
SMART

**Sammlung mathematischer Aufgaben
als Hypertext mit T_EX**

Thermodynamik (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

30. Juli 2010

*Die Aufgaben stehen für private und unterrichtliche Zwecke zur Verfügung. Eine kommerzielle Nutzung bedarf der vorherigen Genehmigung.

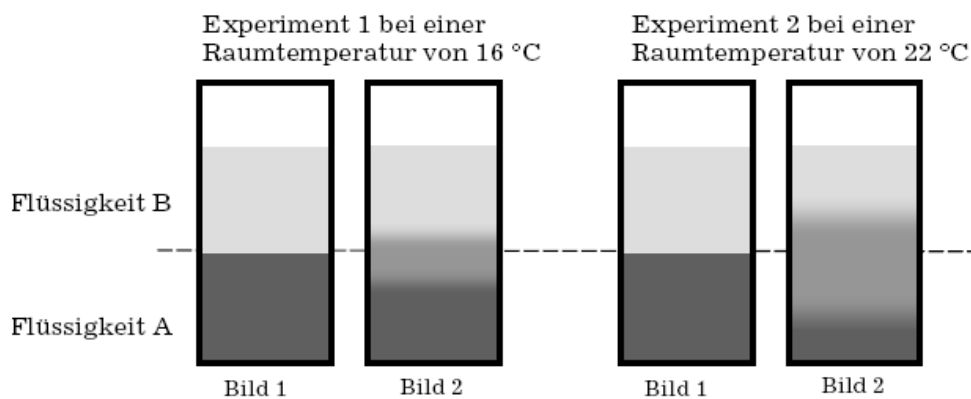
Inhaltsverzeichnis

1	Temperatur	3
2	Wärmeenergie	5
3	Längen- und Volumenänderung	12
4	Kinetische Gastheorie	15

1 Temperatur

- Zu welcher Größe ist die Temperatur eines Körpers – nach Definition – proportional?
 - Erkläre genau das Zustandekommen der Verdunstungskälte.
 - Ein Gas hat die Temperatur $T_1 = -23^\circ\text{C}$. Welche Temperatur T_2 (in $^\circ\text{C}$) hat das Gas, wenn die Geschwindigkeit von *jedem* Molekül verdoppelt wird?
- Luft der Temperatur $T_1 = 10^\circ\text{C}$ wird Energie zugeführt, bis sich die mittlere kinetische Energie der Moleküle verdoppelt hat. Wie groß ist die Lufttemperatur T_2 nach der Energiezufuhr?
- In zwei Versuchen wird mit Flüssigkeiten experimentiert, die sich vermischen können. Beide Flüssigkeiten haben jeweils die gleiche Temperatur (Raumtemperatur).

Die Flüssigkeit A wird in ein Becherglas gegossen und eine zweite Flüssigkeit B wird vorsichtig darüber geschichtet. Das Becherglas wird drei Stunden ruhig stehen gelassen. Bild 1 zeigt jeweils den Ausgangszustand, Bild 2 das Endergebnis des Experimentes.



Quelle: Kommission

- Beschreibe und vergleiche die Ergebnisse der beiden Experimente.
- Es werden mehrere Hypothesen zur Erklärung der Ergebnisse aufgestellt. Entscheide für jede Hypothese, ob Sie richtig, falsch oder unentscheidbar ist. Solltest du eine Hypothese für falsch halten, gib eine kurze Begründung für deine Meinung an.

1 Temperatur

- Bei höherer Temperatur bewegen sich die Teilchen schneller und die Flüssigkeiten durchmischen sich leichter.
- Die Teilchen der Flüssigkeit A bewegen sich gezielt in Richtung der Flüssigkeit B.
- Die Teilchen der Flüssigkeit B sind schwerer als die Teilchen der Flüssigkeit A.

