SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit $\TeX$

Mechanik (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

23. Juni 2015

Inhaltsverzeichnis

Teil I.

Statik

1. Gewichtskraft

1. (a) Auf der Erde erfährt Harry Hecht (m = 76kg) eine Gewichtskraft von 760N. Welche Gewichtskraft würde der Mond ($g = 1,6\frac{m}{s^2}$) auf Harry ausüben? Meinst du, Harry springt auf dem Mond höher?

   (b) Der Raumanzug von Astronauten ist sehr schwer. Auf der Erde könnte ein Mensch kaum damit herumlaufen. Auf dem Mond aber ist das kein Problem. Welche Masse müssten ein Raumanzug und Harry Hecht zusammen haben, damit er sich auf dem Mond genauso schwer fühlt wie auf der Erde?

   Quelle: Julia Pürkner

2. Ein chinesischer Astronaut wiegt auf der Erde für die Fahrt zu einem unbekannten Planeten einen Reisvorrat von 21kg ab.

   (a) Welche Gewichtskraft hat der Reis auf der Erde?

   (b) Der Astronaut landet nun mit seinem Reis auf dem unbekannten Planeten, dessen Fallbeschleunigung g_p nicht bekannt ist. Was kann der Astronaut ohne zusätzliche Hilfsmittel über Masse und Gewichtskraft seines Reises auf dem Planeten aussagen? Begründung!

   (c) Welche(s) Hilfsmittel bräuchte der Astronaut, um mit Hilfe seines Reises die Fallbeschleunigung g_p des unbekannten Planeten feststellen zu können?

   (d) Der Astronaut bekommt Hunger und verzehrt ein Drittel seiner Reiskörner. Welche Masse hat der Reis jetzt noch?

   (e) Zufällig ist jetzt die Gewichtskraft des übriggebliebenen Reises auf dem unbekannten Planeten gerade genau so groß wie die Gewichtskraft der 21kg Reis auf der Erde. Bestimme nun die Fallbeschleunigung g_p des unbekannten Planeten

   Quelle: Julia Pürkner

3. **Form von Flugzeugtragflächen**

   Ist die Tragflächenform am Boden und im Flug die gleiche?

   Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

4. An der Oberfläche des Planeten Uranus hat die Fallbeschleunigung einen Betrag von $9{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

(a) Zunächst gehen wir davon aus, dass der Uranus und der Jupiter die gleiche Masse haben. Der Radius des Jupiter ist etwa um den Faktor 2,75 größer wie der des Uranus. Welchen Wert erhältst du unter dieser Annahme für die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Jupiter?

(b) Nun gehen wir davon aus, dass der Jupiter und der Uranus den gleichen Radius haben. Aber die Masse des Jupiter ist etwa 22–mal so groß wie die des Uranus. Welchen Wert erhältst du nun für die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Jupiter?

(c) Welcher Wert ergibt sich für die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Jupiter, wenn du sowohl das Massenverhältnis als auch das Größenverhältnis der beiden Planeten berücksichtigst?

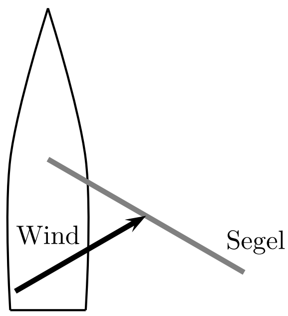
5. Im Tabellenteil einer Formelsammlung findet man unter der Rubrik "Astronomische Daten" für die Himmelskörper des Sonnensystems folgenden Auszug:

Himmelskörper	relative Masse	relativer Radius	g in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
...	...	...	...
Mars	0,107	0,533	3,73
...	...	...	...
Neptun	17,2	3,80	[redacted]

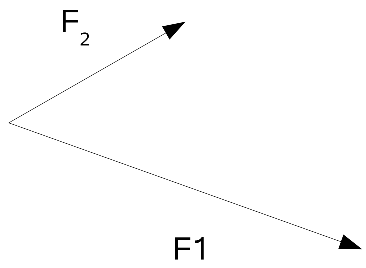
Dabei sind die Massen bzw. Radien der Planeten in Vielfachen der Erdmasse bzw. des Erdradius angegeben. g bezeichnet die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Planeten. Durch einen Tintenfleck ist leider die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Neptun unleserlich geworden. Berechne diesen Wert unter Verwendung der restlichen in der Tabelle angegebenen Informationen.

2. Kräftezerlegung

1. Nebenstehend sehen wir ein Segelboot von oben. Wir gehen idealisierend davon aus, dass das Segel ganz eben gestrafft ist. In welche Richtung treibt der Wind das Boot (Begrndung!)?



2. Bei einem Spaziergang wird Toni von seinen beiden Hunden mit den Kräften F_1 und F_2 ungestüm in verschiedene Richtungen gezogen (vgl. Abb.). Konstruiere die wirkende Gesamtkraft

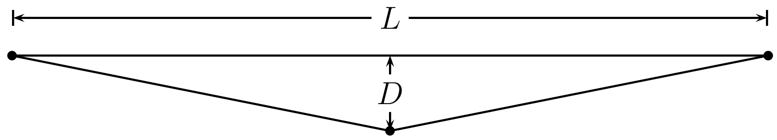


3. Auf ein Motorsegelboot wirkt vom Motor eine Kraft von $F_M = 4000N$ und vom Wind auf das Segel eine Kraft von $F_S = 7000N$. Die beiden Kräfte schließen einen Winkel von 40° ein. Welche Gesamtkraft wirkt auf das Motorsegelboot?

4. Bei einem Spaziergang wird Toni von seinen beiden Hunden mit den Kräften $F_1 = 200N$ und $F_2 150N$ ungestüm in verschiedene Richtungen gezogen. Die Leinen der Hunde schließen einen Winkel von 60° ein. Wie groß ist wirkende Gesamtkraft?

5. In der Mitte einer Wäscheleine hängt ein nasses Wäschestäck der Masse 3kg. Die Befestigungspunkte der Wäscheleine haben einen Abstand von 6m und die Wäscheleine hängt 50cm durch.
   (a) Ermittle durch Konstruktion die Kräfte entlang der Wäscheleine.
   (b) Wie verändert sich die Größe der Kräfte entlang der Wäscheleine, wenn diese stärker durchhängt?

6. Ein Balancierseil nennt man neuerdings slackline. Eine slackline wird mit einer Kraft von 2 kN bis 4 kN mit Hilfe von Ratschen und Flaschenzügen vorgespannt.



Im folgenden bezeichnen

- L die Seilänge in Metern,
- D den sogenannten Durchhang in Metern und
- m die Masse in Kilogramm.

Zeige, dass für diesen Fall

$$\frac{F}{\mathrm{kN}} \approx \frac{L}{D} \cdot \frac{m}{400}$$

gilt.

Welche Belastung übt demzufolge eine Person der Masse 50 kg auf ein Seil der Länge 6,0 m und einem Durchhang von $D = 30\,\mathrm{cm}$ aus?

3. Reibungskraft

1. **Reibung**

   Eine Halskette der Masse 200g und der Länge 50cm wird über eine Tischkante gelegt. die Kette hängt 5cm über die Kante nach unten. Nun zieht man an der Kette so lange, bis die Kette gerade noch nicht von selbst nach unten gezogen wird. Dann hängen 10cm der Kette über die Tischkante nach unten.

   (a) Welcher Teil der Kette ist ein Maß für die Zugkraft und welcher Teil ist ein Maß für die Reibungskraft.

   (b) Berechne die Reibungszahl zwischen Kette und Tisch.

   (c) Wie verändert sich die Länge der Kette, die über die Tischkante nach unten hängt, wenn

      i. die Reibungszahl größer wird?

      ii. die Kette bei gleicher Länge doppelte Masse hat?

2. **Qualmende Flugzeugreifen**

   Beim Landen von Flugzeugen sieht man oft, wie in den ersten Momenten des Aufsetzens Qualm zwischen Reifen und Landebahn entsteht (in Form einer regelrechten Fontäne, gegen die Bewegungsrichtung des Flugzeugs); dazu hört man ein deutliches Reifenquietschen. Erkläre diesen Vorgang. Was er mit einem Kavalierstart zu tun?

   Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

3. **Luftwiderstand**

   Zwei Autos haben gleiche Querschnittsfläche $A = 2m^2$, unterscheiden sich jedoch im c_W-Wert. Ein Auto hat $c_W = 0,3$, das andere $c_W = 0,4$. Berechne den Luftwiderstand bei $10\frac{km}{h}$, $20\frac{km}{h}$, $\cdots$ $130\frac{km}{h}$ und stelle das Ergebnis graphisch dar.

4. Hookesches Gesetz

1. Skizziere ein F-s-Diagramm eines Gummis, für den bis zu einer Dehnung von 5cm das Hooksche Gesetz gilt und für Dehnungen über 5cm die Federhärte kleiner wird.

2. Hängt man auf der Erde an einen Federkraftmesser einen Nromkörper (1kg), so wird der Kraftmesser um 15cm gedehnt. Dank guter Beziehungen zur NASA nimmt ein Astronaut den Kraftmesser und den Normkörper mit zum Mond und stellte dort eine Verlängerung von nur mehr 2,5cm fest.
   (a) Berechne aus den obigen Werten den Ortsfaktor auf dem Mond.
   (b) Welche Härte besitzt die Feder des Kraftmessers?
   (c) Nun hängt der Astronaut einen gefundenen Stein an die Federwaage und stellt eine Federverlängerung von 9,0cm fest. Welche Masse hatte dieser Stein? Wenn der Astronaut dem Normkörper auf der Erde einen Fußtritt gibt, so tut ihm das ziemlich weh. Wird das am Mond auch so sein?

   Quelle: Julia Pürkner

5. Kraftwandler

1. **Flaschenzug**

   Ein Körper der Masse m wird mit einem Flaschenzug mit n losen Rollen um den Weg h hochgehoben.

   (a) Gib eine Formel an, mit der man aus G die dazu benötigte Zugkraft und aus h den Zugweg berechnen kann.

   (b) Wie kann man experimentell den Zusammenhang zwischen Anzahl der losen Rollen und Zugkraft beim Flaschenzug untersuchen. (Aufbau, Durchführung)

   (c) Wie und warum unterscheidet sich die in (a) berechnete Kraft von den experimentellen Werten?

2. **Hebel**

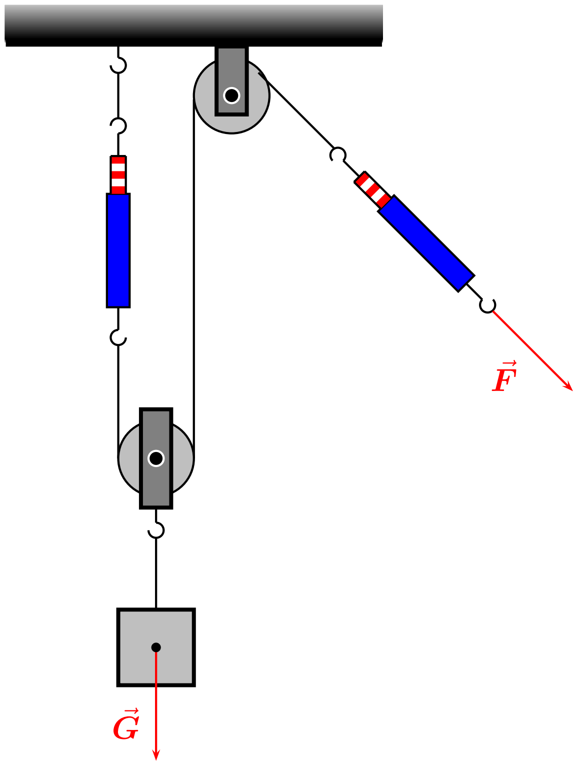
   (a) Auf einer Wippe kommt Clara nicht nach unten, wenn ihr großer Bruder Bernd am anderen Ende sitzt. Clara will wippen und sagt ihrem Bruder, wie er sich verhalten soll, damit das gelingt. Was soll Bernd tun? Begründen deine Antwort.

   (b) Zerbrich ein Streichholz in zwei gleich große Stücke. Danach soll jedes der beiden Stücke nochmals in zwei kleinere Stücke zerbrochen werden. Was spürt man beim Zerbrechen? Beschreibe die Beobachtungen und erklären diese mit physikalischen Begriffen.

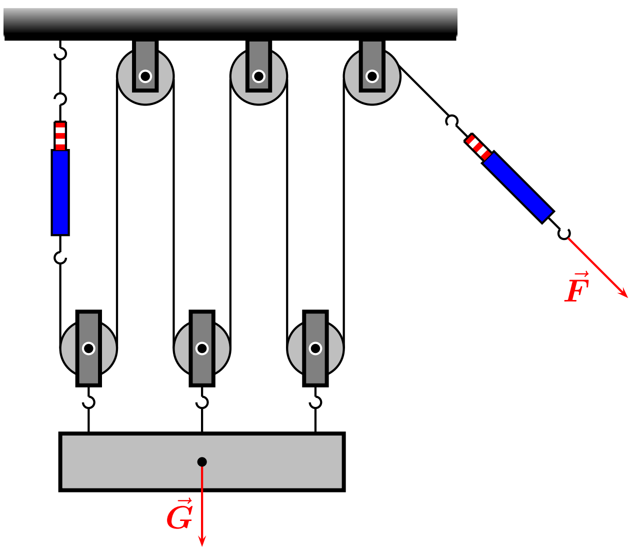
   Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

3. (a) Der rechte Kraftmesser zeigt $F = 450\,\mathrm{N}$ an. Welchen Wert zeigt der linke Kraftmesser an?

   (b) Der Flaschenzug befindet sich im Gleichgewicht.
   Die lose Rolle hat eine Masse von $1200\,\mathrm{g}$. Welche Gewichtskraft G hat das am Flaschenzug hängende Massenstück?



4. Die Masse einer losen Rolle beträgt $120\,\mathrm{g}$ und die des Massenstücks, dessen Gewichtskraft G ist $5{,}6\,\mathrm{kg}$. Welchen Betrag hat die Kraft, die nötig ist um das Massenstück auf konstanter Höhe zu halten?

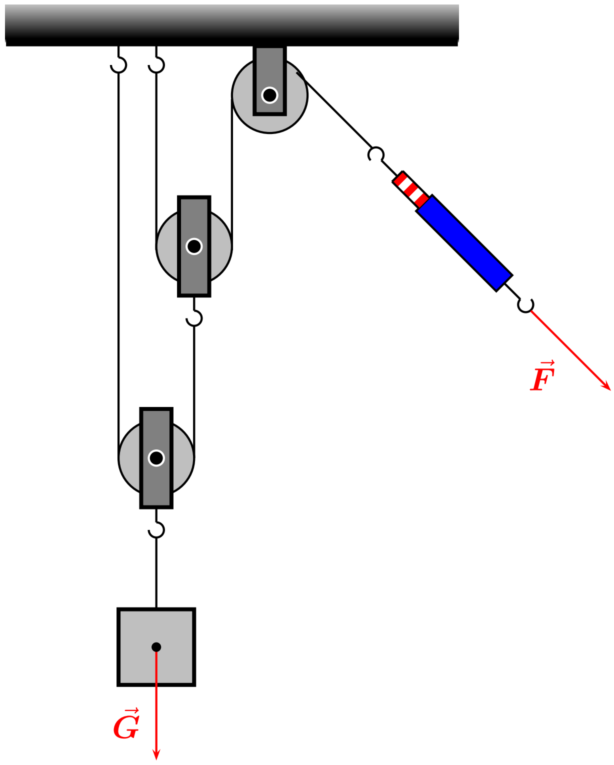


5. Potenzflaschenzug

(a) Die Gewichtskraft einer losen Rolle beträgt 100 N und die des Gewichts $G = 800\,\mathrm{N}$. Welchen Betrag F hat die Kraft $\vec{F}$, mit der du ziehen musst, damit sich der Flaschenzug im Gleichgewicht befindet?

(b) Das Massenstück soll um 2,0 m angehoben werden. Welche Seillänge muss du dazu ziehen?

(c) Welche Arbeit verrichtest du dabei?



6. Dichte

1. Frisch gefallener Schnee hat die Dichte $0,20\frac{g}{cm^3}$.
   (a) Welches Gewicht hat eine 30cm dicke Schicht frisch gefallenen Schnees auf einem Flachdach von 20m Länge und 10m Breite?
   (b) Wie viel Liter Wasser entstehen, wenn dieser Schnee schmilzt?
   (c) Wie viel cm^3 Luft sind in $1dm^3$ Schnee enthalten? Die Masse der Luft ist zu vernachlässigen.

   Quelle: Julia Pürkner

2. Ein Mann hat die Masse 80,0kg. Er besitzt 5,8l Blut der Dichte $1,06g/cm^3$. Wie viel Prozent seiner Gesamtmasse macht das Blut aus?

   Quelle: Julia Pürkner

3. Wir können einen Atomkern vereinfacht als winziges Kügelchen auffassen. Der Radius r eines solchen Kügelchens hängt von der Anzahl A der Nukleonen (das sind Protonen und Neutronen) im Kern ab. Es gilt $r \approx 1{,}4 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m} \cdot \sqrt[3]{A}$. Ein Nukleon hat etwa eine Masse von $m_{\mathrm{N}} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.
   (a) Schätze die Dichte von Kernmaterie für $A = 12$ ab.
   (b) Welche Masse hätte in etwa ein Würfel der Kantenlänge 1,0 cm und der Dichte von Kernmaterie? Wie vielen Mittelkklassewagen einer Masse von jeweils 1,5 t entspricht dies?
   (c) Welchen Radius hätte in etwa eine Kugel der Erdmasse $m_{\mathrm{Erde}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$ und der Dichte von Kernmaterie?

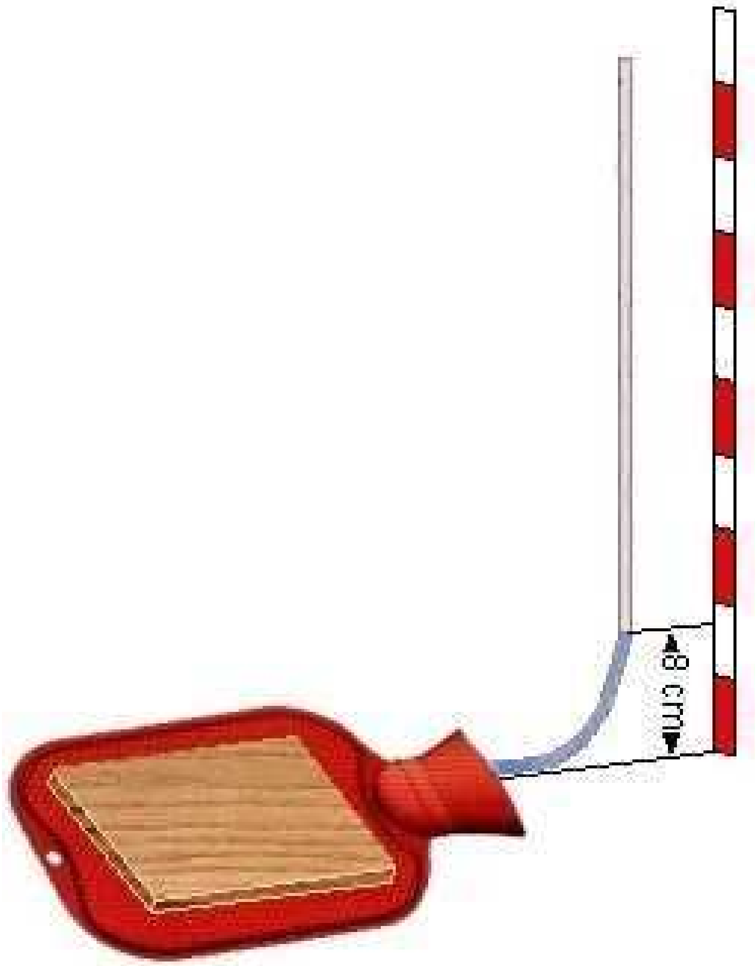
7. Druck

1. **Wölbung**

   Getränkebecher oder Milchdöschen mit abziehbarer Alufolie als Deckel, die im Flugzeug serviert werden, sind immer ein wenig durchgewölbt. Warum?

   Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

2. Eine Personenwaage kann man sich selbst mit einfachen Mitteln herstellen. In den Stöpsel einer Wärmflasche bohrt man ein Loch, in das man ein Röhrchen klebt. Über das herausstehende Ende des Röhrchen schiebt man das eine Ende eines ca. 2 m langen, dünnen, durchsichtigen Plastikschlauchs. Die Flasche wird vollständig mit Wasser gefüllt, der Schlauch wird vertikal aufgehängt. Als Standfläche benötigt man ein Brett, in unserer Aufgabe soll es 18 cm breit und 20 cm lang sein.



(a) Im Schlauch steht das Wasser 8 cm hoch. Wie hoch ist der Druck in der Wärmflasche?

(b) Jetzt stellt sich ein Mädchen mit der Masse 45 kg auf das Brettchen. Wie groß ist jetzt der Druck in der Wärmflasche?

(c) Wie hoch steigt das Wasser im Schlauch?

Quelle: Julia Pürkner

3. Ein mit Wasser gefüllter Eimer wird aus einem Brunnen hochgezogen.

   Wie kommt es, dass man um so mehr Kraft braucht, je weniger sich der zunächst ganz untergetauchte Eimer noch im Wasser befindet?

   Quelle: Julia Pürkner

4. **Tauchexperiment**

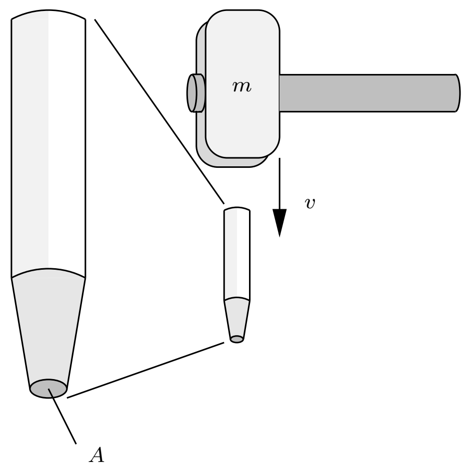
Auf einer Waage steht ein mit Wasser gefüllter Glaszylinder. An einem Kraftmesser hängt ein Metallstück. Zunächst hängt das Metallstück außerhalb des Wassers. Anschließend wird es vollständig eingetaucht.

(a) Erläutere, wie sich die Messwerte von Kraftmesser und Waage verändern.

(b) Wie ändern sich die Messwerte, wenn man den Faden, an dem das Metallstück hängt, durchschneidet?

Quelle: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004

5. Ein Stahlstift wird mit seiner „Spitze“ der Fläche $A = 20\,\mathrm{mm}^2$ auf ein Kupferblech aufgesetzt. Mit einem Hammer der Masse $m = 400\,\mathrm{g}$ wird auf den Stift geschlagen. Der Hammer hat kurz vor dem Aufprall die Geschwindigkeit $v = 5{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und wird in der Zeit $\Delta t = 4{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{s}$ auf null abgebremst. Welchen Druck übt die Spitze des Stiftes während des Abbremsvogangs des Hammers auf das Kupferblech aus?

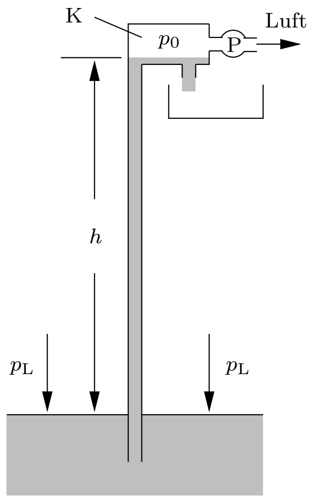


6. Ein Langläufer (Skating) gleitet über eine Harschdecke, das ist eine harte Schneeschicht über weichem Pulverschnee. Die Harschdecke bricht ein, wenn der Druck auf sie größer als $90\,\mathrm{hPa}$ ist. Wie lang muss ein Ski der Breite $b = 6{,}0\,\mathrm{cm}$ mindestens sein, damit der Skater mit der Masse $m = 90\,\mathrm{kg}$ nicht einbricht? Beachte, dass beim Skaten die meiste Zeit nur ein Ski belastet wird.

7. **Abschätzung der Dichte von Luft**

   Der Luftdruck auf Meereshöhe beträgt bei $20\,{}^\circ\mathrm{C}$ im Mittel $p_0 = 1013\,\mathrm{hPa}$, in Garmisch ($700\,\mathrm{m}$ über dem Meer) misst man ebenfalls bei $20\,{}^\circ\mathrm{C}$ den mittleren Luftdruck $p_1 = 932\,\mathrm{hPa}$. Schätze mit diesen Daten die Dichte ϱ_L der Luft bei $20\,{}^\circ\mathrm{C}$ ab. Welche Vereinfachungen verwendest du? Ist die tatsächliche Dichte größer oder kleiner als dein berechneter Näherungswert?

8. Eine Wasserpumpe besteht aus einer Luftpumpe P und einer Kammer K. Die Luftpumpe entfernt die Luft aus K, so dass in K idealerweise der Druck $p_0 = 0$ (Vakuum) herrscht. Von K reicht ein Rohr zum tiefer gelegenen Wasser, das heraufgepumpt werden soll. Nicht das Vakuum saugt das Wasser nach oben, sondern der Luftdruck p_L an der Oberfläche des unteren Wasserspiegels drückt das Wasser hinauf. Welche maximale Höhe h kann das Wasser mit dieser Pumpe gehoben werden?



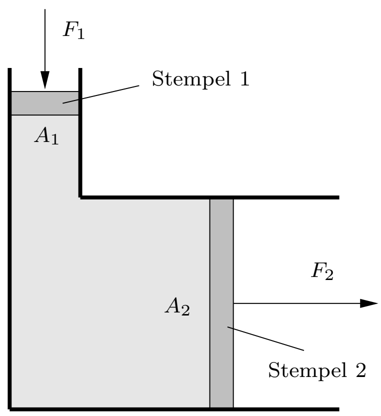
9. Quecksilber hat die Dichte $\varrho = 13{,}55\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. In welcher Tiefe herrscht in Quecksilber der Druck 1000 hPa? Wie kann man mit Quecksilber und Glasrohren ein Luftdruckmessgerät (Barometer) bauen?

10. Das kreisförmige Bullauge einer Tauchglocke hat den Radius $r = 15\,\text{cm}$. Welcher Kraft F muss das Bullauge standhalten, wenn die Glocke 11000 m tief taucht (Grund des Marianengrabens)? Welche Masse m hat eine Gewichtskraft, die gleich der Kraft F ist?

11. Für die Flüssigkeit in nebenstehend abgebildeter Hydraulik darf angenommen werden, dass sie total inkompressibel ist, sich also nicht zusammendrücken lässt.

