SMART

Sammlung mathematischer Aufgaben als Hypertext mit TEX

Jahrgangsstufe 6 (Gymnasium)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

30. Juli 2010

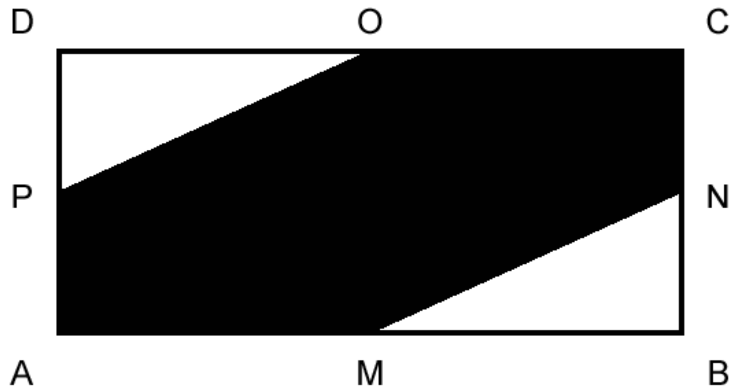
Inhaltsverzeichnis

1 Weiterentwicklung der Zahlvorstellung

1.1 Bruchteile und Bruchzahlen

1.1.1 Bruchteile und ihre Veranschaulichung

1. Gegeben ist ein Rechteck ABCD. Die Punkte M, N, O und P sind Mittelpunkte der Rechteckseiten.

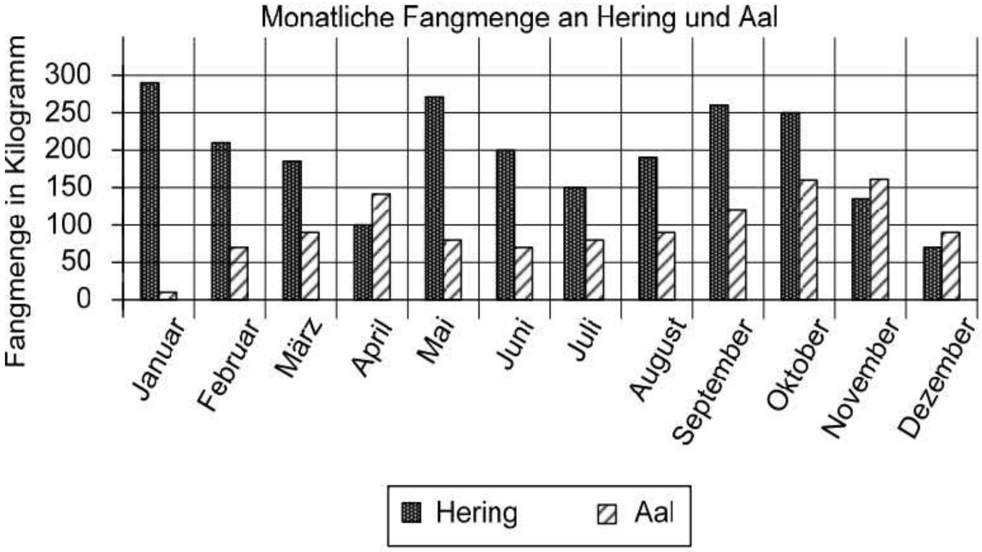


   Welcher Anteil der gesamten Rechteckfläche ist dunkel?

   Quelle: Vergleichsarbeit bundesland- und schulartübergreifend in der Jahrgangsstufe 8, Materialien zur Weiterarbeit

2. **Fisch**

   Das Diagramm zeigt die Menge gefangenen Fischs in jedem Monat.



In welchem Zeitraum ist die monatliche Fangmenge an Aal im Vergleich zum Vormonat laut Diagramm prozentual am meisten angestiegen?

- von März nach April
- von April nach Mai
- von September nach Oktober
- von Januar nach Februar

Quelle: VERA C 2008

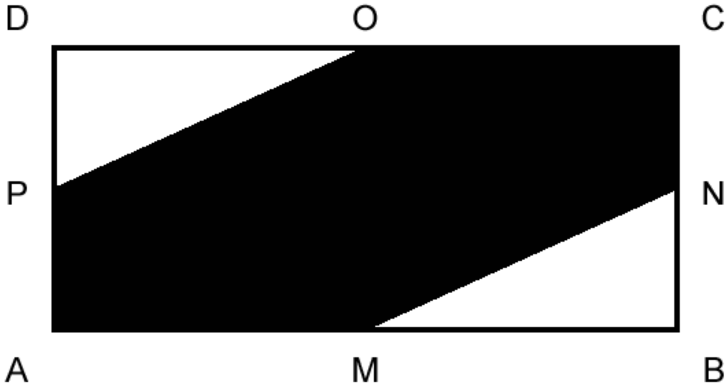
3. Brüche kombinieren
   (a) Es sind die Zahlen 1, 2 und 3 gegeben. Bilde damit alle möglichen Brüche aus jeweils zwei dieser Zahlen und sortiere sie der Größe nach. (Mehrfachverwendung erlaubt!)
   (b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn du die Zahlen 1, 2, 3, 5, 7 verwendest? Wie viele dieser Brüche sind kleiner als 1?
   (c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn du die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., n verwendest?

