SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit $\TeX$

Jahrgangsstufe 6 (Gymnasium)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

30. Juli 2010

Inhaltsverzeichnis

1 Weiterentwicklung der Zahlvorstellung

1.1 Bruchteile und Bruchzahlen

1.1.1 Bruchteile und ihre Veranschaulichung

1. $\frac{3}{4}$

2. von Januar nach Februar

3. (a) Jede Zahl kann im Zähler und im Nenner vorkommen, also

	1	2	3
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$

$\frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} < \frac{3}{2} < \frac{2}{1} < \frac{3}{1}$

   (b) $5^2 = 25$ Möglichkeiten, davon $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ Brüche kleiner als 1. Diese stehen in der Tabelle unterhalb der fallenden Diagonale.

	1	2	3	5	7
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{7}{1}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{3}$
5	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{7}{5}$
7	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{7}{7}$

   (c) n^2 Möglichkeiten, davon $1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) = \frac{1}{2}n(n-1)$ Brüche kleiner als 1

   Ausgehend von disen Betrachtungen kann man weitere Fragen diskutieren, z. B. wie viele verschiedene Brüche gibt es? Literatur:

   http://www.sinus-bayern.de/userfiles/Broschuere_2007/K5/Differenzierender_Auftrag.pdf

4. 32 Haselnüsse

5. $\frac{3}{4}$

6. alle Teilflächen mit Ausnahme
   - von zwei Quadrate
   - von vier Dreiecken

- von einem Quadrat und zwei Dreiecken (

7. 10 Teile = $1000g$; 1 Teil = $100g$.

   Es werden $300g$ Haferflocken, $200g$ Cornflakes, $200g$ Rosinen, $100g$ Nüsse, $100g$ Bananenchips und $100g$ getrocknete Aprikosen benötigt.

8. Regelmäßig mit dem Auto: 14 Kinder
   Ab und zu mit dem Auto: 14 Kinder
   Mit dem Fahrrad: 4 Kinder

9. (a) Wohnhaus mit Garage: 200 m^2; versiegelte Freifläche: 266,67 m^2; unversiegelte Fläche: 333,33 m^2

   (b) versiegelte Freifläche: 200 m^2; unversiegelte Freifläche: 400 m^2

10. 32 Haselnüsse

11. (a) 42 min (b) 3 kg

12. (a) 1 h 17 min

    (b) 6 kg

13. $\frac{588}{840} \cdot 32\,\text{ha} = \frac{112}{5}\,\text{ha} = 22\,\frac{2}{5}\,\text{ha}$

14. $\frac{159}{53} = 3$

15. $\frac{5}{12}$

16. $\frac{2}{3}$

17. Die gesamte Rechtecksfläche besteht aus $15 \cdot 9 = 135$ Kästchen.

    Die dunkle Fläche besteht aus $5 \cdot 6 : 2 + 5 \cdot 6 = 45$ Kästchen.

    $$\frac{45}{135} = \frac{1}{3}$$

18. Die gesamte Rechtecksfläche besteht aus $15 \cdot 9 = 135$ Kästchen.

    Die dunkle Fläche besteht aus $10 \cdot 3 : 2 + 5 \cdot 6 : 2 + 5 \cdot 9 = 75$ Kästchen.

    $$\frac{75}{135} = \frac{5}{9}$$

19. Die gesamte Rechtecksfläche besteht aus $15 \cdot 9 = 135$ Kästchen.

    Die dunkle Fläche besteht aus 65 Kästchen.

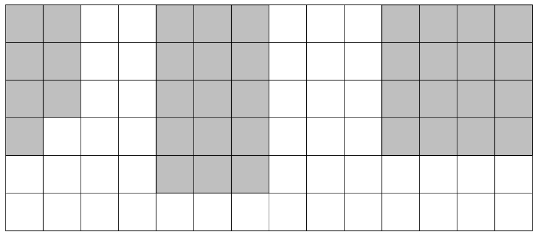
    $$\frac{65}{135} = \frac{13}{27}$$

20. Die gesamte Rechtecksfläche besteht aus $14 \cdot 6 = 84$ Kästchen.

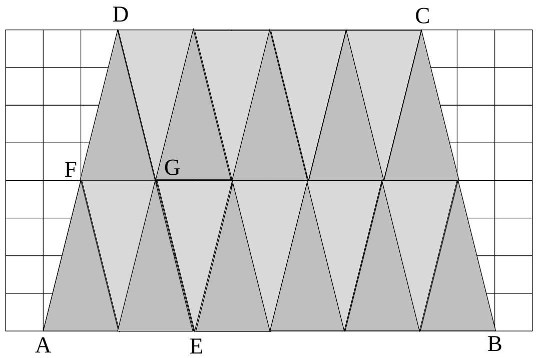
    $\frac{1}{12}$ von $84\,\mathrm{K} = 7\,\mathrm{K}$

    $\frac{5}{28}$ von $84\,\mathrm{K} = 15\,\mathrm{K}$

    $\frac{4}{21}$ von $84\,\mathrm{K} = 16\,\mathrm{K}$



21. (a) $\frac{1}{5}$
    (b) $\frac{1}{20}$
    (c) $\frac{3}{20}$

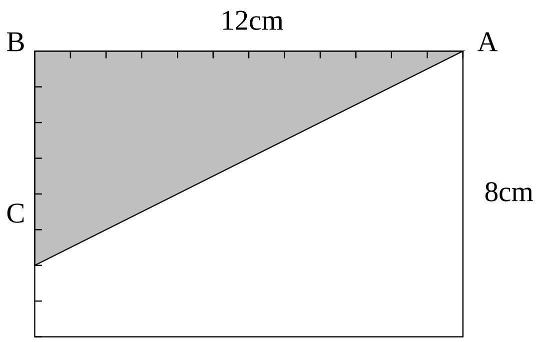


22. Gesamtfläche: $96\,\mathrm{cm}^2$

    $\frac{3}{8} \cdot 96\,\mathrm{cm}^2 = 36\,\mathrm{cm}^2$

    $x \cdot 12\,\mathrm{cm} : 2 = 36\,\mathrm{cm}^2$

    $x = 6\,\mathrm{cm}$



23. (a) Nummerierung nach aufsteigendem Nenner. Bei gleichem Nenner wird nach aufsteigendem Zähler nummeriert.
    (b) Nenner 2 → 1 Bruch, Nenner 3 → 2 Brüche, Nenner 4 → 3 Brüche,
    Nenner 5 → 4 Bruch, Nenner 6 → 5 Brüche, Nenner 7 → 6 Brüche,

usw., d. h. vor $\frac{1}{12}$ kommen $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$ Brüche, also hat $\frac{1}{12}$ die Nummer 56

(c) $1+2+\cdots+26=351 \Rightarrow \frac{5}{28}$

24. $280m^2 \hat{=} 610,05$ EUR $\Rightarrow 1m^2 \hat{=} \frac{610,05}{280}$ EUR

Wohnungsfläche in m^2	45	68	72	95
Umgelegte Kosten in EUR	98,04	148,16	156,87	206,98

25. Grundkosten gesamt: $1675,88$ EUR : $2 = 837,94$ EUR $\hat{=} 280m^2$

    Die Grundkosten betragen für die $95m^2$ große Wohnung also $284,30$ EUR.

    Verbrauchskosten gesamt: $1675,88$ EUR : $2 = 837,94$ EUR $\hat{=}65$ Einheiten

    Die Verbrauchskosten betragen für die $95m^2$ große Wohnung also $283,61$ EUR.

    Die gesamten Heizkosten belaufen sich auf $284,30EUR + 283,61EUR = 567,91$ EUR.

    Die Hausverwaltung hat sich also geringfügig zugunsten des Mieters verrechnet.

26. (a) Privatbereich: $\frac{3}{5} \cdot 145m^2 = 87m^2$; Anwaltsbüro: $58m^2$

    (b) Mietanteil für den Privatbereich: $4,83\frac{EUR}{m^2} \cdot 87m^2 = 420,21EUR$ Mietanteil für den Anwaltsbereich: $498,20EUR$

1.1.2 Erweitern und Kürzen

1. (a) $13 \cdot 11 = 143$ (b) 111 (c) $\Delta = \frac{645 \cdot 100}{516} = 125$

   (d) Kantenlänge des Würfels: $7m \Rightarrow$ Oberfläche $= 6 \cdot 7^2 m^2 = 294m^2$

   (e) $\frac{1}{2} + \frac{3}{19} = \frac{25}{38} = \frac{50}{\Delta} \Rightarrow \Delta = 76$

2. (a) 2250 Rennräder

   (b) Im Jahr 2002 war der Anteil am kleinsten. Mögliche Begründung:

   2002: $\frac{400}{1000} = \frac{2}{5} = 0,4$, 2004: $\frac{500}{1200} = \frac{5}{12} = 0,41\ldots$

3. (a) 34

   (b) 28

   (c) $\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{5}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{5}$, $2\frac{1}{5}$

4. (a) $1\frac{4}{7}$ (b) 3

5. (a) $1\frac{2}{3}$, $2\frac{5}{6}$, $1\frac{2}{3}$, $2\frac{5}{6}$

(b) $\frac{62}{11}$, $\frac{96}{20} = \frac{24}{5}$, $\frac{40}{11}$, $\frac{116}{20} = \frac{29}{5}$

6. $\dfrac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13} = \dfrac{7}{66}$

7. $\dfrac{861}{984} = \dfrac{3 \cdot 7 \cdot 41}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 41} = \dfrac{7}{8}$

1.1.3 Spezielle Anteile in alternativer Schreibweise als Prozentsätze

1. alle Teilflächen mit Ausnahme
   - von zwei Quadrate
   - von vier Dreiecken
   - von einem Quadrat und zwei Dreiecken (

2. 36%

3. (a) Z. B.: $\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$ und $15\% > 20\% = \frac{1}{5}$, also am häufigsten wurden mangelhafte Reifen festgestellt

   (b) Z. B.: Ein Fahrrad kann gleichzeitig mehrere der genannten Mängel haben.

4. (a) 156 EUR (b) 2 (c) 38 EUR (d)624 EUR

   (e) 855 EUR (f) 525 km

5. (a) $9\frac{1}{4}$, (b) $14\frac{2}{7}$, (c) $15\frac{2}{5}$, (d) $3\frac{16}{25}$

6. (a) $\frac{47}{8}$, (b) $\frac{92}{7}$, (c) $4\frac{1}{7} = \frac{29}{7}$, (d) $8\frac{2}{3} = \frac{26}{3}$, (e) $\frac{16}{25}$, (f) $\frac{129}{20}$

7. (a) 175 %, (b) 23 %, (c) 60 %, (d) 65 %, (e) $35\frac{5}{7}$ %, (f) $537\frac{1}{2}$ %, (g) $757\frac{1}{7}$ %

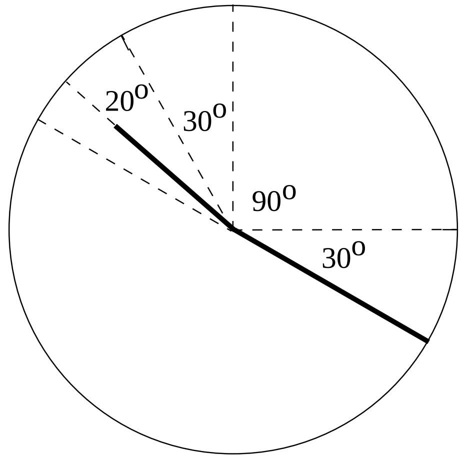
8. (a) $\dfrac{3}{7} \cdot 20 = \dfrac{60}{7} = 8\,\dfrac{4}{7}$ (b) $23\,\% \cdot 40 = \dfrac{23 \cdot 40}{100} = \dfrac{23 \cdot 2}{5} = \dfrac{46}{5} = 9\,\dfrac{1}{5}$

9. $\dfrac{40}{125} = \dfrac{8}{25} = 32\,\%$

   8 Kästchen an einem Balken der Länge 25 Kästchen.

   Winkel für das Kreisdiagramm: $\dfrac{8}{25} \cdot 360° = \left(115\,\dfrac{1}{5}\right)^{\circ}$

10. (a) Der kleine Zeiger legt in einer Stunde 30° zurück, in 20 min also 10°. Der Abbildung entnimmt man für den gesuchten Winkel 170°.



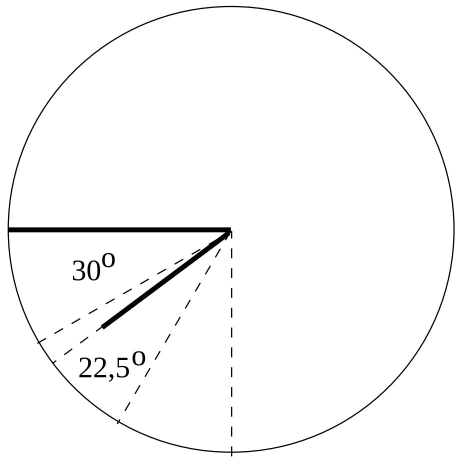
(b) Der kleine Zeiger legt in einer Stunde 30° zurück, in $\frac{3}{4}$ h also $\frac{3}{4} \cdot 30° = 22{,}5°$. Der Winkel zwischen den Zeigern ist also

$$30° + (30° - 22,5°) = 37{,}5°$$

Bruchteil der Fläche:

$$\frac{37{,}5}{360} = \frac{37{,}5 \cdot 2}{360 \cdot 2} = \frac{75}{720} = \frac{5}{48}$$

$$\frac{5}{48} = \frac{500}{48}\,\% = 10\frac{5}{12}\,\%$$



1.1.4 Menge der rationalen Zahlen, Zahlengerade

1. (a) Wenn x kleiner ist als 1, dann ist y positiv.
   (b) x und y müssen dasselbe Vorzeichen haben.
   (c) Wenn x größer ist als 1, dann ist auch y größer als 1.

2. (a) A: gemischte Zahl, B: unechter Bruch, C: echter Bruch

3.

4. (a) $\frac{3}{5}$ (b) $a \mathrel{\widehat{=}} 60\,\text{mm}$, $b \mathrel{\widehat{=}} \frac{8}{15} \cdot 130\,\text{mm} = 69\frac{1}{3}\,\text{mm}$

5. (a) $\frac{51}{170}\,\text{km} = \frac{3}{10}\,\text{km} = 300\,\text{m}$

(b) $x \mathrel{\widehat{=}} \frac{5}{8} \cdot 90\,\text{mm} = \frac{450}{8}\,\text{mm} = \frac{225}{4}\,\text{mm} = 56\frac{1}{4}\,\text{mm} \approx 56\,\text{mm}$

6. (a) $x = \frac{7\frac{1}{2}}{21} = \frac{15}{42} = \frac{5}{14} \qquad y = 1\frac{7}{21} = 1\frac{1}{3}$

   (b) $a \mathrel{\widehat{=}} \frac{7}{8} \cdot 105\,\text{mm} = \frac{735}{8}\,\text{mm} = 91\frac{7}{8}\,\text{mm} \approx 92\,\text{mm}$

7. x bei $-7\,\text{cm}$, y bei $-68\,\text{mm}$

1.2 Dezimalzahlen

1.2.1 Erweiterung der Stellenwerttafel, Darstellung an der Zahlengeraden

1.2.2 Umwandlung von endlichen Dezimalbrüchen in Brüche und umgekehrt

1. (a) Italien hatte die größten Zahlen, da Umrechnungsfaktor am größten. Wegen des kleinen Umrechnungsfaktors hatte Irland die kleinsten Zahlen auf den Banknoten.

   (b) Österreich: Preis in EUR ·100 : 7 ODER Multiplikation des Preises in EUR mit 10, Addition des vierfachen Ausgangswertes. In beiden Fällen ist der Wert etwas zu groß.
   Frankreich: Multiplikation des Preises in EUR mit 6 und Addition des mit $\frac{1}{2}$ multiplizierten Ausgangswertes.
   Spanien: Preis in EUR ·1000 : 6

   (c) Die Nachkommastellen machen sich bei großen Beträgen bemerkbar, also sind diese sinnvoll.

2. (a) 0,75, $\frac{3}{5}$, 0,875

   (b) $\frac{1}{2}$, 7,375, 0,8

   (c) $\frac{1}{4}$, 5,4, $5\frac{4}{5}$

   (d) 41,25, $3\frac{1}{8}$, $3\frac{3}{4}$

3. (a) 3,375, $-7\frac{3}{4}$, 2,6

   (b) $-5\frac{7}{8}$, 2,25, $2\frac{69}{200}$

   (c) 2,5, $-7\frac{327}{500}$, $-5{,}7$

(d) $0{,}625,\ 2\dfrac{2}{25},\ -1{,}4$

4. Um einen echten Bruch in eine endliche Dezimalzahl umzuwandeln, muss er auf den Nenner 10, 100, 1000, 10000,... erweitert werden.
   D. h. der Nenner hat nach dem Erweitern die Form $10^n = 2^n 5^n$. Auf diese Form lassen sich alle Nenner, in denen nur die Primfaktoren 2 und 5 vorkommen, bringen.

1.3 Relative Häufigkeit

1.3.1 Auswerten von Zufallsexperimenten

1. (a) Wenn man die Anzahl der Personen a in einer bestimmten Anzahl n von Autos betrachtet, ergibt die relative Häufigkeit der Personen pro Auto den Wert $\frac{a}{n} = 1,2$.
   (b) Es gibt verschiedene Möglichkeiten, z. B. $1+1+1+1+1+1+1+2+2,\ 5+5+1+1+0+0+0+0+0+0,\ \cdots$
   (c) In 40 Autos müssten insgesamt 48 Personen sein, d. h. in einem Auto müssten dann 8 Personen sein!
   (d) In einem Auto saßen durchschnittlich $1,5$ Personen.