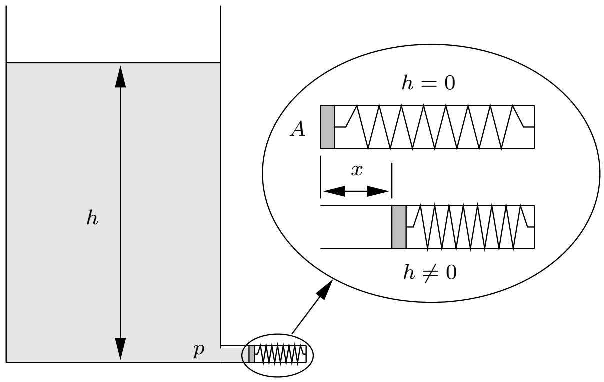
    (a) Beweise, dass die von der Kraft F_1 am Stempel 1 verrichtete Arbeit W_1 gleich der vom Stempel 2 verrichteten Arbeit W_2 ist.

    (b) Für die Hydraulik einer Autopresse gilt:
    $F_1 = 8{,}00 \cdot 10^3\,\text{N}$
    $F_2 = 4{,}00 \cdot 10^6\,\text{N}$
    $A_2 = 2500\,\text{cm}^2$.
    Berechne A_1. Wie weit muss sich der Stempel 1 bewegen, wenn sich Stempel 2 um 1,5 m nach rechts bewegt? Wie kann man das Problem des langen Weges von Stempel 1 technisch lösen?



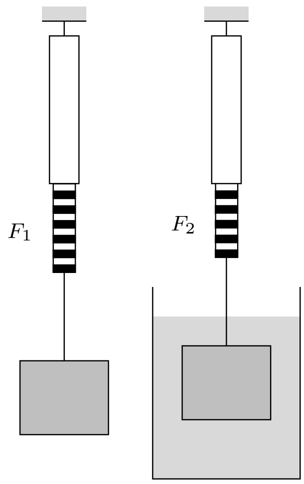
12. Eis hat die Dichte $\varrho_E = 0{,}917\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Ein Eiswürfel der Masse $m_E = 20\,\text{g}$ schwimmt in einem Glas mit $V_W = 200\,\text{cm}^3$ Wasser, die Grundfläche des zylindrischen Glases ist (innen) $A = 20\,\text{cm}^2$. Wieviel Prozent des Eisvolumens sind oberhalb des Wassers? Um wieviel steigt der Wasserspiegel, wenn der Eiswürfel ganz schmilzt?

13. Der Füllstandsanzeiger eines großen Wassertanks besteht aus einem Rohr mit einem gut eingepassten, reibungsfrei beweglichen Stempel der Querschnittsfläche $A = 4{,}00\,\mathrm{cm}^2$ und einer Feder mit der Härte $D = 196\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Ohne Wasser ($h = 0$) schließt der Stempel mit dem linken Ende des Rohrs ab (siehe Abbildung).



Der Füllstand des Wassers beträgt jetzt $h = 5{,}00\,\mathrm{m}$. Berechne den Druck p am Boden des Tanks, die Kraft F auf den Stempel und die Strecke x, um die die Feder zusammengedrückt wird.

14. Ein Aluquader mit den Kantenlängen $a = 5{,}00\,\mathrm{cm}$, $b = 7{,}00\,\mathrm{cm}$ und $c = 9{,}00\,\mathrm{cm}$ hängt an einer Federwaage, die die Kraft $F_1 = 8{,}35\,\mathrm{N}$ anzeigt. Welche Kraft F_2 zeigt die Waage an, wenn der ganze Quader in ein mit Wasser gefülltes Gefäß getaucht wird?



Teil II.

Kinematik

8. Gleichförmige Bewegung

1. **Grundwissen**

   (a) Ein PKW fährt mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 126\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ auf der Autobahn. Wie lange braucht das Auto für eine 200 m lange Strecke?

   (b) Wird ein geeichtes 50 g-Stück an eine Feder gehängt, dann dehnt sich diese um 7,5 cm. Hängt man statt dessen einen Schlüssel an die gleiche Feder, dann dehnt sie sich um 4,8 cm. Welche Masse hat der Schlüssel?

2. In einem Kursbuch der Bundesbahn wird über die Strecke München-Murnau informiert. Links sind die Längen der Streckenabschnitte in km und rechts Ankunfts-und Abfahrtszeiten angegeben.

km	Ort	Zeit
0	München Hbf ab	7.00
20	Tutzing an	7.30
	Tutzing ab	7.35
50	Weilheim	7.45
	Weilheim	7.50
78	Murnau an	8.05

   (a) Erstelle mit den Daten aus der Tabelle ein Zeit-Orts-Diagramm.

   (b) Lies aus dem Diagramm ab: Zwischen welchen Haltepunkten fährt der Zug (im Mittel) am schnellsten und zwischen welchen fährt er am langsamsten? Begründung mit Hilfe des Diagramms, keine Rechnung!

   (c) Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen München und Murnau in km/h.

   (d) Welche Zeit (in Minuten) würde der Zug mit der in Teilaufgabe (c) berechneten Geschwindigkeit für eine Strecke von 60km benötigen?

   Quelle: Julia Pürkner

3. Untersuche die folgenden Bewegungen auf Gleichförmigkeit:

a)

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	0	1	1,5	3	4
$\frac{x}{\mathrm{m}}$	-30	-18	-12	8	20

b)

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	0	1	1,5	3	4
$\frac{x}{\mathrm{m}}$	-30	-18	-12	6	18

4. (a) Rechne $v = 1\frac{\text{cm}}{\text{h}}$ um auf $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $\frac{\text{m}}{\text{d}}$!

   (b) Rechne die Lichtgeschwindigkeit um auf $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $\frac{\text{mm}}{\text{ns}}$!

   (c) Auf dem Planeten Dideldum gilt für Längen die Beziehung 1 Trara = 250 Trari und für Zeiten 1 Truru = 50 Triri.

   Rechne $v_1 = 75\,\frac{\text{Trara}}{\text{Triri}}$ auf $\frac{\text{Trari}}{\text{Truru}}$ und $v_2 = 75\,\frac{\text{Trara}}{\text{Truru}}$ auf $\frac{\text{Trari}}{\text{Triri}}$ um!

5. Ein Auto fährt mit konstanter Geschwindigkeit v auf der Autobahn. Eine Stoppuhr am Lenkrad zeigt bei km 65 die Zeit 00:11:28 und bei km 82,5 die Zeit 00:19:48 an.

   (a) Berechne die Geschwindigkeit des Autos in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$!

   (b) Bei welchem Kilometer wurde die Stoppuhr gestartet?

   (c) Wie lange war das Auto vom Beginn der Autobahn bis zum Starten der Stoppuhr unterwegs?

6. Bei km 30 auf der Autobahn München-Stuttgart findet ein Raubüberfall statt. Der Täter flüchtet mit seinem klapprigen Auto mit der Geschwindigkeit $v_1 = 80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ in Richtung Stuttgart. Zwanzig Minuten später nimmt ein Polizeiauto vom Autobahnbeginn aus mit $v_2 = 150\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ die Verfolgung auf.

   (a) Zeichne die Weltlinien beider Autos in *ein* Diagramm!
   Verwende die Einheiten 10 min $\widehat{=}$ 1 cm und 20 km $\widehat{=}$ 1 cm!

   (b) Wann und wo holt die Polizei den Täter ein? Grafische und rechnerische Lösung!

7. Zwei Raumstationen S_1 und S_2 sind 5000 km voneinander entfernt. Zur Zeit $t_0 = 0$ startet eine Rakete R_1 mit einem Geschwindigkeitsbetrag von $|v_1| = 500\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ von S_1 aus in Richtung nach S_2. Eine Stunde später startet eine weitere Rakete R_2 mit $|v_2| = 2000\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ von S_2 nach S_1. Wann und wo begegnen sich die beiden Raumschiffe? Rechnung und tx-Diagramm (1 h $\widehat{=}$ 2 cm, 1000 km $\widehat{=}$ 1 cm)!

8. In Bagdad wird dem Kalifen um 1:00 Uhr nachts (t_1) ein Pferd gestohlen. Der Dieb ergreift sofort die Flucht und legt dabei pro Stunde die Strecke 11 km 200 m zurück. Um 7:00 Uhr morgens (t_2) wird der Diebstahl entdeckt und der Kalif selbst reitet dem Dieb auf der Stelle mit seinem besten Pferd nach. Der Kalif legt dabei in einer Stunde einen Weg von 14 km 400 m zurück.

   Wann (T) und in welcher Entfernung von Bagdad (X) wird der Dieb gestellt? Rechne zunächst in allgemeinen Größen und setze erst in die fertigen Ergebnisse die angegebenen Zahlenwerte ein.

9. Kurze Ultraschallimpulse werden in einem zeitlichen Abstand von $\Delta T = 0{,}75\,\mathrm{s}$ von hinten auf ein durch Garmisch fahrendes Auto gerichtet, dort reflektiert und am Ort des Senders in einem zeitlichen Abstand von $\Delta t = 0{,}85\,\mathrm{s}$ wieder registriert. Berechne die Geschwindigkeit v des Autos! (Es herrscht Windstille und eine Temperatur von $20\,^\circ\mathrm{C}$; die Schallgeschwindigkeit bei $20\,^\circ\mathrm{C}$ beträgt $c_s = 340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.)
   Zeichne als Überlegungsfigur ein übersichtliches tx-Diagramm!

10. Die Autos 1 und 2 fahren mit den konstanten Geschwindigkeiten v_1 und v_2 ($v_1 > v_2$) in die gleiche Richtung auf der Landstraße. Auto 1 befindet sich zunächst hinter Auto 2 und setzt zum Überholen an.
    (a) Berechne die Länge L des gesamten Überholweges von Fahrzeug 1, ausgedrückt durch die Geschwindigkeiten v_1 und v_2, die Fahrzeuglängen s_1 und s_2 sowie durch den Sicherheitsabstand a, der beim Ausscheren wie beim Einscheren eingehalten werden muss.
    (b) Für den Sicherheitsabstand gilt die Faustformel a = *halber Tachostand*, d.h. der Zahlenwert von a in Metern ist gleich dem halben Zahlenwert von v_1 in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Der Sicherheitsabstand ist also proportional zur Geschwindigkeit, d.h. $a = \alpha \cdot v_1$. Berechne α in einer möglichst einfachen Einheit.
    (c) Setze $a = \alpha \cdot v_1$ in den Ausdruck für L ein. Im Folgenden sei $s_1 = s_2 = 5\,\mathrm{m}$ und $v_2 = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Zeichne den Grafen der Funktion $L(v_1)$. Berechne dazu L für $v_1 \in \left\{105\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 110\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 120\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 140\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 160\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 200\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 300\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right\}$.
    (d) Jetzt sei $v_1 = \text{konst.} = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Zeichne $L(v_2)$ in das gleiche Diagramm wie in Teilaufgabe (c). Berechne dazu L für $v_2 \in \left\{10\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 70\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, 95\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right\}$.

11. Herr Wilhelm geht mit seiner Frau Kathi zum Langlaufen. Beide Sportler starten gleichzeitig und laufen mit der konstanten Geschwindigkeit v_1 in der Loipe der Gesamtlänge s. Nachdem sie die Strecke x_0 gelaufen sind, kehrt Kathi um, läuft mit dem konstanten Geschwindigkeitsbetrag $v_2 = 1{,}5v_1$ zurück zum Startpunkt, holt in nullkommanichts ihre vergessenen Handschuhe aus dem Auto und spurtet ihrem Mann wieder nach. Herr Wilhelm bewegt sich immer mit der konstanten Geschwindigkeit v_1, Kathi ab dem Verlassen ihres Mannes immer mit dem konstanten Geschwindigkeitsbetrag v_2. Die schnelle und schlaue Kathi hat den Umkehrpunkt x_0 so gewählt, dass sie ihren Mann genau am Ende der Loipe einholt.

    Veranschauliche den ganzen Vorgang in einem qualitativen und ausführlich beschrifteten tx-Diagramm und berechne x_0 als Vielfaches von s.

12. Der Körper K bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v. WL sei die Weltlinie von K in einem tx-Diagramm mit folgenden Einheiten:
    - $1\,\mathrm{cm}$ auf der t-Achse entspricht die Zeit t^*

- $1\,\mathrm{cm}$ auf der x-Achse entspricht der Weg x^*

(a) Wie berechnet man den Winkel φ, den WL mit der t-Achse einschließt?

(b) Berechne φ für $v = 86{,}4\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, $t^* = 5\,\mathrm{s}$ und $x^* = 200\,\mathrm{m}$!

13. Familie Mittelmaß fährt mit ihrem Wohnmobil mit der konstanten Geschwindigkeit $v_1 = 70\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ in den sonnigen Süden, die Startzeit sei $t_0 = 0$. Das Wohnmobil wird von Sohn Willi auf dem Motorrad begleitet. Zur Zeit $t_1 = 1\,\mathrm{h}$ bemerkt Frau Mittelmaß, dass sie ihre neue Designer-Sonnenbrille vergessen hat. Willi rast sofort mit der konstanten Geschwindigkeit $v_2 = 105\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ zurück zur Wohnung, holt ohne Zeitverzögerung die Brille und verfolgt das unbeirrt weiterfahrende Wohnmobil wiederum mit der Geschwindigkeit v_2, das er dann zur Zeit t_3 am Ort x_3 einholt.
Drücke t_3 und x_3 durch t_1, v_1 und v_2 aus und setze dann die Zahlenwerte ein!
Zeichne das tx-Diagramm aller Bewegungen ($1\,\mathrm{h} \mathrel{\widehat{=}} 2\,\mathrm{cm}$, $100\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 2\,\mathrm{cm}$)!

14. Der böse Blofield startet zur Zeit $t_1 = 60\,\mathrm{s}$ am Ort $x = 0$ mit einer Phantom und einer Atombombe an Bord in Richtung Buckingham-Palast, der sich am Ort $x_{20} = 100\,\mathrm{km}$ befindet. Blofields Geschwindigkeit ist $v_1 = 300\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. James Bond, der alles schon im Voraus weiß, startete bereits zur Zeit Null am Buckinham-Palast und fliegt Blofield mit seinem Minisuperjet entgegen. Bond legt dabei in der Minute $30\,\mathrm{km}$ zurück. Bond hat Abwehrraketen an Bord, die in einer Sekunde $1200\,\mathrm{m}$ über Grund zurücklegen und genau $\Delta t = 36\,\mathrm{s}$ nach dem Abschuss detonieren.

    (a) Zeichne in ein tx-Diagramm die Weltlinien von Blofield und Bond ein ($20\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$ und $20\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$).

    (b) Stelle die Gleichungen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ der Weltlinien von Blofield und Bond auf. Zu welcher Zeit t_T und an welchem Ort x_T treffen die Beiden aufeinander?

    (c) Zu welcher Zeit T muss Bond seine Rakete gegen Blofield abfeuern, damit sie genau beim Zusammentreffen mit Blofield explodiert? Zeichne die Weltlinie der richtig abgefeuerten Rakete in das schon vorhandene Diagramm ein.
    Hilfe: Drücke zunächst den Startort x_{30} und die Aufprallzeit T_0 der Rakete durch T aus!

15. Herr Gsundsama läuft frühmorgens mit der konstanten Geschwindigkeit v von seinem Gartentor ($x = 0$) zum Büro. Zur Zeit $t_1 = 10\,\mathrm{s}$ startet sein Hund Fiffi ebenfalls am Tor, läuft zu seinem Herrchen, kehrt sofort um, erreicht zur Zeit $t_2 = 50\,\mathrm{s}$ das Tor, läuft wieder zu seinem Herrchen, kehrt wieder um und und bleibt zur Zeit $t_3 = 150\,\mathrm{s}$ erschöpft am Tor stehen. Während des gesamten Laufs betrug Fiffi's Geschwindigkeitsbetrag $7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

    (a) Zeichne die Weltlinien von Hund und Herrchen in ein tx-Diagramm mit den Einheiten $50\,\mathrm{m} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$ und $100\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$. Berechne v in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$! Schreibe Herrn Gsundsama's $x(t)$ in einer möglichst einfachen Form hin!

(b) Nach einer kurzen Rast startet Fiffi um $t_4 = 200\,\text{s}$ einen erneuten Lauf zum Herrchen und zurück. Wie schnell muss er laufen (in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$), damit er zur Zeit $t_5 = 500\,\text{s}$ wieder am Tor ankommt?

16. Die Geschwindigkeit einer zur Zeit $t_0 = 0$ startenden Rakete ist durch

$$v(t) = -1800\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \lg\left(1 - 0{,}01\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$$

gegeben. Berechne den in den ersten 80 s nach dem Start zurückgelegten Weg der Rakete näherungsweise mit der „Mid-Point-Rule“. Zerlege dazu das gesamte Zeitintervall in vier Teilintervalle. Zeichne den Grafen der Funktion $v(t)$ ($t = 10\,\text{s} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\text{cm}$, $v = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\text{cm}$) und veranschauliche die Berechnung des Weges! Wie groß ist der relative Fehler des berechneten Weges, wenn das exakte Ergebnis 37375 m lautet?

17. Wie kannst du während einer Autofahrt auf einer Bundesstraße oder einer Autobahn deine Geschwindigkeit ohne Verwendung des Tachometers bestimmen? Welche Ursachen kann eine Abweichung des von dir ermittelten Werts von dem, den das Tachometer anzeigt haben?

18. Die Entfernung zwischen Mnchen Hbf und Nrnberg Hbf betr 199 km.

(a) Wie lange bentigt ein Zug von Mnchen nach Nrnberg, wenn er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 150 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ft?

(b) Der ICE 12345 startet um 10.00 Uhr in Mnchen und der ICE 67890 um 10.15 Uhr in Nrnberg. Beide fahren mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 180 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wann begegnen sich die beiden Zge?

19. Aus dem Fahrplan der eingleisigen Bahnstrecke Garmisch–Partenkirchen–Murnau ist folgender Fahrplanauszug gegeben:

km	Haltestelle	RB21883		RB21892	
		Ankunft	Abfahrt	Ankunft	Abfahrt
0	Garmisch–Partenkirchen	7:16			6:56
9	Oberau	7:07	7:08	7:03	7:09
14	Eschenlohe	7:01	7:02	7:15	7:16
19	Ohlstadt	6:57	6:57	7:20	7:21
29	Murnau		6:51	7:28	

(a) Stelle die Fahrt der beiden Züge in einem graphischen Fahrplan (= gemeinsames Zeit–Ort–Diagramm, t–s–Diagramm) dar.

(DIN A4 quer, Maßstab auf der Zeitachse: 1 cm für 2 min, Bereich 6:50 Uhr $\leqq$ 7:40 Uhr, Maßstab auf der Ortsachse: 1 cm für 2 km)

(b) Berechne die Geschwindigkeit der Züge auf den einzelnen Streckenabschnitten. Wie kann man die dafür benötigten Daten aus der Tabelle, wie aus dem Diagramm entnehmen?

(c) Auf welchem Abschnitt ist welcher Zug am langsamsten, wo welcher am schnellsten? Woran erkennt man dies im Diagramm?

(d) Der Zug RB21892 muss gleich nach dem ersten Streckenabschnitt in Oberau 6 min warten, um den Gegenzug passieren zu lassen. Wie erkennt man diese Situation im Diagramm? Überlege dir Optimierungsmöglichkeiten für den Fahrplan.

(e) Der Zug RB21883 hat Verspätung. Ab welcher Verspätung wäre es sinnvoll, den Zug RB21892 in Oberau nicht warten zu lassen, um die Züge in einem anderen Ort passieren zu lassen? Probiere graphisch verschiedene Möglichkeiten aus.

20. Fahrplanauszug

km	**Ort**	**RB5200**	**ICE110**
0	Mittenwald ab	6.00	8.00
18	Garmisch-Partenkirchen an	6.20	8.20
18	Garmisch-Partenkirchen ab	6.35	8.25
36	Murnau ab	7.00	8.50
55	Weilheim an	7.15	9.00
55	Weilheim ab	7.20	9.05
95	München Hbf an	7.55	9.25

(a) Erstelle ein t–s–Diagramm und ein t–v–Diagramm; trage für jeden Zeitpunkt der Fahrt Ort und Geschwindigkeit für jeden der beiden Züge (mit jeweils unterschiedlicher Farbe) in das zugehörige Diagramm.

(b) Vergleiche die Linien der beiden Züge im t–s–Diagramm zwischen Weilheim ab und München Hbf an. Welche Aussage kannst du über die beiden Geschwindigkeiten aus der Steigung der beiden Linien machen?

(c) Ermittle die Geschwindigkeit des ICE110 zwischen je zwei Haltestellen.

(d) Ermittle die Durchschnittsgeschwindigkeit der beiden Züge zwischen Mittenwald und München.

21. Nach der Reiskornlegende durfte der Erfinder des Schachspiels an den indischen Herrscher Shihram, den das Spiel sehr erfreute, einen Wunsch richten. Er wünschte sich, dass auf das erste Feld ein Reiskorn gelegt wird, auf das zweite doppelt so viele Reiskörner wie auf das erste, auf das dritte doppelt so viele wie auf das zweite usw. Zunächst lächelte der Herrscher über die Bescheidenheit dieses Wunsches, etwas später wurde er sehr zornig.

(a) Vervollständige die nachstehende Tabelle:

Feldnummer	Körner auf Feld		Körner auf Brett	
	als Zahl	als 2–er Potenz	als Zahl	mit 2–er Potenz geschrieben
1				
2				
3				
4				
5				
6				
...	...	...	...	...
63				
64				

(b) Reis hat eine Dichte von etwa $1{,}39\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Zwanzig Reiskörner haben etwa eine Masse von 1 Gramm.

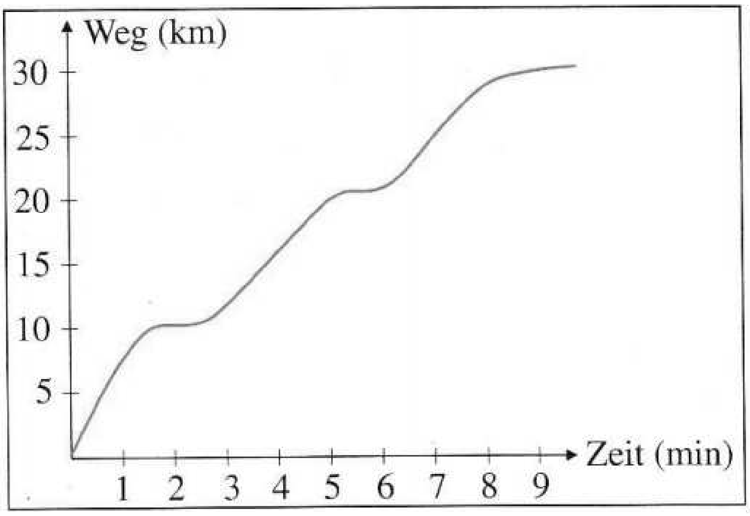
Der vierachsige Güterwaggon UIC 571–2 hat eine Länge über Puffer von $16{,}52\,\mathrm{m}$ und einen Laderaum vom Volumen $105\,\mathrm{m}^3$.

Wie lang müsste ein Zug bestehend aus solchen Waggons sein, damit man den gesamten Reis, der sich auf dem Schachbrett befindet, transportieren kann? Die Länge der Lok darfst du vernachlässigen (eventuell wird eine Lok zum Ziehen dieser Waggons nicht ausreichen).

(c) Wie lange müsstest du an einem beschrankten Bahnübergang warten, bis der Zug vorbeigefahren ist, wenn du annimmst, dass der Zug mit einer konstanten Geschwindigkeit von $100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ fährt?

9. Weg im tv-Diagramm

1. **Rennwagen**



(a) Beschreibe die Fahrt des Rennwagens.

(b) Wie weit kommmt der Rennwagen in den ersten vier Minuten, wie weit kommt er über den gesamten Zeitraum?

(c) Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit über den gesamten Zeitraum ungefähr?

(d) Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen der dritten und fünften Minute ungefähr?

(e) Wann ändert sich die zurückgelegte Weglänge pro Minute am stärksten, wann am wenigsten?

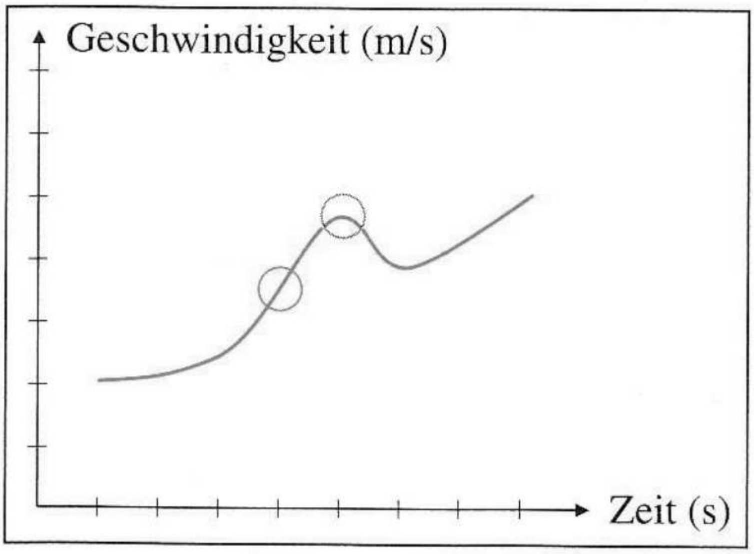
(f) Skizziere eine mögliche Strecke, die der Wagen gefahren sein kann. Erkläre deine Strecke mit den Ergebnissen aus a)bis e).

(g) Skizzieren den dazugehörigen Zeit-Geschwindigkeits-Graphen.

(h) In welchen Phasen beschleunigt bzw. , bremst das Fahrzeug? Erkläre deine Vermutung erst am Zeit-Weg-Graphen, dann am Zeit-Geschwindigkeits-Graphen. Wo ist sie leichte zu erklären?

Quelle: Veränderungen verstehen - aus qualitativer Sicht, Stefan Hußmann, PM Heft 31, Februar 2010, 52.Jg, S. 4-8

2. **Geschwindigkeit**
Der Graph zeigt einen Geschwindigkeitsverlauf.



   (a) Erkläre, warum die markierten Punkte besondere Punkte im Verlauf sind.
   (b) Gib den Punkten Namen und erkläre, woran man solche Punkte im Graphen erkennen kann.
   (c) Skizziere den Beschleunigungsgraphen.
   (d) Erkläre die Eigenschaften der beiden Punkte noch einmal, nur dieses Mal alleine mit Hilfe des Beschleunigungsgraphen.
   (e) Welcher Punkt lässt sich einfacher mit dem Geschwindigkeitsgraphen erläutern, welcher mit dem Beschleunigungsgraphen?
   (f) Nun gibt die Hochachse die Schneehöhe in cm und die Rechtsachse die Zeit in Tagen. Wiederhole die Aufgabenstellung a) bis e). Was fällt auf? Denke dir andere sinnvolle Beschriftungen für die Achsen aus.

   nach: Veränderungen verstehen - aus qualitativer Sicht, Stefan Hußmann, PM Heft 31, Februar 2010, 52.Jg, S. 4-8

3. Ein Nahverkehrszug fährt die 200 km lange Strecke zwischen München und Nürnberg mit einer als konstant angenommenen Geschwindigkeit von $25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Trage die zu dieser Bewegung gehörende Kurve in ein t–v–Diagramm ein. Als Einheit für die Zeitachse soll eine Stunde gewählt werden.

