\,\mathrm{W}$

$P(t) = P_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$

9. Das hochtoxische und radioaktive Element Po 210 mit der Halbwertszeit $t_{\frac{1}{2}} = 138{,}38\,\mathrm{d}$ wird in Kernreaktoren durch Beschuss von Bi 209 mit Neutronen hergestellt:

$$^{209}_{83}\mathrm{Bi} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + \mathrm{Y}$$

   (a) Vervollständige die Reaktionsgleichung der Poloniumherstellung.

   (b) Der Alphastrahler Po 210 geht in ein stabiles Tochterelement über; in welches?

   (c) Am Tatort eines Verbrechens wird am 23.11.2006 ein gut verschlossener Behälter gefunden, in dem sich Po 210 und $m = 19{,}62\mu\mathrm{g}$ des Tochterelements befinden. Der Inhalt des Behälters hat die Aktivität $A = 1{,}56 \cdot 10^8\,\mathrm{Bq}$. Zur Aufklärung des Verbrechens ist das Datum der Poloniumherstellung von Interesse. Berechne dieses Datum unter der Annahme, dass das frisch erzeugte Polonium sofort in dem gefundenen Behälter deponiert wurde.

Lösung: (a) $^{209}_{83}\mathrm{Bi} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{210}_{83}\mathrm{Bi} \longrightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

(b) $^{210}_{84}\mathrm{Po} \longrightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

(c) Am 23.11.2006: N_1: Zahl der Po 210-Kerne, N_2: Zahl der Pb 206-Kerne

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} = 5{,}797 \cdot 10^{-8}\,\frac{1}{\mathrm{s}} = 5{,}009 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\mathrm{d}}$$

$$N_1 = \frac{A}{\lambda} = 2{,}69 \cdot 10^{15}, \qquad N_2 = \frac{m}{206\,u} = 5{,}74 \cdot 10^{16}$$

Die Zahl der Po 210-Kerne zum Zeitpunkt der Herstellung ist

$$N_0 = N_1 + N_2 = 6{,}00 \cdot 10^{16}$$

$$N_1 = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \Longrightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{N_1}{N_0}\right) = 5{,}38 \cdot 10^8\,\mathrm{s} = 620\,\mathrm{d}$$

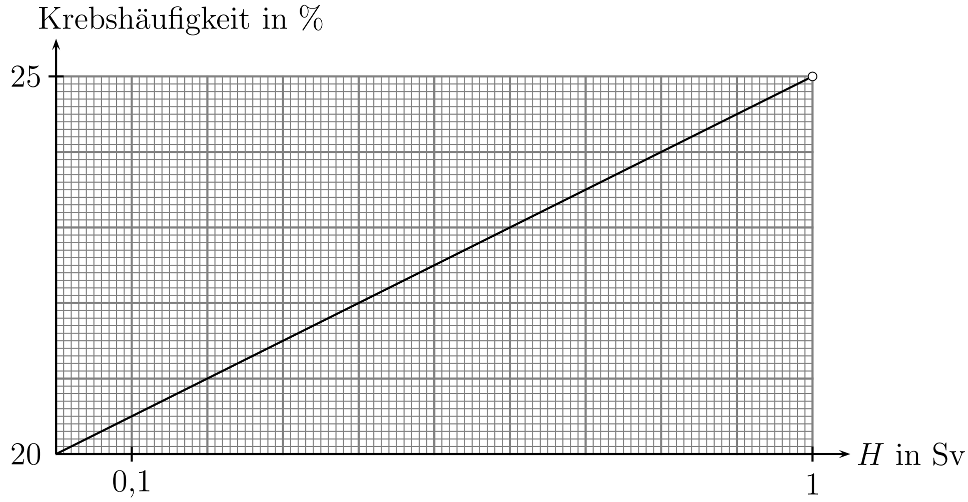
$$620 = 365 + 255 = 365 + 23 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 18 \quad \Longrightarrow$$