2.

3. (a)
   (b) Am besten wählt man den Würfel III:
   Würfel III liefert immer 3; Würfel I liefert mit einer relativen Häufigkeit von $\frac{4}{6}$ die Zahl 2. D. h. Würfel III gewinnt mit einer relativen Häufigkeit von $\frac{4}{6}$.
   (c) Am besten wählt man den Würfel II:
   Würfel III liefert immer 3; Würfel II liefert mit einer relativen Häufigkeit von $\frac{4}{6}$ die Zahl 4 und gewinnt damit.

4. (a)
   (b) Man muss so lange würfeln, bis sich die relativen Häufigkeiten der Zahlen kaum mehr verändern.
   (c) Eine asymmetrische Masseverteilung des Würfels aufgrund der aufgeklebten Papierschnipsel kann zu einer Abweichung führen.

5. (a) Die Schätzung von Simon ist nicht gut, da sie den unterschiedlichen Seiten gleiche Chancen zuordnet.
   Gisas Schätzung ist auch nicht gut. Obwohl 1 und 6 kleine Chancen haben, ist die

Schätzung 0% nicht gerechtfertigt.
Annes Schätzung ist am besten. Die Chance der Landung auf den größten Flächen ist am größten, und die Chance der Landung auf den kleinsten Flächen ist am kleinsten, aber nicht 0%.

(b)

(c) Seitenlängen mit dem Lineal messen und daraus die Fläche und den Anteil an der Gesamtfläche berechnen:

Zahl	Fläche	Anteil an der Gesamtfläche
1 und 6	$1{,}4\,\mathrm{cm}^2$	7,4%
2 und 5	$2{,}9\,\mathrm{cm}^2$	15,4%
3 und 4	$5{,}1\,\mathrm{cm}^2$	27,1%

Gesamtfläche $18{,}8\,\mathrm{cm}^2$.
Wolfgangs Behauptung spiegelt die Tendenz von Annes Schätzung wider. Allerdings ist bei ihm die Wahrscheinlichkeit für die großen Flächen zu klein und die Wahrscheinlichkeit für die kleinen und mittleren Flächen zu groß.

6. Variationen der Aufgabe:
   (a) mehrere Spielsteine pro Person
   (b) mehrere Würfel pro Person
   (c) Personenzahl variieren
   (d) eigenes Spielfeld entwerfen
   (e) zusätzliche Würfelbedingungen einführen
   (f) Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Startzahl berechnen

1.3.2 Relative Häufigkeit

1. 250
2. (a) falsch (b) richtig (c) richtig (d) falsch
3.
4. (a) $\frac{3}{7} \approx 43\%$ (b) $(\frac{11}{22}) = 50\%$ (c) $2 \cdot (9 \cdot 9 \cdot 8) = 1296$
5. (a) 171 (b) 365 (c) 5 (d) 25 (e) 67
6. (a)
   (b) 8% von 82 Millionen, also etwa 6,6 Millionen
   (c) 1 Flasche ist im Mittel schlecht gefüllt.

7. (a)

Name Name	Erzielte Tore	Verschossene Elfmeter	Anzahl der Versuche	Relative Trefferhäufigkeit
Jürgen Klinsmann	24	16	40	$0,60$
Thomas Häßler	21	9	30	$0,70$
Lothar Matthäus	10	5	15	$0,67$
Andy Möller	25	15	40	$0,63$
Olaf Thon	18	7	25	$0,72$

(b) Olaf Thon

(c) Ja, hat er die letzten beiden Elfmeter verschossen, wäre seine relative Häufigkeit ohne diese $0,75$!

(d) Nach einem Schuss ist kein fundierts Urteil möglich.

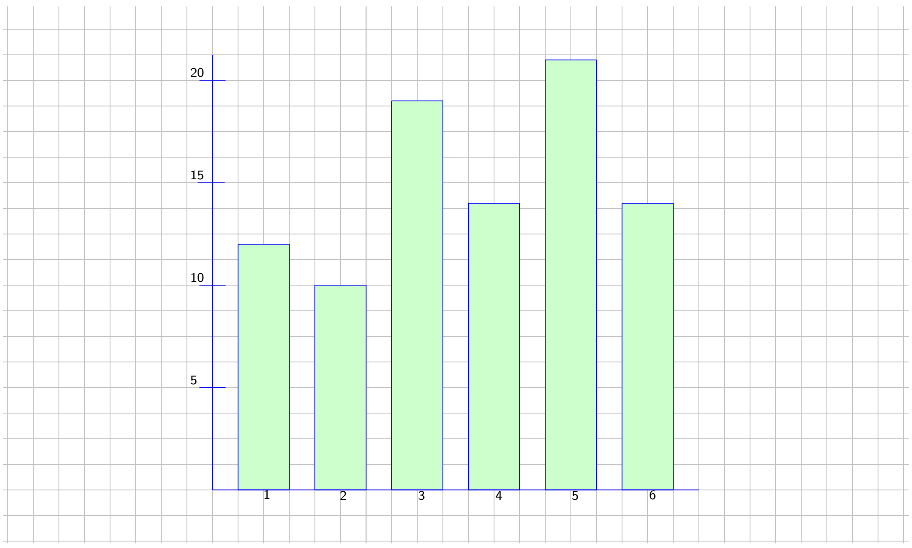
8. (a)

(b)

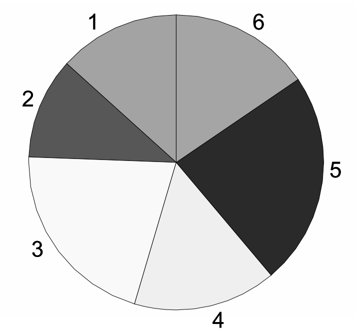
(c)

(d) Je mehr Würfelergebnisse miteinbezogen werden, um so gleichmäßiger verteilen sich die Ergebnisse auf die Augenzahlen 1 bis 6 bzw. um so weniger unterscheiden sie die relativen Häufigkeiten der Augenzahlen.

9. (a) Säulendiagramm:



Kreisdiagramm:



(b)

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
rel. Häufigkeit	0,1333	0,1111	0,2111	0,1555	0,2333	0,1555

(c)

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Abweichung	−3	−5	4	−1	6	−1
proz. Abweichung	−20%	−33,3%	26,7%	−6,67%	40%	−6,67%

2 Rechnen mit nicht-negativen rationalen Zahlen

2.1 Addition und Subtraktion

2.1.1 Addition und Subtraktion positiver Brüche und gemischter Zahlen

1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \frac{41}{42}$, also fehlt $\frac{1}{42}$

2. ... werden beide Brüche auf den Hauptnenner erweitert. Die Summe der Zähler ergibt den Zähler und den Hauptnenner den Nenner des Summenbruchs.

3. $\dfrac{1}{44} + \dfrac{37}{66} + \dfrac{7}{24} = \dfrac{1 \cdot 6 + 37 \cdot 4 + 7 \cdot 11}{264} = \dfrac{6 + 148 + 77}{264} = \dfrac{231}{264} = \dfrac{3 \cdot 7 \cdot 11}{2^3 \cdot 3 \cdot 11} = \dfrac{7}{8}$

4. $30\,\dfrac{14}{15}$

5. $20\,\dfrac{2}{3}$

6. $\dfrac{14}{27} + \dfrac{64}{189} = \dfrac{162}{189} = \dfrac{6}{7}$

7. $\dfrac{8}{63} + \dfrac{73}{252} = \dfrac{105}{252} = \dfrac{5}{12}$

8. (a) $10\frac{11}{30}$ (b) $54\frac{29}{42}$

9. 800 t

10. (a) $1\frac{5}{18}$ (b) $1\frac{49}{60}$ (c) $x = 8\frac{1}{10}$ (d) $1\frac{5}{18}$
    (e) $1\frac{49}{60}$ (f) $x = 8\frac{1}{10}$ (g) $1\frac{49}{60}$ (h) $x = 7\frac{9}{10}$

11. (a) Kolping: $\dfrac{403}{2002}$ l, Danzer: $\dfrac{418}{2002}$ l, Elfriede: $\dfrac{420}{2002}$ l
    (b) $1\,\frac{1}{26}$ l

12. (a) Länge des Stabes in der Zeichnung: 21 Kästchen $\Longrightarrow$ $\frac{5}{21}$ m

    (b) $\frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{5}{21} = 1$

13. $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{6}$, $4\frac{4}{5}$

14. (a) $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$ $\frac{15}{16}$, $\frac{31}{32}$

    (b) $\frac{63}{64}$, $\frac{127}{128}$

    Die Abweichung von 1 ist gleich dem letzten Summanden.

    (c) $\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} = \frac{2^7 - 1}{2^7} = 1 - \frac{1}{2^7}$

    (d) Regel: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} = \frac{2^n - 1}{2^n}$

    $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... + \frac{1}{2^{10}} = 1 - \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$

15. (a) $\frac{5}{16}$, $\frac{21}{64}$ $\frac{85}{256}$

    (b) $\frac{341}{1024}$, $\frac{1365}{4096}$

    (c) $\frac{1}{4^1} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^5} + \frac{1}{4^6} = \frac{1365}{4^6}$

    (d) Die mit 3 multiplizierten Ergebnisse: $\frac{15}{16}$, $\frac{63}{64}$ $\frac{255}{256}$ $\frac{1023}{1024}$, $\frac{4095}{4096}$

    Regel: $\frac{1}{4^1} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + ... + \frac{1}{4^n} = \frac{4^n - 1}{3 \cdot 4^n}$

    (e) $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + ... + \frac{1}{65536} = \frac{65535}{3 \cdot 65536} = \frac{21845}{65536}$

2.1.2 Addition und Subtraktion positiver Dezimalzahlen

1. (a) V: 7,025 (b) I: 68,8 (c) III: 171,2 (d) VI: 13,7
2. - 24,15 Mio
   - 2,0 Mio
   - 83,8 Mio
3. (a) 49,44 Sekunden

(b) 50,19 Sekunden

4. (a) 49,44 Sekunden
   (b) 50,19 Sekunden

5. Kai muss am Freitag 7 h 24 min arbeiten.

2.2 Multiplikation und Division

2.2.1 Multiplikation und Division positiver Brüche

1. (a) $13 \cdot 11 = 143$ (b) 111 (c) $\Delta = \frac{645 \cdot 100}{516} = 125$
   (d) Kantenlänge des Würfels: $7m \Rightarrow$ Oberfläche $= 6 \cdot 7^2 m^2 = 294m^2$
   (e)$\frac{1}{2} + \frac{3}{19} = \frac{25}{38} = \frac{50}{\Delta} \Rightarrow \Delta = 76$
2. 0,511 €
3. 2
4. (a) $3\frac{1}{3}$, (b) $8\frac{2}{3}$
5. (a) $\dfrac{18}{7} = 2\,\dfrac{4}{7}$ (b) 8 (c) $\dfrac{12}{35}$ (d) 12
6. (a) $\dfrac{7}{15}$ (b) $\dfrac{33}{8} = 4\,\dfrac{1}{8}$ (c) $\dfrac{3}{68}$ (d) $\dfrac{3}{4}$
7. (a) 2,1 (b) 1,5 (c) 2 (d) $2\dfrac{2}{5}$
8. (a) 36003 (b) $300\dfrac{3}{14}$ (c) 108007,5 (d) $3200\dfrac{1}{6}$
9. 1
10. 1
11. 12 000 €
12. $\dfrac{9}{16}$ von $x = 900\,\mathrm{l}$, $x = 1600\,\mathrm{l}$
13. 20 m
14. $x \cdot \left(1 - \dfrac{1}{3}\right)^5 = x \cdot \dfrac{32}{243} = 512 \quad \Longrightarrow \quad x = 3888$

15. $\frac{4}{7} \cdot x = 120\,€ \quad \Longrightarrow \quad x = 210\,€$

16. $\frac{10}{7} \cdot x = 200\,\$ \quad \Longrightarrow \quad x = 140\,\$$

17. (a) II: 0,1 (b) III: 1,9 (c) V: 450 (d) VII: 0,03

18. (a) VI: 50 (b) III: 1300 (c) X: 100 (d) V: 280

19. $1\,\frac{11}{14}$

20. $19\,\frac{19}{14}$

21. $\frac{8 \cdot 21}{27 \cdot 4} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^2 + \frac{169}{225} = \frac{14}{9} - \frac{98}{3 \cdot 25} + \frac{169}{225} =$
$= \frac{14 \cdot 25 + 98 \cdot 3 + 169}{225} = \frac{350 - 294 + 169}{225} = \frac{225}{225} = 1$

2.2.2 Multiplikation und Division positiver Dezimalzahlen

1. (a) 6,25; (b) 22,5 (c) $229\frac{1}{6}$ (d) 70

2. (a) Z. B. $1 \cdot 4{,}83$, $3 \cdot 1{,}61$, $0{,}1 \cdot 48{,}3$, ...
   (b) Kommaverschiebung: $48{,}3 : 0{,}02 = 4830 : 2$ und 4830 ist eine gerade Zahl und damit durch 2 teilbar
   ODER
   $48{,}3 : 0{,}02 = 48{,}3 \cdot 50 = 483 \cdot 5$ und damit eine ganze Zahl

3. (a) 125
   (b) 11

4. (a) Z. B. $1 \cdot 2{,}82$, $2 \cdot 1{,}41$, $3 \cdot 0{,}94$, $0{,}1 \cdot 28{,}2$
   (b) $28{,}2 : 0{,}2 = 282 : 2$ ist ganzzahlig, da 282 als gerade Zahl durch 2 teilbar ist.
   ODER
   Division durch 0,2 ist gleichbedeutend mit einer Multiplikation mit 5. Eine 2 an der 10tel-Stelle bedeutet $\frac{1}{5}$, was bei Multiplikation mit 5 eine ganze Zahl ergibt.

5. a) 116,2302 b) 245 c) 43,74 d) 10
   e) 0,1 f) 39,5 g) 1250

6. $145\frac{5}{6} = 145{,}8\overline{3}$, $229\frac{1}{6} = 229{,}1\overline{6}$

7. 250 000

8. Linus: $10\,000 \cdot 1{,}04^3 = 11\,248{,}64\,€$, Bill: $10\,000 \cdot 1{,}06^2 = 11\,236{,}00\,€$

9. $\delta_{\text{rel,Hans}} = \dfrac{73\,\text{s}}{365 \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}} = \dfrac{73\,\text{s}}{31\,536\,000\,\text{s}} = \dfrac{1}{432\,000} \approx 0{,}000\,0023$

   $\delta_{\text{rel,Gabi}} = \dfrac{0{,}36\,\text{s}}{24 \cdot 3600\,\text{s}} = \dfrac{0{,}36\,\text{s}}{86\,400\,\text{s}} = \dfrac{1}{240\,000} \approx 0{,}000\,0042$

   Die Uhr von Hans geht also genauer.

10. Die Lösung findet man mit Hilfe eines Überschlags:

$13{,}73 \cdot 9{,}78$	133,56
$59{,}447 \cdot 7{,}21$	430,54
$0{,}23 \cdot 307{,}5$	70,65
$26{,}5 \cdot 0{,}022$	0,6
$254{,}76 \cdot 0{,}049$	13
$0{,}4346 \cdot 0{,}0089$	0,004
$56{,}432 \cdot 0{,}7$	39,5024
$345{,}32 : 0{,}09$	3900

11. (a) Es mussten 2 6er gegeben werden.

    (b) Notendurchschnitt: 3,45

12. (a) $2{,}995\,\text{m} \leqq a < 3{,}005\,\text{m}$, $5{,}15\,\text{m} \leqq b < 5{,}25\,\text{m}$

    (b) $299{,}5\,\text{cm} \cdot 5{,}15\,\text{cm} = 1542{,}425\,\text{cm}^2$, $300{,}5\,\text{cm} \cdot 5{,}25\,\text{cm} = 1577{,}625\,\text{cm}^2$

    $1542\,\text{cm}^2 \lessapprox F \lessapprox 1578\,\text{cm}^2$

13. (a) $3{,}995\,\text{m} \leqq a < 4{,}005\,\text{m}$, $2{,}15\,\text{dm} \leqq b < 2{,}25\,\text{dm}$

    (b) $39{,}95\,\text{dm} \cdot 2{,}15\,\text{dm} = 85{,}8925\,\text{dm}^2$, $40{,}05\,\text{dm} \cdot 2{,}25\,\text{dm} = 90{,}1125\,\text{dm}^2$

    $86\,\text{dm}^2 \lessapprox F \lessapprox 90\,\text{dm}^2$

14. $x_{\text{min}} = \dfrac{25{,}5}{6} = 4{,}25$, $x_{\text{max}} = \dfrac{26{,}5}{5} = 5{,}3$, $x = 4{,}775 \pm 0{,}525$

15. (a) $4\dfrac{1}{8} \cdot 12\dfrac{8}{10} = \dfrac{33 \cdot 128}{8 \cdot 10} = \dfrac{33 \cdot 8}{5} = \dfrac{264}{5} = 52\dfrac{4}{5} = 52\dfrac{8}{10} = 52{,}8$

    (b) $\dfrac{1}{2} : \dfrac{1}{8} = \dfrac{1 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 4$

    (c) $\dfrac{\frac{4}{10}}{\frac{5}{10\,000}} = \dfrac{4 \cdot 10\,000}{10 \cdot 5} = \dfrac{4 \cdot 1000}{5} = 4 \cdot 200 = 800$

(d) $\frac{7\frac{3}{10}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{73}{10}}{\frac{1}{4}} = \frac{73 \cdot 4}{10} = \frac{292}{10} = 29\frac{2}{10} = 29{,}2$

16. 48940 € bzw. 53804 €

17. 11,3 kg, 132 Mrd. €

18. $1{,}02340 \cdot 10^3$, $3{,}536 \cdot 10^9\text{m}^2$

19. $5{,}00 \cdot 10^2\text{s}$

20. Diese Aufgabe dient zur Veranschaulichung großer Zahlen.
(a) 100 000 DM (b) 33,8 km (c) 126 m; 333 km
(d) ungefähr 52 Jahre

21. (a) $4{,}36 \cdot 10^5$; (b) $7{,}95 \cdot 10^8$

2.2.3 Runden von Dezimalbrüchen

1. (a) auf Einer: 1433, 6, 42
auf Zehntel: 1432,6, 5,9, 42,2
auf Hundertstel: 1432,58, 5,88, 42,18
(b) auf Einer: 5, 5, 54
auf Zehntel: 5,0, 4,8, 54,0
auf Hundertstel: 5,05, 4,85, 53,98
(c) auf Einer: 54, 5, 3
auf Zehntel: 54,0, 5,4, 3,0
auf Hundertstel: 53,98, 5,39, 3,00

2.