4. Ein PKW beginnt einen Überholvorgang mit einer Geschwindigkeit von $72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Er beschleunigt zunächst in $12\,\mathrm{s}$ auf $90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Dann fährt er mit dieser Geschwindikeit $8{,}0\,\mathrm{s}$ lang. Nun bremst er noch $4{,}0\,\mathrm{s}$ lang mit einer Beschleunigung von $-1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.
   (a) Stelle den Überholvorgang in einem t–v–Diagramm dar.

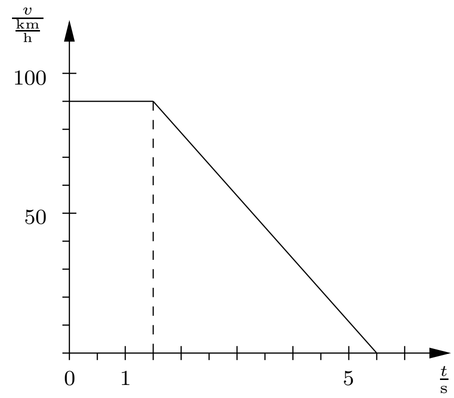
(b) Berechne die Beschleunigung ist um die Geschwindigkeit von $72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ auf $90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ zu steigern.

(c) Wie lang ist die Strecke, die der PKW während des ganzen Überholvorgangs zurücklegt? Markiere den Weg im t–v–Diagramm.

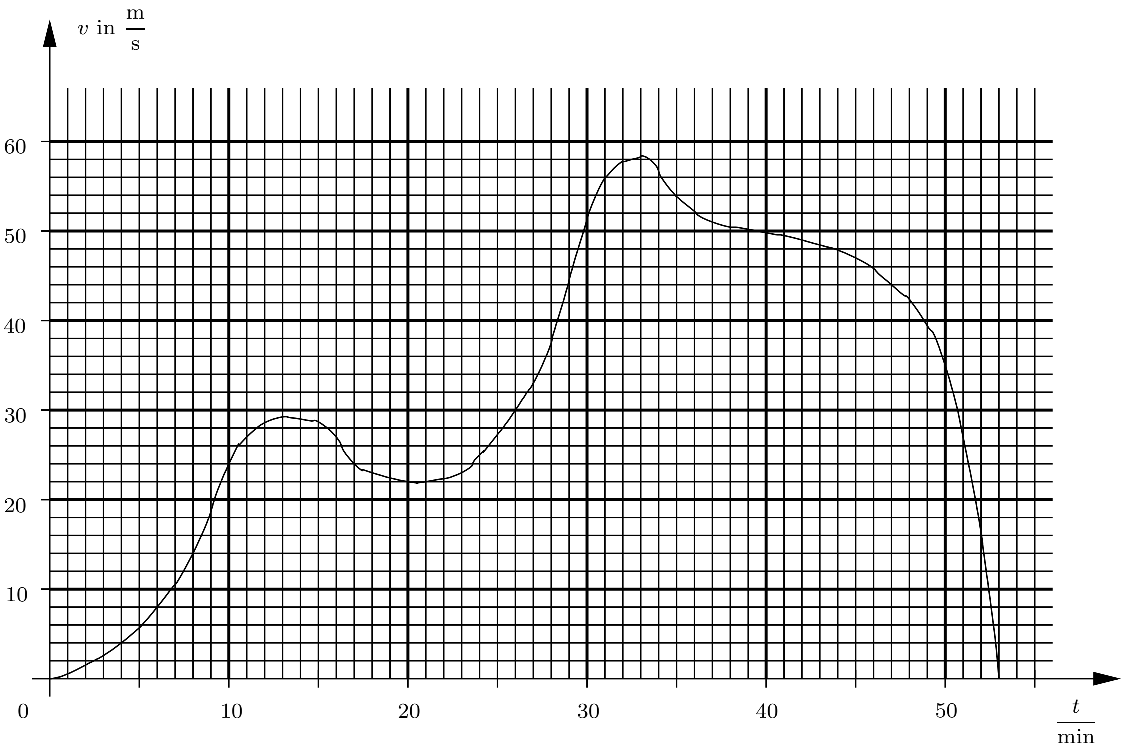
5. Nebenstehende Abbildung zeigt das *tv*-Diagramm eines PKWs, dessen Fahrer zur Zeit $t_0 = 0$ plötzlich ein Hindernis auf der Fahrbahn sieht.

   (a) Ermittle den *Anhalteweg* zwischen Erkennen des Hindernisses und Stillstand des Autos.

   (b) Wie lautet die Funktionsgleichung für v im Intervall $[1{,}5\,\mathrm{s}, 5{,}5\,\mathrm{s}]$?



6. **Fahrtenschreiber**



Die Abbildung zeigt das Ergebnis eines Fahrtenschreibers zwischen zwei Tankstops eines PKW's. Beim zweiten Halt wird der anfänglich volle Tank mit 12,3 Litern Benzin wieder ganz aufgefüllt. Gesucht ist der möglichst genaue Benzinverbrauch des Autos auf 100 km.

(a) Wähle für die Berechnung der Fahrstrecke in den ersten 50 min $\Delta t_1 = 10\,\text{min}$ und für den Rest $\Delta t_2 = 3\,\text{min}$.

(b) Rechne jetzt durchgehend mit $\Delta t = 1\,\text{min}$. Um wieviel Prozent weicht das ungenauere Ergebnis vom genaueren Ergebnis ab?

7. Ein Auto startet zur Zeit Null und seine Geschwindigkeit ändert sich nach dem Gesetz:

$$v(t) = 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^3} \cdot t^2$$

Berechne mit Hilfe der Midpoint-Rule einen Näherungswert x_n für den Weg, den das Auto in der Zeit von Null bis 4,8 s zurücklegt. Teile dazu das Zeitintervall in vier gleich große Teilintervalle. Wie groß ist der relative Fehler des berechneten Näherungswertes, wenn das exakte Ergebnis $x_e = 18{,}432\,\text{m}$ lautet?

8. Die Geschwindigkeit eines beschleunigten Mopeds ist gegeben durch

$$v(t) = 0{,}01\,\frac{\text{m}}{\text{s}^4} \cdot t^3$$

(a) Zeichne den Grafen der Funktion im Intervall $[0\,\text{s}, 10\,\text{s}]$.

(b) Berechne näherungsweise den Weg Δx, den das Moped im Zeitintervall $[2\,\text{s}, 10\,\text{s}]$ zurücklegt. Zerlege dazu das Intervall in vier Teilintervalle. Veranschauliche deine Vorgehensweise im schon gezeichneten Diagramm.

(c) Wie groß ist der relative Fehler deines Ergebnisses, wenn der exakte Wert des Weges $\Delta x_{\text{exakt}} = 24{,}96\,\text{m}$ ist?

10. Beschleunigte Bewegung

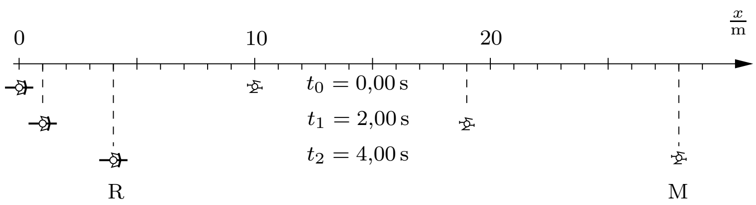
1. Ein Projektil wird in einem $s = 50\,\mathrm{cm}$ langen Gewehrlauf auf $v = 400\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ beschleunigt. Berechne die Beschleunigung a und die Zeitdauer t des Beschleunigungsvorgangs.

2. Ein Auto beschleunigt in $t = 10{,}8\,\mathrm{s}$ von $v_0 = 0$ auf $v = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Berechne die Beschleunigung a und die Beschleunigungsstrecke s.

3. Ein Zug beschleunigt mit $a = 0{,}10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ aus dem Stand auf $v = 72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang und wie weit fährt der Zug dabei?

4. Ein Auto fährt mit $v_0 = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ dahin. Plötzlich taucht $125\,\mathrm{m}$ vor dem Wagen ein Reh auf. Nach einer Schrecksekunde bremst der Fahrer und erteilt somit seinem Auto die Beschleunigung $a = -4{,}00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Gibt es einen Rehbraten oder nicht?
   Zeichne das tx-Diagramm.

5. Die Luftaufnahme einer Überwachungskamera zeigt einen Radfahrer (R) und einen Marathonläufer (M) zu drei verschiedenen Zeiten. Der Radfahrer startet zur Zeit $t_0 = 0$ mit der konstanten Beschleunigung a.



   (a) Ermittle a und die Geschwindigkeit v_M des Läufers aus den Daten des Überwachungsfotos.

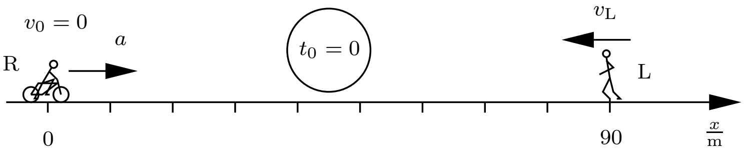
   (b) Stelle die Funktionsgleichungen für die Geschwindigkeiten ($v_\mathrm{M}(t)$, $v_\mathrm{R}(t)$) und die Orte ($x_\mathrm{M}(t)$, $x_\mathrm{R}(t)$) der beiden Sportler auf.

   (c) Wann (t_3) und wo (x_3) holt der Radfahrer den Läufer ein? Welche Geschwindigkeit hat der Radfahrer zu diesem Zeitpunkt?

   (d) Genau zur Zeit t_3 beginnt der Radfahrer einen Bremsvorgang und erteilt sich und dem Fahrrad die Beschleunigung $a' = -1{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Wann ($t_4$) kommt der Radler zum Stillstand? Zeichne das tv-Diagramm des Radlers und berechne $x_\mathrm{R}(t_4)$ ($t = 10\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$, $v = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$).

(e) Stelle die Funktionsgleichung für den Ort $x_{\mathrm{R}}(t)$ des Radlers zwischen t_3 und t_4 auf und zeichne die Grafen der Funktionen $x_{\mathrm{M}}(t)$ und $x_{\mathrm{R}}(t)$ im Intervall $[0\,;\,30\,\mathrm{s}]$ in ein Diagramm ($t = 10\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$, $x = 10\,\mathrm{m} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$). Wann ($t_5$) holt der Läufer den ruhenden Radler ein?

6. Ein Radfahrer startet zur Zeit $t_0 = 0$ am Ort $x_{\mathrm{R0}} = 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_{\mathrm{R0}} = 0$ und mit der konstanten Beschleunigung $a = 2{,}50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ein Läufer (L), der sich zur Zeit t_0 am Ort $x_{\mathrm{L0}} = 90{,}0\,\mathrm{m}$ befindet, bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit $v_{\mathrm{L}} = -7{,}50\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.



(a) Stelle die Funktionsgleichungen für die Orte ($x_{\mathrm{L}}(t)$ und $x_{\mathrm{R}}(t)$) der beiden Sportler auf und berechne die Zeit t_1 und die Ortskoordinate x_1 ihres Treffpunkts. Welche Geschwindigkeit v_1 hat der Radfahrer zu diesem Zeitpunkt?

(b) Zur Zeit t_2 erreicht der Radfahrer die Geschwindigkeit $v_2 = 20{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und beginnt einen Bremsvorgang mit der konstanten Beschleunigung $a' = -5{,}00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Berechne $x_{\mathrm{R}}(4\,\mathrm{s})$ und $x_{\mathrm{R}}(10\,\mathrm{s})$ und zeichne das tx-Diagramm der beiden Sportler im Intervall $[0; t_3]$ ($t = 1\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$, $x = 10\,\mathrm{m} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$).

7. Aus einem Zeitungsartikel:

„Die schnellste und höchste Achterbahn der Welt soll ab dem kommenden Frühjahr auf halber Strecke zwischen New York und Philadelphia für Nervenkitzel sorgen. Die Wagen werden aus dem Stand in 3,5 Sekunden auf 206 km/h beschleunigt, kündigte ein Sprecher des Vergnügungsparks „Six Flags" im US-Bundesstaat New Jersey an. Der höchste Punkt der Berg– und Talstrecke mit 270–Grad–Spiralen werde 139 Meter über dem Boden liegen."

Berechne die Beschleunigung der Wagen beim Start in Vielfachen der Fallbeschleunigung $g = 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

8. In einem James-Bond-Film wird eine Fallschirm-Szene sehr dramatisch dargestellt. Beurteile, ob die Darstellung realistisch ist.

(a) Ein Flugzeug, in dem sich James Bond und ein Bösewicht befinden, droht abzustürzen. Der Bösewicht springt mit dem einzigen Fallschirm aus dem Flugzeug. James Bond springt hinterher und holt ihn im freien Fall ein. Was sagst du dazu?

(b) Beide nehmen stabile Freifallhaltungen ein, bewegen sich aufeinander zu, kämpfen in der Luft.

(c) In einem Luftkampf entreißt James Bond dem Bösewicht den Fallschirm und zieht die Reißleine. Der Bösewicht schafft es, sich noch einem Moment an Bonds Bein festzuhalten, doch Bond kann ihn abschütteln.

(d) Dann zieht es Bond am Fallschirm nach oben, während der Bösewicht in die Tiefe fällt.

(e) Die gesamte Szene dauert etwa 2 Minuten.

Quelle: Sinus-Transfer

9. **Beschleunigungsmesser im Postkartenformat**

Sie können ein “Postkartengoniometer” als Beschleunigungsmesser verwenden: Auf einer Postkarte markiert man eine Vertikale und davon ausgehend eine Winkelskala. Man wählt eine feste Ausrichtung bezüglich des Fahrzeugs oder Flugzeugs in dem man sich befinden (z. B. durch Anlegen an der Armlehne). Zunächst bestimmt man mit einem Testpendel (z. B. Schlüssel an Faden) die Richtung des Lotes auf der Postkarte im Stand, dann liest man in einem Moment besonders starker Beschleunigung (z. B. Start oder Bremsen) die Richtung des Testpendels ab und bestimmt den Winkel α gegenüber der Lotrichtung.

(a) Zeige: Die gesuchte Beschleunigung a ist gegeben durch $a = g \cdot \tan\alpha$ (g: Erdbeschleunigung)

(b) Berechne a für $\alpha = 10°$. Gib das Ergebnis in Stundenkilometer/Sekunde an. Schätzen einen Fehler für die Messung ab.

(c) Stelle eine Tabelle und eine Grafik für Beschleunigung (a in $\frac{km}{hs}$) gegen Winkel (α in Grad) im Bereich von 0° bis 25° auf. Warum stimmt die erhaltene Kurve so gut mit einer Geraden überein?

(d) Die Abhebgeschwindigkeit eines Verkehrsflugzeugs beträgt ca. 300 $\frac{km}{h}$. Benutze das Ergebnis aus (b) um die Abhebezeit und Länge einer Startbahn zu schätzen.

Quelle: Prof. Dr. Müller, Zentrum für Lehrerbildung, Campus Landau

10. Ein Auto der Masse $1,2\,t$ beschleunigt am Ortsende in $5s$ von $12\frac{m}{s}$ auf $22\frac{m}{s}$.

(a) Beschreibe was man in der Physik unter Beschleunigung versteht.

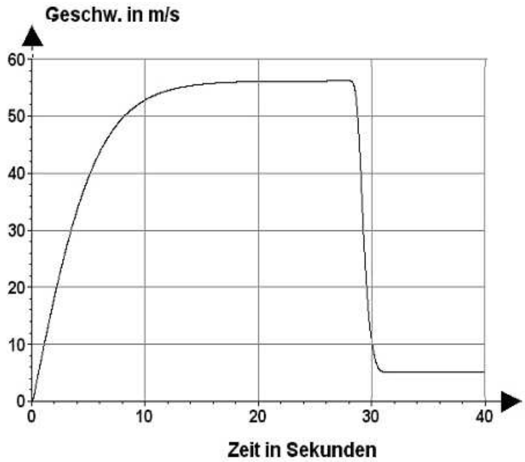
(b) Gib die Anfangsgeschwindigkeiten in km/h an.

(c) Wie groß ist die Beschleunigung des Autos?

(d) Stelle in einer Skizze dar, welche Kräfte auf das Auto wirken.

11. Ein Fallschirmspringer springt aus einem Flugzeug.
    (a) Welche Beschleunigung erfährt der Fallschirmspringer zum Zeitpunkt $t_1 = 0s$?
    (b) Welche Geschwindigkeit würde der Fallschirmspringer nach 5s erreichen, wenn er in den ersten 5 Sekunden ohne Luftwiderstand fallen wüde?

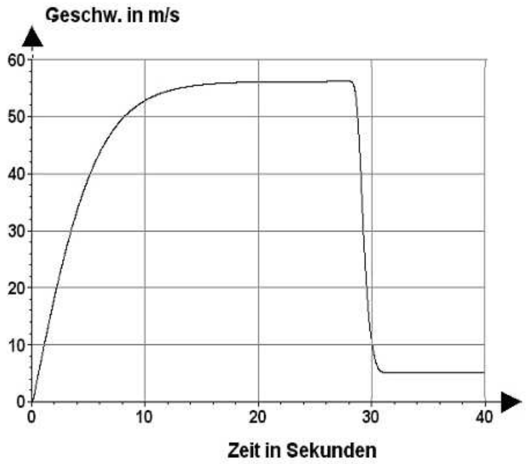
    Der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit ist in folgendem Diagramm dargestellt:



    (c) Welche Kräfte wirken in den Zeitabschnitten 0s bis 15s, 20s bis 25s und 28s bis 31s?

12. Beim Start eines Space Shuttle im Raumfahrtzentrum Cape Canaveral wirkt auf die Raumfähre der Masse $2055t$ von den Triebwerken eine Kraft von $32600kN$.
    (a) Welche Gewichtskraft wirkt auf die Raumfähre?
    (b) Welche Beschleunigung erfährt die Raumfähre beim Start?
    (c) Welche Geschwindigkeit erreicht die Raumfähre nach $10s$ in $\frac{km}{h}$?

13. Ein Fallschirmspringer springt aus einem Flugzeug. Der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit ist in folgendem Diagramm dargestellt:



(a) Nach 28s wird der Fallschirm geöffnet. Wie stark bremst er durchschnittlich ab?

(b) Vergleiche die Bremsbeschleunigung des Fallschirms mit der eines PKW, der auf trockener Fahrbahn 4,1 s braucht, um von 110 km/h zum Stehen zu kommen.

(c) In einer Höhe von $800m$ über dem Boden ist der Fallschirm geöffnet und sinkt mit konstanter Geschwindigkeit.

i. In welcher Höhe befindet sich der Fallschirm weitere $20s$ später?

ii. Nach wie viel Sekunden ist der Fallschirm in eine Höhe von $100m$ über dem Boden?

iii. Nach wie viel Sekunden erreicht der Fallschirm den Boden?

Quelle: http://www.standardsicherung.nrw.de/materialdatenbank/

14. In einem James-Bond-Film wird eine Fallschirm-Szene sehr dramatisch dargestellt. Beurteile, ob die Darstellung realistisch ist.

(a) Ein Flugzeug, in dem sich James Bond und ein Bösewicht befinden, droht abzustürzen. Der Bösewicht springt mit dem einzigen Fallschirm aus dem Flugzeug. James Bond springt hinterher und holt ihn im freien Fall ein.

(b) Beide nehmen stabile Freifallhaltungen ein, bewegen sich aufeinander zu, kämpfen in der Luft.

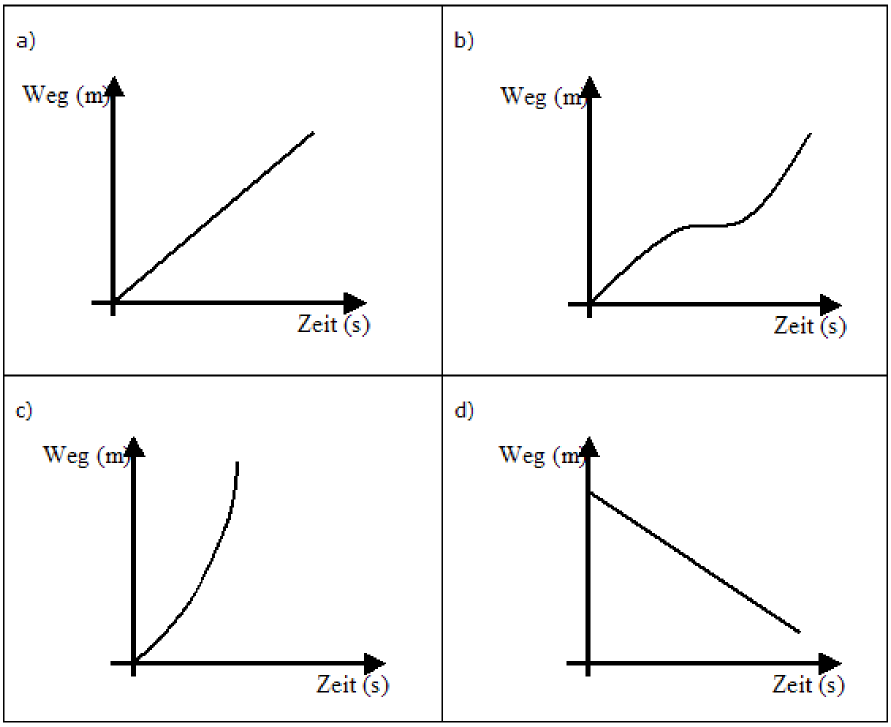
(c) In einem Luftkampf entreißt James Bond dem Bösewicht den Fallschirm und zieht die Reißleine. Der Bösewicht schafft es, sich noch einem Moment an Bonds Bein festzuhalten, doch Bond kann ihn abschütteln.

(d) Dann zieht es Bond am Fallschirm nach oben, während der Bösewicht in die Tiefe fällt.

(e) Die gesamte Szene dauert etwa 2 Minuten.

Quelle: http://www.standardsicherung.nrw.de/materialdatenbank/

15. Ein Motorradfahrer steht wegen eines kurzen aber kräftigen Regenschauers unter einer Autobahnbrücke. Nach Beendigung des Schauers startet der Motorradfahrer seine Maschine und bereitet sich vor loszufahren. Ein letzter Blick über die Schulter und der Motorradfahrer gibt Vollgas. Er beschleunigt mit $a = 4\frac{m}{s^2}$. Im Moment seines Anfahrens fährt ein LKW mit einer konstanten Geschwindigkeit $v = 72\frac{km}{h}$ an ihm vorbei.
    (a) Beschreibe die Situation aus der Sicht des LKW-Fahrers.
    (b) Beschreibe die Situation aus der Sicht des Motorradfahrers.
    (c) Ordne die passenden Grafen den Bewegungen des LKW- und Motorradfahrers zu.



    (d) Zeichne mit Hilfe einer Wertetabelle ein Weg-Zeit-Diagramm von der Begegnung unter der Brücke bis zum Augenblick des Überholens. Ermittle den Zeitpunkt, wann der Motorradfahrer den LKW überholt. Gib auch an, welchen Weg der Motorradfahrer bis zu diesem Augenblick zurückgelegt hat. Folgende angefangene Tabelle und das Informationsblatt können dir dabei behilflich sein.

	Motorradfahrer	LKW
Zeit in s	Zurückgelegter Weg in m	Zurückgelegter Weg in m
0	...	...
1	2	20
2	8	40
3	...	...
...	...	...

    (e) Versuche einem mathematischen Term aufzustellen, mit dem du für beliebige

Geschwindigkeiten sowie Beschleunigungen den Zeitpunkt des Überholens berechnen kannst.

Quelle: http://www.standardsicherung.nrw.de/materialdatenbank/

16. Der Saab 95 2.0 mit 110 kW hat laut Hersteller eine sogenante Elastizität für 80–120 km/h von 15,8 s. Berechne die zugehörige Beschleunigung in der Einheit $1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

17. Eine S–Bahn hat eine Beschleunigung von $a = 0{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Welche Geschwindigkeit erreicht die S–Bahn, wenn sie aus dem Stand heraus 2,0 Minuten mit dieser Beschleunigung fährt?

18. Ein Großraumflugzeug braucht zum Abheben etwa eine Geschwindigkeit von $300\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Wie lange dauert der Startvorgang, wenn das Flugzeug eine konstante Beschleunigung von $1{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ hat?

19. Der BMW 645 Ci beschleunigt laut Hersteller in 6,1 s von 0 auf $100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Wie lange dauert es bis das Fahrzeug seine Höchstgeschwindigkeit von $240\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ erreicht, wenn wir unterstellen, dass diese Beschleunigung auch für größere Geschwindigkeiten als $100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ Gültigkeit hat. Wieso ist die Annahme der konstanten Beschleunigung bis zur Höchstgeschwindigkeit des Fahrzeugs falsch?

20. Für die Fahrt einer U–Bahn zwischen zwei Haltestellen ergaben sich folgende Meßwerte:

t in s	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
v in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	0	6	12	18	24	24	18	12	6	0

Die U–Bahn fährt aus Gründen des Fahrkomforts stets mit konstanter Beschleunigung (dies ist eine idealisierte Annahme).

(a) Zeichne das zur Bewegung gehörige v–t– und das a–t–Diagramm.

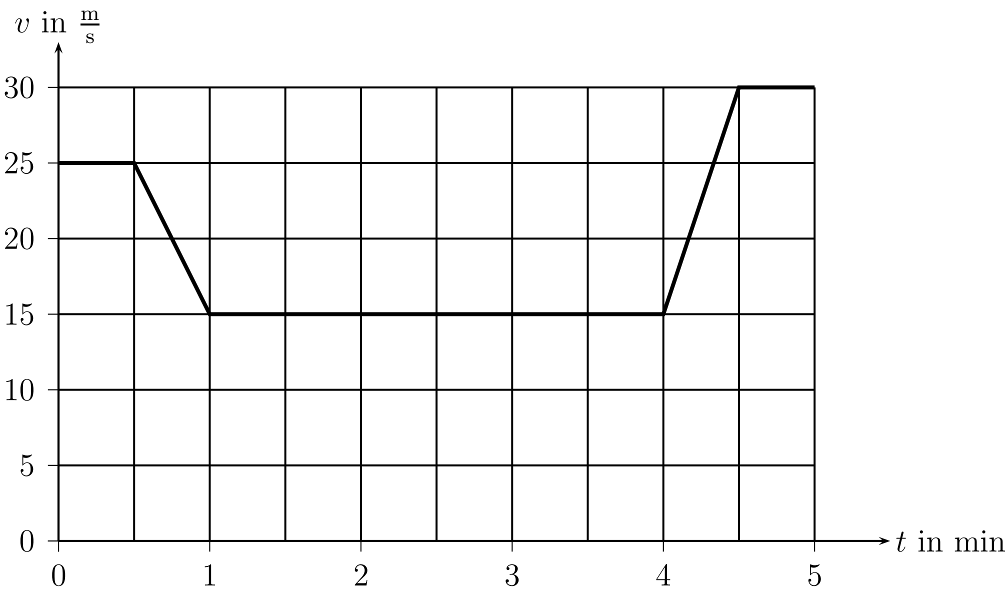
(b) Ermittle grafisch und rechnerisch welche Geschwindigkeit die U–Bahn zur Zeit 15 s hat.

(c) Zu welchen Zeitpunkten beträgt die Geschwindigkeit der U–Bahn $64{,}8\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$?