Datum der Herstellung: 13.03.2005

8 Dosimetrie

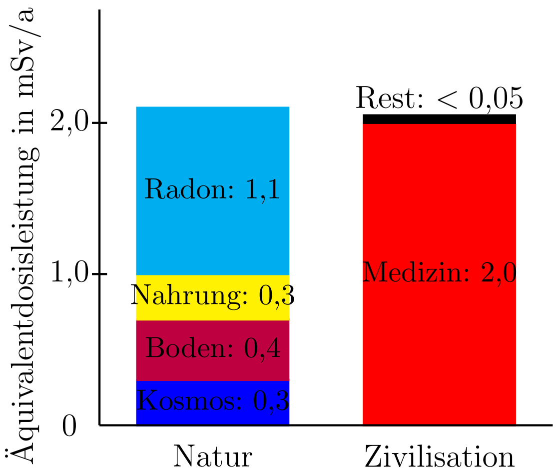
1. Die Bedeutung der Einheit Sievert

   Heutzutage stellt man eine „normale” Krebshäufigkeit von 20% fest. Durch die Belastung eines Menschen mit einer (über die Zeit angehäuften) Äquivalentdosis von 1 Sv steigt die Krebshäufigkeit von 20% auf 25%. Dabei verläuft der Anstieg linear. Das heißt, dass nach diesem „linearen Modell” bereits kleinste Äquivalentdosen zu einer Erhöhung der Wahrscheinlichkeit an Krebs zu erkranken führen (dies ist nicht ganz unumstritten).



(a) Wieso lässt sich dieses „lineare Modell” nicht beliebig weit auf größere Äquivalentdosen als 1 Sv ausdehnen?

(b) Die mit am größten Belastungen in der medizinischen Diagnostik hat man bei einer CT–Aufnahme des Bauchraums. Eine solche Aufnahme bewirkt eine Äquivalentdosis von 30 mSv. Welche absolute Erhöhung der Krebshäufigkeit ergibt sich mit dem „linearen Modell”? Vergleiche den Wert von 30 mSv mit der jährlichen Belastung durch die medizinische Diagnostik!



(c) Welche absolute Erhöhung der Krebshäufigkeit ergibt sich aufgrund der natürlichen und zivilisatorischen Belastung eines Menschen, der ein Lebensalter von 80 Jahren erreicht? Welche vereinfachende Annahme muss man für diese Abschätzung machen?

(d) Woraus könnte der „Rest” bei der zivilisatorischen Belastung, der mit $< 0{,}05\,\mathrm{mSv/a}$ angegeben ist, bestehen?

(e) Recherchiere welche Bedeutung der Begriff Strahlenhormesis im Zusammenhang mit dem Strahlenrisiko hat und wie groß die Wahrscheinlichkeit ist im Straßenverkehr ums Leben zu kommen.

Lösung: (a) Bei einer Äquivalentdosis von 41 Sv hätte man eine Wahrscheinlichkeit größer als 1 an Krebs zu erkranken.

(b) $\frac{5\%}{1\,\mathrm{Sv}} \cdot 30\,\mathrm{mSv} = 0{,}15\%$

Die Äquivalentdosis einer CT-Aufnahme des Bauchraums ist 15–mal so groß wie die gesamte Äquivalentdosis, die in einem Jahr durch medizinische Diagnostik verursacht wird!!!

(c) $\frac{5\%}{1\,\mathrm{Sv}} \cdot 80 \cdot 4{,}1\mathrm{mSv} = 1{,}6\%$

Man muss davon ausgehen, dass man die gesamte Äquivalentdosis am Anfang des Lebens bekommt, was natürlich nicht richtig ist. So ist es für einen 80–jährigen relativ egal, ob er im 81.ten Lebensjahr 4 mSv oder 5 mSv Äquivalentdosis abbekommt. Der daraus resultierende Krebs tritt wohl eh erst zehn Jahre später ein.