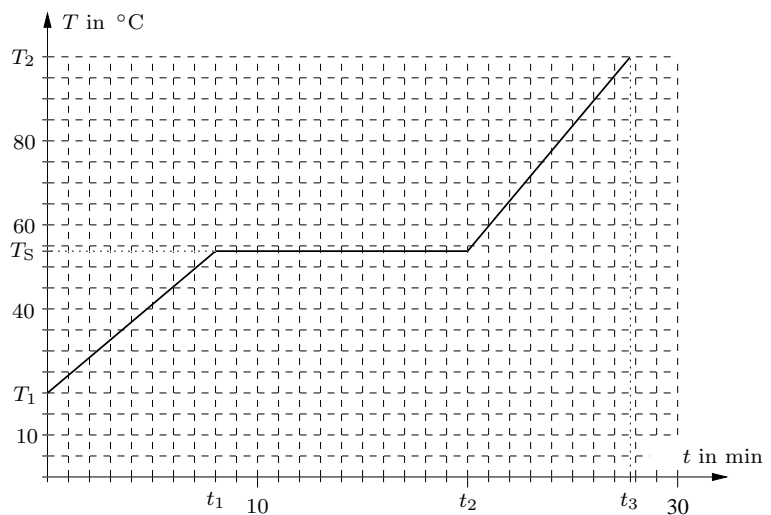
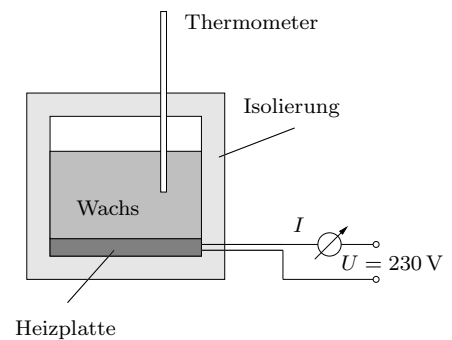
Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

2 Wärmeenergie

1. Kaffeemaschine

- Schätze ab, die viele Tassen Kaffee man an einer Haushalts-Steckdose in 10 Minuten etwa kochen kann.
- Schätze die Größenordnung der elektrischen Leistungsaufnahme einer handelsüblichen Kaffeemaschine ab.
- Wie viele Kaffeemaschinen kann man z. B. beim Schulfest gleichzeitig über eine Vielfachsteckdose betreiben?

- Sebastian nimmt am Wettbewerb *Schüler experimentieren* teil. In einem gut isolierten Ofen, der praktisch keine Wärme nach außen abgibt, erwärmt er Kerzenwachs der Masse $m = 890$ g. Die Heizplatte des Ofens ist an das Haushaltsnetz angeschlossen und während des ganzen Versuchs beträgt die Stromstärke $I = 0,800$ A. Ein in den Ofen eingebautes Thermometer überwacht die Temperatur des Waxes. Das Thermometer ist an einen Computer angeschlossen, der die Temperatur T in Abhängigkeit von der Zeit t aufzeichnet (siehe Diagramm). Beschreibe zunächst in Worten das vom Diagramm erfasste physikalische Geschehen und ermittle dann alle physikalischen Daten des Waxes, die man dem Diagramm entnehmen kann.



2 Wärmeenergie

3. (a) Wenn eine Eislawine zu Tal donnert, wird ein Teil des Eises geschmolzen. Beschreibe in Worten, welche Energieumwandlungen sich dabei abspielen.
- (b) Welchen Höhenunterschied muss eine Eislawine mindestens überwinden, damit das ganze Eis geschmolzen wird?
- (c) Eine Eislawine stürzt über eine $h = 1000$ m hohe Wand hinab. Wieviel Prozent des Eises werden dabei höchstens geschmolzen? Erläutere genau, warum in der Frage das Wort „höchstens“ steht!

Daten von Wasser:

spez. Wärmekapazität	spez. Schmelzwärme	spez. Verdampfungswärme
$c = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$	$q_s = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$q_v = 2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

4. Quecksilber (Hg) hat die Schmelztemperatur $T_S = -38,83$ °C. Welche Energie wird benötigt, um $m = 5,08$ kg Quecksilber von $T_1 = -194,83$ °C auf $T_2 = 294,22$ K zu erwärmen?

	spez. Wärmekapazität (fest)	spez. Wärmekapazität (flüssig)	spez. Schmelzwärme
Hg	$c_{\text{fest}} = 0,123 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$	$c_{\text{flüssig}} = 0,140 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$	$q_s = 11,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

5. Ein Eiswürfel mit Kantenlänge 3cm , der Temperatur 0°C und der Dichte $0,917\text{g}/\text{cm}^3$ wird in Glas mit $0,3\text{l}$ Cola der Temperatur 19°C gegeben.
- (a) Welche Energie nimmt der Eiswürfel auf, bis er zu Wasser von $0,0^\circ\text{C}$ geschmolzen ist.
- (b) Wie weit kühlt die Cola durch die zum Schmelzen des Eises notwendige Energie ab?
- (c) Welche Temperatur erreicht die Cola, wenn sich nach dem Schmelzen des Eiswürfels ein Temperaturgleichgewicht eingestellt hat. Vergleiche diese mit der in (b) berechneten Temperatur.