	Dezimalen	geltende Ziffern
(a)	28356,344	28400
(b)	23,457	23,5
(c)	0,000	0,000100

3. $2{,}2995 \leqq x < 2{,}3005$

4. $4{,}695 \leqq x < 4{,}705$

5.

	Dezimalen	geltende Ziffern
(a)	39357,244	39400
(b)	34,447	34,4
(c)	0,000	0,000 100

2.2.4 Periodische Dezimalbrüche

1. (a) $0{,}\overline{7} = \dfrac{7}{9}$

   (b) $0{,}\overline{03} = \dfrac{3}{99} = \dfrac{1}{33}$

   (c) $0{,}0\overline{93} = 0{,}\overline{93} : 10 = \dfrac{93}{990} = \dfrac{31}{330}$

2. $3{,}724\overline{42}$ Periodenlänge 2; $21{,}21213\overline{21}$ Periodenlänge 2;
   $36{,}724\overline{42}$ Periodenlänge 2; $7{,}21213\overline{21}$ Periodenlänge 2

3. (a) $0,\overline{45}$; $0,\overline{36}$ (b) $\frac{77}{225}$

4. (a) $2\frac{4}{37}$; $3\frac{3}{37}$

   (b) $2,\overline{07}$; $1,\overline{02}$

5. (a) $2{,}020\overline{2} = \dfrac{9091}{4500}$, $2{,}02\overline{02} = \dfrac{200}{99}$, $\dfrac{2{,}020\overline{2}}{2{,}02\overline{02}} = \dfrac{100001}{100000} = 1{,}00001$

   (b) $0{,}\overline{999000}$

6. $\dfrac{12}{55} = 0{,}2\overline{18}$

7. (a) $\dfrac{29}{90} = 0{,}3\overline{2}$ (b) $\dfrac{22}{135} = 0{,}1\overline{629}$

8. (a) 14,2255 (b) $1{,}1\overline{3}$ (c)10

9. (a) 50 700 (b) 0,000503

10. (a) $0{,}12\overline{34}$

    (b) $\dfrac{37}{100} + \dfrac{12}{9900} = \dfrac{37 \cdot 99 + 12}{9900} = \dfrac{3663 + 12}{9900} = \dfrac{3675}{9900} =$

    $= \dfrac{3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7}{3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5} = \dfrac{49}{132}$

11. $0{,}708\overline{3} = 708{,}\overline{3} : 1000 = 708\dfrac{1}{3} : 1000 = \dfrac{708 \cdot 3 + 1}{3000} = \dfrac{2125}{3000} = \dfrac{17}{24}$

2.2.5 Einfache Verbindungen der Rechenarten, Textaufgaben

1. (a) $1\frac{49}{60}$ (b) $x = 7\frac{9}{10}$ (c) $2\frac{11}{12}$ (d) $5\frac{7}{12}$
2. (a) 4 (b) $6\frac{24}{65}$
3. (a) 1. Schwein: $\dfrac{650}{1001}$ kg, 2. Schwein: $\dfrac{726}{1001}$ kg, 3. Schwein: $\dfrac{602}{1001}$ kg
   (b) 4 kg
4. (a) $15 - 4 \cdot 5 = -5$
   (b) OK
   (c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
5. (a) $27\frac{3}{13}$
   (b)
   (c) $\frac{9}{16}$
   (d) 0,5625
   (e)
   (f) Mögliche Divisoren 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 20, 21, 24, 25, 28
   (g) Egon hat die Vereinbarung ,,Punkt vor Strich" nicht beachtet und folgendermaßen gerechnet:
   $((21 : 0{,}8 - 12) : \frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{4} = ((26\frac{1}{4} - 12) : \frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{4} = 28\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{57}{8}$
   (h)
   (i)
   (j) Setzt man statt „$1 : 0{,}13$“ z. B. „$0{,}13 : 0{,}13$“, so erhält man den Termwert $15\frac{1}{3}$. Verwendet man dagegen den Dividenden $\frac{13}{40}$, so ist das Ergebnis sogar eine natürliche Zahl, nämlich 18.
6. 2,0011
7. $18\dfrac{27}{200} = 18{,}135$
8. $\dfrac{1 \cdot 4}{4 \cdot 5} - \dfrac{1}{8 \cdot 5^3} = \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{1000} = \dfrac{199}{1000} = 0{,}199$
9. $a = \dfrac{65}{14} \cdot \dfrac{13}{4} = \dfrac{845}{56} = 15\dfrac{5}{56}, \quad b = 5 \cdot \dfrac{65}{24} = \dfrac{325}{24} = 13\dfrac{13}{24}$

   $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7, \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \Longrightarrow \quad \text{HN} = 8 \cdot 3 \cdot 7 = 168$

   $x = 15\dfrac{5}{56} - 13\dfrac{13}{24} = 15\dfrac{15}{168} - 13\dfrac{91}{168} = 14\dfrac{183}{168} - 13\dfrac{91}{168} = 1\dfrac{92}{168} = 1\dfrac{23}{42}$

10. $\left(\frac{17}{15}+\frac{15}{17}\right):\left(\frac{17}{15}-\frac{15}{17}\right)=\frac{289+225}{255}:\frac{289-225}{255}=$

$=\frac{514}{255}:\frac{64}{255}=\frac{514}{64}=\frac{257}{32}=8\frac{1}{32}$

3 Flächen- und Rauminhalt

3.1 Flächeninhalt geradlinig begrenzter Figuren

3.1.1 Flächenformel für Dreiecke

1. (b) A auf Parallele zu BE durch A verschieben, usw.
2. Fläche $A_{ABCD} = 31,5\,\mathrm{cm}$, $\overline{DE} = 3\,\mathrm{cm}$
3. $A = 42\,\mathrm{cm}^2$
4. $A = 18,5\,\mathrm{cm}^2$
5. 4,3 cm
6. $e = 9$ cm, $f = 14$ cm, $A = 63$ cm^2
7. $24\,\mathrm{cm}^2$
8. $\frac{3}{8}b^2$
9. $3,9203\mathrm{m}^2$
10. (a) $13\,\mathrm{cm}^2$ (b) $C(5|y)$
11. (a) $A = 24\,\mathrm{cm}^2$
    (b) $A = a(3h_P - 2h)$

3.1.2 Oberflächen einfacher Körper, Netze und Schrägbilder

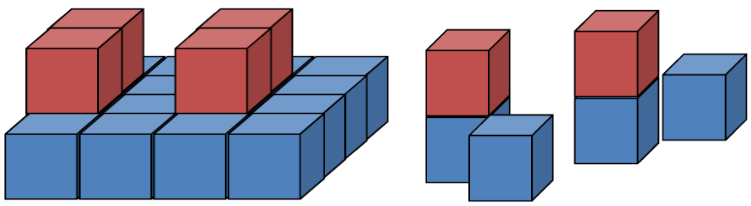
1. (a) $2{,}995\,\mathrm{m} \leqq a < 3{,}005\,\mathrm{m}$, $5{,}15\,\mathrm{m} \leqq b < 5{,}25\,\mathrm{m}$
   (b) $299{,}5\,\mathrm{cm} \cdot 5{,}15\,\mathrm{cm} = 1542{,}425\,\mathrm{cm}^2$, $300{,}5\,\mathrm{cm} \cdot 5{,}25\,\mathrm{cm} = 1577{,}625\,\mathrm{cm}^2$
   $1542\,\mathrm{cm}^2 \lessapprox F \lessapprox 1578\,\mathrm{cm}^2$

2. (a) $3{,}995\,\mathrm{m} \leqq a < 4{,}005\,\mathrm{m}, \quad 2{,}15\,\mathrm{dm} \leqq b < 2{,}25\,\mathrm{dm}$
   (b) $39{,}95\,\mathrm{dm} \cdot 2{,}15\,\mathrm{dm} = 85{,}8925\,\mathrm{dm}^2, \quad 40{,}05\,\mathrm{dm} \cdot 2{,}25\,\mathrm{dm} = 90{,}1125\,\mathrm{dm}^2$
   $86\,\mathrm{dm}^2 \lessapprox F \lessapprox 90\,\mathrm{dm}^2$

3.2 Körper und ihr Volumen

3.2.1 Raumvorstellung

1. 4, 1, 2
2. (a) ja, nein, ja
   (b) ja, ja, nein
3. ja, ja, nein
4. A, D, C, B
5. C, A, B, D
6. Augenzahl 3
7. Würfel F
8. Baustein C
9. Das Gebäude lässt sich mit maximal 20 und minimal 6 Würfeln (vgl. Abb.) aufbauen.



10. Bruchstück C

3.2.2 Grundprinzip der Volumenmessung

1. Das menschliche Herz pumpt pro Herzschlag ca. $70 - 100\,\mathrm{ml}$ pro Herzkammer das macht bei ca. 70 Schlägen pro Minute (können die Schüler bei sich selber messen) zwischen 5 und 7 Liter Blut!

2. (a) 123 m 4 dm 5 cm 6 mm 789 μm
   2 cm 300 μm 401 nm oder 2 cm 0,300401 mm
   987 006 km 54 m 3 dm 2 cm 1 mm
   (b) 1 a 23 m^2 45 dm^2 67 cm^2 89 mm^2
   20 m^2 30 dm^2 4 cm^2 1 mm^2
   98 ha 70 a 6 m^2 5 dm^2 43 cm^2 21 mm^2
   (c) 123 m^3 456 dm^3 789 cm^3
   20 300 m^3 401 dm^3
   987 m^3 6 dm^3 54 cm^3 321 mm^3

3. (a) 2 dm 300 μm 410 nm oder 2 dm 0,30041 mm
   (b) 2 a 30 dm^2 4 cm^2 10 mm^2
   (c) 200 300 m^3 410 dm^3

4. (a) 0,00025 ml (b) 3,5 m^3 (c) 0,075 m^3 (d) 0,00027 ml (e) 3,9 m^3

5. (a) 4500 cm^3 (b) 3,7 m^3 (c) 8,74 cl (d) 0,0125 m^3
   (e) 5 ml (f) 3800 cm^3 (g) 9,1 m^3 (h) 1,73 cl
   (i) 0,025 m^3 (j) 35 ml

3.2.3 Volumen eines Quaders

1. $333cm^3$

2. (a) 170 Tage
   (b) Z. B. 500 Zimmer mit 5 m Länge, 4 m Breite und 3 m Höhe
   (c) 10 cm

3. 72 cm

4. Fassungsvermögen: $1hl = 100l = 100dm^3$

   Kantenlänge des Innenraumes: $\sqrt[3]{100dm^3} = 4,64dm = 46,4cm$

   Länge und Breite des Kübels: $46,4cm + 2 \cdot 5cm = 56,4cm$

   Höhe des Kübels: $46,4cm + 5cm = 51,4cm$

5. Vergleicht man die Größe der Hand mit der der Dose kann man als Kantenlängen der Dose 20cm, 8cm und 6 cm abschätzen $\Rightarrow$

   $V = 2 \cdot 0,8 \cdot 0,6\text{dm}^3 = 0,96\text{dm}^3 \approx 1\text{l}$

6. (a) 20cm, 60cm

(b) Volumen eines Blocks: 12dm^3; 9 Blöcke $\Rightarrow$ Volumen: $9 \cdot 12\text{dm}^3 = 108\text{dm}^3$

(c) am meisten: zweiter Block von links in der mittleren Ebene berührt 7 andere Blöcke;

am wenigsten: quer obenauf liegender Block berührt 4 Blöcke und der obere der beiden Blöcke in der mittleren Ebene berührt ebenfalls 4 Blöcke

(d) 3 Blöcke ergänzen, Kantenlängen: 6dm, 6dm, 4dm

7. (a) 200 Rasengittersteine werden benötigt

(b) Fläche Rasengittersteine: $40\text{cm} \cdot 60\text{cm} = 2400\text{cm}^2$

durchlässige Fläche: $6 \cdot (8\text{cm} \cdot 8\text{cm} + 2 \cdot 6\text{cm} \cdot 6\text{cm}) = 816\text{cm}^2 \Rightarrow 34\%$

(c) z. B.: 5 Steine pro Ebene und 10 Ebenen liegen auf der Palette $\Rightarrow$ 50 Steine

(d) Volumen der Steine auf einer Palette:

$50 \cdot (2400\text{cm}^2 - 816\text{cm}^2) \cdot 10\text{cm} = 792000\text{cm}^3 \Rightarrow$

Masse der Steine auf einer Palette: $792000\text{cm}^3 \cdot 2{,}3\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1{,}8216\text{t}$

4 Paletten $\widehat{=}$ 200 Rasengittersteine $\widehat{=}\ 4 \cdot 1{,}8216\text{t} = 7{,}2864\text{t}$, also kann ein LWK alle Steine liefern

8. Z. B. Länge 30 cm, Breite 30 cm, Höhe 40 cm

9. $300\,\text{cm}^3$

10. (a)

(b) $V = 1{,}944\,\text{m}^3 \approx 1{,}9\,\text{m}^3$

(c) Treppe auf verschiedene Arten zerlegen und ggf. wieder zusammensetzen.

11. Es gibt drei Möglichkeiten:

l	b	d	V
499 mm	15 cm	16 mm	$14400\,\text{mm}^3$
2 m	36 mm	16 mm	$192\,\text{cm}^3$
999 mm	74 mm	16 mm	$68\,736\,\text{mm}^3$

12. $V = a^3 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 7^3 \cdot 11^3\,\text{cm}^3 = (2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 11\,\text{cm})^3$

$\Longrightarrow \quad a = 4 \cdot 7 \cdot 11\,\text{cm} = 308\,\text{cm}, \quad A = 6\,a^2 = 569\,184\,\text{cm}^2$

13. 11 m, 22 m

14. $V = a^3 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 13^3\,\text{dm}^3 = (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13\,\text{dm})^3$

$\Longrightarrow \quad a = 2 \cdot 9 \cdot 13\,\text{dm} = 234\,\text{dm}, \quad A = 6\,a^2 = 328\,536\,\text{dm}^2$

15. $h = 3\,\text{m}$, $b = 6\,\text{m}$, $l = 15\,\text{m}$, $V = 270\,\text{m}^3$

16. $h = 4\,\text{m}$, $b = 12\,\text{m}$, $l = 16\,\text{m}$, $V = 768\,\text{m}^3$

17. $42\,\text{h}$

18. $V = 6000\,\text{cm}^3$, $V' = 12 \cdot 28 \cdot 24\,\text{cm}^3 = 8064\,\text{cm}^3 = 1{,}344 \cdot V$
    Vergrößerung um $34{,}4\,\%$

19. $c = 4{,}6\,\text{cm}$, $V = 96{,}6\,\text{cm}^3 = 96600\,\text{mm}^3 = 0{,}0000966\,\text{m}^3$, $g = 58{,}4\,\text{cm}$

20. (a) $V = 2^6 \cdot 7^3\,\text{cm}^3 = (2 \cdot 2 \cdot 7\,\text{cm})^3 \quad \Longrightarrow \quad a = 2 \cdot 2 \cdot 7\,\text{cm} = 28\,\text{cm}$
    $A = 6 \cdot 28^2\,\text{cm}^2 = 4704\,\text{cm}^2$
    (b) $2 \cdot (14\,\text{cm} \cdot 14\,\text{cm} + 14\,\text{cm} \cdot d + 14\,\text{cm} \cdot d) = 4704\,\text{cm}^2 \quad \Longrightarrow \quad d = 77\,\text{cm}$
    $V_\text{Q} = 15\,092\,\text{cm}^3$

21. $6 \cdot a^2 = 2904\,\text{dm}^2 \quad \Longrightarrow \quad a^2 = 484\,\text{dm}^2 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 11\,\text{dm}^2$
    $a = 2 \cdot 11\,\text{dm} = 22\,\text{dm}, \quad V = 10\,648\,\text{dm}^3$

22. $2 \cdot (7\,\text{cm} \cdot 13\,\text{cm} + 7\,\text{cm} \cdot c + 13\,\text{cm} \cdot c) = 822\,\text{cm}^2 \quad \Longrightarrow \quad c = 16\,\text{cm}$
    $V = 1456\,\text{cm}^3$

23. $9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = (3 \cdot 7)^3$, $a = 21\,\text{cm}$, $A = 2646\,\text{cm}^2$

24. Fläche, die gestrichen werden muss:
    $(2 \cdot 10 \cdot 8 + 2 \cdot 15 \cdot 8 + 10 \cdot 15 + 2 \cdot 9 \cdot 7{,}5 + 2 \cdot 14 \cdot 7{,}5 + 9 \cdot 14)\,\text{m}^2 = 1021\,\text{m}^2$
    Das Volumen der Farbe ist in sehr guter Näherung Fläche mal Dicke, wobei wir die Sache mit den Ecken und Kanten einfach vernachlässigen:
    $V = 1021\,\text{m}^2 \cdot 0{,}0005\,\text{m} = 0{,}5105\,\text{m}^3 = 510{,}5\,\text{Liter}$

25. (a) $V = 6\,\text{cm} \cdot 6\,\text{cm} \cdot 6\,\text{cm} = 216\,\text{cm}^3$
    (b) Kantenlängen: $4\,\text{cm}$, $6\,\text{cm}$, $9\,\text{cm}$, $A = 228\,\text{cm}^2$

26. (a) $120\,\text{m}^2$
    (b) $70{,}75\,\text{m}^3$
    (c) $12{,}8\,\text{cm}$

27. $60\,\text{cm} \cdot 30\,\text{cm} \cdot 26\,\text{cm} = 5000\,\text{cm}^3 \cdot x \quad \Longrightarrow \quad x = 9{,}36$
    Der Eimer muss 10 mal mit Wasser gefüllt werden.