(d) Welche durchschnittliche Geschwindigkeit hat die U–Bahn während der Zeitdauer von 0 bis 40 s?

(e) Wie weit sind die beiden Haltestellen voneinander entfernt?

21. Für die Durchfahrt eines PKW's durch eine geschlossene Ortschaft ist folgendes t–v–Diagramm gegeben:



Dabei erreicht der PKW den Ortseingang zur Zeit 1,0 min und ist zur Zeit 4,0 min am Ortsausgang.

(a) Hält der Fahrer die innerorts vorgeschriebene Höchstgeschwindigkeit von $50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ ein? (Begründung durch Rechnung).

(b) Mit welcher (negativen) Beschleunigung fährt das Auto in den Ort und mit welcher Beschleunigung verlässt das Auto den Ort?

(c) Welchen Weg legt das Fahrzeug innerorts zurück und wie weit fährt es während der gesamten 5 Minuten?

22. Vervollständige die folgende Tabelle unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms.

Zeit t in s	Weg x in m	Geschwindigkeit v in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Beschleunigung a in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
0	0		
1,50	0,680		
3,00	2,71		
4,50	6,12		
6,00	10,9		
7,50	17,0		
9,00	24,4		
10,5	33,1		
12,0	43,1		
13,5	54,4		
15,0	67,1		

Stelle die Daten auch in einem t–x–, einem t–v– und einem t–a–Diagramm dar.

23. Ein PKW beginnt einen Überholvorgang bei einer Geschwindigkeit von $72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. An Ende des Vorgangs hat er eine Geschwindigkeit von $108\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Der Überholvorgang dauert $16\,\mathrm{s}$ und die Beschleunigung sei als konstant angenommen.

    (a) Berechne die Beschleunigung.

    (b) Zeichne die zum Überholvorgang gehörige Ortskurve in ein t–x–Diagramm.

    (c) Kennzeichne den während des Überholvorgangs vom PKW zurückgelegten Weg im t–x–Diagramm und berechne diesen.

    (d) Gib allgemein einen Term für die Berechnung des während einer Bewegung mit konstanter Beschleunigung zurückgelegten Wegs bei einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 an.

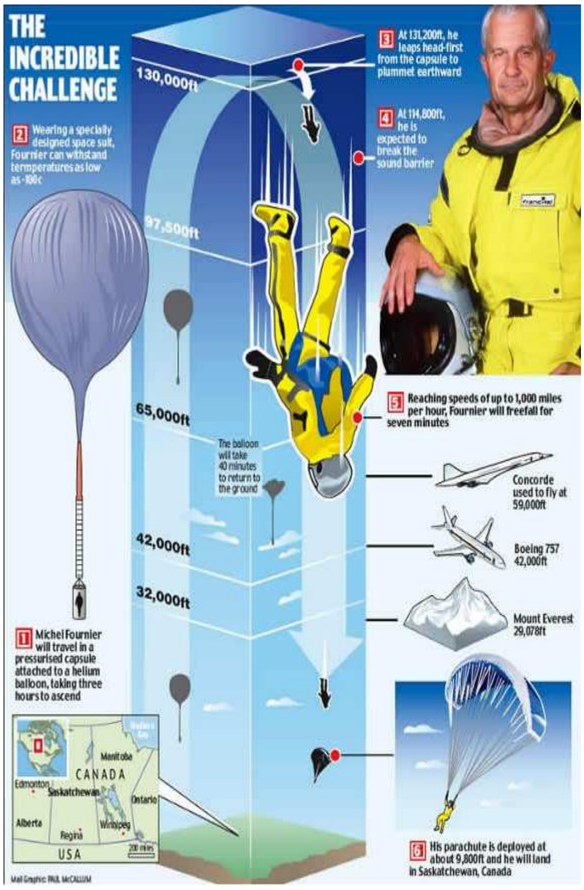
11. Freier Fall

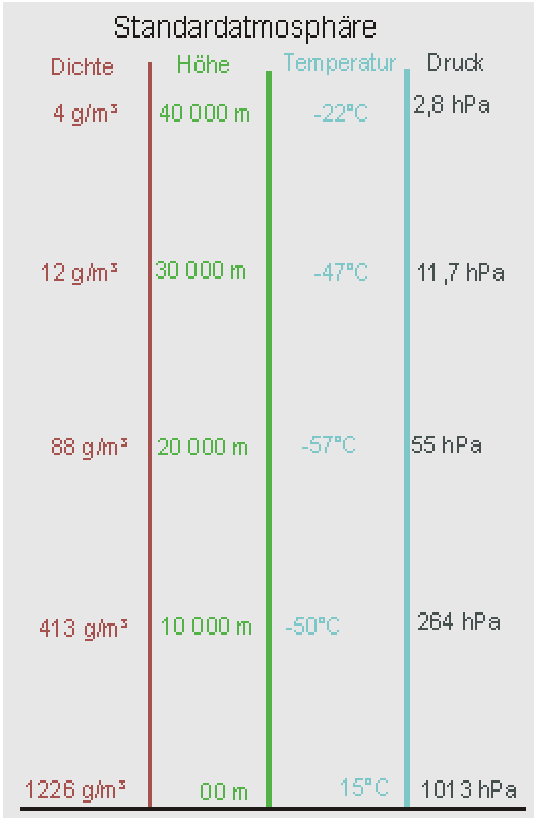
1. Der französische Fallschirmspringer Michel Fournier (geb. 14.05.1944) verfolgt seit mehr als 10 Jahren das Ziel in ca. 40 000 m Höhe mit einem Stratosphärenballon aufzusteigen und von dort abzuspringen. Dabei will er vier Weltrekorde auf einmal brechen. Ein Versuch am 25.08.2003 endete kurz vor dem Ballonstart als die Ballonhülle riss. Am 27.05.2008 scheitert ein weiterer Versuch des wagemutigen Franzosen, als ihm der Heliumballon, der ihn in die Lüfte tragen sollte, entwischte.

   (a) Welchen Höhenunterschied müsste man ohne Luftwiderstand durchfallen, damit man die Schallgeschwindigkeit von $344\frac{m}{s}$ erreicht?

   (b) Wie groß darf die Luftdichte höchstens sein, dass ein Körper der Masse 100kg, der Querschnittsfläche $A = 1,0\text{m}^2$ und dem Widerstandsbeiwert $c_W = 0,35$ (Halbkugel) die Schallgeschwindigkeit $v_S = 344\frac{m}{s}$ erreicht, wenn die Luftwiderstandskraft sich aus $F_L = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot A \cdot \varrho_{Luft} \cdot v^2$ errechnet. In welcher Höhe ist diese Dichte etwa erreicht?

   (c) Welche Größe (Volumen und Radius) müsste der mit Helium gefüllte Stratosphärenballon mindestens haben, damit er die Last von Ausrüstung und Ballonhülle von ca. $1000kg$ in $40\,000m$ Höhe hebt? Wie viel Kilogramm Helium muss man am Boden einfüllen?





Quelle: http://leifi.physik.uni-muenchen.de

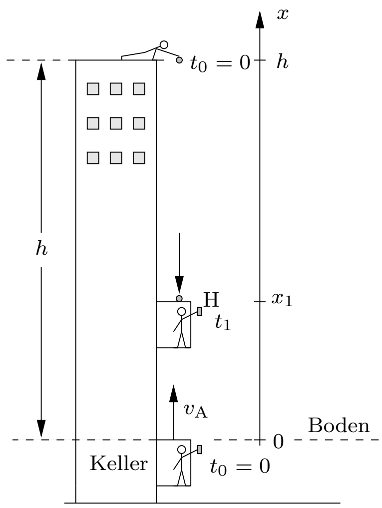
2. Wie lange braucht ein Stein für den Fall von einem 60 m hohen Turm? Mit welcher Geschwindigkeit prallt er auf den Boden?

3. Ein Auto stürzt von einer Brücke in einen Fluss und hat beim Aufprall die Geschwindigkeit $20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Wie hoch ist die Brücke?

4. Eine Kanonenkugel wird mit $v_0 = 200\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ senkrecht nach oben geschossen. Berechne die maximale Höhe h, ihre Aufprallgeschwindigkeit v_a auf den Boden und die gesamte Flugdauer t_a. Zeichne ein tx- und ein tv-Diagramm der gesamten Bewegung.

5. Eine Sylvesterrakete wird senkrecht nach oben geschossen; dabei wird ihr $t_0 = 3{,}00\,\mathrm{s}$ lang die Beschleunigung $a = 17{,}44\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ erteilt. Berechne die maximale Höhe h und die gesamte Flugdauer. Zeichne ein tv- und ein tx-Diagramm des Fluges.

6. Das Hochhaus dieser Aufgabe steht auf einem Planeten mit der Fallbeschleunigung $g = 10{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ein Aufzug fährt an der Außenwand mit der konstanten Geschwindigkeit v_A nach oben, zur Zeit $t_0 = 0$ ist das Kabinendach bei $x_0 = 0$. Ebenfalls zur Zeit $t_0 = 0$ lässt ein Lausbub vom Dach des Hochhauses ($x = h = 90{,}0\,\mathrm{m}$) eine Stahlkugel fallen, die das Aufzugdach zur Zeit t_1 am Ort $x_1 = 45{,}0\,\mathrm{m}$ trifft. Eine Dame im Aufzug, die ihr Handy H lässig aus dem Fenster hält, lässt es beim Aufprall der Stahlkugel vor Schreck fallen. Zu diesem Zeitpunkt befindet sich das Handy genau einen Meter unter dem Aufzugdach.



   (a) Berechne t_1 und dann v_A. Mit welcher Geschwindigkeit v_1 prallt die Kugel auf das Dach des Aufzugs?

   (b) Welche Geschwindigkeit $v_{\mathrm{H}1}$ hat das Handy zur Zeit t_1? Zu welcher Zeit t_2 ist die Geschwindigkeit des Handies null? Welche maximale Höhe $x_{\mathrm{H}2}$ erreicht das Handy und mit welcher Geschwindigkeit $v_{\mathrm{H}3}$ prallt es auf den Boden?

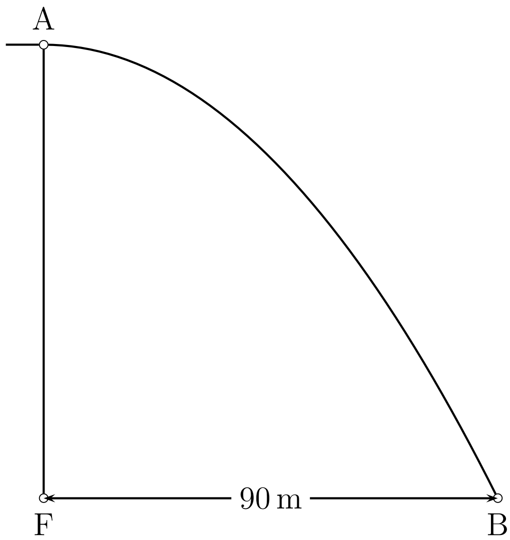
7. **Luftwiderstand**

   Zwei Autos haben gleiche Querschnittsfläche $A = 2m^2$, unterscheiden sich jedoch im c_W-Wert. Ein Auto hat $c_W = 0,3$, das andere $c_W = 0,4$. Berechne den Luftwiderstand bei $10\frac{km}{h}$, $20\frac{km}{h}$, $\cdots$ $130\frac{km}{h}$ und stelle das Ergebnis graphisch dar.

8. In dem nebenstehenden Bild bewegt sich James Bond mit seinem Aston–Martin auf eine 70,0 m hohe Klippe zu. Er verlässt die Klippe am Punkt A und kommt 100 m vom Fußpunkt F der Klippe entfernt am Punkt B auf.

   (a) Welche Horizontalgeschwindigkeit hatte James Bond?

   (b) Unter welchem Winkel schlägt der Aston–Martin bei B auf?



12. Bezugssysteme - Galileitransformation

1. -

Teil III.

Dynamik

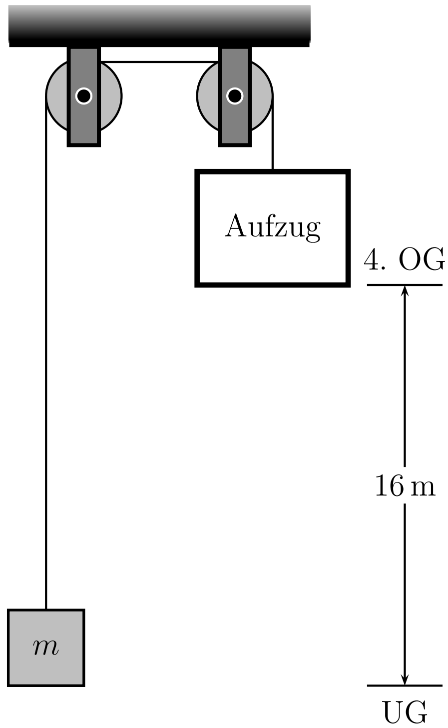
13. Newtonsche Gesetze

1. Der ICE–3 hat laut Hersteller eine maximale Anzugkraft von 300 kN und ein ,,Leergewicht" von 405 t. Der Zug hat 415 Sitzplätze. Wir unterstellen für die Masse eines Passagiers eine Masse von 75 kg. Welche maximale Beschleunigung erreicht der vollbesetzte Zug?

2. Zur Bedeutung der Anschnallpflicht in Autos führte der Bayerische Rundfunk am 21.02.2011 eine Umfrage durch. Auf die Frage zur Bedeutung der Anschnallpflicht meinte eine befragte Person, dass beim Aufprall eines Autos auf die Insassen Kräfte wirken, die sie nach vorn durch die Windschutzscheibe schleudern. Nimm aus physikalischer Sicht Stellung zu dieser Aussage.

3. Der nebenstehende Aufzug ist über zwei Umlenkrollen mit einer Masse m verbunden. Die Masse des leeren Aufzugs beträgt 1,4 t. Er darf maximal 16 Personen mit einer Masse von jeweils 75 kg aufnehmen.
   (a) Welche Aufgabe hat die Masse m und wieso führt man die Konstruktion eines Aufzugs in dieser Form aus?
   (b) Welchen Wert muss m haben, damit der vollbesetzte Aufzug eine Beschleunigung von $1{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ erfährt?
   (c) Der Boden des Aufzugs befindet sich nun im vierten Stock und ist dabei 16 m über seinem Ziel im ersten Untergeschoß.

   Wie groß musst du die Bremsbeschleunigung wählen, wenn der Bremsvorgang 4,0 m über dem Kellerboden beginnt?

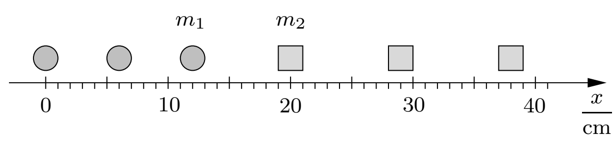


4. Für die Reibungskraft zwischen Luft und einem Körper (*Luftwiderstand*) gilt folgender Zusammenhang: $R = C \cdot v^2$. C hängt von der Form des Körpers ab. Für einen Fallschirmspringer ($m = 80\,\mathrm{kg}$) ist $C = 0{,}20\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}$ bei geschlossenem und $C = 16\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}$ bei geöffnetem Schirm. Welche konstante Endgeschwindigkeit erreicht der Springer bei geschlossenem (geöffnetem) Schirm?

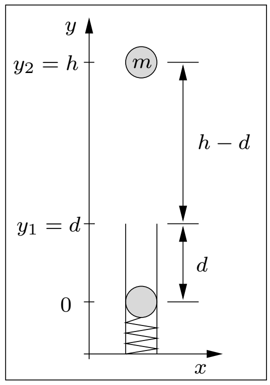
5. Ein recht gut trainierter Sprinter schafft es seine Geschwindigkeit beim Start von 0 in etwa 5 Sekunden auf $10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zu steigern. Das bedeutet, dass er eine durchschnittliche Beschleunigung von $2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ erreicht. Wenn wir eine Masse des Sprinters von 75 kg unterstellen, benötigt er nach dem zweiten Newtonschen Gesetz dazu eine Kraft von $F = m\,a = 75\,\mathrm{kg} \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 150\,\mathrm{N}$. Dies entspricht in etwa einer Gewichtskraft von 15 kg.

   Ist der Sprinter so schwach oder woran liegt es, dass er so langsam beschleunigt?

6. Nebenstehende Abbildung zeigt eine Stroboskopaufnahme von zwei zunächst ruhenden und dann auseinanderschnellenden Körpern. Die Zeit zwischen zwei Lichtblitzen ist $\Delta t = 0{,}20\,\mathrm{s}$. Die Masse der Kugel ist $m_1 = 36\,\mathrm{g}$. Berechne die Masse m_2 des Würfels.

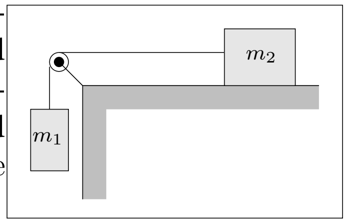


7. Die Feder einer Spielzeugkanone ($D = 5{,}4\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$) ist gerade dann entspannt, wenn die Kugel der Masse $m = 10\,\mathrm{g}$ die Mündung ($y_1 = d = 20\,\mathrm{cm}$) erreicht.

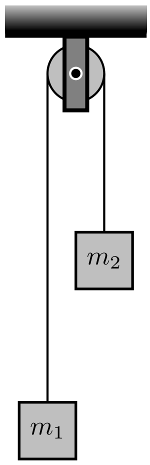
   

   Welche maximale Höhe $y_2 = h$ erreicht die Kugel, wenn sie bei $y_0 = 0$ mit $v_0 = 0$ startet?
   Zeichne in **ein** yW-Diagramm die Grafen aller auftretenden Energieformen!
   Berechne die Geschwindigkeit der Kugel in Abhängigkeit von y und zeichne das yv-Diagramm. Wo ist die Geschwindigkeit maximal und wie groß ist $v_{\max}$?

8. Berechne die Beschleunigung der Masse m_2 sowie die Fadenspannung F_S unter Vernachlässigung der Masse und der Reibung der Rolle sowie der Fadenmasse! Die Reibungszahl zwischen dem Klotz mit der Masse m_2 und seiner Unterlage sei μ. Für welches m_1 bewegt sich die Anordnung mit konstanter Geschwindigkeit?

9. Berechne die Beschleunigung, die m_2 erfährt, wenn $m_1 = 98{,}0\,\mathrm{g}$ und $m_2 = 102\,\mathrm{g}$ ist.

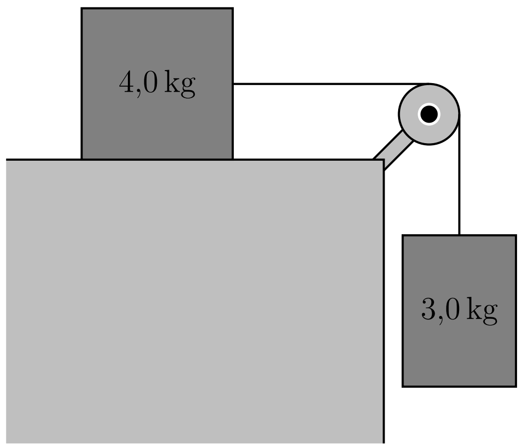
   

14. Kräfte

1. Wie groß ist die Antriebskraft einer Lokomotive, die dem Zug mit der Gesamtmasse $m = 700\,\mathrm{t}$ die Beschleunigung $a = 0{,}200\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ erteilt?

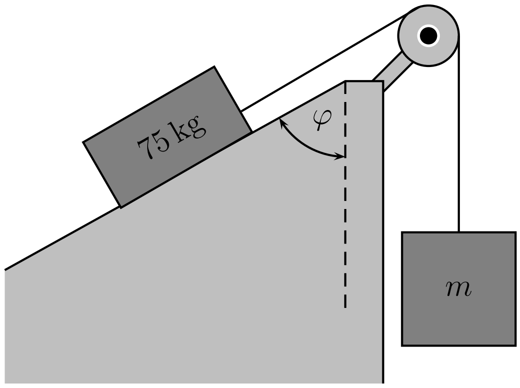
2. Auf einen Golf-GTI der Masse $m = 900\,\mathrm{kg}$ wirkt die Antriebskraft $F = 1530\,\mathrm{N}$. In welcher Zeit beschleunigt das Auto von Null auf $100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$?

3. Welche Beschleunigung erfährt der Block der Masse 4,0 kg? Die Reibungskräfte sind zu vernachlässigen.



4. Ein Auto fährt mit $v_0 = 108\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ gegen eine Wand. Welcher Kraft müssen die Sicherheitsgurte des Fahrers der Masse $m = 70{,}0\,\mathrm{kg}$ standhalten, wenn der Wagen auf einer Strecke von $\Delta x = 1{,}5\,\mathrm{m}$ (Knautschzone) zum stehen kommt und eine konstante Beschleunigung mit dem Betrag a angenommen wird?

5. Ein Bob mit ,,Passagier" der Gesamtmasse 75 kg befindet sich ruhend auf einem schneebedeckten Hang der Neigung $\varphi = 30°$. Die Haftreibungszahl zwischen Bob und Schnee ist 0,20. Wie groß muss die Masse m sein, damit der Bob in Bewegung versetzt wird?



6. Wie verhalten sich die Bremswege bei sonst gleichen Bedingungen auf dem Mond und auf der Erde? ($g_{\text{Mond}} \approx \frac{1}{6} \cdot g_{\text{Erde}}$)

7. Ein Eisstock der Masse 5,0 kg gleitet mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ 50 m weit. Wie groß ist die Reibungszahl zwischen Eis und Eisstock?

8. Für die Reibungskraft zwischen Luft und einem Körper (*Luftwiderstand*) gilt folgender Zusammenhang: $R = C \cdot v^2$. C hängt von der Form des Körpers ab. Für einen Fallschirmspringer ($m = 80\,\text{kg}$) ist $C = 0{,}20\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}$ bei geschlossenem und $C = 16\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}$ bei geöffnetem Schirm. Welche konstante Endgeschwindigkeit erreicht der Springer bei geschlossenem (geöffnetem) Schirm?

9. Wir betrachten die Gewichtskraft eines Apfels an der Oberfläche eines Himmelskörpers. Verdoppelt (verdreifacht, ...) man die Masse des Himmelskörpers (bei konstant gehaltenem Radius) so verdoppelt (verdreifacht, ...) sich die Gewichtskraft des Apfels. Halbiert (drittelt, ...) man den Abstand des Schwerpunkts des Apfels vom Schwerpunkt des Himmelskörpers (bei konstant gehaltener Masse des Himmelsköpers, so vervierfacht (verneunfacht, ...) sich die Gewichtskraft des Apfels.

   Nun ist die Masse der Erde etwa 81–mal so groß wie die des Mondes und ihr Radius ist etwa $3,7$–mal so groß wie der des Mondes. Zeige, dass die Gewichtskraft des Apfels auf der Erde dann etwa 6–mal so groß ist wie auf dem Mond.

10. Die Masse der Sonne ist etwa 330 000–mal so groß wie die der Erde und ihr Radius etwa 110–mal so groß wie der der Erde. Um welchen Faktor ist die Gewichtskraft eines Körpers an der Sonnenoberfläche größer als an der Erdoberfläche?

11. Wenn man die Masse eines Himmelskörpers verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht, ...), dann erfährt ein Mensch, der sich an der Oberfläche dieses Himmelskörpers befindet die doppelte (dreifache, vierfache, ...) Anziehungskraft, die ihn auf die Oberfläche des Himmelskörpers presst. Nun hat aber die Erde eine etwa 81–mal so große

Masse wie der Mond. Aber die Gewichtskraft, die ein Mensch an der Erdoberfläche erfährt, ist nur sechsmal so groß wie auf dem Mond. Woran liegt das?

12. Ein ICE hat mit der Lok die Gesamtmasse $M = 327\,\mathrm{t}$, die Lok allein hat die Masse $m = 72{,}0\,\mathrm{t}$. Die Haft- und Gleitreibungszahlen zwischen den Rädern des Zuges und den Gleisen sind $\mu_\mathrm{H} = 0{,}150$ und $\mu = 9{,}00 \cdot 10^{-2}$, die Rollreibung darf vernachlässigt werden.

    (a) Welche maximale Beschleunigung a kann der Zug auf waagrechten Schienen erreichen, wenn die Motorkraft beliebig groß ist?

    (b) Der Zug beginnt zur Zeit $t_0 = 0$ bei $x_0 = 0$ eine Bewegung mit eben dieser maximalen Beschleunigung, bis zur Zeit $t_1 = 150\,\mathrm{s}$ die Notbremse gezogen wird. Dabei blockieren *alle* Räder des Zuges. Berechne den Bremsweg s und zeichne ein tv- und ein tx-Diagramm der ganzen Bewegung in geeignet gewählten Einheiten.

    (c) Untersuche, ob unser Zug für die Befahrung der Strecke Garmisch-Klais (220 Höhenmeter auf 11 km Streckenlänge) geeignet ist. Je mehr Aspekte dein Gutachten enthält, um so besser!

15. Numerische Lösung der Bewegungsgleichung

1. Ein Fallschirmspringer ($m = 80kg$) verlässt ein Flugzeug und springt ab.
   (a) Stelle die zeitliche Entwicklung der wirkenden Gesamtkraft und der Geschwindigkeit in einem Diagramm qualitativ dar und erkläre diese physikalisch.
   (b) Berechnen die wirkende Gesamtkraft und die Beschleunigung bei einer Geschwindigkeit von 50km/h in einer Höhe von 5,0km.
   (c) Verwende Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung aus Teilaufgabe (b) als Startwerte einer Iteration und berechne den Ort 1s später.

   Dichte der Luft: $1,3\frac{kg}{m^3}$, $c_{W,Mensch} = 0,78$

2. **Luftwiderstand**

   Zwei Autos haben gleiche Querschnittsfläche $A = 2m^2$, unterscheiden sich jedoch im c_W-Wert. Ein Auto hat $c_W = 0,3$, das andere $c_W = 0,4$. Berechne den Luftwiderstand bei $10\frac{km}{h}$, $20\frac{km}{h}$, $\cdots$ $130\frac{km}{h}$ und stelle das Ergebnis graphisch dar.

3. Wir untersuchen den freien Fall eines Körpers ohne Luftwiderstand unter Verwendung einer Tabellenkalkulation. Dabei ist die Fallbeschleunigung $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

   (a) Vervollständig den nachstehenden Auszug aus einem Tabellenblatt.

	A	B
1	t in s	v in m/s
2	0,00	0
3	0,20	
4	0,40	...
5	0,60	...
...	...	...
12	2,00	...

   (b) Berechne den Wert $v\,(2{,}00\,\mathrm{s})$ und vergleiche ihn mit dem Ergebnis, das du in der vorigen Teilaufgabe erhalten hast.

4. **Skydiving**

   Der Pilot der US Air Force Joseph Kittinger nahm 1959 am Projekt Excelsior teil, welches ein Fallschirmsystem für den Notausstieg in großen Höhen entwickelte. Bei seinem letzten Sprung im Rahmen von Excelsior am 16. August 1960 aus einer Höhe von 31.332 Metern stellte er drei Weltrekorde auf, die bisher (Stand 2010) nicht übertroffen wurden: Höchste Ballonfahrt mit offener Gondel, höchste Geschwindigkeit eines Menschen ohne besondere Schutzhülle und längster Fallschirmsprung.