Konstanten:

spezifische Wärmekapazität: $c_{\text{Wasser}} = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$

spezifische Schmelzwärme von Eis: $C_{\text{Eis}} = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

6. Washalb sollte man nasse Kleidung nicht am Körper trocknen lassen?

7. (a) Ottomotor, Dampfmaschine, Flugzeugtriebwerk

8. **Schwimmbad**

Im Vilsbiburger Schwimmbad ist einige Tage die Wärmepumpe ausgefallen. Dadurch ist die Wassertemperatur im Schwimmerbecken von 23°C auf 18°C gesunken. Das Schwimmerbecken ist 50m lang, 25m breit und 2,3m tief.

- (a) Berechne die Masse des Wassers im Schwimmerbecken.
- (b) Berechne die notwendige Energie, das Wasser im Schwimmerbecken wieder auf 23°C zu erwärmen.
- (c) Das Wasser wird mit Hilfe von vier Wärmepumpe erwärmt. Dabei wird elektrische Energie dazu verwendet, dem Wasser der Vils Wärme zu entziehen und diese dann dem Wasser im Becken zuzuführen. Mit einem Joule elektrischer Energie können 5 Joule Wärmeenergie gewonnen werden.
 - i. Wie viel elektrische Energie ist nötig, um das Becken zu erwärmen? Wie viele Stunden dauert dies, wenn die Stromstärke 15A und die Spannung $4,0\text{kV}$ beträgt?
 - ii. Die Wärme wird dem Wasser der Vils entzogen, welches dabei um 2°C abgekühlt wird. Welche Masse Vilswasser wird abgekühlt?
 - iii. Wie verändert sich die notwendige elektrische Energie, wenn der Wirkungsgrad der Wärmepumpe kleiner ist.

9. Am Gletscher des Großglockner strahlt an einem schönen Wintertag pro Quadratmeter in einer Sekunde eine Energie von 600J ein. Dadurch schmilzt der Schnee.

- (a) Wie viele Liter Wasser fließen von eine Berghütte mit einer waagrechten Dachfläche von 20m^2 innerhalb von 4 Stunden ab, wenn man von einer Umgebungstemperatur von 0°C ausgeht?
- (b) Um den Rückgang der Gletscher zu verlangsamen, werden an vielen Stellen die Schneeflächen mit weißen Planen bedeckt. Erkläre warum man sich dadurch einen positiven Einfluß erhofft.
- (c) Welche Energie ist notwendig, um das geschmolzene Wasser vom Dach der Berghütte auf eine Temperatur von 20°C zu erwärmen?

Konstanten: $C_{\text{schmelzen}} = 334\frac{\text{J}}{\text{g}}$, $c_W = 4,2\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$

10. **Qualmende Flugzeugreifen**

Beim Landen von Flugzeugen sieht man oft, wie in den ersten Momenten des Aufsetzens Qualm zwischen Reifen und Landebahn entsteht (in Form einer regelrechten Fontäne, gegen die Bewegungsrichtung des Flugzeugs); dazu hört man ein deutliches Reifenquietschen. Erkläre diesen Vorgang. Was er mit einem Kavaliertart zu tun?

Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

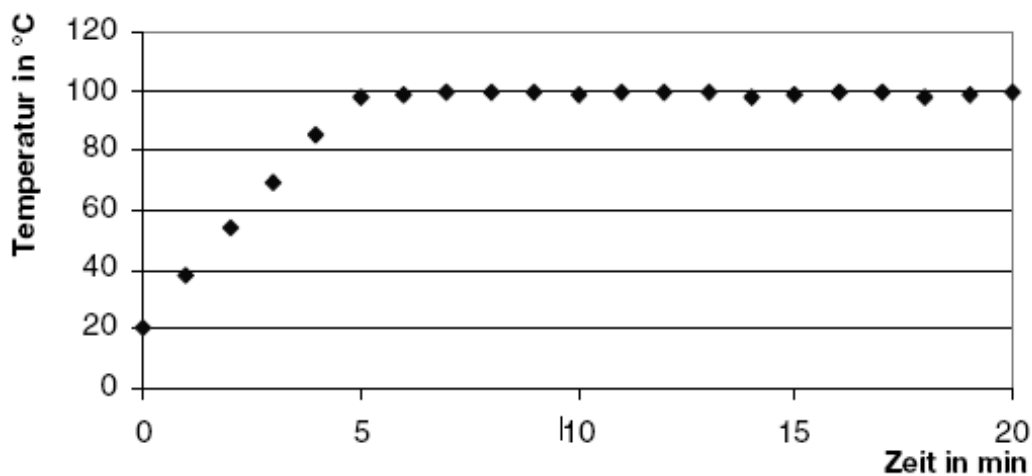
11. Auftrieb in Wolken

In Wolken kondensiert offensichtlich Wasser zu kleinen Tröpfchen. Ebenso offensichtlich gibt es in Wolken manchmal heftige Aufwinde. Wie hängen die beiden Sachverhalte zusammen?

Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

12. Energiebedarf beim Kochen von Kartoffeln

Kartoffeln werden auf einem Gasherd in einem Topf mit Wasser gekocht. Auf dem Topf liegt ein Deckel. Nachdem die Gasflamme entzündet wurde, wird die Temperatur des Wassers in regelmäßigen Zeitabständen gemessen. Aus den Messwerten ergibt sich folgendes Diagramm:



- Beschreibe anhand des Diagramms den Temperaturverlauf des Wassers in Abhängigkeit von der Zeit.
- Erläute, wozu die von der Gasflamme zugeführte Energie in den ersten fünf Minuten und den folgenden fünfzehn Minuten verwendet wird.
- Begründe, warum es empfehlenswert ist, nach den ersten fünf Minuten die Gasflamme kleiner einzustellen.
- Berechne die Energie, die dem Wasser und den Kartoffeln in den ersten fünf Minuten zugeführt wird. Da Kartoffeln im Wesentlichen aus Wasser bestehen, wird angenommen, dass insgesamt 1,5kg Wasser erwärmt werden. Man benötigt 4,19kJ Energie, um 1kg Wasser um 1° zu erwärmen.
- Für die Erwärmung der Kartoffeln und des Wassers von 20° auf 100° wurden 0,054m³ Erdgas benötigt. Das Erdgas hat einen Heizwert von 39MJ/m³. Berechne den Wirkungsgrad für diese Erwärmung.
- Die Kartoffeln waren beim Kochen in einem geschlossenen Topf nicht vollständig mit Wasser bedeckt. Nennen Sie Argumente, die dafür sprechen, beim Kochen von Kartoffeln möglichst wenig Wasser zu verwenden.

Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

13. Funktionsweise eines Kühlschranks:

Durch ein geschlossenes Rohrsystem wird ein Kühlmittel gepumpt. Als Pumpe dient ein elektrisch betriebener Kompressor. Über dieses System wird dem Innenraum Energie entzogen und er kühlt ab. An der Rückseite des Kühlschranks wird die dem Innenraum entzogene Energie an die Raumluft abgegeben. An einem heißen Tag im Sommer schlägt Dieter vor, die Kühlschranktür zu öffnen, damit es im Raum kühler wird. Petra meint, es bringe nichts, im Gegenteil, es würde wärmer im Raum.

(a) Es werden verschiedene Argumente vorgebracht. Kreuze die richtigen Argumente an.

- Kalte Luft strömt aus dem Kühlschrank und kühlt den Raum ab.
- Diese Abkühlung der Raumluft setzt sich auf Dauer fort, weil das Kühlschrankaggregat ständig den Innenraum abkühlt.
- An der Rückseite des Kühlschranks wird die Raumluft erwärmt.
- Erwärmung und Abkühlung halten sich die Waage, die Temperatur bleibt auf Dauer konstant.
- Die Erwärmung überwiegt, die Temperatur steigt auf Dauer.
- Die Abkühlung überwiegt, die Temperatur fällt auf Dauer.
- Durch die vom Kompressor abgegebene Energie wird der Raum auf Dauer erwärmt.
- Durch den Kompressor wird der Raum auf Dauer abgekühlt.

(b) Formuliere eine zusammenhängende begründete Aussage zu der Frage, wie sich die Temperatur in der Küche insgesamt verändert, wenn der Kühlschrank über einen längeren Zeitraum bei offener Tür betrieben wird.

14. Abschätzung der Energiekosten für den Warmbadetag im Erlebnisbad in Mittenwald

(a) Das Schwimmbecken hat im Seitenriss betrachtet die Form eines Trapezes, dessen beiden parallele Seiten die Längen 1,0 m (seichteste Stelle) und 2,0 m (tiefste Stelle) haben.

Außerdem hat das Becken eine Länge von 25 m und eine Breite von 12 m.

Berechne Volumen und Masse des Wassers im Becken (die Dichte von Wasser beträgt $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$).