28. Volumen wird durch 27 dividiert, die Oberläche durch 9.

29. (a) $12\,\text{cm} \cdot 1{,}25 \cdot 6\,\text{cm} \cdot 1{,}25 \cdot x = 2 \cdot 12\,\text{cm} \cdot 6\,\text{cm} \cdot 1\,\text{cm} \quad \Longrightarrow \quad x = 1{,}28\,\text{cm}$

    d.h. die neue Dicke ist um 28 % größer.

    (b) $A = 2 \cdot (12 \cdot 6 + 12 \cdot 1 + 6 \cdot 1)\,\text{cm}^2 = 180\,\text{cm}^2$

    $A' = 2 \cdot (15 \cdot 7{,}5 + 15 \cdot 1{,}28 + 7{,}5 \cdot 1{,}28)\,\text{cm}^2 = 282{,}6\,\text{cm}^2$

    $A' - A = 102{,}6\,\text{cm}^2 = 0{,}57 \cdot A \quad \Longrightarrow \quad$ um 57 % größer

30. (a) 50 l (b) 800 l

31. (a) $2 \cdot (9\,\text{cm} \cdot 21\,\text{cm} + 9\,\text{cm} \cdot c + 21\,\text{cm} \cdot c) = 3318\,\text{cm} \quad \Longrightarrow \quad c = 49\,\text{cm}$

    $V = 9\,\text{cm} \cdot 21\,\text{cm} \cdot 49\,\text{cm} = 3^3 \cdot 7^3\,\text{cm}^3 = (21\,\text{cm})^3$

    $A_2 = 6 \cdot 21^2\,\text{cm}^2 = 2646\,\text{cm}^2$

    (b) $\dfrac{A_1 - A_2}{A_1} = \dfrac{672}{3318} = \dfrac{16}{79} = 20\dfrac{20}{79}\,\% \approx 20{,}25\,\%$

32. (a) i. $0{,}16\,\text{kg} = 160\,\text{g}$

    ii. $\approx 53\,\text{cm}^3$

    (b) $6\,\text{cm}$, $108\,\text{cm}^2$

    (c) Die Länge der dritten Seite muss durch 6 dividiert werden.

4 Rechnen mit rationalen Zahlen

4.1 Größenvergleich rationaler Zahlen

1. (a) i. $1\frac{5}{6} < 2\frac{1}{4} < \frac{19}{8}$ ii. $\frac{11}{6} < 2\frac{1}{4} < 2\frac{3}{8}$
   (b) i. $3\frac{9}{10}$ ii. $2\frac{9}{10}$

2. (a)
   - $1\frac{15}{8} > 2\frac{5}{6} > \frac{39}{16} > 2$
   - $\frac{11}{6} < \frac{39}{16} < 2\frac{7}{8} < 3$
   - $\frac{3}{2} < 2\frac{35}{42} < 1\frac{15}{8} < 3$

   (b) $2\frac{4}{5}$, $3\frac{3}{10}$, $2\frac{3}{10}$, $1\frac{4}{5}$

3. (a) $\frac{9}{15} < \frac{3}{4} < \frac{6}{5} < \frac{10}{8}$
   (b) $1\frac{5}{6} < 2\frac{1}{4} < \frac{19}{8} < \frac{20}{6}$

4. $\dfrac{1}{36} = \dfrac{22}{792} < \dfrac{45}{792} = \dfrac{5}{88}$

5. $\dfrac{3}{8} < \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2} < \dfrac{5}{8} < \dfrac{7}{8} < \dfrac{10}{8} = \dfrac{5}{4} < \dfrac{14}{8} = 1\dfrac{3}{4} < \dfrac{15}{8} = 1\dfrac{7}{8} < \dfrac{16}{8} = \dfrac{8}{4}$

6. (a) $4,\overline{165} < 4{,}16\overline{5} < 4{,}1\overline{65}$
   (b) $4{,}3\overline{165} < 4{,}316\overline{5} < 4{,}31\overline{65} < 4\frac{1}{3}$

7. (a) $-0{,}26 < -\frac{1}{4} < \frac{1}{6} < 0{,}2 < 30\%$
   (b) $-\frac{1}{2} < -0{,}45 < -\frac{3}{8} < 1{,}654 < 1\frac{3}{4} < 180\%$
   (c) $-3{,}6 < -\frac{14}{4} < -3\frac{3}{7} < 60\% < 0{,}7 < \frac{13}{18}$

8. $-\frac{7}{3} < -1{,}9 < \frac{1}{4} < \frac{2}{5}$

9. $\dfrac{17}{18} = \dfrac{17 \cdot 4}{18 \cdot 4} = \dfrac{68}{72} = \dfrac{68 \cdot 3}{72 \cdot 3} = \dfrac{204}{216}, \quad \dfrac{23}{24} = \dfrac{23 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \dfrac{69}{72} = \dfrac{69 \cdot 3}{72 \cdot 3} = \dfrac{207}{216}$

   $\Longrightarrow \quad \dfrac{205}{216}$ und $\dfrac{206}{216}$

10. (a) Turnverein: $\frac{7}{28}\,\mathrm{kg} = \frac{1}{4}\,\mathrm{kg}$, Schiclub: $\frac{5}{24}\,\mathrm{kg}$ Alpenverein: $\frac{3}{12}\,\mathrm{kg} = \frac{1}{4}\,\mathrm{kg}$

Schachclub: $\frac{2}{9}\,\mathrm{kg}$

$\mathrm{HN} = \mathrm{kgV}(4,9,24) = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3 = 72$

Turnverein und Alpenverein: $\frac{1\cdot 18}{4\cdot 18}\,\mathrm{kg} = \frac{18}{72}\,\mathrm{kg}$

Schiclub: $\frac{5\cdot 3}{24\cdot 3}\,\mathrm{kg} = \frac{15}{72}\,\mathrm{kg}$, Schachclub: $\frac{2\cdot 8}{9\cdot 8}\,\mathrm{kg} = \frac{16}{72}\,\mathrm{kg}$

(b) $\frac{18+18+15+16+16+16}{72}\,\mathrm{kg} = \frac{99}{72}\,\mathrm{kg} = \frac{11}{8}\,\mathrm{kg} = \frac{11}{8}\cdot 1000\,\mathrm{g} =$

$= 11\cdot\frac{1000}{8}\,\mathrm{g} = 11\cdot 125\mathrm{g} = 1375\,\mathrm{g} = 1\,\mathrm{kg}\,375\,\mathrm{g}$

11. $\frac{2}{7} = \frac{400}{1400}$, $\frac{3}{8} = \frac{525}{1400}$, $28\,\% = \frac{28}{100} = \frac{392}{1400} \implies 28\,\% < \frac{2}{7} < \frac{3}{8}$

12. $\frac{8}{11} = \frac{72}{99}$, $\frac{18}{23} = \frac{72}{92}$, $\frac{12}{17} = \frac{72}{102} \implies \frac{12}{17} < \frac{8}{11} < \frac{18}{23}$

13. $\frac{11}{18} = \frac{110}{180}$, $\frac{7}{12} = \frac{105}{180}$, $60\,\% = \frac{3}{5} = \frac{108}{180}$, $\implies \frac{7}{12} < 60\,\% < \frac{11}{18}$

14. $a = -0{,}\overline{285714} = -0{,}285714\underline{2}85714... > b$

4.2 Addition und Subtraktion rationaler Zahlen

1. (a) $5\frac{7}{8}$ (b) $-5\frac{7}{8}$ (c) $7\frac{41}{42}$ (d) $-6\frac{1}{3}$

2. (a) $10\frac{17}{21}$ (b) $-27\frac{11}{12}$ (c) $-\frac{7}{12}$ (d) $5\frac{1}{2}$ (e) $-2\frac{1}{11}$ (f) $1\frac{1}{3}$

3. (a) $6\frac{5}{8}$ (b) $-1\frac{5}{8}$ (c) $7\frac{41}{42}$ (d) 21

4. (a) 2 Lösungen: $\left(+2\frac{1}{2}\right) + \left(+1\frac{1}{2}\right) = +4$, $\left(+2\frac{1}{2}\right) - \left(-1\frac{1}{2}\right) = +4$

(b) 1 Lösung: $(+1) + \left(-2\frac{1}{2}\right) = -1\frac{1}{2}$

(c) 2 Lösungen: $\left(+\frac{1}{3}\right) - \left(+6\frac{2}{3}\right) = -6\frac{1}{3}$, $\left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-6\frac{2}{3}\right) = -6\frac{1}{3}$

(d) keine richtige Lösung möglich!

(e) 2 Lösungen: $\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+3\frac{2}{3}\right) = -4\frac{1}{6}$, $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-3\frac{2}{3}\right) = -4\frac{1}{6}$

(f) keine richtige Lösung möglich!

(g) 2 Lösungen: $\left(-2\frac{1}{4}\right) + \left(+3\frac{1}{2}\right) = +1\frac{1}{4}$, $\left(-2\frac{1}{4}\right) - \left(-3\frac{1}{2}\right) = +1\frac{1}{4}$

(h) 1 Lösung: $\left(-3\frac{3}{4}\right) - (+5) = -8\frac{3}{4}$

5. (a) $12{,}54 + 46{,}46 - 352{,}57 = 59 - 352{,}57 = -293{,}57$
   (b) $325{,}543 - 34{,}543 + 6{,}005 - 53{,}505 = 291 - 47{,}5 = 243{,}5$
   (c) $32{,}543 + 32{,}457 - 2{,}146 - 100{,}354 = 65 - 102{,}5 = -37{,}5$

6. (a) $-462{,}811$
   (b) $-16{,}418$
   (c) $-9{,}475$

7. $\frac{3}{7} - \frac{4}{8} = -\frac{1}{14}$

8. $\frac{5}{18} + \frac{5}{24} = \frac{35}{72} = 0{,}486\overline{1}$

9. (a) $-\frac{1}{16} = -0{,}0625$
   (b) $\frac{1}{99} - \frac{1}{90} = \frac{10-11}{990} = -\frac{1}{990} = -0{,}0\overline{01}$

10. (a) $\frac{14 \cdot 2 - 11 \cdot 3}{90} = -\frac{5}{90} = -\frac{1}{18}$
    (b) $2\frac{3}{7} - 6\frac{3}{10} = -\left(6\frac{21}{70} - 2\frac{30}{70}\right) = -\left(5\frac{91}{70} - 2\frac{30}{70}\right) = -3\frac{61}{70}$

4.3 Multiplikation und Division rationaler Zahlen

1. (a) $-\frac{5}{11}$, $4\frac{16}{21}$, $\frac{13}{44}$
   (b) $\frac{14}{85}$, $2\frac{139}{330}$, $-\frac{7}{10}$

(c) $\frac{3}{7}$, $\quad -9\frac{3}{8}$, $\quad 13\frac{11}{17}$

2. (a) $\frac{2}{3}$, $\quad -\frac{11}{12}$, $\quad \frac{1}{3}$
   (b) $-1\frac{2}{3}$, $\quad \frac{2}{7}$, $\quad -2\frac{2}{7}$

3. (a) $-2\frac{25}{28}$ (b) $2\frac{119}{128}$ (c) $\frac{11}{162}$

4.4 Verbindung der vier Grundrechenarten

1. (a) $2{,}25 - 25 = -22{,}75$
   (b) Divisior (0,01) wird größer $\Longrightarrow$ Quotient (0,25 : 0,01), d. h. Subtrahend wird kleiner $\Longrightarrow$ Wert der Differenz wird größer.

2. (a) $3{,}6 : 9 = 0{,}4$
   (b) $20 : 10 = 2$
   (c) Mittelwert: $170 : 5 = 34$, z. B. $15 \to 20$ und $54 \to 49$

3. (a) $x - 5\frac{5}{12} = -8\frac{2}{5}, \quad x = 5\frac{5}{12} - 8\frac{2}{5} = -\left(8\frac{24}{60} - 5\frac{25}{60}\right) = -2\frac{59}{60}$
   (b) $8 : x = -8\frac{2}{5}, \quad x = 8 : \left(-8\frac{2}{5}\right) = 8 : \left(-\frac{42}{5}\right) = -\frac{20}{21}$

4. (a) $1\frac{35}{66}$ (b) $3\frac{1}{20}$
5. (a) $-40\frac{1}{2}$ (b) $3\frac{7}{10}$ (c) $-\frac{19}{21}$

6. $3(k-4)$
7. (a) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 17}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 17} = \frac{3}{7}$
   (b) $3\frac{12}{11} - \frac{17 \cdot 35}{7 \cdot 510} = 3\frac{12}{11} - \frac{1}{6} = 3\frac{61}{66} = 3{,}9\overline{24}$
   (c) $\frac{9}{28} - \frac{9}{40} = \frac{27}{280}$

5 Mathematik im Alltag: Prozentrechnung und Diagramme

5.1 Erarbeitung grundlegender Kenntnisse der Prozentrechnung

1. 50 Fahrzeuge, 16% Motorräder, 25 PKW, 4 Busse, 8 Motorräder

2. etwa $\frac{2}{3}$ vom Bruttolohn, also ca. 1600 EUR

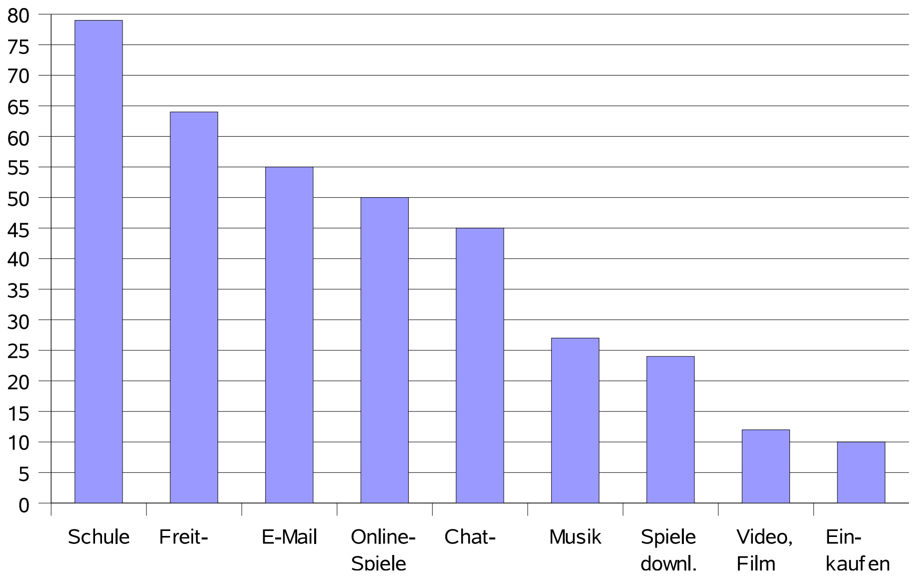
3. Quelle: Lambacher Schweizer 10 (1997)

   Die Taschenrechneranzeige verändert sich durch die Substraktion nicht. Der Substrahend ist im Vergleich zum Minuend viel zu klein als dass der Taschenrechner dies anzeigen könnte. Welche Zahl müsste er anzeigen?
   Für Fachleute: Auslöschungseffekt durch die beschränkte Mantissenlänge der TR-Gleitpunkt-Zahlensystems (meist 10 bis 13; in der Anzeige wird oft weniger dargestellt).