   Der Fallschirm öffnete sich dabei nach 4,5min in einer Höhe von 5500m. Die gesamte Flugdauer betrug 13min 45s und er erreichte eine maximale Geschwindigkeit von 988km/h.

   (a) Welche Kräfte wirken auf Kittinger und wie ist deren zeitliche Entwicklung?

   (b) Wie ist die zeitliche Entwicklung der Geschwindigkeit bis zum Öffnen des Fallschirms?

   (c) Welche Geschwindigkeit würde Kittinger bis zum Öffnen des Fallschirms erreichen, wenn kein Luftwiderstand wirken würde. Nach welcher Zeit würde er unter diese Annahme seine Endgeschwindigkeit erreichen? ($\rho_{5000m} = 0,5\frac{kg}{m^3}$, $c_{W(\text{Mensch stehend})} = 0,78$)

   (d) Man kann annehmen, dass die maximale Geschwindigkeit kurz vor Öffnen des Fallschirms erreicht wurde. Welcher Luftwiderstand wirkte zu diesem Zeitpunkt? Welche Gesamtmsse ergibt sich darauf für Kittinger mit seiner Ausrüstung?

   (e) Wie kann man den zeitlichen Verlauf des Fallschirmsprungs von Kittinger berechnen?

5. Ein Auto bewegt sich 4 s lang nach dem Gesetz

$$x(t) = \frac{1}{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3} \cdot t^3.$$

   Berechne näherungsweise die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Autos zur Zeit $t_1 = 3{,}0000\,\mathrm{s}$.

6. Die Ortsfunktion $x(t)$ eines Körpers ist bekannt. Wie groß muss man das Δt zur näherungsweisen Berechnung der Geschwindigkeit $v(t_1)$ ungefähr wählen, um ein möglichst genaues Ergebnis zu erhalten? Beachte die Genauigkeit des Taschenrechners! Führe deine Untersuchungen am Beispiel

$$x(t) = 1\,\mathrm{m} \cdot \sin\left(\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot t\right) \quad \text{mit} \quad t_1 = 1\,\mathrm{s}$$

   durch. Das auf zehn geltende Ziffern gerundete Ergebnis lautet übrigens

$$v(t_1) = 0{,}5403023059\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

7. Ein Auto beschleunigt im Zeitintervall $[T_1, T_2]$ mit $T_1 = 0$ und $T_2 = 20\,\mathrm{s}$ nach dem Gesetz

$$v(t) = -1{,}875 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^5}\,t^4 + 0{,}15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}\,t^2$$

   (a) Zeichne den Grafen der Funktion $v(t)$ im angegebenen Intervall. Wähle die Einheiten $t = 2\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$ und $v = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$

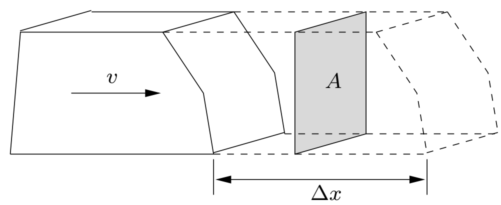
   (b) Berechne näherungsweise den Weg Δx, den das Fahrzeug während des Beschleunigens zurücklegt und veranschauliche deinen Rechenweg im gezeichneten Diagramm. Zerlege in 5 Teilintervalle.

   (c) Berechne näherungsweise die Beschleunigung $a_1 = a(6\,\mathrm{s})$ des Autos.

   (d) Welche geometrischen Größen im Grafen von $v(t)$ entsprechen Δx bzw. a_1?

8. **Fallschirmspringen**

   (a) Zuerst müssen wir eine Formel für die Luftreibungskraft (den *Luftwiderstand*) F_L finden. Bewegt sich ein Körper mit der *Stirnfläche* A (sie steht senkrecht auf der Geschwindigkeit) und der Geschwindigkeit v um die Strecke Δx, dann muss das Luftvolumen $\Delta V = A\Delta x$ „aus dem Weg geräumt“ werden. Dabei wird ein Bruchteil c_w der Luftmasse (abhängig von der *Stromlinienform* des Körpers) tatsächlich auf die Geschwindigkeit v beschleunigt. Beweise mit dem Energiesatz, dass für den Luftwiderstand die Formel



$$\boxed{F_\mathrm{L} = c_\mathrm{w} \cdot \frac{\varrho}{2} A v^2}$$

   git, wobei $\varrho = 1{,}29\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ die Dichte der Luft bezeichnet. c_w nennt man auch den *Luftwiderstandsbeiwert.*

   (b) Ein Fallschirmspringer lässt sich zur Zeit $t_0 = 0$ in der Höhe $h = 1000\,\mathrm{m}$ über dem Boden aus einem Flugzeug fallen. In der ersten Flugphase (ohne Schirm) beträgt seine Stirnfläche $A_1 = 1{,}0\,\mathrm{m}^2$ und der Widerstandsbeiwert ist $c_{\mathrm{w}1} = 0{,}84$. Zur Zeit $t_1 = 26\,\mathrm{s}$ zieht er die Reissleine seines Schirms und ab jetzt gilt $A_2 = 40\,\mathrm{m}^2$ und $c_{\mathrm{w}2} = 1{,}33$.

   Stelle die Bewegungsgleichung für den Fallschirmspringer auf und löse sie mit einem CAS. Verwende ein Koordinatensystem mit der x-Achse nach oben und dem Nullpunkt am Boden. Erstelle grafische Darstellungen der Funktionen $x(t)$ und $v(t)$.

   Hinweis zur Umsetzung: Bei den meisten Computeralgebrasystemen gibt es den Befehl `piecewise` für abschnittsweise definierte Funktionen. Mache dich auch mit der Vorzeichenfunktion $\mathrm{sgn}(x)$ (Signum) vertraut (Internet), um dem Luftwiderstand das richtige Vorzeichen zu geben.

(c) Berechne die konstanten Endgeschwindigkeiten v_1 (ohne Schirm) und v_2 (mit Schirm) ohne auf die numerische Lösung zurückzugreifen.

(d) Beantworte mit Hilfe der numerischen Lösung folgende Fragen:

i. Wann erreicht der Springer im freien Fall 99 % seiner Endgeschwindigkeit?

ii. Wann erreicht der Springer den Boden?

iii. Welche maximale Beschleunigung a_{max} erfährt der Springer? Warum ist a_{max} in der Realität sicher kleiner?

16. Schwingungen

1. Was versteht man unter einer harmonischen Schwingung?

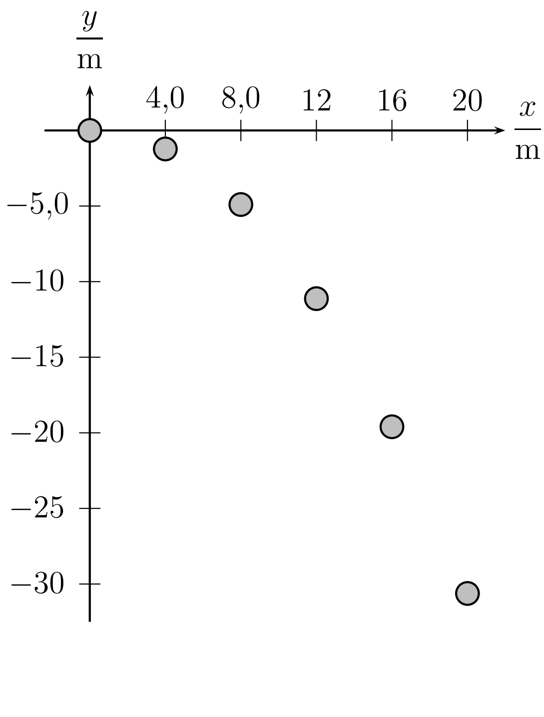
2. An einer Feder ($D = 10\frac{N}{m}$) hängt eine Masse von $100g$, die um $5cm$ in positive x-Richtung aus der Ruhelage ausgelenkt und zur Zeit t = 0s losgelassen wird.
   (a) Berechne die Periodendauer der Federschwingung.
   (b) Berechne die maximale Geschwindigkeit der Masse bei der Schwingung.
   (c) Zeichne die zeitliche Entwicklung der Geschwindigkeit in ein Diagramm.

3. Die physikalische Beschreibung von Federpendeln lässt sich auf andere Schwingungen übertragen. Erläutere, wie man durch diese Übertragung die Periodendauer des Fadenpendels erhält.

17. Krummlinige Bewegungen

1. Markus steht am Gipfel eines Berges. Er tritt mit dem Fuß auf einen Stein (m=75g), der daraufhin über die Gipfelfläche schlittert und mit einer Horizontalgeschwindigkeit von $1,5\frac{m}{s}$ über eine fast vertikale, $250m$ hohe Felswand hinausfliegt.
   (a) In welchem Abstand kommt der Stein am Fuß der Nordwand auf?
   (b) Wie groß ist seine Auftreffgeschwindigkeit? Skizziere die Bahnkurve des Steins.
   (c) Für eine genauere Untersuchung der Bewegung muss man den Luftwiderstand berücksichtigen.
      i. Trage bei einer Höhe von $125m$ die Richtung der Geschwindigkeit und der Luftwiderstandkraft ein.
      ii. Wie verändert sich die Luftwiderstandkraft vom wegkicken bis zur Landung des Steins.
      iii. Wie verändert sich die Bahnkurve, wenn man den Luftwiderstand berücksichtigt.

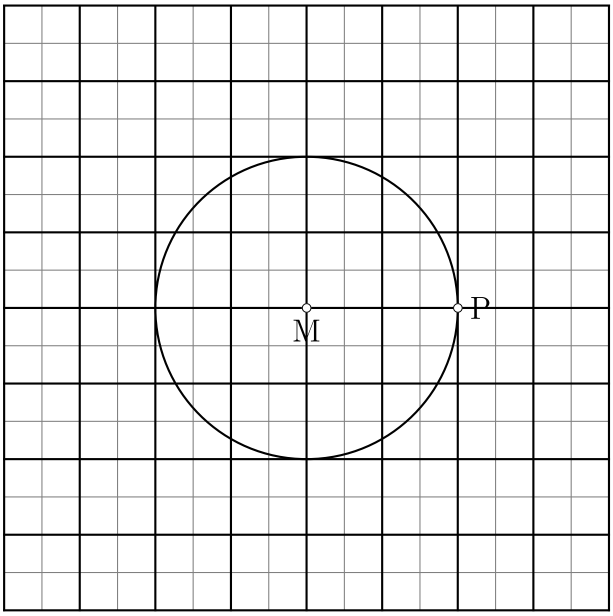
2. Nebenstehend ist der waagrechte Wurf einer Kugel durch Überlagerung von Momentaufnahmen dargestellt. Die Bilder je zweier benachbarter Kugeln wurden jeweils in einem zeitlichen Abstand von 0,50 s aufgenommen.
   (a) Welche Geschwindigkeit hat die Kugel in x–Richtung?
   (b) Welche Geschwindigkeit in y–Richtung hat die äußerst rechts unten dargestellte Kugel?



3. Ein Körper der Masse 0,50 kg bewegt sich auf einer kreisförmigen Bahn mit einer Geschwindigkeit vom konstanten Betrag 4,0 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ entgegen dem Uhrzeigersinn. Die Zeichnung ist im Maßtab von 1 : 100 angefertigt.

   Trage in die nebenstehende Zeichnung sowohl die Richtung als auch den Betrag der Geschwindigkeit, der Zentripetalbeschleunigung und der Zentripetalkraft maßtabsgetreu im Punkt P der Kreisbahn ein. Beschrifte die Größen entsprechend.

   Wähle dabei 1 cm für 1 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{s}}$, 2 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{s}^2}$ bzw. 2 N.



4. In dem James Bond–Film ,,Moonraker — Streng Geheim" ,,testet" 007 den Schwerkraftsimulator des Bösewichts Sir Hugo Drax. Bei einer Belastung von 15 g, d.h. dass James Bond mit dem 15–fachen seines Körpergewichts gegen die Wand des Simulators gedrückt wird, zieht er die ,,Notbremse" und stoppt die Rotation des Simulators durch einen Pfeilschuss.

   Mit welcher Frequenz und mit welcher Bahngeschwindigkeit bewegt sich 007? Schätze dabei den Radius der Kreisbahn auf der sich der Geheimagent bewegt ab.

5. Ein Körper beschreibt eine kreisförmige Bahn, bei der er in gleichen Zeitabschnitten jeweils gleiche Wegabschnitte zurücklegt. In dieser Hinsicht könnte man die Bewegung als gleichförmig bezeichnen. Wieso spricht man bei einer solchen Bewegung trotzdem von einer beschleunigten Bewegung?

6. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Punkt

   (a) am Äquator,

   (b) an der Wetterstation auf der Zugspitze (geografische Breite $47^\circ\,25'20''$ Nord)

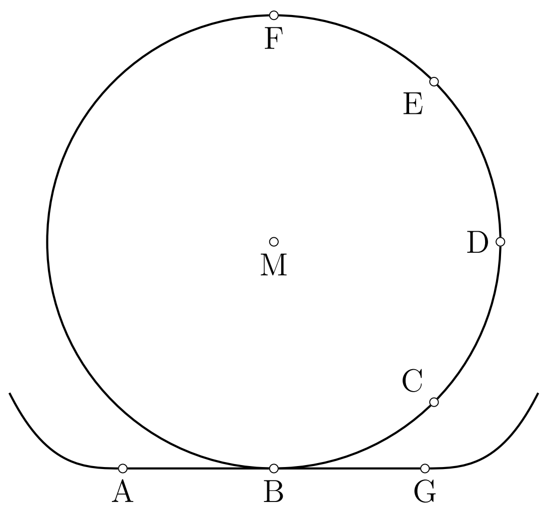
   um die Rotationsachse der Erde, wenn wir davon ausgehen, dass die Erde eine Kugel vom Radius $r = 6378\,\mathrm{km}$ ist.

7. Ein Körper beschreibt eine kreisförmige Bahn, bei der er in gleichen Zeitabschnitten jeweils gleiche Wegabschnitte zurücklegt. In dieser Hinsicht könnte man die Bewegung als gleichförmig bezeichnen. Wieso spricht man bei einer solchen Bewegung trotzdem von einer beschleunigten Bewegung?

8. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Punkt
   (a) am Äquator,
   (b) an der Wetterstation auf der Zugspitze (geografische Breite $47^\circ\,25'20''$ Nord)

   um die Rotationsachse der Erde, wenn wir davon ausgehen, dass die Erde eine Kugel vom Radius $r = 6378\,\mathrm{km}$ ist.

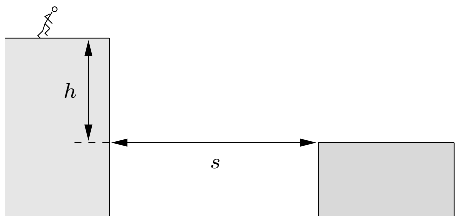
9. Seit 1989 ist der Olympia-Looping eine Attraktion auf der Wiesn. Der Durchmesser der Bahn beträgt 20 m. Der Zug durchfährt die Punkte A, B, C, D, E, F, B und G in der angegebenen Reihenfolge.



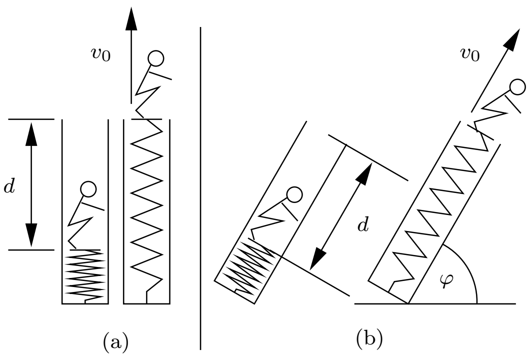
   (a) Welche Geschwindigkeit muss der Zug in B besitzen, damit er den höchsten Punkt F erreicht? Der Konstrukteur gibt an, dass Spitzengeschwindigkeiten von nahezu $100\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ erreicht werden. Wieso ist dieser Wert größer als der in dieser Aufgabe berechnete?
   (b) Welche Richtung und welchen Betrag hat die Geschwindigkeit des Zuges, wenn die im Punkt F nötige Zentripetalkraft vollständig von der Gravitationskraft aufgebracht wird? Vergleiche dein Ergebnis mit dem aus der vorangegangen Aufgabe. Welche Schlussfolgerung kannst du daraus ziehen?
   (c) Berechne den Betrag der Beschleunigung, die im Punkt B beim Verlassen des Kreises auf den Fahrgast wirkt in Vielfachen der Fallbeschleunigung. Vergleiche den von dir errechneten Wert mit dem vom Konstrukteur angegebenen Wert von circa $5{,}2\,g$ für die maximale Beschleungigung, die der Fahrgast erfährt.
   (d) Wie ändert sich der Anteil der Graviationskraft an der Zentripetalkraft bei der Bewegung von B über C und D nach E?

10. Woher weiß man welche Masse die Erde hat und welche die Sonne?

11. Ein auf einem Hochhausdach in Bedrängnis geratener Spion versucht sich durch einen Sprung über die $s = 12{,}0\,\mathrm{m}$ breite Straßenflucht auf das um $h = 5{,}00\,\mathrm{m}$ tiefer gelegene Dach des Nachbarhauses zu retten. Gehe davon aus, dass es sich bei dem Verfolgten um einen guten Sprinter handelt ($100\,\mathrm{m}$ in $10{,}0\,\mathrm{s}$) und untersuche die Erfolgsaussichten seines Vorhabens. Deine Ergebnisse sind durch Zeichnungen und Rechnungen zu belegen, der Luftwiderstand darf vernachlässigt werden.



12. Ein Zirkusartist („lebende Kanonenkugel“) der Masse $m = 68{,}0\,\mathrm{kg}$ lässt sich von einer Federkanone in die Höhe schießen. Die Feder der Härte $D = 1600\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ wird dabei um $d = 2{,}50\,\mathrm{m}$ zusammengedrückt (siehe Abb.). Berechne die Mündungsgeschwindigkeit v_0 und die maximale Höhe h des Artisten über der Mündung der Kanone für



(a) eine senkrecht stehende Kanone

(b) eine um $\varphi = 60°$ gegen die Horizontale geneigte Kanone.

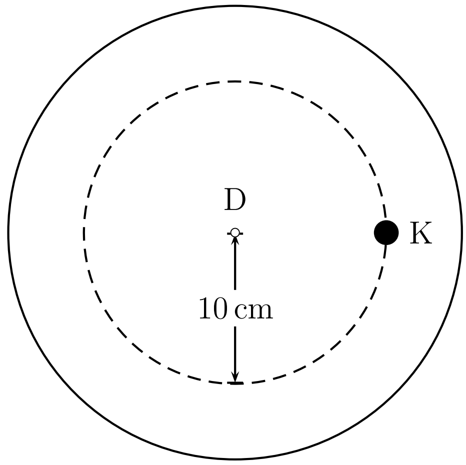
Versuche auch (b) mit dem Energiesatz zu lösen. Überlege dir zuerst, welche Geschwindigkeit $\vec{v}_1$ der Artist im höchsten Punkt seiner Flugbahn hat.

Du kannst auch (a) als Spezialfall von (b) behandeln!

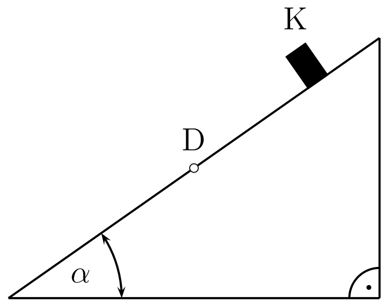
13. Die linke untere Abbildung zeigt eine rotierende Scheibe von oben. Dabei steht die Rotationsachse senkrecht auf der Scheibe und geht durch den Punkt D. Die Drehfrequenz wird so eingestellt, dass sich ein zylindrischer Körper K gerade noch auf der gestrichelten Linie bewegt. Bei einer Erhöhung der Frequenz wird K nach außen getragen.

Nun wird die Scheibe, wie rechts unten abgebildet, um den Winkel α gegen die horizontale geneigt. Der Körper K beginnt gerade dann zu rutschen, wenn der Neigungswinkel α der Scheibe 35° beträgt.

Berechne die Frequenz mit der sich die Scheibe gedreht hat.

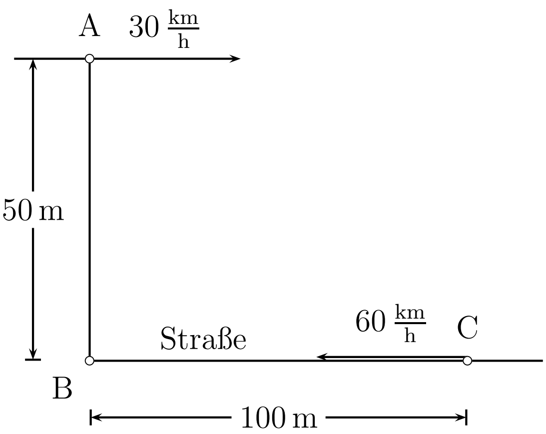


Blick von oben



Blick von der Seite

14. Vom Punkt A springt ein Stuntman mit einer (Horizontal–)Geschwindigkeit von $30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ von einem 50 m hohen Hochhaus ab.
    (a) In einer Entfernung von 100 m vom Punkt B befindet sich ein Lastwagen im Punkt C, dessen Länge und Höhe vernachlässigt werden dürfen. Der Lastwagen fährt in Richtung des Punktes B mit einer Geschwindigkeit von $60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Begründe durch eine Rechnung, dass der Stuntman nicht auf dem Lastwagen landen wird.
    (b) Welche Beschleunigung muss der Lastwagen haben, damit der Stuntman auf dem LKW landet?



18. Energie und Leistung

1. Die nebenstehend abgebildete Fontäne ist das Wahrzeichen der Stadt Genf.

   (a) Schätze die Höhe der Fontäne ab.

   (b) Das Wasser verlässt die Öffnung am unteren Ende der Säule mit einer Geschwindigkeit von etwa $150\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wie hoch steigt das Wasser, wenn du den Luftwiderstand vernachlässigst?

2. Am 24.03.2011 war auf BR1 von einem Mitglied einer Interessenvertretung zu hören, dass Deutschland 15 GW Strom exportiert. Nimm aus physikalischer Sicht Stellung zu dieser Aussage.

3. Das Walchenseekraftwerk

(a) Die Wasseroberfläche (Flächeninhalt $16\,\mathrm{km}^2$) des gefüllten Walchensees befindet sich 200 m über der Wasseroberfläche des Kochelsees. Die tiefste Absenkung des Wasserspiegels des Walchensees beträgt 6,60 m. Wie viel Energie kann man demzufolge im Walchensee bezogen auf den Kochelsee speichern?

(b) Wir groß ist die Geschwindigkeit des Wassers maximal beim Eintritt in eine Turbine, wenn wir eine Höhendifferenz von 200 m unterstellen?

(c) Durch die vier Pelton und vier Francisturbinen fließen maximal $84\,\mathrm{m}^3$ Wasser in einer Sekunde. Welche theoretische Maximalleistung ergibt sich für diesen Fall.

(d) Wie groß ist der Wirkungsgrad des Kraftwerks, wenn wir wissen, dass die vom Kraftwerk gelieferte Leisung 124 MW beträgt?

Druckrohre des Walchenseekraftwerks

4. Der Dachdecker und die Tonne I
Über ein Rolle sind der Dackdecker (75kg) mit einer Tonne (25kg) mit Ziegel (250kg) verbunden. Zu Beginn befindet sich die Tonne im 6. Stock (3m pro Stockwerk) und der Dachdecker am Boden.
   (a) Fertige eine Skizze mit den wirkenden Kräften an. Welche Beschleunigung erfährt der Dachdecker?
   (b) Welche Höhenenergie hat die Tonne mit den Ziegeln zu Beginn?
   (c) Welche Energieumwandlungen findet statt, wenn der Dachdecker bis zum 6. Stock nach oben gezogen wird?
   (d) Welche Höhenenergie hat der Dachdecker im 6. Stock?
   (e) Mit welcher Geschwindigkeit kommt der Dachdecker im 6. Stock an?

5. Der Dachdecker und die Tonne II
Über ein Rolle sind der Dackdecker (75kg) mit einer Tonne (25kg) mit Ziegel (250kg) verbunden. Der Dachdecker wird von der Tonne nach oben gezogen; die Tonne bewegt sich nach unten. Beim Aufprall der Tonne auf dem Boden fällt der Boden aus der Tonne und die Ziegel fallen heraus. Nun bewegt sich der Dachdecker wieder nach unten.

(a) Fertige eine Skizze mit den wirkenden Kräften an. Welche Kraft und Beschleunigung erfährt der Dachdecker?

(b) Welche Höhenenergie hat die Tonne bzw. der Dachecker im 6. Stock (3m pro Stockwerk)?

(c) Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Dachdecker am Boden auf?

(d) Nun reißt das Seil. Mit welcher Geschwindigkeit trifft die Tonne am Boden auf?

6. Arbeit und Leistung
   Führe die folgenden Aufgaben zusammen mit anderen Schülern aus.

   (a) Leistung beim Treppensteigen

   - Bestimme im Treppenhaus die senkrechte Höhe der Treppe vom Erdgeschoss bin in den zweiten Stock.
   - Ein Schüler läuft schnell die Treppe hinauf, die anderen stoppen die dafür benötigte Zeit.
   - Bestimme für jeden Schüler die Masse.
   - Stelle für die verschiedenen Schüler die Masse, die Gewichtskraft, die verrichtete Arbeit, die benötigte Zeit und die Leistung in einer Tabelle da.
   - Wer hat am meisten geleistet?

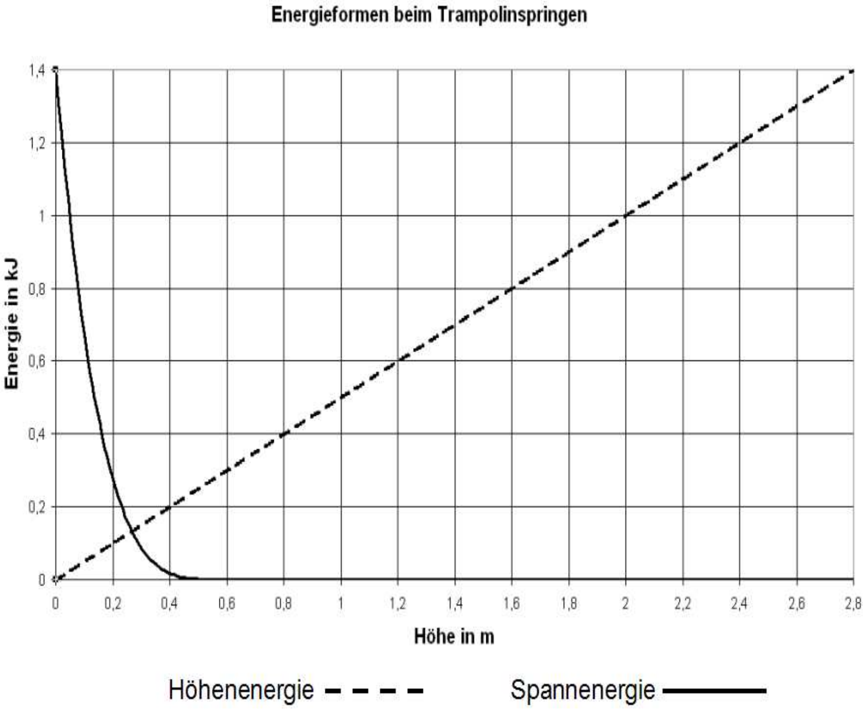
   (b) Leistung beim Gewichtheben

   - Ein Schüler stemmt eine Handel n-mal, die anderen stoppen die dafür benötigte Zeit.
   - Bestimme die Masse und die Hubhöhe der Hantel.
   - Stelle für die verschiedenen Schüler die Masse, die Gewichtskraft, die verrichtete Arbeit, die benötigte Zeit und die Leistung in einer Tabelle da.
   - Wer hat am meisten geleistet?