(b) Wie hoch sind die Energiekosten für den Warmbadetag, wenn dazu das Wasser von 28°C auf 30°C erwärmt werden muss und mit Energiekosten von 0,060 $\frac{\text{€}}{\text{kWh}}$ für Großabnehmer gerechnet wird?

15. Die Strahlungsleistung pro Fläche die auf die Erdatmosphäre trifft wird mit der sogenannten Solarkonstanten $\sigma = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Wm}^{-2}$ angegeben.

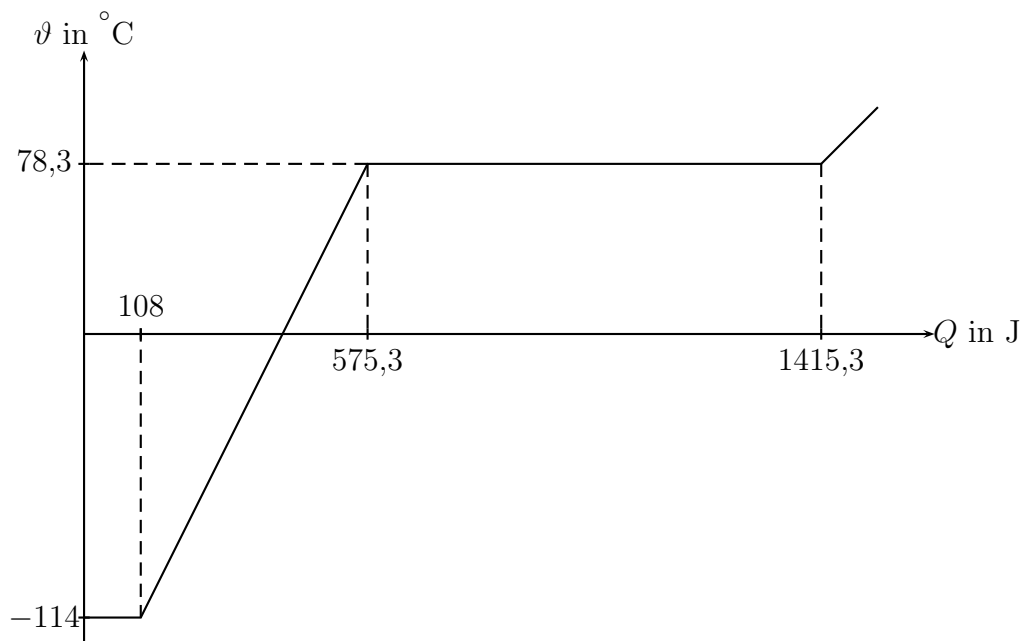
Durch Verluste beim Durchgang durch die Atmosphäre steht allerdings nur der Anteil $\tilde{\sigma} = 0,70 \cdot 10^3 \text{ Wm}^{-2}$ an der Erdoberfläche zur Verfügung.

Berechne die Amortisationszeit einer photovoltaischen Anlage, wenn folgenden Annahmen gemacht werden:

- Anschaffungskosten: 3000 €
- Wirkungsgrad der Anlage: $\eta = 0,10$
- Flächeninhalt der Anlage: $5,0 \text{ m}^2$
- Jährliche Sonnenscheindauer: $1,6 \cdot 10^3 \text{ h}$
- Kosten für 1,0 kWh Energie: 30 Cent

16. „Phasenübergänge von Ethanol“

Das untenstehende Diagramm zeigt den Verlauf der Temperatur ϑ von 1,0 g Ethanol bei fortgesetzter Zufuhr der Wärmeenergie Q . Bei $Q = 0$ beginnt das als Festkörper vorliegende Ethanol gerade in den flüssigen Aggregatzustand überzugehen.

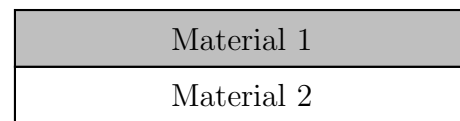


Deute den Verlauf der Kurve aus physikalischer Sicht und ermittle aus dem Diagramm die Schmelztemperatur von festem Ethanol, sowie die spezifische Wärmekapazität und die spezifische Verdampfungsenergie von flüssigem Ethanol.

3 Längen- und Volumenänderung

1. Erkläre wie Frostschäden auf Straßen (vor allem) im Gebirge zustande kommen.
2. Ein Bimetallstreifen besteht bekanntlich aus zwei dünnen Metallstreifen unterschiedlichen Materials, die bei einer Temperatur von 20°C gleiche Länge haben und aufeinander genietet sind.