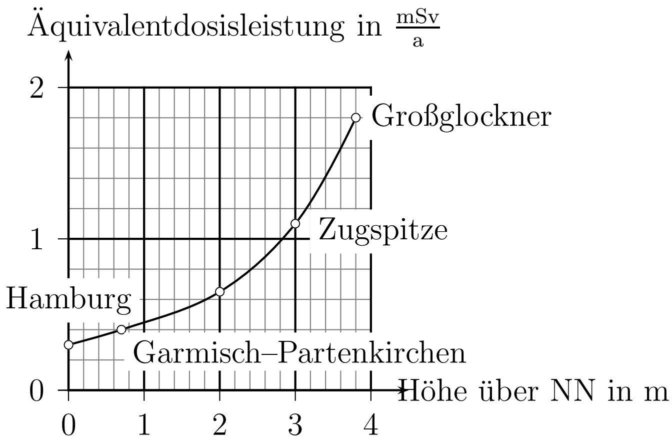
(d) Radioaktiver Fallout, radioaktive Belastung im näheren Umkreis von Atomkraftwerken, beruflich bedingte Exponiertheit etwa vom Personal in Kernkraftwerken (kann statistisch eingerechnet werden).

(e) Die Wahrscheinlichkeit in *einem* Jahr bei einem Autounfall zu sterben ist statistisch gesehen genau so groß wie aufgrund der Äquivalentdosis von 1 Sv an Krebs zu erkranken. Dennoch sollte man die Belastung durch die Radioaktivität nicht unterschätzen und ernst nehmen. Einige Leute sind der Ansicht, dass die Selbstheilungskräfte des Immunsystems, das heißt hier die Fähigkeit Strahlenschäden zu reparieren, durch geringe Dosen gestärkt wird (Training des Immunsystems). Dies bezeichnet man als Strahlenhormesis.

2. Das Risiko auf der Zugspitze zu arbeiten

   (a) Ein Angestellter arbeitet 240 Tage lang, je acht Stunden auf der Zugspitze. Die restliche Zeit verbringt er in Garmisch–Partenkirchen. Wie groß ist seine gesamte Äquivalentdosis in einem Jahr aufgrund der Höhenstrahlung?

   (b) Um wie viel Prozent ist die Äquivalentdosis des Angestellten größer, als wie wenn er seinen Arbeitsplatz in Garmisch–Partenkirchen hätte.



Lösung: (a) $\frac{(365-240:3)}{365} \cdot 0{,}4\,\text{mSv} + \frac{(240:3)}{365} \cdot 1{,}1\,\text{mSv} = 0{,}6\,\text{mSv}$

(b) 38%

3. Interne Strahlenbelastung durch Kalium

   Der Mensch enthält pro Kilogramm Körpermasse zwei Gramm Kalium. Davon sind 93,2581% K–39, 0,0117% K–40 und 6,7302% K–41. K–39 und K–41 sind stabil und K–40 ist ein β^-–Strahler.

   (a) Wie viele K–40 Atome enthält ein Kilogramm des menschlichen Körpers? Wegen des hohen Anteils von K–39 und da der Anteil von Kalium am Körpergewicht nur auf eine geltende Ziffer angegeben ist, kann für die Berechnung davon ausgegangen werden, dass jedes Kalium–Atom eine Masse von 39 u, wobei die atomare Masseneinheit $\text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$ ist, hat?

   (b) Wie groß ist die Aktivität von K–40 pro Kilogramm menschlicher Körpermasse, wie groß die deines gesamten Körpers und wie groß die des ,,Standardmenschen" mit 70 kg Körpermasse, wenn die Halbwertszeit von K–40 $1{,}28 \cdot 10^9$ a beträgt?

(c) Welche Äquivalentdosis ergibt sich in einem Jahr, wenn der Qualitätsfaktor für β^-–Teilchen $q = 1$ und die mittlere Energie eines solchen Teilchens 1,3 MeV ist. Du kannst davon ausgehen, dass der Anteil von K–40 im Körper während eines Jahres konstant ist.