   (c) Leistung bei Liegestützen

   - Bestimme mit einer Personenwaage die Kraft, mit der sich ein Schüler bei der Liegestütze abstützt.
   - Bestimmt an der Schulter die Hubhöhe bei der Liegestütze.
   - Ein Schüler macht n Liegestützen, die anderen stoppen die dafür benötigte Zeit.
   - Stelle für die verschiedenen Schüler die Kraft, die Hubhöhe, die verrichtete Arbeit, die benötigte Zeit und die Leistung in einer Tabelle da.
   - Wer hat am meisten geleistet?

7. Trampolinspringer
   Im Diagramm unten siehst du in Abhängigkeit von der Höhe die Energieformen eines Trampolinspringers, der sich in unterschiedlichen Höhen bewegt. Dabei werden Höhenenergie, Spannenergie und kinetische Energie annähernd vollständig und verlustfrei ineinander umgewandelt, so dass die Gesamtenergie als konstant angenommen werden kann. Der tiefste Punkt des Springers wird dabei als Punkt mit der Höhenenergie 0 definiert.

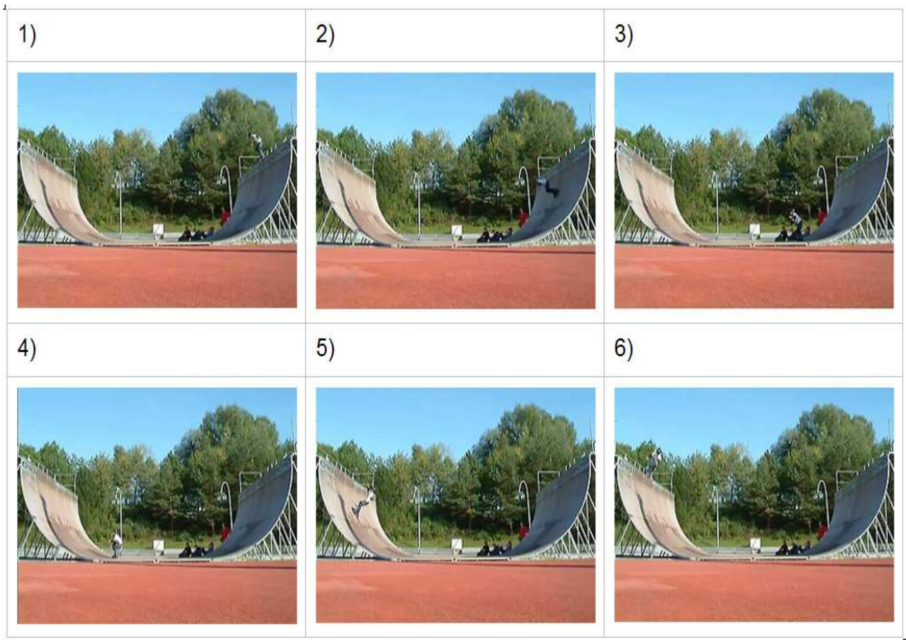


   (a) Beschreibe mit Hilfe des Diagramms, welche Energieformen beim Trampolinspringen in welcher Sprungphase vorliegen. Beschreibe auch mit Worten den Verlauf der kinetischen Energie.
   (b) Zeichne in das Diagramm den Verlauf der kinetischen Energie ein, wobei in der Höhe 2,8 m ausschließlich Höhenenergie vorliegen soll.
   (c) Entnimm deinem Diagramm, in welcher Höhe in etwa die kinetische Energie maximal ist! Wie groß ist diese ungefähr, wie groß ist ihr Anteil an der Gesamtenergie?

   Quelle: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

8. Inlineskater

   Die Bildsequenz einen Inlineskater auf einer Halfpipe. Die Bilder haben einen zeitlichen Abstand von 0,50 s.



(a) Treffe zu jedem der sechs Bilder eine Aussage über die jeweils vorhandenen Energieformen. Gib an wie sich die jeweiligen Energieformen gegenüber dem vorangegangenen Bild verändert haben und wann Maximalwerte erreicht sind.

(b) Bestimme an Hand der Bilder 3 und 4, wie schnell der Inlineskater in der Ebene in etwa ist. Die Halfpipe ist etwa 3 m hoch.

(c) Berechne die Gesamtenergie des Inlineskater. Er hat eine Masse von 35 kg.

Quelle: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

9. Bungeespringer

Untersucht das Verhalten eines Bungeespringers unter dem Gesichtspunkt der Energieumwandlung!

- Welche Formen mechanischer Energie treten auf?
- An welcher Stelle hat der Bungeespringer die größte Geschwindigkeit?
- Baut dazu ein Modell eines Bungeespringers mit einfachen Mitteln aus der Physiksammlung!

Präsentiert eure Ergebnisse auf einem Poster mit Zeichnungen und Illustrationen und findet mit Hilfe des Internets etwas über die Ursprünge und die Gefahren des Bungeespringens heraus!

Quelle: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

10. Reißen beim Gewichtheben
    Beim Gewichtheben muss man eine Langhantel vom Boden aus zur Lage über dem Kopf bei ausgestreckten Armen (sogenannte Hochstrecke!) bringen. Bei der Disziplin „Reißen“ wird die Hantel in einem Zug zur Hochstrecke gebracht. Dabei greift der Gewichtheber die Hantel so nahe an den Gewichtsscheiben, dass sie in der Hochstrecke nur wenig über dem Kopf liegt. Der amtierende iranische Weltrekordler im Reißen Hossein Rezazadeh brachte es am 14.09.2003 auf 213 kg.

    Berechne unter der Annahme eines Höhenunterschiedes von 1,80 m zwischen Boden und Hochstrecke

    (a) die vom Gewichtheber an der Hantel verrichtete Arbeit.
    (b) den Zuwachs an Höhenenergie, den die Hantel dabei erhält.

    Quelle: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

11. Ein Hybridauto wird von einem Benzin- und von einem Elektromotor angetrieben. Beim Bremsen des Autos wird die kinetische Energie mit Hilfe eines Dynamos in einem Akku gespeichert. Der Akku treibt bei Bedarf den Elektromotor an (Wirkungsgrad $\eta = 80\%$). Der Verbrennungsmotor des Autos bringt mit einem Liter Benzin die Energie 9,0 MJ auf die Straße.

    Das Auto der Masse $m = 800\,\mathrm{kg}$ bremst bei einer Fahrt durch die Stadt 50 mal von der Geschwindigkeit $v_1 = 54\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ auf $v_2 = 18\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ ab. Wie viele Liter Benzin spart die dadurch im Akku gespeicherte Energie ein?

12. **Bungee-Springen mit der Feder**

    An einer Feder mit der Federhärte $D = 1\frac{N}{m}$ hängt ein Massestück mit 20g. Die Feder hat dann eine Länge von $l_1 = 30cm$.

    (a) Wie lange wäre die Feder, wenn man das Massestück wegnehmen würde?
    (b) Wie kann man die Federhärte D experimentell bestimmen?

    Nun wird die Feder auf eine Länge von $l_2 = 100cm$ gedehnt und anschließend losgelassen. Das Massestück bewegt sich nach oben und springt über den Aufgängepunkt der Feder hoch.

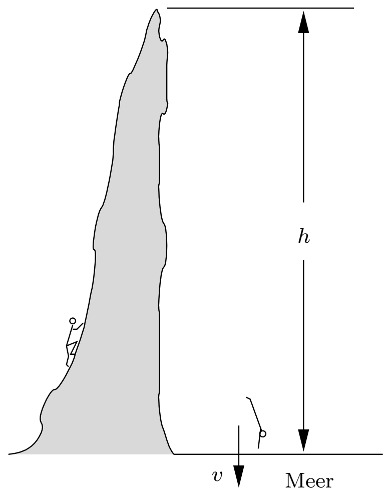
    (c) Beschreibe die Energieumwandlungen die auftreten vom Loslassen des Massestücks bis zum Erreichen des Höchsten Punkts.
    (d) Berechne die Spannenergie der Feder im gedehnten Zustand.
    (e) Berechne die Sprunghöhe des Massestücks.
    (f) Nach Erreichen des höchsten Punkts fällt das Massestück auch den Boden.
    Mit welcher Geschwindigkeit trifft es dort auf?

13. Ein Kletterer der Masse $m = 70\,\text{kg}$ erklimmt einen Felsturm der Höhe $h = 27{,}0\,\text{m}$ und stürzt sich dann mit einem Hechtsprung ins Meer.

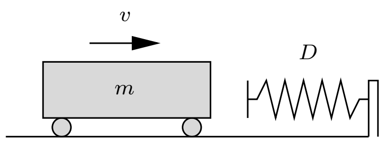
    (a) Welche Hubarbeit W_H verrichtet er beim Aufstieg?

    (b) Erläutere genau, welche Arbeit während des Sprungs am Kletterer verrichtet wird und in was diese Arbeit verwandelt wird.

    (c) Mit welcher Geschwindigkeit v trifft der Wagemutige auf die Wasseroberfläche? Ergebnis in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.



14. Ein Eisenbahnwaggon der Masse $m = 1{,}50 \cdot 10^4\,\text{kg}$ prallt mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}52\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf eine starke Feder mit der Federkonstanten D. Der Waggon kommt zum Stillstand, wenn die Feder um $\Delta x = 65\,\text{cm}$ zusammengedrückt ist.



    (a) Welche Energieumwandlung tritt während des Bremsvorgangs auf?

    (b) Berechne D.

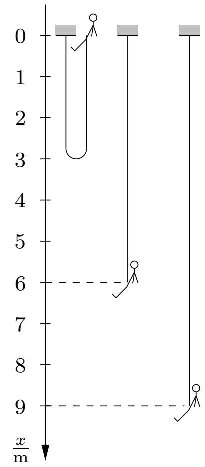
15. Bei einem Wasserkraftwerk fallen in $\Delta t = 1{,}50\,\text{min}$ $200\,\text{m}^3$ Wasser auf die $h = 150\,\text{m}$ tiefer liegenden Turbinen (ein Liter Wasser hat die Masse 1 kg). Der Wirkungsgrad der Anlage beträgt 80%.

    Berechne die Leistung P_W des fallenden Wassers und die von den Generatoren abgegebene elektrische Leistung P_e.

16. Ein Elektromotor nimmt die elektrische Leistung $P_\text{e} = 60{,}0\,\text{W}$ auf und setzt sie mit dem Wirkungsgrad $\eta = 65{,}0\%$ in mechanische Leistung um. Wie lange dauert es, bis dieser Motor eine Feder mit $D = 3900\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$ um $\Delta x = 5{,}00\,\text{cm}$ gedehnt hat?

17. Ein Auto der Masse $m = 900\,\text{kg}$ fährt auf einer Straße ohne Steigung. Der Motor erteilt dem Fahrzeug die Antriebskraft $F_\text{A} = 2{,}5\,\text{kN}$, die Rollreibungskraft beträgt $F_\text{R} = 400\,\text{N}$. Vom Luftwiderstand kann abgesehen werden, da das Auto noch langsam fährt. Berechne die Beschleunigung a des Autos und die Reibungszahl μ.

18. Nebenstehende Abbildung zeigt den Sturz eines Kletterers der Masse m in ein Seil. Bei $x_0 = 0$ beginnt der Sturz mit der Geschwindigkeit $v_0 = 0$, bei $x_1 = 6{,}0\,\mathrm{m}$ ist das Seil gerade gespannt und beginnt sich zu dehnen, bei $x_2 = 9{,}0\,\mathrm{m}$ erreicht der Kletterer den tiefsten Punkt, der als Nullpunkt der potentiellen Energie verwendet wird. In der ganzen Aufgabe ist der Luftwiderstand zu vernachlässigen und mit dem Wert $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ für die Fallbeschleunigung zu rechnen!



(a) Schreibe einen kurzen aber vollständigen „Zeitungsbericht“ über den Sturz, in dem es nur um die beteiligten Energieformen und um ihre Umwandlungen ineinander geht. Der Bericht soll so beginnen: „Am Ort x_0 ist nur ...“.

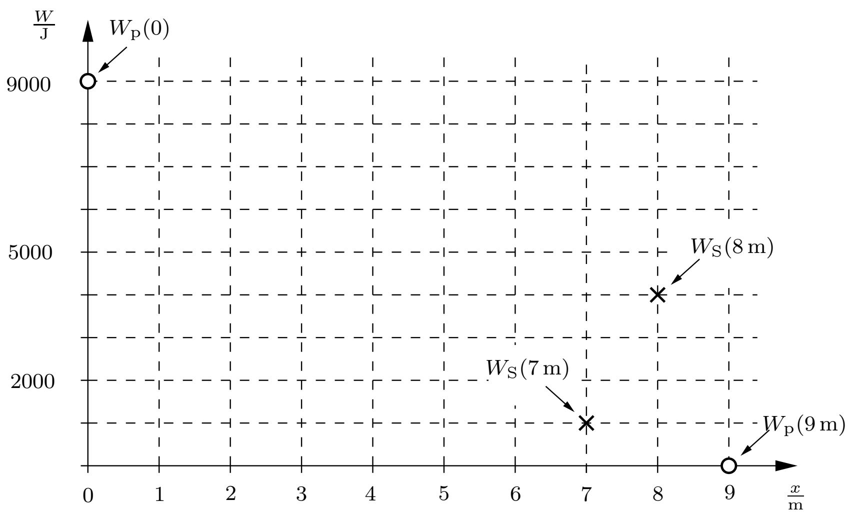
(b) Begründe genau, warum der Graf der Funktion $W_\mathrm{p}(x)$ (potentielle Energie des Kletterers, x ist der Ort des Kletterers) eine Gerade ist und zeichne sie in das unten angegebene Diagramm ein.

(c) Im Diagramm sind schon zwei Werte der Funktion $W_\mathrm{S}(x)$ (Spannenergie des Seils in Abhängigkeit vom Ort x des Kletterers) eingezeichnet; ermittle durch Überlegen (natürlich mit Protokoll deiner Gedanken) oder durch Rechnung noch weitere Werte von W_S und zeichne auch den Grafen von W_S ein.

(d) Zeichne den Grafen der Gesamtenergie W_ges ein. Beschreibe kurz, wie man aus den vorhandenen Grafen den der kinetischen Energie W_k finden kann. Fülle nebenstehende Wertetabelle aus und zeichne dann den Grafen von W_k in das Diagramm ein. Welche Geschwindigkeit in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ hat der Kletterer bei $x = 6{,}0\,\mathrm{m}$?

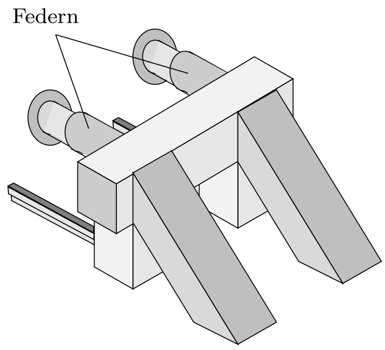
$\frac{x}{\mathrm{m}}$	$\frac{W_\mathrm{ges}(x)}{\mathrm{J}}$	$\frac{W_\mathrm{p}(x)}{\mathrm{J}}$	$\frac{W_\mathrm{S}(x)}{\mathrm{J}}$	$\frac{W_\mathrm{k}(x)}{\mathrm{J}}$
0				
6				
7				
8				
9				

Verwende verschiedene Farben (nicht rot!) für die Grafen und beschrifte sie!



(e) Wie groß sind die Masse m des Gestürzten und die Federkonstante D des Seils? Am Ort x_3, an dem der Kletterer seine größte Geschwindigkeit hat, ist die Gesamtkraft F auf ihn null, d.h. $F(x_3) = 0$; warum? Berechne x_3.

19. Der Prellbock am Ende eines Gleises enthält zwei starke Federn der Härte $D = 2{,}5 \cdot 10^6 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ (je Feder). Ein Waggon der Masse $m = 18\,\mathrm{t}$ prallt mit der Geschwindigkeit $v = 18\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ auf den Prellbock. Berechne die kinetische Energie des Waggons vor dem Aufprall und die Strecke x, um die die Federn zusammengedrückt werden.



20. (a) Welche Hubarbeit verrichtet ein Bauarbeiter der Masse $m = 75\,\mathrm{kg}$, der einen Zementsack der Masse $m_1 = 40\,\mathrm{kg}$ vom Garten in den zweiten Stock trägt ($h = 7{,}2\,\mathrm{m}$)?

(b) Welche Reibungsarbeit wird von Käptn Hook verrichtet, der eine Schatzkiste mit der konstanten Kraft $F = 120\,\mathrm{N}$ 80 m über den Boden schleift?

(c) Welche Beschleunigungsarbeit wird an einer Gewehrkugel der Masse $m = 25\,\mathrm{g}$ verrichtet, die von null auf $v = 410\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ beschleunigt wird?

(d) Welche Spannarbeit wird an einer Feder der Härte $D = 4500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ verrichtet, die vom entspannten Zustand aus um 6,4 cm zusammengedrückt wird?

21. (a) Mit welcher Geschwindigkeit prallt ein Stein auf den Boden, der von einem 24,0 m hohen Turm fällt? Ergebnis in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

(b) Ein Eisenbahnwaggon der Masse m prallt mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}52\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ auf eine starke Feder mit der Federkonstanten $D = 9{,}6 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Der Waggon kommt zum Stillstand, wenn die Feder um $\Delta x = 65\,\mathrm{cm}$ zusammengedrückt ist. Berechne m.

22. Hans und Eva spielen mit Würfeln der Kantenlänge $a = 12\,\mathrm{cm}$ und der Masse $m = 400\,\mathrm{g}$. Hans stapelt acht der Würfel, die alle auf dem Boden liegen, der Reihe nach aufeinander zu einem Turm. Eva schiebt ebenfalls acht Würfel auf dem Boden zu einem Turm zusammen und stellt dann den ganzen Turm auf einmal senkrecht.

(a) Welche Gesamtarbeit W_{H} verrichtet Hans an den Würfeln?

(b) Welche Arbeit W_{E} verrichtet Eva beim Aufstellen des Turms?

Tipp: Du darfst dir die ganze Masse des Turms in seinem Mittelpunkt (Schwerpunkt) vereint denken.

23. Mit drei quaderförmigen, am Boden liegenden Betonblöcken wird ein Modell eines Teils von Stonehenge (rechte Figur in der Abbildung) errichtet.

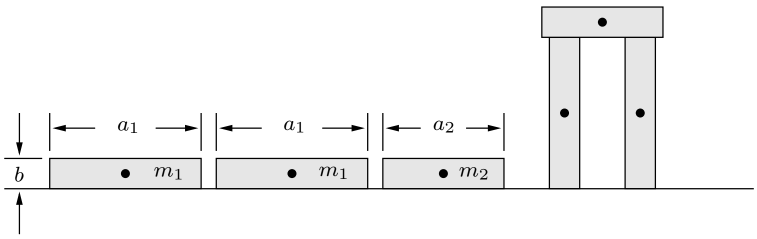
$a_1 = 7{,}00\,\mathrm{m}$

$a_2 = 5{,}00\,\mathrm{m}$

$b = 1{,}60\,\mathrm{m}$

$m_1 = 45{,}0\,\mathrm{t}$

$m_2 = 32{,}0\,\mathrm{t}$



(a) Welche Gesamtarbeit W_{ges} wird beim Aufrichten der Blöcke verrichtet? Du darfst dir die ganze Masse der Betonblöcke in ihren Mittelpunkten (Schwerpunkten) vereint denken.

(b) Der obere Block wird von einem Kran vom Boden aus in seine Endlage gebracht. Der Kran wird von einem Elektromotor mit der elektrische Leistung $P_{\mathrm{e}} = 10{,}0\,\mathrm{kW}$ und dem Wirkungsgrad $80\,\%$ angetrieben. Wie lange dauert das Anheben des Blocks?

(c) Durch eine Unvorsichtigkeit fällt der obere Block wieder herunter. Mit welcher Geschwindigkeit v prallt er auf den Boden?

24. Ein Auto fährt mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 126\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ auf der Autobahn dahin und wird dabei von der Kraft $F_{\mathrm{A}} = 400\,\mathrm{N}$ angetrieben.

(a) Beschreibe ganz genau, warum das Auto trotz der Antriebskraft nicht beschleunigt wird!

(b) Wie ist die physikalische Größe *Leistung* definiert? Ausgehend von dieser Definition ist die Leistung zu berechnen, die der Automotor während der Fahrt aufbringt.

25. Schreibe in die Kästchen entweder **w** für *wahr* oder **f** für *falsch*:

Energie ...

... ist gespeicherte Arbeit	☐	... ist Leistung pro Zeit	☐
... hat die Einheit $\dfrac{\mathrm{J}^2}{\mathrm{Nm}}$	☐	... ist Zeit mal Leistung	☐
... hat die Einheit Ws	☐	... ist Kraft durch Weg	☐
... hat die Einheit $\mathrm{N} \cdot \mathrm{cm}$	☐	... ist in einem abgeschlossenen System konstant	☐

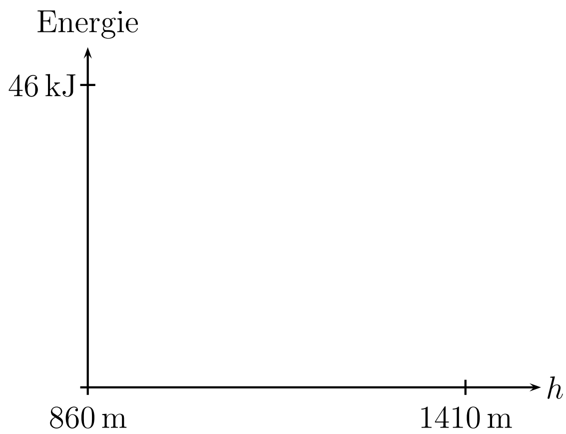
Raum für erforderliche Nebenrechnungen:

26. (a) Ein MTB–Fahrer benötigt für die 6,2 km lange Strecke vom Finzbach zur Krüner Alm 27 min. Sein Startpunkt beim Finzbach liegt auf 860 müNN und sein Ziel bei 1410 müNN. Die Masse seines Körpers und seines Fahrrades beträgt 85 kg ($g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$). Berechne die durchschnittliche Leistung, die der MTB–Fahrer erbringt.

(b) Nachdem der MTB–Fahrer an der Krüner Alm angekommen ist, fährt er wieder zurück zum Ausgangspunkt am Finzbach. In nebenstehendem Diagramm ist in der Horizontalen die Höhe über NN eingetragen. In der Vertikalen werden Energien eingetragen. Die Höhenergie soll für $h = 860\,\mathrm{m}$ Null sein. Trage den Verlauf der

i. Höhenenergie,
ii. kinetischen Energie und
iii. Gesamtenergie

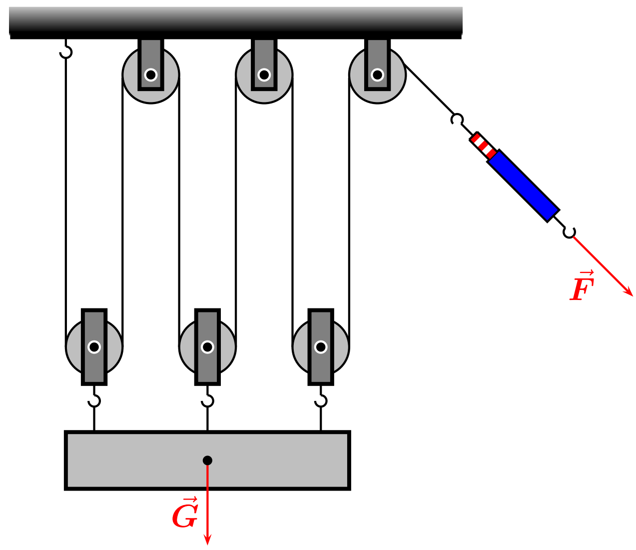
ein und kennzeichne die Kurven.



27. (a) Die Gewichtskraft einer losen Rolle in nebenstehendem Flaschenzug betr 50 N Du ziehst mit einer Kraft vom Betrag $F = 400\,\mathrm{N}$. Berechne die den Betrag G der Gewichtskraft der anzuhebenden Masse.

    (b) Das Massenstck und die losen Rollen sollen um 2,0 m angehoben werden. Welche Seille muss du dazu ziehen? Welche Arbeit verrichtest du dabei?

    (c) Berechne den prozentualen Wirkungsgrad fr das Anheben des Gewichts G.



28. Wie schnell kann ein (professioneller) Rennradfahrer fahren?

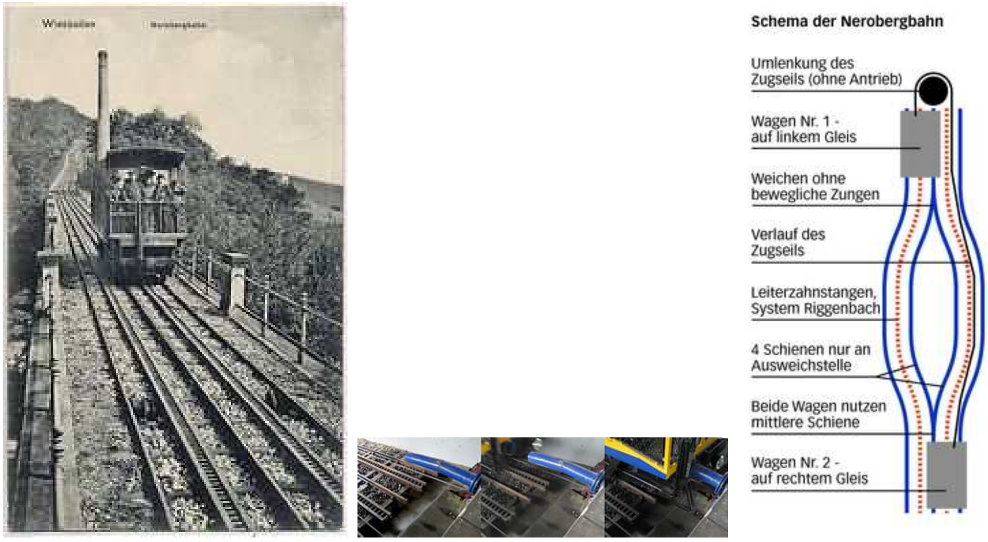
29. Wasserballastbahnen nutzen die Schwerkraft. Nach diesem Prinzip funktioniert die Nerobergbahn in Wiesbaden. Dabei sind die beiden Züge, wie im Schema gezeigt, über ein Zugseil, das über eine Umlenkrolle läuft, miteinander verbunden. An der Tal– und Bergstation befinden sich Wasserreservoire mit den Volumina von $220\,\mathrm{m}^3$ bzw. $370\,\mathrm{m}^3$. Die Masse eines Wagens beträgt 8100 kg, er kann mit maximal 7000 l Wasser beladen werden und kann maximal 40 Personen aufnehmen. Die Strecke weist eine Le von 438 m, eine Höhendifferenz von 83 m und eine durchschnittliche Steigung von 19% auf.