Der nebenstehend abgebildete Bimetallstreifen wird stark erhitzt und biegt sich nach unten durch. Aus welchen Materialien kann der Bimetallstreifen bestehen, wenn die folgenden Längenausdehnungskoeffizienten α bekannt sind?



Material	α in $10^{-6}/\text{K}$
Kupfer	16,8
Nickel	12,8
Wolfram	4,3
Zink	27

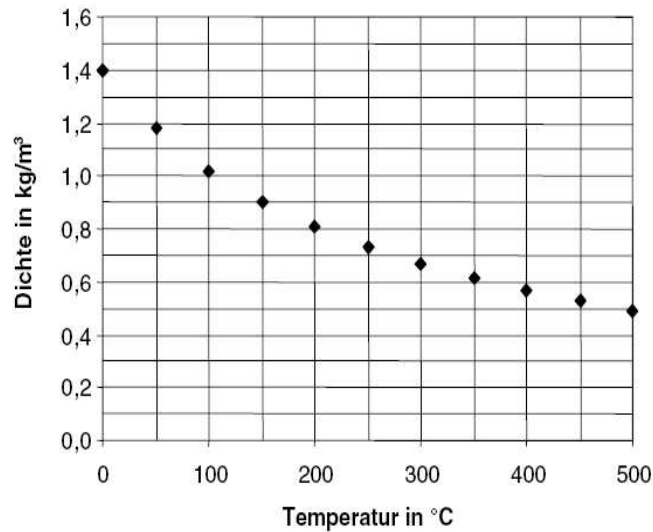
3. In den meisten Thermometern wird als Thermometerflüssigkeit Quecksilber oder Alkohol verwendet.
 - (a) Wie würdest Du vorgehen, um eine mit Alkohol gefüllte Glasröhre mit Vorratsgefäß zu einem Thermometer zu eichen?
 - (b) Warum ist es nicht sinnvoll, Wasser als Thermometerflüssigkeit zu verwenden?
4. Ein Heißluftballon hat ein Volumen von 2700m^3 .
 - (a) Die Luft im Ballon wird von 0°C auf 36°C erwärmt. Wie viel Luft entweicht dabei aus dem Heißluftballon?
 - (b) Ein Ballon schwebt, wenn seine Dichte genausogroß ist, wie die der ihn umgebende Luft. Wie groß darf die Masse des Heißluftballons (Ballonfahrer, Korb, Hülle) sein, wenn der Ballon gerade noch abheben soll.
Dichte von Luft (0°C , 0m ü.N.N): $1\frac{2}{7}$

3 Längen- und Volumenänderung

5. Fahrten mit Heißluftballons werden immer beliebter. Mit einem Gasbrenner wird die Luft im Inneren des Ballons erhitzt. Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der Dichte und der Temperatur der Luft bei konstantem Druck.



Quelle: www.jj-pr.de/u-publikationen.htm



Quelle: Kommission

- (a) Erkläre die Lage der Messpunkte im Diagramm mit der Bewegung der Teilchen.
- (b) Warum schwebt der Heißluftballon? Begründe die Antwort mithilfe des Diagramms.
- (c) Der abgebildete Heißluftballon hat ein Volumen von 1600m^3 . Die Luft im Inneren des Ballons hat eine Temperatur von 100° . Die Luft, in der der Ballon schwebt, hat eine Temperatur von 0° . Hülle, Korb und weitere Ausrüstungen wiegen zusammen etwa 340 kg.
- Welche Masse hat die Luft im Inneren?
 - Welche Masse hat die vom Ballon verdrängte Außenluft von 0° ?
 - Können 5 Personen von je 75 kg gleichzeitig mit dem Ballon fahren?
6. Ein Luftballon ist mit Helium der Temperatur $T_1 = 289\text{ K}$ gefüllt, sein Volumen ist $V_1 = 2975\text{ cm}^3$ und das Gas steht unter dem Druck $p_1 = 992\text{ hPa}$. In der prallen Sonne erwärmt sich das Gas um $\Delta T = 17\text{ K}$ und das Volumen des Ballons vergrößert sich auf $V_2 = 3,10\text{ dm}^3$. Unter welchem Druck p_2 steht das Gas jetzt? Wie ist es möglich, dass p_2 größer als der äußere Luftdruck ist?