Lösung: (a) $\frac{0{,}002\,\mathrm{kg}\cdot 0{,}000117}{39\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}} = 3{,}6\cdot 10^{18}$

(b) Pro Kilogramm: $A = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2\cdot N}{T_\mathrm{H}} = 62\,\mathrm{Bq}$

Standardmensch: $70 \cdot A = 4{,}3\,\mathrm{kBq}$

(c) $H = q\,D = q\,\frac{E}{m} = q\,\frac{A\cdot 1\,\mathrm{a}\cdot 1{,}3\,\mathrm{MeV}}{m} = 0{,}41\,\mathrm{mSv}$

4. Belastung von Wild aufgrund der Tschernobyl–Katastrophe

Nach der Katastrophe von Tschernobyl spielt heute praktisch nur noch Cs–137 wegen seiner relativ langen Halbwertszeit von 30 a für die radioaktive Belastung des Menschen eine Rolle.

Nach der Katastrophe wurde eine Probe von einem Wildschwein genommen, für die man eine spezifische Aktivität von $20\,\frac{\mathrm{kBq}}{\mathrm{kg}}$ festgestellt hat. Obwohl diese Probe einen *deutlich* höheren Wert als die meisten anderen Proben aufwies und Wildbret und Pilze (vor allem heute) *deutlich* stärker belastet sind als andere Lebensmittel, soll im folgenden ermittelt werden, wie stark der Mensch durch den Verzehr von 250 g Wildschwein der angesprochenen Probe belastet würde.

(a) Die biologische Halbwertszeit — das ist die Zeit nach der Körper die Hälfte der mit der Nahrung aufgenommenen radioaktiven Substanz ausgeschieden hat — ist für Frauen 65 d und beträgt für Männer 110 d.

Die Kombination aus der biologischen und der physikalischen Halbwertszeit nennt man effektive Halbwertszeit T_eff. Begründe, dass sie durch

$$T_\mathrm{eff} = \frac{T_\mathrm{biologisch}\cdot T_\mathrm{physikalisch}}{T_\mathrm{biologisch} + T_\mathrm{physikalisch}}$$

gegeben ist und berechne sie für Frauen bzw. für Männer.

(b) Die Anzahl der Zerfälle Z, die im Körper des Menschen stattfinden wird durch

$$Z = \int_0^{T_\mathrm{Lebensalter} - T_\mathrm{Aktuelles\ Alter}} A(t)\,\mathrm{d}t$$

berechnet. Weil $T_\mathrm{eff} \ll T_\mathrm{Lebensalter} - T_\mathrm{Aktuelles\ Alter}$ ist, gilt

$$Z \approx \int_0^\infty A(t)\,\mathrm{d}t$$

Berechne Z für eine Frau bzw. für einen Mann.

(c) Cs–137 ist ein β^-–Strahler. Der Qualitätsfaktor von β^-–Teilchen ist $q = 1$. Die maximale Energie dieser Teilchen ist 0,511 MeV. Vereinfachend wollen wir annehmen, dass jedes der emittierten Elektronen diese maximale Energie hat. Wir wollen annehmen, dass ein Mann eine Masse von 75 kg und eine Frau von 60 kg hat.

Berechne die Äquivalentdosis für einen Mann bzw. eine Frau.

Lösung: (a) $N(t) = N(0) \cdot \exp\left(-\ln 2 \frac{t}{T_{\text{physikalisch}}}\right) \cdot \exp\left(-\ln 2 \frac{t}{T_{\text{biologisch}}}\right) =$

$N(0) \cdot \exp\left(-\ln 2 \cdot t \cdot \left(\frac{1}{T_{\text{physikalisch}}} + \frac{1}{T_{\text{biologisch}}}\right)\right) = N(0) \cdot \exp\left(-\ln 2 \cdot \frac{t}{T_{\text{eff}}}\right)$

Frau: 65 d; Mann: $1{,}1 \cdot 10^2$ d

(b) $A(0) = 5{,}0 \cdot 10^3\,\text{Bq}\,;\; A(t) = A(0) \cdot \exp\left(-\ln 2 \cdot \frac{t}{T_{\text{eff}}}\right)$

Frau: $4{,}0 \cdot 10^{10}$; Mann: $6{,}8 \cdot 10^{10}$

(c) Frau: 0,054 mSv; Mann: 0,074 mSv

5. Belastung von Wild aufgrund der Tschernobyl–Katastrophe

Nach der Katastrophe von Tschernobyl spielt heute praktisch nur noch Cs–137 wegen seiner relativ langen Halbwertszeit von 30,2 a für die radioaktive Belastung des Menschen eine Rolle.