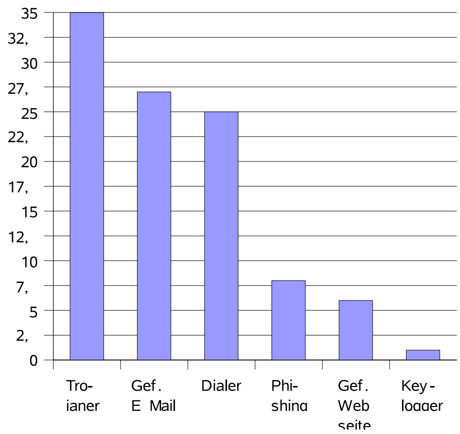
4. (a) $2,40$t$-2,05$t$=0,35$t$=350$kg
   (b) $2,40$t entspricht 80%, also $2,40$t: $0,8=3$t

5. Der Flächeninhalt wird um den Faktor $1,21$ erhöht, der Preis um ca. $1,20$. Nimmt man an, dass der Preis um den gleichen Faktor steigen darf wie der Flächeninhalt, fällt die Preissenkung mit $1,29$ Pfennigen doch recht gering aus. Man könnte jedoch auch argumentieren, dass der Preis erhöht wurde, da man gezwungen ist mehr Schokolade zu kaufen (die man vielleicht gar nicht isst)

6. in %

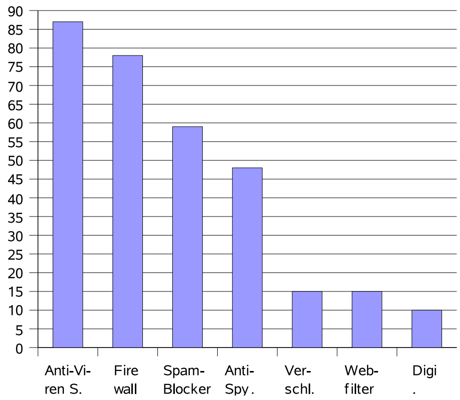


7. (a) in %



Opfer von ...	
Trojanern	35%
gefälschte E-Mails	27%
Dialer	25%
Phishing	8%
gefälschte Webseite	6%
Keylogger	1%

(b) in %



Schutz durch ...	
Anti-Viren-Software	87%
Firewall	78%
Spam-Blocker	59%
Anti-Spyware-Software	48%
Verschlüsselungssoftware	15%
digitale Signaturen	10%

8.

9. (a) 25%, 44%
   (b) 45, 80
   (c) 200%
   (d) Am Donnerstag 80 und am Freitag 180 15 bis 24-jährige, also um 125% mehr.

10. (a) $(1 \cdot 3 + 2 \cdot 13 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 3) : 25 \approx 2{,}4$
    (b)
    (c) Frauen, die keine Kinder haben bzw. keine Kinder im entsprechenden Alter haben, werden nicht berücksichtigt.

11. G bezeichne den Preis ohne Mehrwertsteuer und x den gesuchten Anteil.
    $G \cdot 1{,}19 \cdot (1 - x) = G \quad \Rightarrow \quad x = \frac{0{,}19}{1{,}19} \cdot 100\%$

12. (a) $\frac{8}{44} = \frac{2}{11} \approx 18\%$
    (b) $\frac{5}{42} \approx 12\%$
    (c) ja, $\frac{6}{24} = 25\%$
    (d) Sophie: $\frac{13}{25} = 52\%$, Gregor: $\frac{12}{25} = 48\%$
    (e) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33\%$

(f) $\frac{6}{10} = 60\%$

13. (a) 33%
    (b) 80%

14. (a) 0,375, 37,5%, 0,6, 60%, 1,12, 112%
    (b) $\frac{1}{8}$, 12,5%, $1\frac{131}{200}$, 165,5%, $\frac{153}{200}$, 76,5%
    (c) $\frac{3}{200}$, 0,015, $\frac{3}{2500}$, 0,0012, $\frac{31}{40}$, 0,775

15. (a) 80% (b) 20%

16. (a) $133,\overline{3}\%$ (b) 75% (c) $\approx 43\%$

17.

18.

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	47 – 40	39 – 33	32 – 26	25 – 19	18 – 10	9 – 0

19. (a) $1{,}75 = 175\,\%$ (b) $0{,}06 = 6\,\%$ (c) $0{,}000\,008 = 0{,}0008\,\%$

    (d) $0{,}0175 = 1{,}75\,\%$ (e) $1{,}75 = 175\,\%$ (f) $6\frac{2}{3} = 666\frac{2}{3}\,\%$

    (g) $0{,}8 = 80\,\%$ (h) $1{,}023 = 102{,}3\,\%$ (i) $\frac{1}{15} = 6\frac{2}{3}\,\%$

    (k) $\frac{59}{3500} = 1\frac{24}{35}\,\%$ (l) $6\frac{2}{3} = 666\frac{2}{3}\,\%$ (m) $0{,}001 = 0{,}1\,\%$

    (n) $1{,}4641 = 146{,}1\,\%$ (o) $99{,}99 = 9999\,\%$ (p) $0{,}99 = 99\,\%$

20. (a) $\frac{1}{700} \cdot \left(\frac{7}{100} + 7\right) = 0{,}0101$
    (b) $\frac{x}{100} \cdot \frac{8}{100} = 3 \quad \Longrightarrow \quad x = 3750$
    (c) $\frac{x}{100} \cdot x = 64 \quad \Longrightarrow \quad x = 80$

5.2 Prozentrechnung

1. 1% kleiner

2. $\frac{1}{8}$

3. (a) 18 EUR (b) 612 EUR

4. Es werden 250 g Salzlösung hergestellt. Dafür benötigt man 247,5 g Wasser. Das entspricht einem Volumen von 247,5 ml.

5. 19%

6. 10%

7. (a) 40 cm
   (b) 0,04%
   (c) 50 000 Jahre

8. (a) 25 %
   (b) 5,6 kg
   (c) 19 g
   (d) i. 3328 €
       ii. 3072 €
   (e) 154 €
   (f) 45000 Einwohner
   (g) 5288,44 €

9. Durchmesser der Münzen: 15 mm, 20 mm, 26 mm, 34 mm, 45 mm

10. (a) a: Kantenlänge des anfänglichen Würfels.
    $a^3 = 2 \cdot (1 + 8 + 27 + 64) \cdot \mathrm{cm}^2 + 0{,}80 \cdot a^3 \Rightarrow 0{,}20 \cdot a^2 = 200\,\mathrm{cm}^2$,
    $a^3 = 1000\,\mathrm{cm}^2 \Longrightarrow a = 10\,\mathrm{cm}$

11. (a) I: 600,43 €, II: 588,20 €, III: 603,20 €
    Das günstigste Angebot ist Angebot II
    (b) Ersparnis gegenüber dem teuersten Angebot: 15 €

12.
$$\frac{\text{Preis mit Rabatt}}{\text{Preis ohne Rabatt}} = \frac{95\%}{100\%}$$
$$\frac{\text{Preis mit Rabatt}}{760\ €} = \frac{95}{100}$$
$$\text{Preis mit Rabatt} = 760\ € \cdot \frac{95}{100}$$

Fred zahlt für das Fahrrad nach Abzug von 5% Rabatt 722 €.

13.
$$\frac{\text{Preis ohne Nachlass}}{\text{Preis mit Nachlass}} = \frac{100\%}{75\%}$$
$$\frac{\text{Preis ohne Nachlass}}{255\,€} = \frac{100}{75}$$
$$\text{Preis ohne Nachlass} = 255\,€ \cdot \frac{100}{75} = 340\,€$$

14. (a)
$$\frac{\text{Preis ohne Skonto}}{\text{Preis mit Skonto}} = \frac{100\%}{98\%}$$
$$\frac{\text{Preis ohne Skonto}}{1079{,}96\,€} = \frac{100}{98}$$

Preis ohne Skonto $= 1079{,}96\,€ \cdot \frac{100}{98} = 1102\,€$

(b)
$$\frac{\text{Preis ohne MwSt.}}{\text{Preis mit MwSt.}} = \frac{100\%}{116\%}$$
$$\frac{\text{Preis ohne MwSt.}}{1102\,€} = \frac{100}{116}$$

Preis ohne MwSt. $= 1102\,€ \cdot \frac{100}{116} = 950\,€$

15.
$$\frac{\text{Preis mit Nachlass}}{\text{Preis ohne Nachlass}} = \frac{61{,}20\ €}{72\ €} = \frac{612}{720} = 0{,}85 = 85\%$$

Cindy erhielt 15% Preisnachlass.

16. $\frac{135}{90} = 1{,}5 = 150\,\%$

135 € sind 50 % mehr als 90 €.

17. $\frac{225}{300} = 0{,}75 = 75\,\%$

225 km sind 25 % weniger als 300 km.

18. $l_{\text{neu}} = 1{,}2 \cdot l_{\text{alt}}$ $\quad b_{\text{neu}} = 1{,}2 \cdot b_{\text{alt}}$

$A_{\text{neu}} = 1{,}2 \cdot l_{\text{alt}} \cdot 1{,}2 \cdot b_{\text{alt}} = 1{,}44 \cdot l_{\text{alt}} \cdot b_{\text{alt}} = 1{,}44 \cdot A_{\text{alt}}$

Die Fläche des Rechteckes wächst um 44%.

19. (a) 75%; 75%; $133,\overline{3}$%; $133,\overline{3}$%
    (b) 33,6 € (36,3 €)
    (c) Bruttopreis: 1250 €, Nettopreis: 1175 €
    (d) $\approx$ 15%

20. (a) 850 ml : 1,2 = $708,\overline{3}$ ml $\Longrightarrow$ Die bisherige Flasche hat vermutlich 700 ml Inhalt.
    (b) 5,59 € · 850 ml : 700 ml = 6,79 € $\Longrightarrow$ Es ist günstiger die bisherige Flasche zu kaufen.

21. 15%

22. $1{,}15 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}5 - 1 = 1{,}07 \quad \Longrightarrow$ um 107 % mehr wert

23. (a) 385 000 €
    (b) $\dfrac{2958\,€ \cdot 1{,}17}{1{,}16} = 2983{,}50\,€$

24. Er hat nur noch $1-20\% = 0{,}8$-mal soviele Kunden, d.h. er muss den Preis auf das $\frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$-fache oder um 25% erhöhen.

25. $2{,}5\,\% \cdot x = 3\,\text{g} \quad \Longrightarrow \quad x = 120\,\text{g}$ (Masse des ganzen Tranks)

72 g Wasser, 45 g Mandelöl, 3 g Eulenblut

26. (a) absoluter Fehler: 0,15 m, relativer Fehler 4,5%
    (b) 3500 €

27. (a)

	Prozent 1999	Mandate 1999	Wähler 1999	Prozent 1995	Mandate 1995
Wahlbeteiligung	60,2	100	91567	68,6	100
SPD	42,6	47	39008	33,4	37
CDU	37,1	42	33971	32,6	37
Grüne	9,0	10	8241	13,1	14
DVU	3,0	1	2747	2,5	-
AFB	2,4	-	2198	10,7	12
Sonstige	5,9	-	5402	7,7	-

    (b) 152105

(c) $152105 \cdot 0{,}398 + 2198 + 5402 = 68138$

(d) 44,8%

(e) Die SPD hat 9,2 Prozentpunkte mehr erhalten.

28. (a) 1667 g (b) 1167 g

29. $x \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}75 = x \cdot 0{,}972 = 486\,\mathrm{m}$

    $x = 486\,\mathrm{m} : 0{,}972 = 486\,000\,\mathrm{m} : 972 = 500\,\mathrm{m}$

5.3 Zinsrechnung

1. (a) $24\,000 \cdot \frac{8{,}5}{100}$ Galleonen $= 2040$ Galleonen

   (b) $x \cdot \dfrac{3{,}6}{100} = 16{,}02\,\text{Sickel} \quad \Longrightarrow \quad x = \dfrac{16{,}02 \cdot 100}{3{,}6}\,\text{Sickel} = 445\,\text{Sickel}$

   (c) $825\,\text{Knuts} \cdot (1 + x\%) = 861{,}3\,\text{Knuts} \quad \Longrightarrow \quad 1 + x\% = \dfrac{861{,}3\,\text{Knuts}}{825\,\text{Knuts}} = 1{,}044$

   $\Longrightarrow \quad x\% = 0{,}044 \cdot 100\% = 4{,}4\%$

2. $$\text{Zahl der Zinstage} = (30 - 21) + 30 \cdot 10 + 9 = 318$$

   $$\text{Zins} = 1200\,€ \cdot 0{,}025 \cdot \frac{318}{360} = 26{,}50\,€$$

   Der eingezahlte Betrag ist am 9.12.2002 auf 1226,50 € angewachsen.

3. $$\frac{\text{Kapital}}{\text{Kapital + Zins}} = \frac{100\%}{106\%}$$

   $$\frac{\text{Kapital}}{13568\,€} = \frac{100}{116}$$

   $$\text{Kapital} = 13568\,€ \cdot \frac{100}{116}$$

   Das Kapital betrug 12800 €.

4. 23 400 €

5. Linus: $10\,000 \cdot 1{,}04^3 = 11\,248{,}64\,€$, Bill: $10\,000 \cdot 1{,}06^2 = 11\,236{,}00\,€$

6. (a) $\frac{72}{360} \cdot 0{,}05 \cdot 540\,€ = 5{,}40\,€$

   (b) $\frac{5}{12} \cdot 0{,}04 \cdot x = 46{,}80\,€ \Longrightarrow x = 2808\,€$

   (c) $\frac{270}{360} \cdot x \cdot 1400 = 47{,}25 \Rightarrow 4{,}5\%$

7. (a) $84\,000 \cdot 1{,}043^2 = 91379{,}316 \approx 91379{,}32$

   (b) $p = \dfrac{99{,}45}{3825} = 0{,}026 = 2{,}6\,\%$

   (c) $x \cdot 8{,}5\% = x \cdot 0{,}085 = 414{,}8 \quad \Longrightarrow \quad x = 4880$

   (d) $p = \dfrac{55\,176{,}5 - 52\,300}{52\,300} = 0{,}055 = 5{,}5\,\%$

   (e) $x = \dfrac{66\,048}{1 + 3{,}2\%} = \dfrac{66\,048}{1{,}032} = 64\,000$

8. (a) Zins im ersten Jahr: $z = 300\,000\,€ \cdot 0{,}072 = 21\,600\,€$

   Kontostand nach dem ersten Jahr: $300\,000\,€ - 24\,000\,€ + 21\,600\,€ = 297\,600\,€$

   (b)

Monat	Zins	Kontostand
1	1800,00	299800,00
2	1798,80	299598,80
3	1797,59	299396,39
4	1796,38	299192,77
5	1795,16	298987,93
6	1793,93	298781,86
7	1792,69	298574,55
8	1791,45	298366,00
9	1790,20	298156,20
10	1788,94	297945,14
11	1787,67	297732,81
12	1786,40	297519,21

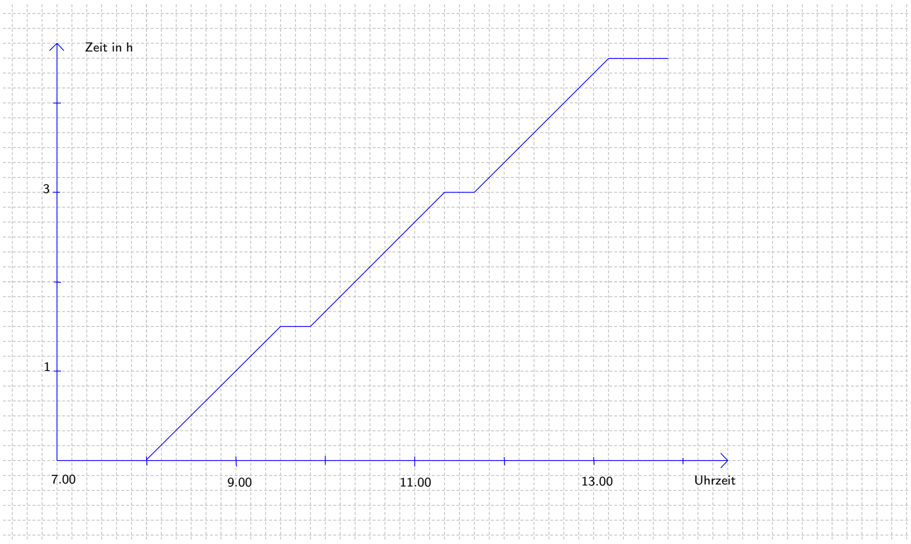
5.4 Interpretation und manipulative Darstellung von Diagrammen

1.

2. Z. B. 100 m-Lauf des Siegers, der am Ende mit der Fahne winkend gleichmäßig durchs Stadion läuft.

3.

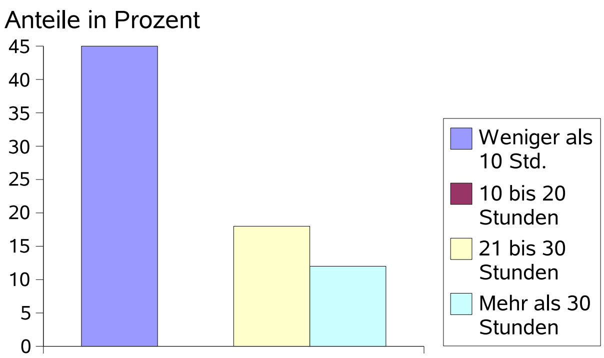
4. (a) Gesamtzeit der Abwesenheit von zu Hause → reine Unterrichtszeit:



Variationen der Aufgabe:

- Darstellung des Schulalltags des Sitznachbarn
- Rekonstruktion des Alltags des Nachbarn aus dessen Graphen
- Schulalltag als abschnittsweise def. lineare Funktion
- Vernetzung mit Prozentrechnung: Wieviel Prozent des Tages verbringt man in der Schule?