    (a) Erkläre worin der Vorteil der Nerobergbahn liegt. Wie viel Energie spart man pro Fahrt gegenber einer herkmmlichen Bahn ein (dabei sollen die Passagiere, die Haft–, Roll– sowie die Luftreibung vernachlässigt werden)? Wie viel Geld ist das bei einem Tarif von $18\,\frac{\mathrm{Cent}}{\mathrm{kWh}}$?

    (b) Wieso muss der Wagenfhrer an der Talstation vor Fahrtantritt dem Personal an der Bergstation mitteilen wie viele Fahrgäste sich in seinem Wagen befinden?

    (c) Obwohl ursprünglich geplant war das Wasser zum Beladen des Wagens an der Bergstation einem Bach zu entnehmen, wird es inzwischen von einer Pumpe mit der Förderleistung von $65\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ von der Talstation zur Bergstation gepumpt. Welche elektrische Leistung in der Einheit 1 W ist nötig um die Pumpe zu betreiben und wie lange dauert es bis das maximale Fassungsvermögen von 7000 l eines Wagens nach oben gepumpt ist?

    (d) Die durchschnittliche Geschwindigkeit der Bahn betr $7{,}3\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Wie lange braucht die Bahn für eine Fahrt?



Quelle: `http://de.wikipedia.org/wiki/Nerobergbahn`

(e) Obwohl der Tank eines Wagens nur maximal 7,0 m^3 Wasser fassen kann ist das Fassungsvermögen der Wassertanks an Tal– und Bergstation wesentlich größer. Wieso macht man das so?

(f) Wenn die beiden Wagons genau die gleiche Masse haben, so kommt (auch wenn man die Haftreibung vernachligt) keiner der beiden Wagen in Bewegung. Um wie viel mehr Masse muss der Wagen an der Bergstation haben, damit er nach 30 s eine Geschwindigkeit von 9,0 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ erreicht?

(g) Welchen Grund kann es haben, dass die Bahn ihre Geschwindigkeit ändert, nachdem sie ihre anfängliche Beschleunigungsphase hinter sich hat (das Bremsen vor der Talankunft ist hier nicht gemeint)?

Hinweis: Die Nerobergbahn wurde am 25. September 1888 eröffnet und ist als letzte Bergbahn diesen Typs in Deutschland heute ein technisches Kulturdenkmal.

30. Im folgenden ist $\varrho = 1{,}2\,\mathrm{kg/m^3}$ die Dichte von Luft, r der Radius eines Rotorblatts einer Windkraftanlage, und A der Flächeninhalt der von den Rotorblättern während einer Rotation überstrichenen Fläche, die wir kurz Rotorfläche nennen. v_1 ist die Geschwindigkeit vor bzw. v_2 die nach dem Durchgang des Windes durch die Rotorfläche.

(a) Wir nehmen an, dass der Wind mit der Geschwindigkeit $v = \frac{v_1+v_2}{2}$ durch die Rotorfläche strömt. Gib unter dieser Annahme einen Term für die Masse des Windes an, der sich während einer Zeitspanne t durch die Rotorfläche bewegt.

(b) Wie lautet der Term für den Energieverlust des Windes beim Durchgang durch die Rotorfläche? Welche maximale Leistung ergibt sich daraus für die Anlage?

(c) Vereinfache das Ergebnis der vorhergehenden Aufgabe unter Verwendung der Abkürzungen $P_0 = \frac{1}{2}\,\varrho\, A\, v_1^3$ für die Leistung des bei der Rotorfläche ankommenden Windes und der dimensionslosen Größe $x = \frac{v_2}{v_1}$.

(d) Ermittle x so, dass der Term aus der vorhergehenden Aufgabe maximal wird.

(e) Welche maximale Leistung liefert die Anlage, wenn $r = 20\,\mathrm{m}$ und $v_1 = 16\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sind?

31. Die Karwendelbahn

Die Talstation der Karwendelbahn in Mittenwald liegt auf 933 m ü. NN und die Bergstation auf 2244 m ü. NN. Um die Strecke der Länge von 2486 m zurückzulegen benötigt die Bahn 7 Minuten. Der Antrieb erfolgt elektrisch mit einer Leistung von 220 kW. Die mögliche Maximalgeschwindigkeit beträgt 10 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(a) Mit welcher mittleren Geschwindigkeit fährt eine Gondel von der Tal– zur Bergstation?

(b) Welche mittlere elektrische Leistung muss aufgebracht werden, wenn die Gondel mit dieser Geschwindigkeit fährt und die Geschwindigkeit direkt proportional zur Leistung ist?

Karwendelbahn in Mittenwald

(c) Berechne die mittlere prozentuale Steigung der Strecke von der Tal– bis zur Bergstation. Welches Maß hat der zugehörige Winkel?

(d) Welcher Anteil an der Gewichtskraft muss aufgewendet werden, damit sich die Gondel mit konstanter Geschwindigkeit nach oben bewegt?

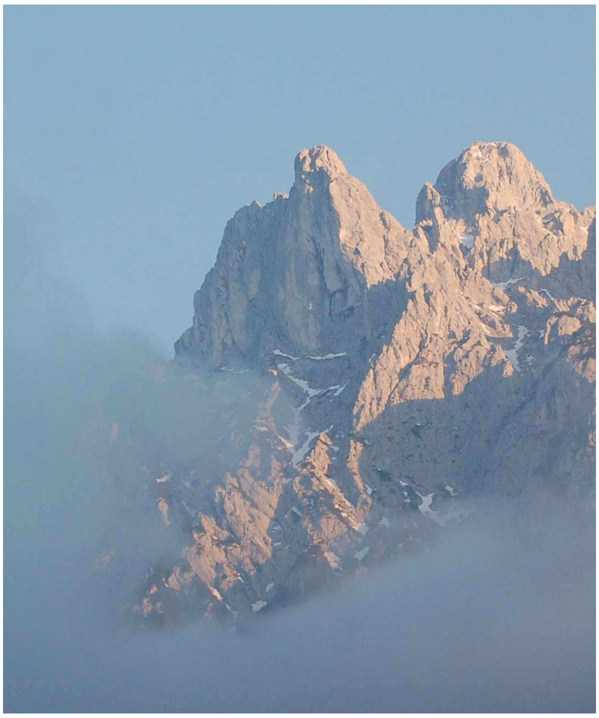
(e) Welche Masse hat die Gondel in diesem Fall?

32. Schätze deine Chancen ab ein Solarauto zu bauen.

33. Der Nutzen von Pumpspeicherkraftwerken besteht in der Speicherung von Energie. In den Zeiten in denen ein Überangebot an elektrischer Energie im Netz besteht, benutzt man diese um Wasser aus einem sogenannten Unterbecken in ein höher gelegenes Oberbecken zu pumpen. In Zeiten höheren Energiebedarfs kann man das Wasser aus dem Oberbecken zurück in das Unterbecken fließen lassen. Dabei wird eine Turbine angetrieben und elektrische Energie erzeugt, die in das Netz eingespeist werden kann.

    Das größte Pumpspeicherwerk in Deutschland ist Pumpspeicherwerk Goldisthal im Thüringer Schiefergebirge. Das Oberbecken umfasst ein Volumen von 12 Millionen Kubikmeter und liegt auf einer Höhe von 880 m ü NN. Das Unterbecken liegt auf einer Höhe von 530 m ü NN. Die Leistung des Kraftwerks wird 1060 MW angegeben. Wie lange kann das Kraftwerk diese Leistung liefern, wenn zu Beginn der Beobachtung das Oberbecken voll gefüllt ist?

34. Das nebenstehende Bild zeigt ,,den Vierer" in Mittenwald. Dieser Gipfel hat eine Höhe von 2054 m über NN. Schätze wie lange du von Mittenwald aus, das 920 m über NN liegt brauchst um diesen Gipfel zu erklimmen. Schätze damit die durchschnittliche Leistung ab, die du erbringen musst um diese Bergtour durchzuführen. Lege dar, inwiefern deine erbrachte Leistung von der oben geschätzten abweicht.



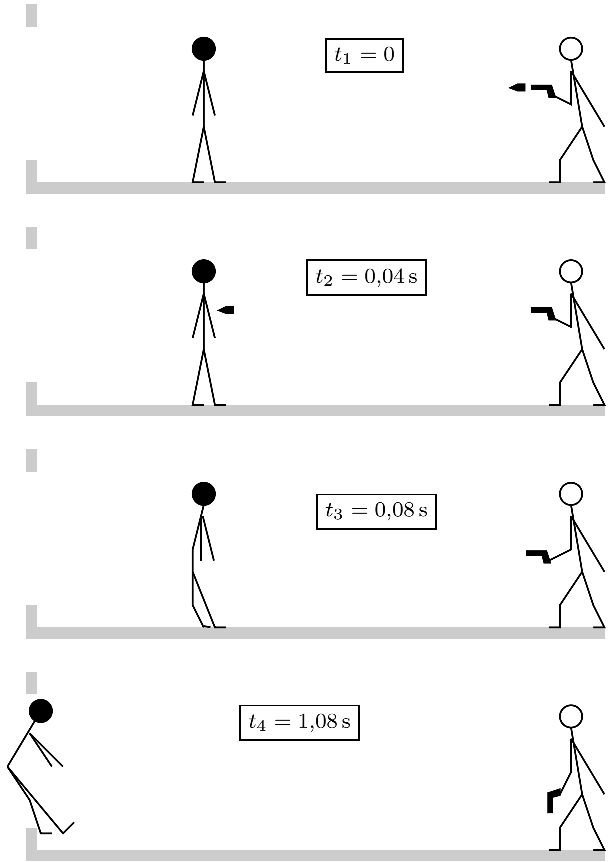
19. Impuls

1. Steht man auf einem Skateboard und springt nach vorne ab, dann wird im gleichen Moment das Skateboard in entgegengesetzte Richtung beschleunigt. Berechne die Geschwindigkeit mit der sich das Skateboard ($800g$) nach dem Absprung bewegt, wenn die Geschwindigkeit der Person $v_1 = 1\frac{m}{s}$ und ihr Masse $55kg$ beträgt.

2. Ein Tischtennisball wird auf einen Basketball gelegt und die Bälle werden dann fallen gelassen. Man kann annehmen, dass die Schwerpunkte der Bälle stets übereinander liegen.
   (a) Beschreibe die Beobachtung.
   (b) Modelliere die Bewegung der Bälle physikalisch.

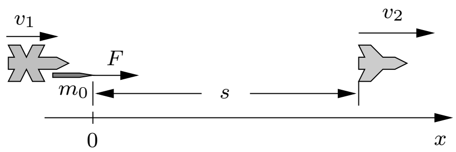
3. **Grundwissen:**
   (a) Welche Kraft beschleunigt ein Auto der Masse $m = 900\,\mathrm{kg}$ in $t = 7{,}5\,\mathrm{s}$ von null auf $v = 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ und wie lang ist der Beschleunigungsweg s?
   (b) Ein ruhender Torwart ($M = 72{,}0\,\mathrm{kg}$) fängt den Ball der Masse $m = 450\,\mathrm{g}$, der ihn mit der Geschwindigkeit $v = 32{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ trifft. Mit welcher Geschwindigkeit V reißt es den Torwart von den Füßen?
   (c) Welche Geschwindigkeit erreicht man nach einem freiem Fall aus zehn Metern Höhe?

4. Nebenstehende Abbildung zeigt eine typische Filmsequenz aus einem Hollywood-Krimi: Ein Bösewicht ($m = 70\,\mathrm{kg}$) steht $2\,\mathrm{m}$ vor dem großen Fenster einer Hochhauswohnung, der Polizist schießt, der böse Bube fliegt in hohem Bogen aus dem Fenster.
   Nimm kritisch Stellung zu diesem Geschehen, wobei der Impussatz und kurze Rechnungen sicher gute Argumentationshilfen sind.

   Nimm als Masse der Pistolenkugel $m_\mathrm{k} = 10\,\mathrm{g}$ an.
   Von wie vielen Kugeln müsste der Bösewicht gleichzeitig getroffen werden, damit das Geschehen tatsächlich wie im Film ablaufen könnte?

5. Luke Skywalker verfolgt Darth Vader mit seinem X-Flügler. Als seine Maschine immer langsamer wird, schießt er eine Rakete der Anfangsmasse $m_0 = 150\,\mathrm{kg}$ auf den Verfolgten ab. Die Abbildung zeigt die Lage zur Zeit des Abschusses ($t = 0$): $v_1 = 400\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v_2 = 500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $s = 44{,}0\,\mathrm{m}$.

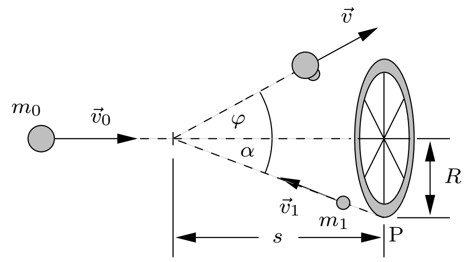
   

   (a) Die Beschleunigung der Rakete während des ganzen Fluges ist konstant $a = 50{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Wann und wo trifft die Rakete auf Darth Vaders Raumschiff, das sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt? Welche Aufprallgeschwindigkeit v_a der Rakete misst Darth Vader im System seines Raumschiffs?

   (b) Wie groß ist die Antriebskraft F der Rakete zur Zeit $t = 0$? Warum ist $F(t)$ nicht konstant?

   (c) Die Rakete stößt die Treibgase mit der Geschwindigkeit $u = 900\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ relativ zur Rakete aus. Welche ungefähre Masse Δm haben die Treibgase, die in den ersten $\Delta t = 0{,}1\,\mathrm{s}$ nach dem Start ausgestoßen werden?

6. Ein Meteorit der Masse $m_0 = 2{,}0 \cdot 10^4\,\text{kg}$ fliegt mit der Geschwindigkeit $v_0 = 80\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ genau auf das Zentrum einer kreisförmigen Raumstation mit dem Radius $R = 30\,\text{m}$ zu. Vom Rand der Station (Punkt P) wird dem Meteoriten eine Stahlkugel der Masse $m_1 = 6{,}0 \cdot 10^3\,\text{kg}$ mit der Geschwindigkeit $v_1 = 150\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ entgegengeschossen und trifft den Himmelskörper genau $s = 50\,\text{m}$ vor der Station. Die Kugel bleibt im Meteoriten stecken.

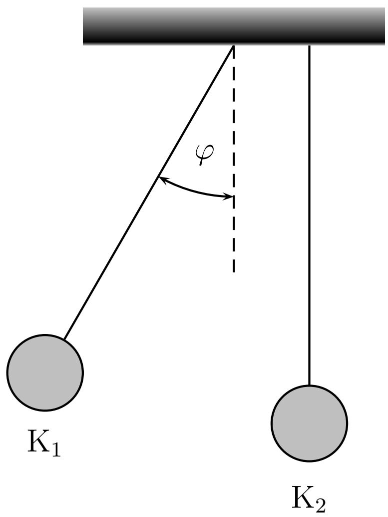


   (a) Berechne die Beträge der Impulse $\vec{p}_0$ und $\vec{p}_1$ der beiden zusammenstoßenden Körper und ermittle durch eine exakte Zeichnung den Impuls $\vec{p}$ des Verbundkörpers nach dem Stoß. Wähle die Einheiten so, dass $\vec{p}_0$ die Länge 8 cm hat. Entscheide mit Hilfe der (erweiterten) Zeichnung, ob das Manöver erfolgreich war.

   (b) Jetzt das Ganze durch Rechnung: Schreibe die Impulse $\vec{p}_0$ und $\vec{p}_1$ in der Komponentenschreibweise hin und berechne $\vec{p}$. In welcher Entfernung Δy vom Zentrum und mit welchem Geschwindigkeitsbetrag v trifft der Verbundkörper die Ebene der Raumstation?

7. Eine Kugel der Masse $m_1 = 2m$ stößt mit der Geschwindigkeit v zentral und elastisch auf eine ruhende Kugel der Masse $m_2 = m$. Berechne mit Hilfe der Erhaltungssätze (keine fertigen Formeln!) die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 der beiden Kugeln nach dem Stoß.

8. Die beiden in der nebenstehenden Abbildung gezeigten Kugeln haben die jeweils gleiche Masse $m = 20\,\text{g}$ und sind an dünnen Drähten der jeweiligen Länge $\ell = 12\,\text{cm}$ aufgehängt. Die Kugel K_1 ist gegenüber der Vertikalen um den Winkel $\varphi = 30°$ ausgelenkt. Sie befindet sich — genauso wie die Kugel K_2 — in Ruhe und wird nun losgelassen.



   (a) Mit welcher Geschwindigkeit prallt die Kugel K_1 auf die Kugel K_2?

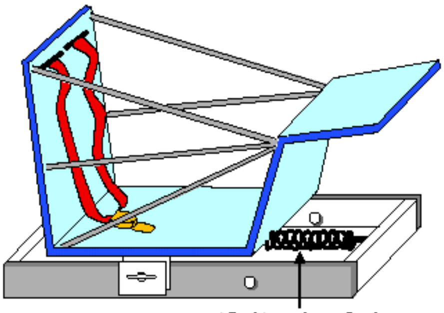
   (b) Gib die Richtung und den Betrag der Geschwindigkeiten unmittelbar nach dem Zusammenstoß der beiden Kugeln an. Die Antwort ist zu begründen.

20. Harmonische Schwingungen und Wellen

20.1. Harmonische Schwingung

1. Das Foto zeigt eine Astronautin im BMMD (Body Mass Measurement Device) der NASA.

   Mit diesem BMMD bestimmen die Astronauten im Spaceshuttle in der Erdumlaufbahn ihre Körpermasse. Es besteht aus einem Gestell, in dem sich die Astronautin mit einem Gurt festgeschnallt hat. Dieses Gestell ist reibungsfrei in einer Schiene montiert und an einer Schraubenfeder befestigt.

   (a) Warum verwendet die NASA keine ?normale Bodenwaage??

   (b) Wie könnte dieses Gerät funktionieren?

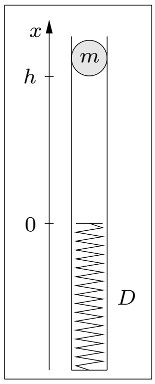
   (c) Spielt die Orientierung dieses Geräts relativ zur Erde eine Rolle?

   (d) Warum müssen sich die Astronauten in dem Gestell festschnallen – warum genügt es nicht, dass sie sich nur hineinsetzen?

   (e) Welche Federkonstante würden Sie für dieses Gerät wählen, wenn die Schwingungsdauer der Anordnung in der Größenordnung von 0,5 Sekunden liegen soll? Begründen Sie jeden Schritt Ihrer Abschätzung!

   Quelle: www.leifi.physik.uni-muenchen.de

2. Eine Kugel der Masse $m = 40{,}0\,\mathrm{g}$, die reibungsfrei in einer Röhre gleitet, fällt aus der Höhe $h = 5{,}25\,\mathrm{cm}$ auf eine Feder der Härte $D = 19{,}62\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. x sei die Koordinate des unteren Randes der Kugel.

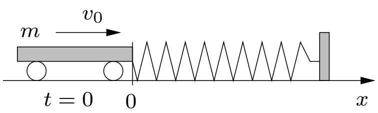


   (a) Berechne ω, T, A und den Nullpunkt x_0 der einsetzenden harmonischen Schwingung.

   (b) Wähle den Zeitnullpunkt so, dass er dem *tiefsten* Punkt der Bewegung entspricht; dadurch wird der Graf von $x(t)$ achsensymmetrisch. Berechne t_1 und t_2 mit $x(t_1) = 0$ und $x(t_2) = h$. Schreibe $x(t)$ für eine volle Periode der Bewegung hin. Beachte, dass nicht die ganze Bewegung eine harmonische Schwingung ist! Wie lange dauert eine volle
   Periode der Bewegung? Zeichne den Grafen von $x(t)$ ($t = 0{,}1\,\mathrm{s} \widehat{=} 2\,\mathrm{cm}$, $x = 1\,\mathrm{cm} \widehat{=} 0{,}5\,\mathrm{cm}$).

   (c) Zeige, dass der Graf von $x(t)$ eine glatte Kurve ist (kein Knick). Zeichne auch die Grafen von $v(t)$ und $a(t)$.

3. Ein Wagen der Masse $m = 5{,}00\,\mathrm{kg}$ prallt zur Zeit $t = 0$ mit der Geschwindigkeit $v_0 = 1{,}57\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ auf eine masselose Feder der Härte $D = 49{,}3\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Als „Ort des Wagens“ bezeichnen wir die x-Koordinate seines rechten Randes (siehe Abbildung).

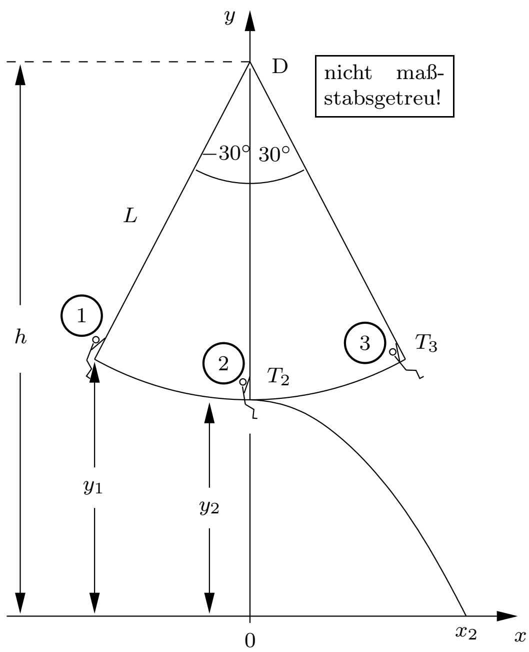


   (a) Um welche Strecke A wird die Feder zusammengestaucht? Zu welcher Zeit t_1 gilt $x(t_1) = A$?

   (b) Berechne den Ort und die Geschwindigkeit des Wagens zur Zeit $t_2 = 0{,}250\,\mathrm{s}$.

   (c) Wo ist der Wagen zur Zeit $t_3 = 2{,}00\,\mathrm{s}$?

4. Tarzan schwingt sich an einer Liane durch den Urwald (siehe Abbildung). Dabei hat sein Schwerpunkt zum Drehpunkt D die Entfernung $L = 15{,}0\,\text{m}$, D befindet sich $h = 25{,}0\,\text{m}$ über dem Boden. Er startet ruhend zur Zeit $t = 0$ in der Lage 1 ($\varphi_1 = -30°$).



   (a) Tarzan lässt die Liane im tiefsten Punkt der Pendelbewegung los (Lage 2). Wann (t_2) und wo (x_2) erreicht er den Boden?

   Berechne die Koordinaten des Punktes P ($x_4|y_4$), an dem sich Tarzan zur Zeit $t_4 = 3{,}00\,\text{s}$ befindet.

   (b) Tarzan lässt die Liane im höchsten Punkt der Pendelbewegung los (Lage 3). Wann (t_3) und wo (x_3) erreicht er den Boden?
   Berechne die Koordinaten des Punktes Q ($x_5|y_5$), an dem sich Tarzan zur Zeit $t_4 = 3{,}00\,\text{s}$ befindet.

   (c) Fertige eine Zeichnung wie die gegebene Abbildung, die jedoch maßstabsgetreu ist (1 : 200). Zeichne verschiedenfarbig die Bahnkurven von Tarzan in den Fällen (a) und (b) sowie die Punkte P und Q ein.

5. Eine Kugel der Masse m führt entlang der x-Achse zwischen $-A$ und $A = 13{,}0\,\text{cm}$ eine harmonische Schwingung aus, der Ort der Kugel zur Zeit t ist $x(t)$. Zur Zeit $t_0 = 0$ befindet sich die Kugel bei $x = -A$, am Ort $x_1 = x(t_1) = 5{,}00\,\text{cm}$ beträgt die Geschwindigkeit der Kugel $v_1 = 24{,}0\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

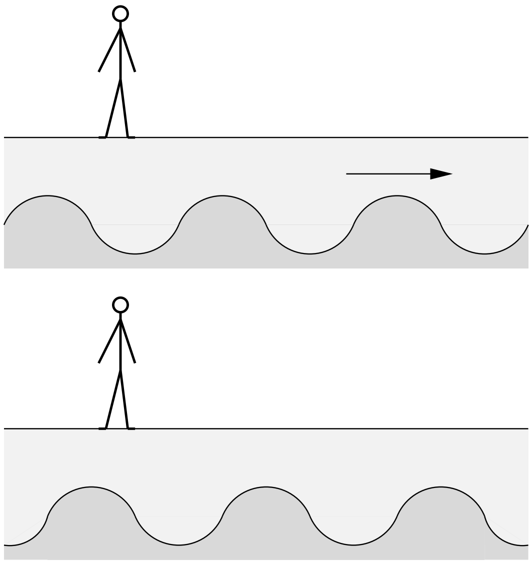
   (a) Berechne die Kreisfrequenz ω der Schwingung und schreibe die Gleichung der Funktion $x(t)$ hin.

   (b) Berechne t_1.

   (c) Berechne $x(t_2)$ und $v(t_2)$ für $t_2 = 3{,}00\,\text{s}$.

20.2. Wellen

1. Nebenstehende Aufnahmen von Meereswellen an einer Kaimauer entstanden 0,50 s hintereinander. Schätze ihre Wellenlänge λ und ihre Frequenz f ab (die Person ist ca. 1,8 m groß).



2. (a) Ein D-Netz-Handy sendet auf der Frequenz $f_{\mathrm{D}} = 900\,\mathrm{MHz}$, die Frequenz im E-Netz ist $f_{\mathrm{E}} = 1{,}8\,\mathrm{GHz}$. Berechne die Wellenlängen der beiden Handystrahlungen.

   (b) Eine Schallwelle hat die Frequenz $f = 220\,\mathrm{Hz}$ und die Wellenlänge $\lambda = 1{,}559\,\mathrm{m}$. Berechne die Schallgeschwindigkeit.