Nach der Katastrophe wurde eine Probe von einem Wildschwein genommen, für die man eine spezifische Aktivität von $20\,\frac{\text{kBq}}{\text{kg}}$ festgestellt hat. Obwohl diese Probe einen *deutlich* höheren Wert als die meisten anderen Proben aufwies und Wildbret und Pilze (vor allem heute) *deutlich* stärker belastet sind als andere Lebensmittel, soll im folgenden ermittelt werden, wie stark der Mensch durch den Verzehr von 250 g Wildschwein der angesprochenen Probe belastet würde.

(a) Die biologische Halbwertszeit — das ist die Zeit nach der Körper die Hälfte der mit der Nahrung aufgenommenen radioaktiven Substanz ausgeschieden hat — beträgt für Frauen 65 d und für Männer 110 d. Auf welchen Bruchteil der Aktivität zum Zeitpunkt des Verzehrs ist für einen Mann die ,,biologische Aktivität” und auf welchen die physikalische Aktivität von Cs–137 nach zehn biologischen Halbwertzeiten abgesunken?

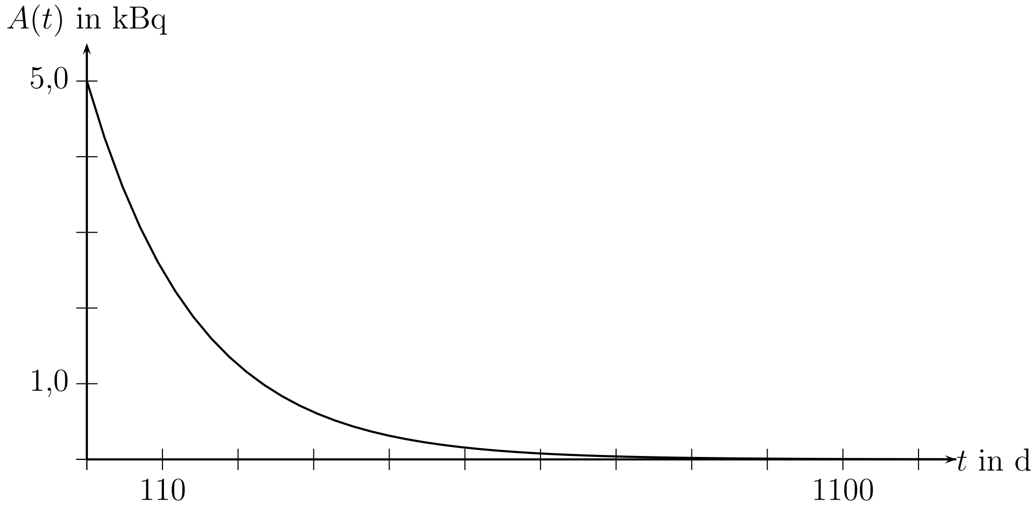
(b) Die Kombination aus der biologischen und der physikalischen Halbwertszeit nennt man effektive Halbwertszeit T_{eff}. Sie ist durch

$$T_{\text{eff}} = \frac{T_{\text{biologisch}} \cdot T_{\text{physikalisch}}}{T_{\text{biologisch}} + T_{\text{physikalisch}}}$$

gegeben.

Begründe, dass wir für unser Problem mit $T_{\text{eff}} \approx T_{\text{biologisch}}$ rechnen können.

(c) Im folgenden ist für einen Mann der zeitliche Verlauf der Aktivität des inkorporierten Wildschweins wiedergegeben.