5. (a) 25% der befragten Jugendlichen schauen pro Woche 10 bis 20 Stunden fern.



(b) 252 der befragten Jugendlichen schauen pro Woche mehr als 30 Stunden fern.

(c) $8\% = \frac{72}{900}$ der Mädchen und $15\% = \frac{180}{1200}$ der Jungen schauen pro Woche mehr als 30 Stunden fern. Der Anteil ist bei den Jungen deutlich höher als bei den Mädchen.

6. Quelle: mathematik lehren (2000) Heft 103, S. 67

Variation: Schüler suchen ähnliche Fälle in Printmedien

Lediglich beim dritten Balkendiagramm, bei dem die im Vergleich zum Vorjahr etwas schlechtere Jahresbilanz „vor Steuern“ dargestellt wird, ist die linke Skala von 0 an skaliert.

Bei den übrigen dreien werden die positiven Ergebnisse dadurch verstärkt dargestellt, dass man nur Ausschnitte der linken Skalen sieht. Eine eindeutige Antwort auf Frage d gibt es wohl nicht. Das kommt ganz darauf an...

7. Quelle: Herget/Jahnke/Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Berlin 2001, S. 84

   Variation:

   Vergleich von anderen arfen, graphische Darstellung

   - Die Grafik erzielt den Eindruck, dass E-plus den anderen Mobilfunkanbietern deutlich überlegen ist. Vermutlich wurde sie mithilfe der ersten Zeile der Tabelle erstellt. Diese Zahlen sind aber nicht korrekt in Balkenlängen umgerechnet worden. Dadurch wird der Eindruck vermittelt, als kämen bei dem konkurrierenden Anbieter Interkom nur etwa halb so viele Gespräche zustande wie bei E-plus.
   - Den tatsächlichen Unterschied in den Prozentzahlen der erfolgreichen Gespräche (geringer als 4%) würde ein Kunde in der Praxis kaum merken.

8. Quelle: Herget/Jahnke/Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Berlin 2001, S. 88

   (a) Der Kaufkraftverlust betrug von 1948 auf 1998 zum Beispiel für Deutschland 73%. Das bedeutet, dass 100 €, die Großmutter 1948 in den Strickstrumpf tat, 1998 nur noch eine Kaufkraft von 27 € hatten.

   (b) Griechenland / Portugal - 8,8%
   Spanien - 7,53%
   Italien - 6,23%
   Irland / GRB - 5,82%
   USA - 3,72%
   Schweiz - 2,81%
   Finnland / Frankreich - 5,47%
   Schweden / Dänemark - 5,18%
   Österreich / Japan - 4,5%
   Niederlande - 3,86%
   Belgien / Luxemburg - 3,48%
   Deutschland - 2,58%

   (c) Griechenland / Portugal - 7,5
   Spanien - 8,9
   Italien - 10,8
   Irland / GRB - 11,6
   USA - 18,3
   Schweiz - 24,3
   Finnland / Frankreich - 12,3
   Schweden / Dänemark - 13

Österreich / Japan - $15,1$
Niederlande - $17,6$
Belgien / Luxemburg - $19,6$
Deutschland - $26,5$

(d) Für den Zusammenhang zwischen der jährlichen Geldentwertung ($p\,\%$) und der Halbierungszeit H der Kaufkraft in Jahren gilt näherungsweise: $p\,\% \cdot H \approx 0,7$.

9. Quelle: Mathematik heute. Differenzierte Ausgabe (1988), S. 180

10. Quellen: Schnittpunkt 10; Elemente 11; mathematik lehren (2002), H. 102, S. 59

    Fortlassen eines Sockelbetrages

11. Verstoß gegen die Proportionalität bei 3-dimensionalen Symbolen oder Flächen

12. Quelle: Elemente 11 (1999)

13. Quelle: mathematik lehren (2001), H. 109, S. 46-48

    Erste Graphik: Polygonzüge suggerieren die Existenz von Zwischenwerten.
    Zweite Graphik: Nur Werte zwischen $4,8$ und $6,4$ berücksichtigt; Nur ein Ausschnitt der Daten verwendet.
    Dritte Graphik: Nichtbeachtung der Proportionalität von Verbrauch und Volumen der Fässer.
    Vierte Graphik: Hintergrund suggeriert Zusammenhang zum Treibhauseffekt.

14. Quelle: HNA vom 1.6.02

15. (a) 1970 gab es keine Bundestagswahl, daher ist die Frage nicht sinnvoll.

    (b) Die Verwendung von Polygonzügen ist genaugenommen falsch, da nicht in jedem Jahr gewählt wird. Die Polygonzüge verdeutlichen aber natürlich die Veränderungen.

16. (a) linkes Diagramm: die richtige Interpretation ergibt sich nicht intuitiv. Auf den ersten Blick meint man, dass die Balken die Bevölkerungszahl darstellt. Dabei ist es die Zeit für den Zuwachs um eine Million, ausgehend vom angegebenen Jahr.

    rechtes Diagramm: Zeitachse nicht sinnvoll; zeitliche Abstände verschieden bei gleichen Abständen im Diagramm.

17. (a) Z. B. bei der Auslieferung wird ein Zuwachs auf deutlich mehr als 100% suggeriert, obwohl der Zuwachs nur 6% beträgt. Analog gilt dies für Umsatz (Zuwachs 6%) und Ergebnis (Zuwachs 37%). Das Ergebnis nimmt um 3% ab, was im Diagramm wegen des Beginns der Skala bei 0 in den Hintergrund tritt.

    (b) Da die Skala nicht bei 0 beginnt, werden die Unterschiede überhöht. 2002 hatten die Schüler in Bayern „nur" 12% mehr Stunden!

    (c) Da die Skala nicht bei 0 beginnt, werden die Unterschiede überhöht. Von 1990 bis 2010 haben sich die Renten und Pensionen "nur" verdoppelt.

5.5 Darstellung von Zusammenhängen zwischen Größen in Diagrammen

1. (a) 2250 Rennräder

   (b) Im Jahr 2002 war der Anteil am kleinsten. Mögliche Begründung:

   2002: $\frac{400}{1000} = \frac{2}{5} = 0,4$, 2004: $\frac{500}{1200} = \frac{5}{12} = 0,41\ldots$

2. Von 1998 bis 2004 stiegen die Ausgaben um 9,1 Milliarden Euro, dies entspricht einem Anstieg von ca. 19%!

3. (a) ca. 10 km

   (b) 9 Serpentinen

   (c) einmal

   (d) ca. 30-35km/h

4. (a) Vögel: $4,2\text{Mio} : 0,913 \approx 4,6\text{Mio}$;

   Hunde: $5,3\text{Mio} : 1,06 \approx 5,0\text{Mio}$

   (b)

Tier	Anzahl	Winkel
Hunde	5,3 Mio	$82,60°$
Katzen	7,5 Mio	$116,88°$
Vögel	4,2 Mio	$65,45°$
Kleintiere	6,1 Mio	$95,06°$
Alle Tiere	23,1 Mio	$360°$

   (c) Viele Leute haben mehrere Haustiere, damit haben mehr als 60 Mio Bundesbürger kein Haustier.

5. (a) $\alpha_{\text{kein K}} = 36°$, $\alpha_{\text{ein K}} = 86{,}4°$, $\alpha_{\text{zwei K}} = 118{,}8°$, $\alpha_{\geq 3\,\text{K}} = 118{,}8°$

(b) $\alpha_{\text{kein K}} = 97{,}2°$, $\alpha_{\text{ein K}} = 82{,}8°$, $\alpha_{\text{zwei K}} = 129{,}6°$, $\alpha_{\geq 3\,\text{K}} = 50{,}4°$

6. (b) z. B.

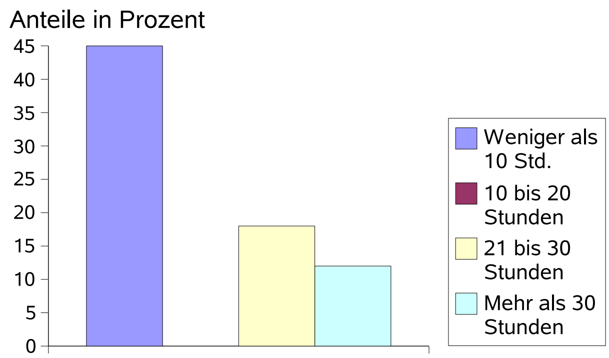
zu Fuß	mit dem Fahrrad	mit dem Bus	mit dem Zug	mit dem Auto
5	7	12	3	4

(a) z. B.

zu Fuß	mit dem Fahrrad	mit dem Bus	mit dem Zug	mit dem Auto
5	7	12	3	4
16%	23%	39%	10%	13%

(b)

7. (a) 25% der befragten Jugendlichen schauen pro Woche 10 bis 20 Stunden fern.



(b) 252 der befragten Jugendlichen schauen pro Woche mehr als 30 Stunden fern.

(c) $8\% = \frac{72}{900}$ der Mädchen und $15\% = \frac{180}{1200}$ der Jungen schauen pro Woche mehr als 30 Stunden fern. Der Anteil ist bei den Jungen deutlich höher als bei den Mädchen.

8. (a) Teilaufgabe (a) erlaubt unterschiedliche, mehr oder weniger realistische bzw. genaue, Interpretationen.

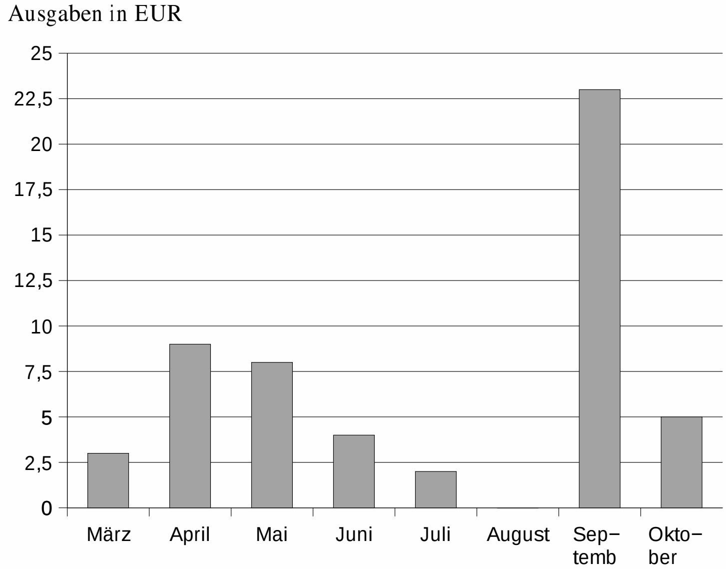
(b) Herbert ist etwa 7 min gestanden, 20 % der Gesamtdauer der Tour.

(c) Z. B. $\overline{v} = 15\frac{\text{km}}{\text{h}}$

(d) Z. B: Die geschätzte Durchschnittsgeschwindigkeit in den ersten 5min beträgt $\overline{v} = 15\frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow s \approx 15\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 5\,\text{min} = 15\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{5}{60}\,\text{h} = 1{,}25\,\text{km}$

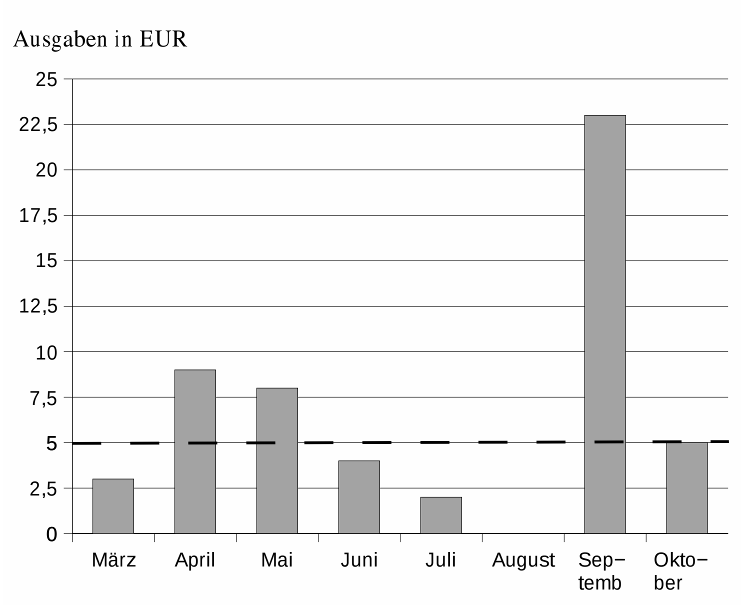
9. (a) 13500 € Taschengeld, 1800 € Süßigkeiten, 2100 € Kleidung, 1300 € Arbeitsmaterialien, 4200 € Freizeitgestaltung, 2600 € Sonstiges, 1500 € gespart

(b) i.



ii. $\frac{2}{5} \cdot 23 = 9{,}2 \approx 9 \Rightarrow$ April
$23 : 7 \approx 3{,}29 \Rightarrow$ März

iii. Die Ausgaben für Arbeitsmaterial von März bis Oktober betrugen 54 €, also 6,75 € pro Monat. Für Thomas wäre es von Vorteil, wenn er auf 5 € Taschengeld im Monat verzichten würde und seine Eltern die Kosten für Arbeitsmaterialien übernehmen würden.

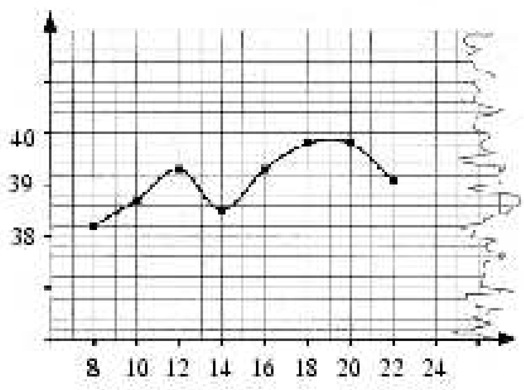


(c) i. 10 % Süßigkeiten, 20 % Bücher, 15 % Freizeit, 30 % Sonstiges, 25 % Sparen
ii. 1,50 € Süßigkeiten, 3 € Bücher, 2,25 € Freizeit, 4,50 € Sonstiges, 3,75 € Sparen
iii. 7 % Süßigkeiten, 66 % Taschenbuch, 17 % Hallenbad, 10 % Sparen

10. (a) Firma Cilolli: Steigerung um 260 Tonnen bzw. 35 %
(b) 90 %
(c) 1990: 1500 t, 1995: 2500 t
(d) 1990: 50 %, 1995: 40 %, Marktanteil der Firma ist gesunken

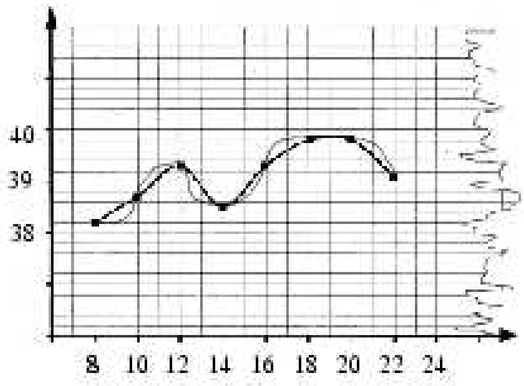
11.

12. (a)



(b) Z. B. 11 Uhr: 39°C, 19 Uhr: 39,9°C, von 11 bis 13 Uhr und von 15^{30} Uhr bis 22 Uhr; Man weiß nicht, ob diese Auskünfte richtig sind!

(c)



Der Termperaturverlauf zwischen den Messpunkten ist nicht bekannt. Daher kann darüber keine exakte Aussage gemacht werden.

13. (a) - 10 Stück entspricht 1 cm - 8 € entspricht 1 cm: eher ungünstig, das Diagramm wird 5,6 cm breit und 10 cm hoch
- 4 Stück entspricht 1 cm - 10 € entspricht 1 cm: gut, das Diagramm wird 14 cm breit und 8 cm hoch
- 8 Stück entspricht 1 cm - 10 € entspricht 0,5 cm: eher ungünstig, das Diagramm wird 7 cm breit und 4 cm hoch
- 1 Stück entspricht 1 cm - 100 € entspricht 1 cm: völlig unbrauchbar, das Diagramm wird 56 cm breit und 0,8 cm hoch

(b) 44 Stück müssten 65 € kosten

(c) eine Packung zu 40 Stück und zusätzlich 4 einzelne Kugelschreiber $\Longrightarrow$
$60\,€ + 4 \cdot 2\,€ = 68\,€$
Preis für 47 Stück: $60\,€ + 7 \cdot 2\,€ = 74\,€$
Es wäre billiger, eine Packung mit 48 Stück zu 70 € zu kaufen!

14. Im Kreisdiagramm sind die Anteile am besten zu erkennen, gefolgt vom Säulendiagramm.

15.

16. (a) Die Zuordnung stellt eine direkte Proportionalität dar.

(b)

(c) $\approx$ 21 Liter

17. (a)

Anzahl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Arbeitszeit	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45	49	53

(b) Es liegt keine direkte Proportionalität vor.

(c)

Anzahl	1	2	3	4	5	6	7	8
m^2	0,12	0,24	0,36	0,48	0,60	0,72	0,84	0,96

Anzahl	9	10	11	12
m^2	1,08	1,20	1,32	1,44

(d) Verschnitt!