7. Ein Modell zur Erklärung der Anomalie des Wassers

Da sich Wassermoleküle auf Grund ihrer Bauweise und ihrer Ladungsverteilung auf verschiedene Arten zu größeren Gebilden vereinigen können, gibt es nicht nur verschiedene Sorten von Eis, sondern nach neuesten Forschungsergebnissen auch zwei Formen des flüssigen Wassers, eine mit größerer und eine mit kleinerer Dichte. Die

3 Längen- und Volumenänderung

Wasserform mit der kleineren Dichte (LD für Low Density) kann man sich vereinfacht wie ganz winzige Eiskristalle vorstellen, die in der dichteren Form (HD für High Density) schwimmen. Der Anteil des LD-Wassers nimmt mit steigender Temperatur T ständig ab und verschwindet bei ca. 30 °C ganz.

Ein einfaches Wassermodell, gültig für $T_0 = 0\text{ °C}$ bis $T_1 = 30\text{ °C}$			
	Dichte bei 0 °C	Volumenausdehnungszahl	Bruchteil der Gesamtmasse
LD	$\rho_{L0} = 0,9809 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$\gamma_L = 0$	$\beta(T) = 2,123 \cdot 10^{-4} \left(\frac{T}{\text{°C}} - 30\right)^2$
HD	$\rho_{H0} = 1,00441 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$\gamma_H = 0,0002934 \frac{1}{\text{°C}}$	$1 - \beta(T)$

Ist m die Gesamtmasse des Wassers, dann sind die Massen der beiden Wasserarten bei der Temperatur T

$$m_L = \beta(T) \cdot m \quad \text{und} \quad m_H = m - m_L = (1 - \beta(T)) \cdot m$$

Der Wasserteil mit der geringeren Dichte (also mit dem größeren Volumen pro Masse) wird mit steigender Temperatur weniger, wodurch das Gesamtvolumen sinkt. Andererseits dehnt sich das HD-Wasser mit steigender Temperatur aus, wodurch das Gesamtvolumen steigt. Beide Effekte zusammen ergeben die Anomalie des Wassers.

- (a) Erstelle eine Wertetabelle für $\beta(T)$ ($\frac{T}{\text{°C}} \in \{0, 10, 15, 20, 25, 30\}$) und zeichne den Grafen von β in geeignet gewählten Einheiten. Wieviel Prozent der gesamten Masse des Wassers bestehen bei 0 °C aus LD- bzw. HD-Wasser?
- (b) Beweise für das Volumen des Wassers der Gesamtmasse m im Intervall $[0, T_1]$:

$$V(T) = V_L + V_H = m \left(\frac{\beta(T)}{\rho_{L0}} + \frac{(1 - \beta(T))(1 + \gamma_H T)}{\rho_{H0}} \right)$$

Erstelle eine Wertetabelle für $V(T)$ mit $m = 1\text{ kg}$ für alle ganzzahligen Temperaturen im Intervall $[0\text{ °C}, 8\text{ °C}]$ und zeichne den Grafen von $V(T)$ (V -Achse von $1000,0\text{ cm}^3$ bis $1000,2\text{ cm}^3$; $0,2\text{ cm}^3 \hat{=} 5\text{ cm}$).

4 Kinetische Gastheorie

1. Ein Gefäß mit dem Volumen $V = 1,00 \text{ m}^3$ enthält reinen Stickstoff (N_2) der Temperatur $T = 24,0 \text{ }^\circ\text{C}$, der Gasdruck beträgt $p = 990 \text{ hPa}$.
 - (a) Berechne die Zahl N der Gasmoleküle.
 - (b) Berechne die mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ der Stickstoffmoleküle.
 - (c) Wie groß sind die molare ($c_{V,m}$) und die spezifische (c_V) Wärmekapazität von Stickstoff bei „mittleren“ Temperaturen?
 - (d) Für die Zahl dN der Moleküle (Masse M) mit einer Geschwindigkeit aus dem Intervall $[v, v + dv]$ gilt nach Maxwell

$$\frac{dN}{dv} = \sigma(v) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}v_m^3} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{v_m^2}} \quad \text{mit} \quad v_m = \sqrt{\frac{2kT}{M}}$$

Berechne $\sigma(v)$ für $v \in \{200 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_m, \langle v \rangle, 800 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 900 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 1100 \frac{\text{m}}{\text{s}}\}$ und zeichne den Grafen von $\sigma(v)$. Schätze in nachvollziehbarer Weise die Zahl ΔN der Moleküle ab, deren Geschwindigkeit im Intervall $[800 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 900 \frac{\text{m}}{\text{s}}]$ liegt.