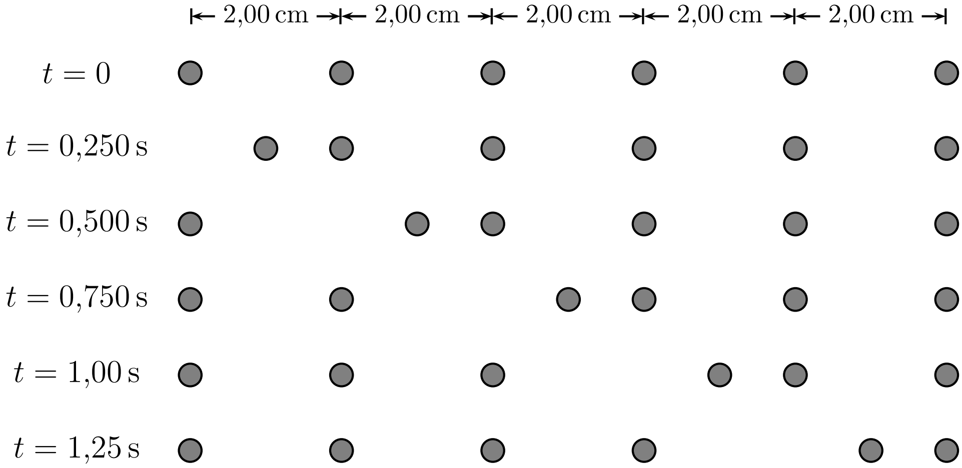
   (c) Ein Tsunami mit der Wellenlänge $\lambda = 400\,\mathrm{km}$ breitet sich mit der Geschwindigkeit $v = 800\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ aus. In welcher Zeit T schwingt ein Boot auf dem Tsunami einmal vollständig auf und ab?

3. Wenn in einem Haus irgendwo gehämmert, geklopft oder gebohrt wird, hört man das über viele Stockwerke hinweg. Wenn jemand in die Hände klatscht oder laut niest, was ähnlich laut ist, hört man es schon im angrenzenden Stockwerk kaum noch. Warum ist das so?

   Quelle: Julia Pürkner

4. In den folgenden beiden Bildsequenzen ist jeweils eine Störung zu sehen, die sich von links nach rechts wellenartig ausbreitet. Gib die Art der Welle an und berechne ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit. Am linken Rand eines jeden Bildes ist vermerkt zu welchem Zeitpunkt ein Bild der zugehörigen Bildsequenz gehört.

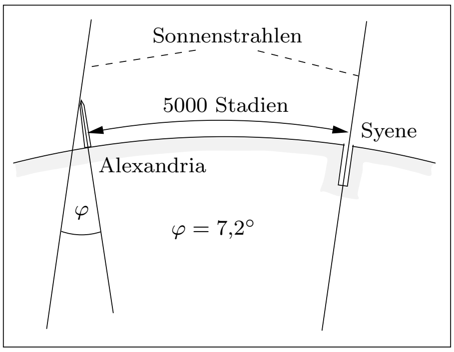
   (a)


2,00 cm
2,00 cm
2,00 cm
2,00 cm
2,00 cm
$t = 0$
$t = 0{,}250\,\mathrm{s}$
$t = 0{,}500\,\mathrm{s}$
$t = 0{,}750\,\mathrm{s}$
$t = 1{,}00\,\mathrm{s}$
$t = 1{,}25\,\mathrm{s}$

21. Himmelsmechanik und Gravitation

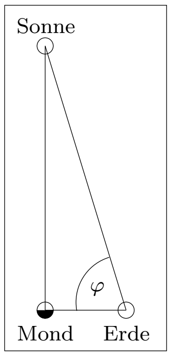
21.1. Astronomisches Weltbild

1. **Eratosthenes (276-194 v.Chr.) berechnet den Erdradius**

   Die ägyptischen Städte Alexandria und Syene (heute Assuan) liegen auf dem gleichen Längengrad (Meridian). Am Tag der Sommersonnwende spiegelte sich zur Mittagszeit die Sonne im tiefen Brunnen von Syene, d.h. die Sonne stand genau senkrecht über Syene (Syene liegt auf dem *Wendekreis des Krebses*). Zur gleichen Zeit warf die Sonne im 5000 Stadien ($\approx 800\,\mathrm{km}$) nördlich gelegenen Alexandria einen kleinen Schatten (siehe Abb.). Berechne den Erdradius.
   Welche anderen Argumente für die kugelförmige Gestalt der Erde konnten zur damaligen Zeit noch vorgebracht werden, welche gibt es heute?

2. **Aristarch aus Samos (315-240 v.Chr.) berechnet das Verhältnis der Entfernungen Erde-Sonne und Erde-Mond**

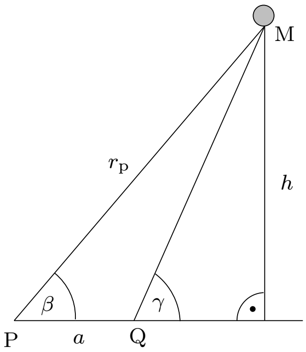
   Nebenstehende Abbildung zeigt die Lage von Erde, Sonne und Mond, wenn von der Erde aus der Mond gerade als Halbmond erscheint. Aristarch aus Samos, der auch ein heliozentrisches Weltbild vorgeschlagen hatte, bestimmte den Winkel Sonne-Erde-Mond etwas ungenau zu $\varphi \approx 87°$. Berechne daraus das Verhältnis der Entfernungen Erde-Sonne und Erde-Mond.

   Berechne den wahren Wert des Winkels φ aus den heute bekannten Entfernungen $\overline{\mathrm{SE}} = 1{,}496 \cdot 10^8\,\mathrm{km}$ und $\overline{\mathrm{ME}} = 384\,400\,\mathrm{km}$.

3. (a) Erkläre anhand geeigneter Skizzen das Zustandekommen einer Sonnen- und einer Mondfinsternis.

   (b) Es gibt ringförmige und totale Sonnenfinsternisse. Schätze auf Grund dieser Tatsache den Radius der Sonne ab ($R_{\mathrm{Mond}} = 1738\,\mathrm{km}$).

4. **Mondentfernung**

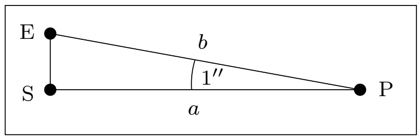


   (a) Die Orte P und Q liegen auf dem 39. Breitengrad bei 11° östlicher und bei 93° westlicher Länge. Berechne $a = \overline{\mathrm{PQ}}$.

   (b) Von P und Q aus wird gleichzeitig ein Punkt M des Mondes anvisiert und es werden die Winkel $\beta = 63{,}000°$ und $\gamma = 64{,}000°$ gegen die Gerade PQ gemessen. Berechne die Entfernung $r_\mathrm{P} = \overline{\mathrm{PM}}$.

   (c) Von P aus erscheint der Monddurchmesser unter dem Winkel $\delta = 29'43{,}5''$. Berechne den Radius R_M des Mondes.

5. In verschiedenen Lehrbüchern findet man verschiedene Definitionen der Länge 1 pc nämlich a oder b in nebenstehender Abbildung (S: Sonne, E: Erde, $\overline{\mathrm{SE}} = 1\,\mathrm{AE}$). Um welche Strecke unterscheiden sich die beiden Definitionen und wie groß ist der relative Fehler?



6. Ordne die Erdentfernungen folgender Sterne der Größe nach:

Sirius	8,65 LJ
ε-Eridani	3,30 pc
Barnards Stern	$5{,}66 \cdot 10^{16}$ m
α-Centauri	$2{,}75 \cdot 10^{5}$ AE
Altair	Erdbahnradius erscheint unter dem Winkel $0{,}198''$

7. (a) Schätze ab, aus wie vielen Protonen das Universum besteht. Nimm dazu an, dass das Weltall nur Wasserstoff enthält.

   (b) Das Alter des Universums ist $13{,}7 \cdot 10^9$ a. Wie viele Sekunden sind das?

   (c) Nimm an, dass sich das All seit dem Urknall mit Lichtgeschwindigkeit ausgedehnt hat und dass es kugelförmig ist. Wie groß ist dann die Dichte des Universums? Wie viele Wasserstoffatome enthält es pro m^3?

   (d) Wie groß ist die gesamte Energie W_m der Materie des Universums? Es ist fast unglaublich, dass die aus der Gravitation resultierende potentielle Energie des Weltalls gleich $-W_\mathrm{m}$ ist und somit seine Gesamtenergie ziemlich exakt null ist!

8. Welche Dichte hat ein Neutronenstern der 1,5-fachen Sonnenmasse und mit dem Radius $R = 20\,\mathrm{km}$? Welche Masse hat ein Kubikzentimeter dieses Sterns?

9. Der Ereignishorizont (*Point of no Return*) eines schwarzen Lochs der Masse M ist eine Kugelfläche mit dem Radius

$$R_\mathrm{S} = \frac{2GM}{c^2} \qquad \text{(Schwarzschildradius)},$$

wobei $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$ die Gravitationskonstante ist.

 (a) Berechne den Schwarzschildradius der Sonne und der Erde.

 (b) Das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxis hat den Schwarzschildradius $R_\mathrm{S} = 7{,}7 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$. Welche Masse hat dieses Monstrum?

21.2. Keplergesetzte

1. Am 14.November 2003 wurde der Planetoid Sedna entdeckt. Noch nie zuvor wurde ein natürliches Objekt aus unserem Sonnensystem in einer so großen Entfernung von der Erde entdeckt.

 Im folgenden schätzen wir einige physikalische Eigenschaften dieses Planetoiden ab.

 (a) Sedna wurde in einer Entfernung von 90 AU von der Sonne entdeckt. Dreißig Tage nach seiner Entdeckung hat der Radius des Planetoiden einen Winkel von $2{,}8'$ überstrichen.

 Berechne unter der Annahme, dass die Geschwindigkeit in den ersten dreißig Tagen nach der Entdeckung von Sedna konstant ist, den Betrag derselben.

 (b) Berechne die große Halbachse a der Bahn und die Umlaufdauer von Sedna.

 (c) Die Exzentrizität der Bahn von Sedna ist $e = 0{,}8506$. Berechne den Abstand Sednas im Perihel und Aphel von der Sonne.

2. **Das schwarze Loch im Zentrum unserer Milchstraße**

 Astronomen haben inzwischen 28 Sterne entdeckt, die ihren Weg um das Zentrum Sgr A^* unserer Galaxie auf elliptischen Bahnen, sogenannten Keplerbahnen, zurücklegen. Dabei ziehen sie ihre Bahn um eine sehr große, auf einem relativ kleinen Raum konzentrierte Ansammlung an Masse. Es wird mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit vermutet, dass es sich dabei um ein schwarzes Loch (MBH, d.h. massive black hole) handelt. In jedem Fall kann ausgeschlossen werden, dass es sich bei dieser Masse um eine Ansammlung von sehr vielen Sternen handelt.

 Seit dem Beginn der Beoachtungen im Jahr 1992 hat einer dieser Sterne, der S2 gennant wird, Sgr A^* in 15,8 Jahren genau einmal vollständig umrundet. Die Länge der großen Halbachse der Ellipse wird von den Forschern mit 125 mas angegeben. Dabei bedeutet 1 mas eine Millibogensekunde.

Wenn du nun die Masse des MBH abschätzen willst, so musst du noch wissen, dass ein Parsec (1 pc) die Entfernung ist, aus der der Radius der Erdbahn um die Sonne, das sind $1{,}496 \cdot 10^8$ km (1 AU), unter einem Winkel von einer Bogensekunde $1''$ erscheint und, dass die Entfernung von Sgr A* zur Erde 8,33 kpc beträgt.

3. **Das dritte Keplersche Gesetz**

   Zwischen der Umlaufzeit T eines Planeten um ein Zentralgestirn, dessen elliptische Bahn eine große Halbachse hat, deren Länge mit a bezeichnet wird, wird ein Zusammenhang der Gestalt

   $$T^m = C\, a^n$$

   vermutet. Dabei sind m und n natürliche Zahlen und C ist eine beliebige Zahl. Dieser Zusammenhang stellt das dritte Keplersche Gesetz dar. Um die Werte der Konstanten m, n und C zu ermitteln logarithmieren wir diese Gleichung:

Name	T in d	a in 10^5 km
Mimas	0,940	1,86
Enceladus	1,37	2,38
Tethys	1,89	2,95
Dione	2,74	3,77
Rhea	4,52	5,27
Titan	16,0	12,2
Iapetus	79,3	35,6

   Die sieben größten Saturntrabanten

   $$\log T^m = \log\left(C\, a^n\right).$$

   Mit den Rechengesetzen für Logarithmen wird daraus

   $$m\, \log T = n\, \log a + \log C.$$

   Nun teilen wir die Gleichung durch m und erhalten

   $$\log T = \frac{n}{m}\, \log a + \frac{\log C}{m}.$$

   Wir schreiben noch y für $\log T$, x für $\log a$, s für $\frac{n}{m}$ und t für $\frac{\log C}{m}$.

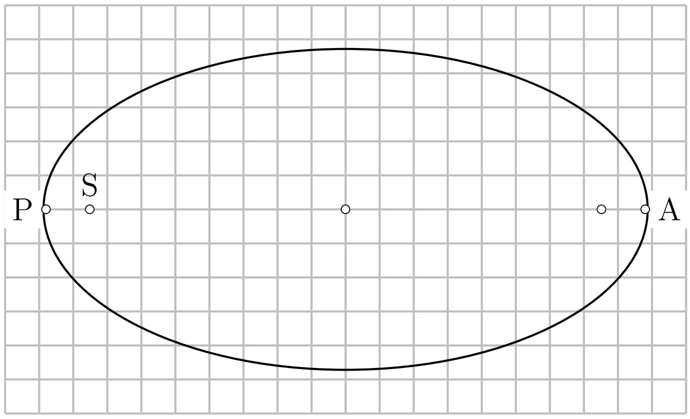
   (a) Mit diesen Abkürzungen erhält man einen bekannten funktionalen Zusammenhang in der Mathematik. Wie wird dieser genannt und welche Gestalt hat der zugehörige Graph in einem x–y–Koordinatensystem.

   (b) Erstelle aus der Tabelle für die sieben größten Trabanten des Saturn ein $\log T$–$\log a$–Diagramm. Ermittle die Steigung und den y–Achsenabschnitt der sich ergebenden Kurve. Welche Werte ergeben sich für m und n?

   (c) Im dritten Kepelerschen Gesetz ist die Konstante C durch $\frac{4\,\pi^2}{\gamma\, M}$ gegeben. Dabei bezeichnet $\gamma = 6{,}62 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}$ die Gravitationskonstante und M die Masse des Zentralkörpers, in unserm Fall also die des Saturn. Ermittle unter Verwendung des Ergebnisses aus der vorigen Teilaufgabe die Masse des Saturn.

4. Die Masse des Zentralgestirns Gliese beträgt 0,33 Sonnenmassen und die Umlaufzeit von Gliese g um Gliese etwa 36,6 Tage. Berechne die Länge der großen Halbachse der Ellipsenbahn von Gliese um Gliese g.

5. Nebenstehend ist die Bahn des Kometen Encke um die Sonne S abgebildet. Im Perihel P hat der Komet von der Sonne einen Abstand von 0,339 AE und im Aphel einen von 4,097 AE.



   (a) Der letzte Periheldurchgang war am 7.8.2010 zu beoachten. In wie viel Tagen erfolgt der nächste Periheldurchgang?

   (b) Im Perihel hat der Komet eine Geschwindigkeit von 69,53 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$. Schätze ab, wie groß die Geschwindigkeit von Encke beim Apheldurchgang ist. Dabei kannst du verwenden, dass die Geschwindigkeiten des Kometen in der Nähe von Perihel und Aphel konstant sind.

6. (a) Der Komet *Tempel-Tuttle* umrundet die Sonne in $T = 33{,}227\,\text{a}$ und hat die kleinste Sonnenentfernung $r_1 = 0{,}976\,\text{AE}$. Berechne die Halbachsen der Kometenbahn und seine größte Entfernung r_2 von der Sonne. Skizziere die Bahn des Kometen und zeichne auch die Erdbahn ein.

   (b) Der Komet Hale-Bopp hat den Perihelabstand $r_{\text{min}} = 0{,}914\,\text{AE}$ und die Exzentrizität seiner Bahn ist $e = 0{,}99511$. Berechne seine Umlaufdauer und die Halbachsen seiner Bahn.

7. Der Jupitermond Io umrundet den Planeten in der Zeit $T_{\text{Io}} = 1{,}77\,\text{d}$ auf einer Bahn mit der großen Halbachse $a_{\text{Io}} = 4{,}22 \cdot 10^5\,\text{km}$.

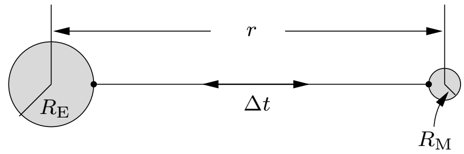
   (a) Der Jupitermond Europa hat die Umlaufdauer $T_{\text{Eu}} = 3{,}55\,\text{d}$. Wie lang ist die große Halbachse a_{Eu} der Umlaufbahn von Europa?

   (b) Eine Jupitersonde soll den Planeten so umrunden, dass ihre kleinste Entfernung (Punkt A) vom Planetenmittelpunkt $r_1 = 2{,}00 \cdot 10^5\,\text{km}$ und ihre größte Entfernung (Punkt B) $r_2 = 8{,}00 \cdot 10^5\,\text{km}$ ist. Berechne die Länge a der großen Halbachse, die Umlaufdauer T, die Exzentrizität e und die Länge b der kleinen Halbachse der Sondenbahn.

(c) Zeichne von der Sondenbahn die Punkte A, B und die beiden Brennpunkte S_1 (Jupiter) und S_2 ($10^5\,\mathrm{km} \mathrel{\hat{=}} 1\,\mathrm{cm}$). Zeichne auch die Punkte C und D ein, die aus der Kenntnis der kleinen Halbachse resultieren.

Konstruiere (mit kurzer Erläuterung) die Bahnpunkte E und F, die von Jupiter die Entfernung $r_3 = 3{,}2 \cdot 10^5$ km haben. Welche Entfernung r_4 haben diese Punkte von S_2? Beweise, dass $EF \perp AB$ gilt. Skizziere jetzt die Bahn unter Ausnutzung von Symmetrien.

8. Ein kurzer Laserpuls wird von einem Teleskop T am Äquator zu einem Spiegel S auf dem Mond geschickt, dort reflektiert und bei T wieder empfangen, die Zeit Δt, die der Strahl unterwegs war, wird von einer Atomuhr gemessen. Im Verlauf eines Monats misst man die kleinste Zeitdifferenz $\Delta t_{\mathrm{min}} = 2{,}369506841$ s und den größten Wert $\Delta t_{\mathrm{max}} = 2{,}651082437$ s. Der Erdradius ist $R_{\mathrm{E}} = 6378$ km, der Radius des Mondes $R_{\mathrm{M}} = 1738$ km.



(a) Berechne die kleinste (r_{min}) und die größte (r_{max}) Entfernung der Mittelpunkte von Erde und Mond. Ermittle daraus die große Halbachse a_{M} und die kleine Halbachse b_{M} der Mondbahn.

(b) Die *siderische* (in einem zu den Sternen ruhenden Koordinatensystem betrachtete) Umlaufdauer des Mondes ist $T_{\mathrm{M}} = 27{,}32166$ d. Welchen Radius hat die kreisförmige Bahn eines geostationären Satelliten, der die Erde in genau einem siderischen Tag (*Sterntag*), d.h. in $d_{\mathrm{sid}} = 23\,\mathrm{h}\,56\,\mathrm{min}\,4\,\mathrm{s}$ umrundet?

(c) Erkläre das Zustandekommen des Zahlenwertes eines siderischen Tages.

21.3. Gravitationsgesetz

1. Der Jupiter hat etwa 60 Monde auch Trabanten genannt. Der Durchmesser seines größten Mondes Ganymed beträgt 5262 km. Es gibt aber auch Monde die nur einen Durchmesser von etwa einem Kilometer haben. Die Monde des Jupiters unterscheiden sich relativ stark in ihrer Dichte. Nebenstehend wurde aber eine Auswahl von relativ kleinen Monden getroffen, die sich in ihrer Dichte nicht sehr unterscheiden.

Name	d in km	m in kg
Chaldene	4	$7{,}5 \cdot 10^{13}$
Callirrhoe	9	$8{,}7 \cdot 10^{14}$
Ananke	28	$3{,}0 \cdot 10^{16}$
Sinope	38	$7{,}6 \cdot 10^{16}$
Carme	46	$1{,}3 \cdot 10^{17}$

In dieser Tabelle bezeichnet d den Durchmesser und m die Masse des Trabanten.

   (a) Berechne die Dichte für Carme.

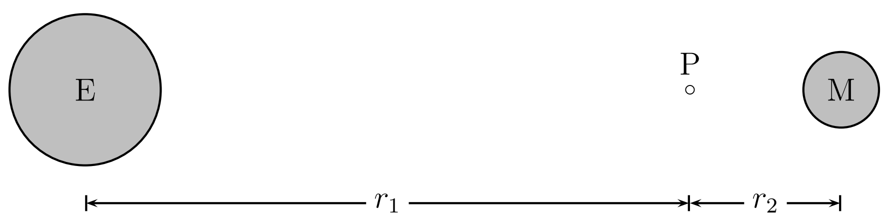
   (b) Erstelle ein d–g–Diagramm für die Trabanten. Dabei soll g die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Mondes sein. Wähle auf der d–Achse für fünf Kilometer einen Zentimeter und auf der Hochwertachse entspricht $\frac{1}{2000}\,\mathrm{ms}^{-2}$ einem Zentimeter. Welchen Vernmutung kannst du für den Zusammenhang zwischen d und g deinem Diagramm entnehmen?

   (c) Beweise die von dir in der vorigen Aufgabe aufgestellte Vermutung.

2. Der Öltanker ,,Jahre Viking” gilt mit einer Masse von 564 736 t (voll beladen) als eines der größten Schiffe der Welt. Mit welcher Kraft würden sich zwei solche Schiffe in einem Abstand von 100 m anziehen? Welche Beschleunigung würde ein solches Schiff erfahren?

3. Wie groß ist die Fallbeschleunigung an der Sonnenoberfläche (Masse der Sonne $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg, Durchmesser der Sonne $1{,}39 \cdot 10^{6}$ km)?

4. In welchem Punkt auf der Verbindungslinie Erde–Mond heben sich die Gravitationskräfte von Erde und Mond auf (Masse der Erde $m_{\mathrm{E}} = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, Masse des Mondes $m_{\mathrm{M}} = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg, Abstand Erde–Mond $r = 384\,400$ km)?



5. In welcher Entfernung vom Erdmittelpunkt beträgt die Gravitationskraft nur noch $\frac{1}{1000}$ derjenigen an der Erdoberfläche?

6. An der Oberfläche des Planeten Uranus hat die Fallbeschleunigung einen Betrag von $9{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.
   (a) Zunächst gehen wir davon aus, dass der Uranus und der Jupiter die gleiche Masse haben. Der Radius des Jupiter ist etwa um den Faktor 2,75 größer wie der des Uranus. Welchen Wert erhältst du unter dieser Annahme für die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Jupiter?
   (b) Nun gehen wir davon aus, dass der Jupiter und der Uranus den gleichen Radius haben. Aber die Masse des Jupiter ist etwa 22–mal so groß wie die des Uranus. Welchen Wert erhältst du nun für die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Jupiter?
   (c) Welcher Wert ergibt sich für die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Jupiter, wenn du sowohl das Massenverhältnis als auch das Größenverhältnis der beiden Planeten berücksichtigst?

7. Im Tabellenteil einer Formelsammlung findet man unter der Rubrik "Astronomische Daten" für die Himmelskörper des Sonnensystems folgenden Auszug:

Himmelskörper	relative Masse	relativer Radius	g in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
...	...	...	...
Mars	0,107	0,533	3,73
...	...	...	...
Neptun	17,2	3,80	[redacted]

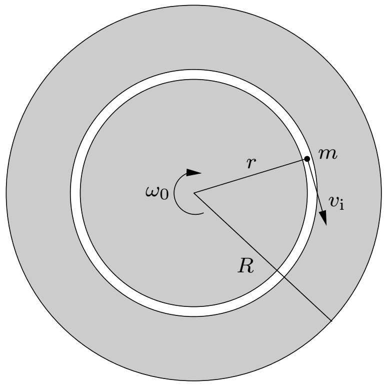
   Dabei sind die Massen bzw. Radien der Planeten in Vielfachen der Erdmasse bzw. des Erdradius angegeben. g bezeichnet die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Planeten. Durch einen Tintenfleck ist leider die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Neptun unleserlich geworden. Berechne diesen Wert unter Verwendung der restlichen in der Tabelle angegebenen Informationen.

8. **Der Superstern R136a1**

   Am 8. April 1981 wurde durch Astronomen der Ruhr–Universität Bochum der Supersternhaufen R136 in einer unserer Nachbargalaxien, der großen Magellanschen Wolke im Doradusnebel entdeckt. Am 22. Juli 2010 ging die Meldung, dass für den größten Stern R136a1 in diesem Haufen nun astronomische Daten bestimmt werden konnten, durch die Presse. So betrug die Masse dieses Sterns ursprünglich 320 und beträgt heute noch 265 Sonnenmassen. Wie groß war die Fallbeschleunigung an der "Oberfläche" dieses Sterns ursprünglich, wenn noch bekannt ist, dass die Fallbeschleunigung an der Sonnenoberfläche $274\,\mathrm{ms}^{-2}$ beträgt?

9. Im September 2010 wurde die Entdeckung von Gliese g bekannt gegeben. Dies ist einer von sechs Planeten, die sich um den Stern Gliese bewegen. Man hat abgeschätzt, dass die Masse von Gliese g zwischen 3,1 und 4,3 Erdmassen beträgt. Der Planet besitzt etwa einen 1,2– bis 1,4–fachen Erddurchmesser. Zwischen welchen Grenzen liegt die Fallbeschleunigung an der Oberfläche dieses Planeten in Vielfachen der Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche?

10. In der Äquatorialebene eines Planeten mit Radius R und konstanter Dichte ϱ liegt ein Ringtunnel mit Radius r, dessen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkt des Planeten zusammenfällt. Im evakuierten Tunnel kreist ein kleiner Satellit der Masse m um den Planetenmittelpunkt.



    (a) Berechne die Stärke $g(r)$ des Gravitationsfeldes im Ringtunnel. Der Term soll außer r nur ϱ und Konstanten enthalten.

    (b) Berechne die Umlaufdauer $T_\mathrm{i}(r)$ und die Geschwindigkeit $v_\mathrm{i}(r)$ des Satelliten in einem (nichtrotierenden) Inertialsystem.

    (c) Der Planet dreht sich im Inertialsystem in der Zeit T_0 ($T_\mathrm{i} < T_0$) einmal um seine Achse, der Umlaufsinn des Satelliten und der Drehsinn des Planeten sind gleich. T_r ist die Umaufdauer des Satelliten von einem im Ringtunnel ruhenden Beobachter aus betrachtet. Drücke T_r durch T_i und T_0 aus.

11. Der Jupitermond Europa hat den Radius $R = 1569\,\mathrm{km}$. Eine Raumsonde (deren Start allerdings erst für 2015 geplant ist) umkreist Europa in der Höhe $h = 441\,\mathrm{km}$ über der Oberfläche in der Zeit $T = 2\,\mathrm{h}\,46\,\mathrm{min}\,44\,\mathrm{s}$ (in einem Inertialsystem gemessen).

    (a) Drücke die Fallbeschleunigung an der Oberfläche von Europa durch R, h und T aus und berechne dann den Zahlenwert.

    (b) In welcher Zeit fällt ein Eisklumpen von einem 20,0 m hohen Eisberg auf den Boden Europas?