18. (a)

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	3	9	6	4	1
in Prozent	8%	12%	36%	24%	16%	4%

(b) Notendurchschnitt: 3,4

19. (a) 3,7% Eiweiß, 6,6% Kohlenhydrate, 3,1% Fett

(b) $\alpha_{\text{Eiweiß}} = 13{,}32°$, $\alpha_{\text{Kohlenhydrate}} = 23{,}76°$, $\alpha_{\text{Fett}} = 11{,}16°$

(c)

(d) Wasser, Mineralstoffe, Vitamine, u. a.

20. (a) $\alpha_{\text{Eiweiß}} = 21{,}6°$, $\alpha_{\text{Kohlenhydrate}} = 302{,}4°$, $\alpha_{\text{Fett}} = 10{,}8°$, $\alpha_{\text{Vitamine}} = 0{,}15°$

(b) 32,4% des Tagesbedarfs, $\alpha_{\text{Vitamin E}} = 116{,}5°$,

21. (a) 47,8% der Schüler haben einen eigenen Computer.

(b) 91,9% der Schüler haben zuhause einen Zugang zu einem Computer.

(c)

(d) $\alpha_{\text{eigener C.}} = 172°$, $\alpha_{\text{C. zuhause}} = 159°$, $\alpha_{\text{C. in Schule}} = 9°$, $\alpha_{\text{C. bei Freunden}} = 9°$, $\alpha_{\text{kein C.}} = 11°$

22. (a) Eine Arbeit entspricht in der Verteilung 4%.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	3	9	6	4	1
Verteilung in Prozent	8	12	36	24	16	4

(b) Darstellung der prozentualen und absoluten Notenverteilung in Balken-, Punkte-, Linien- oder Flächendiagrammen.

23. (a) Es mussten 2 6er gegeben werden.
    (b) Notendurchschnitt: 3,45

6 Vertiefung

6.1 Sachaufgaben

1. (a) $\frac{42}{70} = 0,6 = 60\%$
   (b) (II)

2. (a) Z. B.: Annahme: Tür 2,5 m hoch ⇒ Höhe des Fußballes ca. 15 m, Größe eines Spielers ca. 130 m
   (b) ca. 7 km
   (c) Fuß müsste ca. 20 m lang sein, ist jedoch kürzer; passt also nicht

3. 296 m

4. (a) Die Dauer eines Pokalspieles ist von der Anzahl der Spieler unabhängig. Ohne Nachspielzeit beträgt sie 90 Minuten.
   (b) Im Jahr 2001 beträgt das durchschnittliche Alter der Spieler 31 Jahre
   (c) Es gibt sechs verschiedene Anzugsmöglichkeiten, in denen die Spieler auflaufen könnten.
   (d) Die Lösung wird mit Hilfe einer maßstäblichen Zeichnung gewonnen:
   Der „Weg" des Balls beträgt etwa 73 m. Der Winkel beträgt etwa 63°.

5. (a) 31,20 €
   (b) 149,70 €
   (c) 1,8 kg

6. $x \cdot \dfrac{7}{5} = 1400\,\text{m} \quad \Longrightarrow \quad x = 1400\,\text{m} : \dfrac{7}{5} = 1400\,\text{m} \cdot \dfrac{5}{7} = 1000\,\text{m}$

7. $x \cdot \dfrac{3}{5} = 1500\,\text{m} \quad \Longrightarrow \quad x = 1500\,\text{m} : \dfrac{3}{5} = 1500\,\text{m} \cdot \dfrac{5}{3} = 2500\,\text{m}$

6.2 Schlussrechnungen

1. (a) Die Fläche des Fußballfeldes beträgt $4050\,\mathrm{m}^2$.

   (b) Es sind 17 Anlagen vom Typ A oder 14 Anlagen vom Typ B notwendig. Die Kosten für 17 Anlagen des Typs A betragen 1360 €, die für 14 Anlagen des Typs B betragen 1260 €. Die Anschaffung der Beregnungsanlagen vom Typ B ist günstiger.

   Für die Anschaffung einer Beregnungsanlage sind neben den Anschaffungskosten noch andere Argumente (Wie häufig geht eine angeschaffte Anlage kaputt? Wie hoch sind die Wartungs- bzw. Reparaturkosten?, ...) ausschlaggebend.

2. Die 40 Fans mussten 150 Minuten (2,5 Stunden arbeiten).

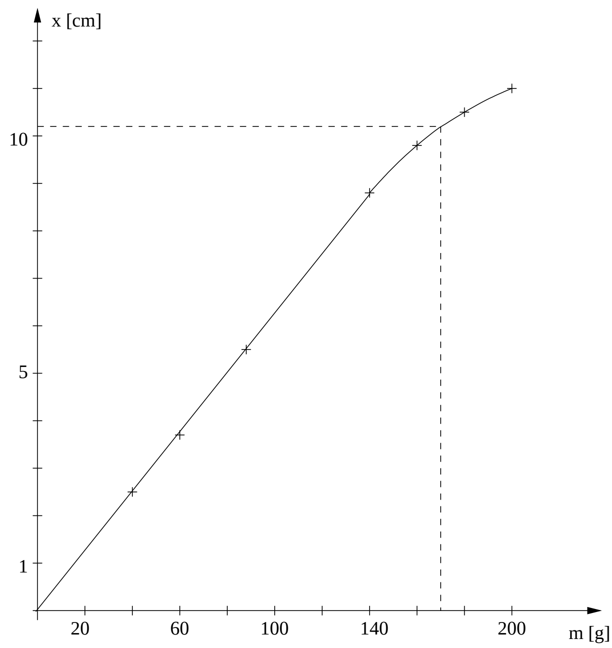
3. (a) Der Kartenpreis bei den ersten beiden Verkäufern betrug 8,50 €. Das ergibt einen Widerspruch zum Erlös des dritten Verkäufers.

   (b) Es sind mehrere verschiedene Lösungen möglich, z. B. 10 000 Karten der Preisgruppe A zu 25 €, 10 000 Karten der Preisgruppe B zu 15 € und 20 000 Karten der Preisgruppe C zu 10 €.

4. $\dfrac{35 \cdot 11 \cdot 408}{105 \cdot 17} = 88$

5. $\dfrac{169 \cdot 24 \cdot 51 \cdot 13}{34 \cdot 18 \cdot 26} = 169$

6. (a)
$$\begin{aligned}
\frac{2{,}5}{40} &= 0{,}0625\\
\frac{3{,}75}{60} &= 0{,}0625\\
\frac{5{,}5}{88} &= 0{,}0625\\
\frac{8{,}75}{140} &= 0{,}0625\\
\frac{9{,}8}{160} &= 0{,}06125\\
\frac{10{,}53}{180} &= 0{,}0585\\
\frac{11}{200} &= 0{,}055
\end{aligned}$$



   x ist proportional zu m im Intervall $m \in [0, 140\,\mathrm{g}]$.

(b) $x = 0{,}0625\,\frac{\text{cm}}{\text{g}} \cdot 104\,\text{g} = 6{,}5\,\text{cm}$

(c) $m = \frac{7{,}5\,\text{cm}}{0{,}0625\,\frac{\text{cm}}{\text{g}}} = 120\,\text{g}$

(d) $170\,\text{g}$

6.3 Messen

1. 4000
2. 20 000
3. $v = 0{,}3\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 8\,\frac{1}{3}\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$
4. $v = 0{,}0042\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 1\,\frac{1}{6}\,\frac{\text{mm}}{\text{s}}$

6.4 Fehler von Messwerten

1. $x_{\text{max}} = 3{,}6 \cdot 5 - \frac{30}{15} = 16, \quad x_{\text{min}} = 3{,}2 \cdot 4{,}5 - \frac{36}{10} = 10{,}8$

   $\overline{x} = \frac{x_{\text{max}} + x_{\text{min}}}{2} = 13{,}4, \quad \Delta x = x_{\text{max}} - \overline{x} = 2{,}6$

   $\delta_{\text{rel}} = \frac{\Delta x}{\overline{x}} = 0{,}19 = 19\,\%$

2. (a) $\Delta s = 5\,\% \cdot 300\,\text{m} = 15\,\text{m}, \quad v_{\text{max}} = \frac{315\,\text{m}}{18\,\text{s}} = 17{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_{\text{min}} = \frac{285\,\text{m}}{19\,\text{s}} = 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

   $\overline{v} = \frac{v_{\text{max}} + v_{\text{min}}}{2} = 16{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \Delta v = v_{\text{max}} - \overline{v} = 1{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

   (b) $\frac{\Delta v}{\overline{v}} = \frac{1{,}25}{16{,}25} = \frac{1}{13} = \frac{100}{13}\,\% \approx 7{,}69\,\%$

   (c) $v = (16{,}25 \pm 1{,}25) \cdot 3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = (58{,}5 \pm 4{,}5)\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

3. $v_{\text{min}} = \frac{s_{\text{min}}}{t_{\text{max}}} = \frac{747{,}5\,\text{m}}{12{,}5\,\text{s}} = 59{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad , \quad v_{\text{max}} = \frac{s_{\text{max}}}{t_{\text{min}}} = \frac{749{,}8\,\text{m}}{11{,}5\,\text{s}} = 65{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

   $\overline{v} = \frac{v_{\text{min}} + v_{\text{max}}}{2} = \frac{125\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 62{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

   $\Delta v = v_{\text{max}} - \overline{v} = 65{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 62{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

   $\delta = \frac{\Delta v}{\overline{v}} = \frac{2{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{62{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{27}{625} = 0{,}0432 = 4{,}32\%$

4. (a) $v_{\text{min}} = \dfrac{288\,\text{m}}{6{,}4\,\text{s}} - \dfrac{490\,\text{m}}{14\,\text{s}} = 45\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 35\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = 10\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_{\text{max}} = \dfrac{300\,\text{m}}{6\,\text{s}} - \dfrac{450\,\text{m}}{15\,\text{s}} = 50\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 30\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = 20\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

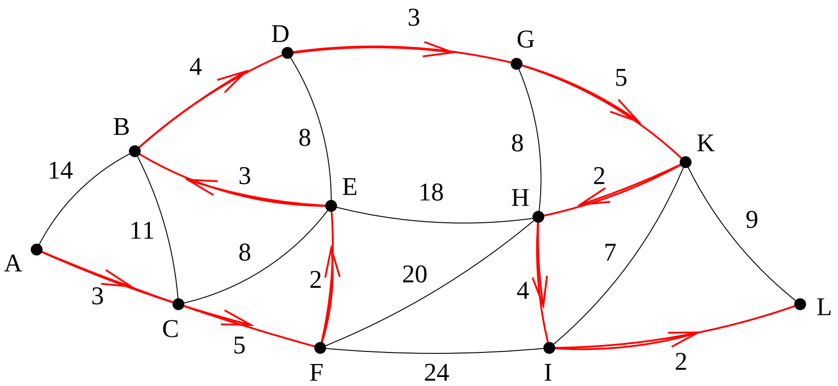
$v = (15 \pm 5)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

(b) $\delta_{\text{rel}} = 33\frac{1}{3}\,\%$

(c) $v = (54 \pm 18)\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$

6.5 Prozente

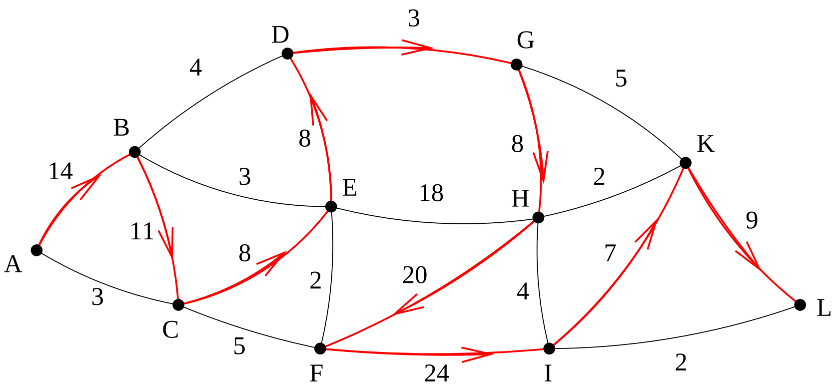
1. (a)



ACFEBDGKHIL: 33 km

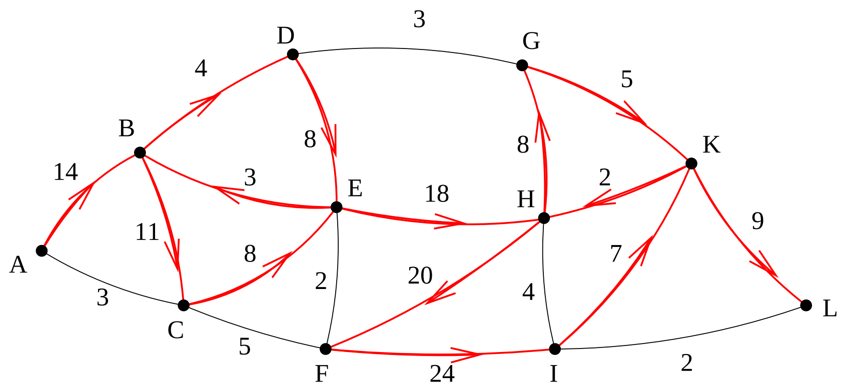
ACFIL: 34 km $\Longrightarrow$ um $\dfrac{1}{34} = \dfrac{100\,\%}{34} \approx 2{,}94\,\%$ kürzer.

(b)



ABCEDGHFIKL: 112 km, kürzester Weg: 33 km $\Longrightarrow$ um $\dfrac{112-33}{33} = \dfrac{7900\,\%}{33} = 239\frac{13}{33}\,\% \approx 239{,}4\,\%$ länger.

(c)



ABCEBDEHGKHFIKL: 141 km, kürzester Weg: 33 km $\Longrightarrow$ um
$\frac{141-33}{33} = \frac{10800\,\%}{33} = 327\frac{3}{11}\,\% \approx 327{,}3\,\%$ länger.

2. Steigung des Gipfelhangs: $s = \frac{420\,\text{m}}{540\,\text{m}} = \frac{7}{9} = \frac{700}{9}\,\% = 77\frac{7}{9}\,\% = 77{,}\overline{7}\%$

3. (a) $V_{\text{alt}} = 1000\,\text{cm}^3$, $V_{\text{neu}} = 15^3\,\text{cm}^3 = 3375\,\text{cm}^3$

   Das neue Volumen ist also um $2375\,\text{cm}^3$ größer, das sind 237,5 %.

   (b) $V_{\text{Hermine}} = 18^3\,\text{cm}^3 = 5832\,\text{cm}^3$

   $\frac{5832\,\text{cm}^3}{3375\,\text{cm}^3} = 1{,}728 \quad \Longrightarrow \quad$ um 72,8 % größer.

   (c) $V = 3375\,\text{cm}^3 + 5832\,\text{cm}^3 = 9207\,\text{cm}^3$

   $20^3 = 8000,\ 21^3 = 9261 \quad \Longrightarrow \quad a \approx 21\,\text{cm}$

4. Am Anfang bestehen die Erdbeeren zu 10 % aus festen Bestandteilen, das sind 10 kg. Bei der Heimfahrt sind es immer noch 10 kg feste Bestandteile, die jetzt aber 20 % der Gesamtmasse x ausmachen:

$$\frac{20}{100} \cdot x = 10\,\text{kg} \quad \Longrightarrow \quad x = 50\,\text{kg}$$

7 Inhalte, die über den bayerischen Lehrplan hinausgehen

7.1 Die Kettendivision, Euklidischer Algotithmus

1. (a) $a : b = x \,\mathrm{Rest}\, r \quad \Longrightarrow \quad a = b \cdot x + r \quad \Longrightarrow \quad r = a - b \cdot x$
   Da t ein Teiler von a und von b ist, gilt $a = n \cdot t$ und $b = m \cdot t$, d.h. $r = n \cdot t - m \cdot t \cdot x = (n - m \cdot x) \cdot t$.
   $1386 = 66 \cdot 21, \quad 588 = 28 \cdot 21, \quad 1386 : 588 = 2 \,\mathrm{Rest}\, 210$

   (b) $\mathrm{ggT}(1386,\ 588) = 42, \quad \mathrm{ggT}(588,\ 210) = 42$

   (c) $0 : n = 0$. Da b der größte Teiler von b und auch ein Teiler von 0 ist, ist b der $\mathrm{ggT}(b, 0)$.