Entnimm dem Diagramm, wie viele Zerfälle *ungefähr* in der Zeit von 0 bis 110 d bzw. bis 1100 d stattfinden.

(d) Cs–137 ist ein β^-–Strahler. Der Qualitätsfaktor von β^-–Teilchen ist $q = 1$. Die maximale Energie dieser Teilchen ist 0,511 MeV. Vereinfachend wollen wir annehmen, dass jedes der emittierten Elektronen diese maximale Energie hat. Wir wollen annehmen, dass ein Mann eine Masse von 75 kg und eine Frau von 60 kg hat.

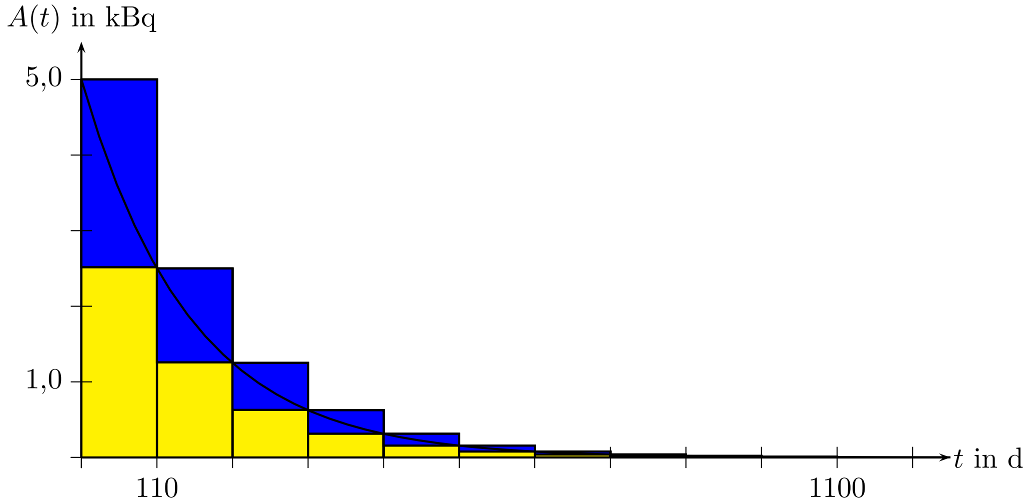
Berechne die Äquivalentdosis für einen Mann während einer Dauer von zehn biologischen Halbwertszeiten ausgehend vom Zeitpunkt des Verzehrs des Wildschweinbratens.

Lösung: (a) Physikalisch: 93%; Biologisch: 0,10%.

(b) $T_{\text{physikalisch}} \ll T_{\text{biologisch}} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{physikalisch}} + T_{\text{biologisch}} \approx T_{\text{physikalisch}} \quad \Rightarrow$

$T_{\text{eff}} = \frac{T_{\text{biologisch}} \cdot T_{\text{physikalisch}}}{T_{\text{biologisch}} + T_{\text{physikalisch}}} \approx \frac{T_{\text{biologisch}} \cdot T_{\text{physikalisch}}}{T_{\text{physikalisch}}} = T_{\text{biologisch}}$

(c) Durch Summieren der Rechtecksflächinhalte aus

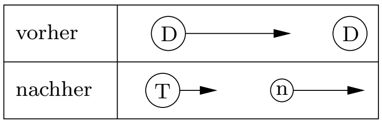


kommt man auf 110 d: $3{,}6 \cdot 10^{10}$; 1100 d: $7{,}1 \cdot 10^{10}$

(d) $H = q\,\frac{E}{m} = 1 \cdot \frac{7{,}1 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}511\,\mathrm{MeV}}{75\,\mathrm{kg}} = 0{,}078\,\mathrm{mSv}$