2. Ein Gefäß mit dem Volumen $V = 1,00 \text{ m}^3$ enthält reinen Stickstoff (N_2) der Temperatur $T = 24,0 \text{ }^\circ\text{C}$, der Gasdruck beträgt $p = 990 \text{ hPa}$.
 - (a) Berechne die Zahl N der Gasmoleküle.
 - (b) Berechne die mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ der Stickstoffmoleküle.
 - (c) Wie groß sind die molare ($c_{V,m} = \frac{\Delta W}{n\Delta T}$) und die spezifische ($c_V = \frac{\Delta W}{m\Delta T}$) Wärmekapazität von Stickstoff bei „mittleren“ Temperaturen?
 - (d) Für die Zahl dN der Moleküle (Masse M) mit einer Geschwindigkeit aus dem Intervall $[v, v + dv]$ gilt nach Maxwell

$$\frac{dN}{dv} = \sigma(v) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}v_m^3} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{v_m^2}} \quad \text{mit} \quad v_m = \sqrt{\frac{2kT}{M}}$$

Berechne $\sigma(v)$ für $v \in \{200 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_m, \langle v \rangle, 800 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 900 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 1100 \frac{\text{m}}{\text{s}}\}$ und zeichne den Grafen von $\sigma(v)$. Schätze in nachvollziehbarer Weise die Zahl ΔN der Moleküle ab, deren Geschwindigkeit im Intervall $[800 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 900 \frac{\text{m}}{\text{s}}]$ liegt. Wie groß ist der relative Fehler deiner Schätzung, wenn der genaue Wert $\Delta N = 8,99 \cdot 10^{23}$ ist?

4 Kinetische Gastheorie

3. Um ein Wasserstoffatom zu ionisieren, ist die Energie $W_{\text{ion}} = 13,6 \text{ eV}$ (Ionisierungsenergie) nötig.
- (a) Welche Geschwindigkeit v_0 muss ein H-Atom besitzen, damit seine kinetische Energie gleich W_{ion} ist? Bei welcher Temperatur T_0 wäre die mittlere kinetische Energie der H-Atome in atomarem Wasserstoff gleich der Ionisierungsenergie?
 - (b) Um welchen Faktor unterscheidet sich die gesamte Wärmeenergie W_a von atomarem Wasserstoff von der gesamten Wärmeenergie W_m von molekularem Wasserstoff (H_2) der gleichen Masse und der gleichen *sehr hohen* Temperatur? Warum ist eine direkte experimentelle Überprüfung des berechneten Wertes nicht möglich?
 - (c) Für die Zahl dN der Atome (Masse M) mit einer Geschwindigkeit aus dem Intervall $[v, v + dv]$ gilt nach Maxwell

$$\frac{dN}{dv} = \sigma(v) = N \cdot w(v) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}v_m^3} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{v_m^2}} \quad \text{mit} \quad v_m = \sqrt{\frac{2kT}{M}}$$

Wie groß ist ungefähr die Wahrscheinlichkeit, ein Gasteilchen im Geschwindigkeitsintervall $[0,99v_m, 1,01v_m]$ zu finden?

- (d) Wir betrachten jetzt das frühe Universum zur Zeit der sogenannten *Rekombinationsphase* (ca. 370 000 a nach dem Urknall). In dieser Zeit gehen die H-Atome vom ionisierten in den neutralen Zustand über. Wir nehmen vereinfacht an, dass das Universum nur aus atomarem Wasserstoff der Temperatur $T = 3,00 \cdot 10^3 \text{ K}$ und der Dichte $\varrho = 1,3 \cdot 10^{-17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ besteht.
 - i. Welcher Druck p herrscht in unserem frühen Universum?
 - ii. Berechne v_m und die mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ der H-Atome. Berechne w für $0,5v_m$, v_m , $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$, $2v_m$ und $3v_m$ und skizziere damit den Verlauf von $w(v)$.
 - iii. Schätze in nachvollziehbarer Weise die Zahl ΔN der Atome in einem Würfel mit der Kantenlänge 10 km ab, deren Geschwindigkeit größer als v_0 ist (wie viele Atome dann tatsächlich ionisiert sind, ist eine kompliziertere Angelegenheit). Zeichne dazu $w(v)$ im Intervall $[v_0, 1,04v_0]$ und trage alle der Verständlichkeit zuträglichen Hilfslinien und Beschriftungen ein. Wie lässt sich das Ergebnis physikalisch interpretieren?