   (d)
   $$\begin{aligned} 2173 &: 1271 = 1 \,\mathrm{Rest}\, 902 \\ 1271 &: 902 = 1 \,\mathrm{Rest}\, 369 \\ 902 &: 369 = 2 \,\mathrm{Rest}\, 164 \\ 369 &: 164 = 2 \,\mathrm{Rest}\, 41 \\ 164 &: \boxed{41} = 4 \,\mathrm{Rest}\, 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \mathrm{ggT}(2173,\ 1271) = \underline{\underline{41}} \end{aligned}$$

   (e)
   $$\begin{aligned} 4611 &: 2697 = 1 \,\mathrm{Rest}\, 1914 \\ 2697 &: 1914 = 1 \,\mathrm{Rest}\, 783 \\ 1914 &: 783 = 2 \,\mathrm{Rest}\, 348 \\ 783 &: 348 = 2 \,\mathrm{Rest}\, 87 \\ 348 &: \boxed{87} = 4 \,\mathrm{Rest}\, 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \mathrm{ggT}(4611,\ 2697) = \underline{\underline{87}} \end{aligned}$$
   $$\frac{2697}{4611} = \frac{2697 : 87}{4611 : 87} = \frac{31}{53}$$

2. $$\begin{array}{rcrcrl} 26219 & : & 25591 & = & 1 & \text{Rest } 628 \\ 25591 & : & 628 & = & 40 & \text{Rest } 471 \\ 628 & : & 471 & = & 1 & \text{Rest } 157 \\ 471 & : & 157 & = & 3 & \text{Rest } 0 \end{array}$$
   $$\mathrm{ggT} = 157 \quad \Longrightarrow \quad \frac{25591}{26219} = \frac{163}{167}$$

3. (a) $\dfrac{31122}{42978} = \dfrac{2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19}{2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 29} = \dfrac{21}{29}$

(b)
$$\begin{array}{rcrcrl} 9309 & : & 8881 & = & 1 & \text{Rest } 428 \\ 8881 & : & 428 & = & 20 & \text{Rest } 321 \\ 428 & : & 321 & = & 1 & \text{Rest } 107 \\ 321 & : & 107 & = & 3 & \text{Rest } 0 \end{array}$$

$$\text{ggT} = 107 \quad \Longrightarrow \quad \frac{9309}{8881} = \frac{87}{83}$$

4. (a) $\dfrac{61446}{24738} = \dfrac{2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 19}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 31} = \dfrac{77}{31}$

(b)
$$\begin{array}{rcrcrl} 9701 & : & 8611 & = & 1 & \text{Rest } 1090 \\ 8611 & : & 1090 & = & 7 & \text{Rest } 981 \\ 1090 & : & 981 & = & 1 & \text{Rest } 109 \\ 981 & : & 109 & = & 9 & \text{Rest } 0 \end{array}$$

$$\text{ggT} = 109 \quad \Longrightarrow \quad \frac{9701}{8611} = \frac{89}{79}$$

5.
$$\begin{array}{rclcrl} 902682 & : & 729828 & = & 1 & \text{Rest } 172854 \\ 729828 & : & 172854 & = & 4 & \text{Rest } 38412 \\ 172854 & : & 38412 & = & 4 & \text{Rest } 19206 \\ 38412 & : & 19206 & = & 2 & \text{Rest } 0 \end{array}$$

$$\text{ggT} = 19206 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 97 \quad \Longrightarrow \quad \frac{902682}{729828} = \frac{47}{38}$$

$902682 = 47 \cdot \text{ggT} = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 47 \cdot 97, \quad 729828 = 38 \cdot \text{ggT} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 97$

6.
$$\begin{array}{rclcrl} 865458 & : & 699732 & = & 1 & \text{Rest } 165726 \\ 699732 & : & 165726 & = & 4 & \text{Rest } 36828 \\ 165726 & : & 36828 & = & 4 & \text{Rest } 18414 \\ 36828 & : & 18414 & = & 2 & \text{Rest } 0 \end{array}$$

$$\text{ggT} = 18414 = 2 \cdot 3^3 \cdot 11 \cdot 31 \quad \Longrightarrow \quad \frac{865458}{699732} = \frac{47}{38}$$

$865458 = 47 \cdot \text{ggT} = 2 \cdot 3^3 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 47, \quad 699732 = 38 \cdot \text{ggT} = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 31$

7. (a)
$$\begin{array}{rcll} 313937 & : & 230299 & = 1 \ \text{Rest } 83638 \\ 230299 & : & 83638 & = 2 \ \text{Rest } 63023 \\ 83638 & : & 63023 & = 1 \ \text{Rest } 20615 \\ 63023 & : & 20615 & = 3 \ \text{Rest } 1178 \\ 20615 & : & 1178 & = 17 \ \text{Rest } 589 \\ 1178 & : & \boxed{589} & = 2 \ \text{Rest } 0 \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \text{ggT}(313937,\, 230299) = \underline{\underline{589}}$$

$$\frac{313937}{230299} = \frac{313937 : 589}{230299 : 589} = \frac{533}{391}$$

(b)
$$\begin{aligned}
159681 &: 149379 = 1 \ \text{Rest}\, 10302\\
149379 &: 10302 \ = 14\, \text{Rest}\, 5151\\
10302 &: \boxed{5151} \ = 2 \ \text{Rest}\, 0 \qquad \Longrightarrow \quad \text{ggT}(159681,\ 149379) = \underline{\underline{5151}}
\end{aligned}$$

$$\frac{149379}{159681} = \frac{149379 \ : \ 5151}{159681 \ : \ 5151} = \frac{31}{29}$$

8.
$$\begin{aligned}
19519 &: 18923 = 1 \ \text{Rest}\, 596\\
18923 &: 596 \ = 31\, \text{Rest}\, 447\\
596 &: 447 \ = 1 \ \text{Rest}\, 149\\
447 &: \boxed{149} \ = 3 \ \text{Rest}\, 0 \qquad \Longrightarrow \quad \text{ggT}(19519,\ 18923) = \underline{\underline{149}}
\end{aligned}$$

$$\frac{18923}{19519} = \frac{18923 \ : \ 149}{19519 \ : \ 149} = \frac{127}{131}$$

9. (a) $\text{kgV}(a,b) = \dfrac{a \cdot b}{\text{ggT}(a,b)}$

(b) $\text{ggT}(a,b) \,|\, a$ und $a \,|\, \text{kgV}(a,b) \quad \Longrightarrow \quad \text{ggT}(a,b) \,|\, \text{kgV}(a,b)$

(c)
$$\begin{aligned}
203797 &: 107767 = 1\, \text{Rest}\, 96030\\
107767 &: 96030 \ = 1\, \text{Rest}\, 11737\\
96030 &: 11737 \ = 8\, \text{Rest}\, 2134\\
11737 &: 2134 \ = 5\, \text{Rest}\, 1067\\
2134 &: \boxed{1067} \ = 2\, \text{Rest}\, 0 \qquad \Longrightarrow \quad \text{ggT}(203797,\ 107767) = \underline{\underline{1067}}
\end{aligned}$$

$$\text{kgV}(203797,\ 107767) = \frac{203797 \cdot 107767}{1067} = 191 \cdot 107767 = 20583497$$

(d) $$\frac{50504 \cdot 191 + 10136 \cdot 101}{20583497} = \frac{9646264 + 1023736}{20583497} = \frac{10670000}{20583497} = \frac{10000}{19291}$$

7.2 Genauigkeit von Messungen, geltende Ziffern

7.3 Rechnen mit rationalen Zahlen

1. $\frac{1}{3}1$

2. $\frac{2}{5}1$

3. $\frac{2}{5}1$

4. (a) $2\,\dfrac{4}{5}$ Liter (b) $1\,\dfrac{2}{5}$ Liter

5. (a) $6\,\dfrac{83}{88}\,\mathrm{l} = \dfrac{611}{88}\,\mathrm{l}$ (b) $\dfrac{47}{88}\,\mathrm{l}$

6. $\dfrac{4}{5} \cdot \dfrac{5}{7} \cdot 42\,\mathrm{l} + \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{5}{7} \cdot 42\,\mathrm{l} = 27\,\mathrm{l}$

7. (a) Der Riese ist $\dfrac{112}{5} = 22\dfrac{2}{5}$ mal so groß wie der Zwerg.
   (b) Hans: $1\,\dfrac{3}{5}\,\mathrm{m} = 1\,\dfrac{21}{35}\,\mathrm{m}$; Peter: $1\,\dfrac{5}{7}\,\mathrm{m} = 1\,\dfrac{25}{35}\,\mathrm{m}$

8. (a) Eva hat $1356\,\dfrac{1}{4}$ Seiten gelesen.
   (b) Bertha hat $3425\,\dfrac{1}{2}$ Seiten gelesen, das sind $325\,\dfrac{1}{2}$ Seiten mehr als Hans. Bertha hat also um $\dfrac{21}{200}$ mal mehr gelesen als Hans.

9. Fläche des Bodens: $28\frac{1}{6}\,\mathrm{m}^2$
   Fläche der vier Seitenwände: $45\,\mathrm{m}^2$
   Gesamtfläche: $73\frac{1}{6}\,\mathrm{m}^2$

7.4 Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen

1. (a) $x = \frac{2}{3}$ (b) $x = \frac{2}{3}$ (c) $x = 1\frac{1}{2}$ (d) $x = 1\frac{1}{2}$

2. (a) $z = \frac{5}{12}$
   (b) Die Klammer hat den Wert 0,4. Damit z den doppelten Wert annimmt, muss der Wert der Klammer halbiert werden. Die Klammer muss also durch die Zahl 0,2 ersetzt werden.

3. (a) $8\,\dfrac{59}{72}$ (b) $4\,\dfrac{1}{5}$ (c) 10

4. $7\frac{1}{3} - x = 2\frac{2}{3} + 1 : \frac{1}{4}$; $x = \frac{2}{3}$

5. (a) $9\,\dfrac{91}{102}$ (b) $\dfrac{65}{42} = 1\,\dfrac{23}{42}$

6. (a) $L = \{100\}$
   (b) $L = \{315\}$

7. $x \cdot 1{,}25\,\text{m} = 4{,}5\,\text{km}$, $x = 3600$

8. (a) $L = \left\{1\frac{6}{7}\right\}$
   (b) $L = \{2\}$
   (c) $L = \{\,4\,;\,5\,;\,6\,;\,...\,\}$

9. (a) $x^2 = \dfrac{1}{1-\frac{9}{25}} = \dfrac{1}{\frac{16}{25}} = \dfrac{25}{16} = \left(\dfrac{5}{4}\right)^2 \quad\Longrightarrow\quad x = \dfrac{5}{4} = 1\dfrac{1}{4}$
   (b) $\dfrac{\frac{8}{14}}{\frac{21}{x}} = \dfrac{8}{\frac{14 \cdot x}{21}} = \dfrac{8 \cdot 21}{14 \cdot x} = \dfrac{4 \cdot 3}{x} = \dfrac{4}{3} = \dfrac{4 \cdot 3}{9} \quad\Longrightarrow\quad x = 9$

10. $\dfrac{\frac{9}{\frac{6}{x}}}{4} = \dfrac{\frac{9 \cdot x}{6}}{4} = \dfrac{\frac{3 \cdot x}{2}}{4} = \dfrac{3 \cdot x}{8} = \dfrac{9}{2} = \dfrac{3 \cdot 12}{8} \quad\Longrightarrow\quad x = 12$

11. (a) $x^2 = \dfrac{1-\frac{9}{25}}{1-\frac{16}{25}} = \dfrac{\frac{16}{25}}{\frac{9}{25}} = \dfrac{16}{9} = \left(\dfrac{4}{3}\right)^2 \quad\Longrightarrow\quad x = \dfrac{4}{3} = 1\dfrac{1}{3}$
    (b) $\dfrac{2}{\frac{3}{x}} = \dfrac{2 \cdot x}{3} = \dfrac{22}{3} \quad\Longrightarrow\quad x = 11$

12. $2 \cdot a + 2 \cdot 1\frac{3}{4} \cdot a = 143\,\text{m}$, Seitenlängen: $26\,\text{m}$, $45\frac{1}{2}\,\text{m}$

13. (a) $L = \{1{,}7\}$
    (b) $L = [\,0\,;\,0{,}3\,[$
    (c) $L =]\,32{,}2\,;\,+\infty[$

14. $L = \{\,5\,;\,6\,;\,7\,;\,...\,20\,\}$

15. $\text{kgV}(126\,;\,147) = 882 \quad\Longrightarrow\quad \dfrac{882}{1183} < \dfrac{882}{6 \cdot x} < \dfrac{882}{882}$
    $\Longrightarrow\quad 1183 > x \cdot 6 > 882 \quad\Longrightarrow\quad L = \{\,148\,;\,149\,;\,...\,;\,197\,\}$

16. $\text{kgV}(132\,;\,231) = 924 \quad\Longrightarrow\quad \dfrac{924}{1183} < \dfrac{924}{4 \cdot x} < \dfrac{924}{924}$
    $\Longrightarrow\quad 1183 > x \cdot 4 > 924 \quad\Longrightarrow\quad L = \{\,232\,;\,233\,;\,...\,;\,295\,\}$

17. (a) $\frac{3}{4}\,\text{cm}$, $1\,\text{cm}$
    (b) $x \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{3}{4} = 540 \quad\Longrightarrow\quad x = 990$
    Gesamtfläche vor der Abtretung: $990\,\text{m}^2$
    Gesamtfläche nach der Abtretung: $720\,\text{m}^2$

Fläche für Haus und Garage: $180\,\mathrm{m}^2$

18. 140 Dollar
19. Alter Lohn: $30\,\frac{1}{4}$ €, ganz neuer Lohn: 28 €, $30\,\frac{1}{4} = 1\,\frac{9}{112} \cdot 28$
20. $x \cdot \left(1 + \frac{3}{7}\right) - x \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) = 87$

    $x = 105$ € (Anfangsbetrag), Paul nachher: 150 €, Paula nachher: 63 €
21. (a) $L = \{3\frac{1}{40}\}$
    (b) $L = \{\}$
    (c) $L = [1\frac{1}{2}; \infty[= \{x | x \geq 1\frac{1}{2}\}$

22. $x \cdot \left(1 + \frac{2}{9}\right) - x \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 111$

    $x = 135$ € (Anfangsbetrag), Paul nachher: 165 €, Paula nachher: 54 €

23. (a) $x \cdot \left(1 - \frac{5}{9}\right) - x \cdot \frac{1}{4} = 21,\ x = 108$
    (b) $x \cdot \left(1 - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 21,\ x = 63$

24. (a) $x \cdot \left(1 - \frac{3}{8}\right) - x \cdot \frac{1}{5} = 34,\ x = 80$
    (b) $x \cdot \left(1 - \frac{3}{8}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 34,\ x = 68$

25. (a) $x - \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{7} \cdot x = x \cdot \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{7}\right) = 15\,€ \quad \Longrightarrow \quad x = 42\,€$
    (b) $x \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) = 15\,€ \quad \Longrightarrow \quad x = 35\,€$

26. $\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x\right) + \frac{3}{4} \cdot \left(x - \left(\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x\right)\right)\right) + 15\,\mathrm{cm} = x \quad \Longrightarrow \quad x = 240\,\mathrm{cm}$

    1. Sprung: 120 cm, 2. Sprung: 60 cm, 3. Sprung: 45 cm
27. Bruder: $B \cdot \left(1 + \frac{1}{7}\right) = 8 \quad \Longrightarrow \quad B = 7$

    $x + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} \cdot x = \frac{8}{7} \cdot x + \frac{1}{7} = 8 \quad \Longrightarrow \quad x = 6$

28. $\left[x \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot 2 + x\right] \cdot 6 - 11 \cdot x = 3 \cdot x = E \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{E}{3}$
$E = 21 \quad \Longrightarrow \quad x = 7$

29. $x \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot 150 + y - 200 = 2 \cdot (x - 1) \cdot 100 + y = abc\underbrace{de}_{y}$

y ist also die Zahl, die aus den beiden letzten Ziffern des genannten Ergebnisses besteht. Streicht man die beiden letzten Ziffern des genannten Ergebnisses, teilt die so entstandene Zahl durch zwei und addiert eins, dann erhält man x.

Ergebnis $= 4499 \quad \Longrightarrow \quad y = 99$ und $x = \frac{44}{2} + 1 = 23$

30. (a) $x \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{8}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{11}\right) = 63,\ x = 140$

 (b) Der Bauer lügt, weil er nach der Aufzucht 115,5 Rinder hätte. Vor der Seuche muss die Rinderzahl ein Vielfaches von 40 sein, d.h. nach dem Verkauf ist die Rinderzahl ein Vielfaches von 18.

31. $x \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{7}{13}\right) = 20,\ x = 75$

32. $x \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{6}{5} \cdot x = 60\,\$ \quad \Longrightarrow \quad x = 50\,\$$

33. $x \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{3}{5} \cdot x = 210 \quad \Longrightarrow \quad x = 350$

350 € Anfangsbetrag

Endbetrag: $210\,€ \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)\,€ = 210\,€$

34. $x \cdot \left(1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{14}\right) = \frac{171}{140} \cdot x = 2565\,€ \quad \Longrightarrow \quad x = 2100\,€$

35. $x \cdot \left(1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{14}\right) = \frac{69}{56} \cdot x = 258750\,\text{Cent} \quad \Longrightarrow \quad x = 2100\,€$

36. $x \cdot \left(1 + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = 63\,\text{kg} \quad \Longrightarrow \quad x = 64\,\text{kg}$

37. $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = x \cdot \frac{19}{12} = 95 \quad \Longrightarrow \quad x = 60$

7.5 Größen

7.6 Größen in verschiedenen Einheiten, Rechnen mit Größen

1. $1\,\mathrm{m}^2$ kostet $91\,€ : \dfrac{39}{5} = \dfrac{35}{3}\,€$

   Fläche der neuen Folie: $\dfrac{45}{7}\,\mathrm{m}^2$, Preis: $\dfrac{45}{7} \cdot \dfrac{35}{3}\,€ = 75\,€$

2. $1\,\mathrm{dm}^2$ kostet $78\,€ : \dfrac{65}{7} = \dfrac{42}{5}\,€$

   Fläche der neuen Folie: $\dfrac{65}{6}\,\mathrm{dm}^2$, Preis: $\dfrac{65}{6} \cdot \dfrac{42}{5}\,€ = 91\,€$

7.7 Direkte und indirekte Proportionalität

7.8 Direkte Proportionalität

1. Proportionalitätsfaktor: 1,5

x	2	3	4	5,5
y	3	4,5	6	8,25

7.9 Indirekte Proportionalität