9 Kernreaktionen

1. Zur Herstellung sehr schneller Neutronen werden Deuteriumkerne in einem Beschleuniger auf die Gesamtenergie $W_\mathrm{D} = 199\, m_\mathrm{D} c^2$ beschleunigt und auf ruhende Deuteriumkerne geschossen. Dabei entsteht ein Tritiumkern und ein freies Neutron. Verwende folgende Massen:



$$m_\mathrm{D} = 2{,}0135532\, u, \quad m_\mathrm{T} = 3{,}0155007\, u, \quad m_\mathrm{n} = 1{,}00866491\, u$$

   (a) Wir betrachten nur Neutronen, die sich in Richtung der einfallenden Deuteriumkerne bewegen. Weise durch Einsetzen in die Erhaltungssätze nach, dass das Neutron die Energie $W_\mathrm{n} = 396{,}01675\, m_\mathrm{n} c^2$ hat. Berechne dazu die Energie W_T des Tritiumkerns und alle notwendigen Impulse.

   (b) Das freie Neutron zerfällt in seinem Ruhsystem mit der nicht genauer bekannten Halbwertszeit $t_{\frac{1}{2}} = 615\,\mathrm{s}$.

   Schreibe die ausführliche Zerfallsgleichung des freien Neutrons hin.

   Warum ist die Halbwertszeit des freien Neutrons so schwierig zu messen?

   (c) Nehmen wir an, dass unser Beschleuniger auf dem Mond steht und die erzeugten Neutronen ins All schießt. Nach welcher Flugstrecke sind noch 10 % der Neutronen vorhanden?

Lösung: (a) Mit $\gamma_\mathrm{D} = 199$ und $\gamma_\mathrm{n} = 396{,}01675$ gilt:

$$W_\mathrm{T} = (\gamma_\mathrm{D} + 1) m_\mathrm{D} c^2 - \gamma_\mathrm{n} m_\mathrm{n} c^2 = 4{,}8689 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J} = 3038{,}94\,\mathrm{MeV} = \underbrace{1{,}08189}_{\gamma_\mathrm{T}}\, m_\mathrm{T} c^2$$

$$W^2 = W_0^2 + p^2 c^2 \quad \Longrightarrow \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{W^2 - W_0^2} = \frac{W_0}{c}\sqrt{\gamma^2 - 1} = mc\sqrt{\gamma^2 - 1}$$

$$p_\mathrm{D} = m_\mathrm{D} c \sqrt{\gamma_\mathrm{D}^2 - 1} = 1{,}9947 \cdot 10^{-16}\,\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}} = 400{,}692 uc$$

$$p_\mathrm{T} = m_\mathrm{T} c \sqrt{\gamma_\mathrm{T}^2 - 1} = 6{,}1983 \cdot 10^{-19}\,\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}} = 1{,}245 uc$$

$$p_\mathrm{n} = m_\mathrm{n} c \sqrt{\gamma_\mathrm{n}^2 - 1} = 1{,}9885 \cdot 10^{-16}\,\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}} = 399{,}447 uc$$

$$\Longrightarrow \qquad p_\mathrm{D} = p_\mathrm{T} + p_\mathrm{n}$$

(b) $\mathrm{n} \to \mathrm{p}^+ + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_\mathrm{e}$

Freie Neutronen existieren viel zu kurz „in Freiheit“, da sie beim Auftreffen auf Materie sofort von anderen Kernen eingefangen werden.

(c) Mit $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$ gilt $e^{-\lambda t'} = \dfrac{1}{10} \quad \Longrightarrow \quad t' = \dfrac{\ln 10}{\lambda} = \dfrac{\ln 10 \cdot t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} = 3{,}32 \cdot t_{\frac{1}{2}} = 2043\,\mathrm{s}$

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1-\beta_\mathrm{n}^2}} = \gamma_\mathrm{n} t' = 8{,}09 \cdot 10^5\,\mathrm{s}, \qquad \beta_\mathrm{n} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_\mathrm{n}^2}} = 0{,}9999968 \approx 1$$

$$x = \beta_\mathrm{n} ct \approx ct = 8{,}09 \cdot 10^5\,\mathrm{Ls} = 225\,\mathrm{Lh} = 9{,}36\,\mathrm{Ld} = 2{,}43 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m}$$