   Quelle: Christoph Hammer (Didaktik der Mathematik, LMU München)

4. Petra verteilt Haselnüsse. Ulrike erhält die Hälfte der Haselnüsse, Matthias die Hälfte des Rests und für Petra bleiben noch 8 Haselnüsse. Wie viele Haselnüsse hatte sie am Anfang?

   Quelle: Jahrgangsstufentest 2005, 8. Klasse, Realschule Bayern

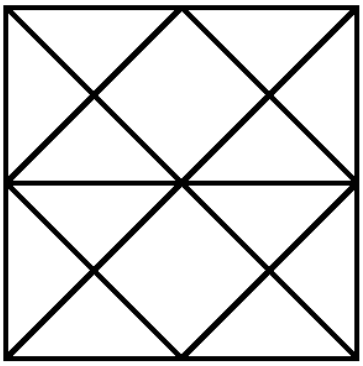
5. Gegeben ist ein Rechteck ABCD. Die Punkte M, N, O und P sind Mittelpunkte der Rechteckseiten.



Welcher Anteil der gesamten Rechteckfläche ist dunkel?

Quelle: Vergleichsarbeit bundesland- und schulartübergreifend in der Jahrgangsstufe 8, Materialien zur Weiterarbeit

6. Ein Quadrat wurde durch seine Diagonalen und einige Verbindungslinien zwischen der Seitenmitten in Teilflächen zerlegt.



Färbe 75% der Gesamtfläche ein. Verwende nur gegebene Teilflächen.

Quelle: Vergleichsarbeit bundesland- und schulartübergreifend in der Jahrgangsstufe 8, Materialien zur Weiterarbeit

7. Eine Müslimischung enthält 3 Teile Haferflocken, 2 Teile Cornflakes, 2 Teile Rosinen, einen Teil Nüsse, einen Teil Bananenchips und einen Teil getrocknete Aprikosen. Wieviel Gramm von jeder Zutat müssen in einer Tüte von 1 kg Müsli enthalten sein?

8. Von 56 Kindern eines Kindergartens wird jedes vierte Kind regelmäßig mit dem Auto gebracht, von den restlichen Kindern jedes dritte ab und zu mit dem Auto und 24

Kinder zu Fuß. Die restlichen Kinder werden mit dem Fahrrad gebracht. Wie viele Kinder werden regelmäßig mit dem Auto gebracht, wie viele ab und zu mit dem Auto und wie viele mit dem Fahrrad?

9. Ein Grundstück hat eine Gesamtfläche von 800 m^2. Davon entfällt ein Viertel auf ein Wohnhaus mit Garage, ein Drittel auf versiegelte Freiflächen (Terrasse, Garagenzufahrt, Müllecke und betonierte Wege) sowie der Rest auf unversiegelte Freiflächen (Buddelkasten, Rasen, Beete, Komposthaufen und geschotterte Wege).
   (a) Geben Sie die Fläche des Wohnhauses mit Garage, die Größe der versiegelten Freiflächen und die Größe der unversiegelten Freiflächen in Quadratmetern an!
   (b) Durch Entsiegelungsarbeiten im Bereich der Garagenzufahrt wird die versiegelte Freifläche um ein Viertel verringert. Geben Sie die Größe der versiegelten Freiflächen und die Größe der unversiegelten Freiflächen nach der Entsiegelung in Quadratmetern an!

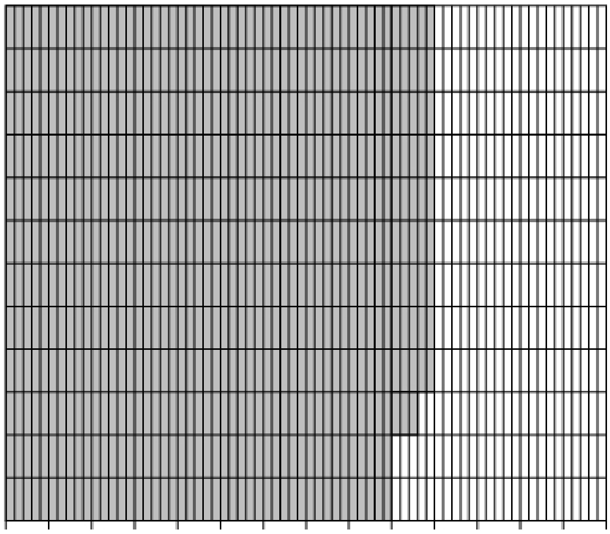
10. Petra verteilt Haselnüsse. Ulrike erhält die Hälfte der Haselnüsse, Matthias die Hälfte des Rests. Petra bleiben dann noch acht Haselnüsse. Wie viele Haselnüsse hatte sie am Anfang?

    Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2005

11. Berechne folgende Bruchteile:
    (a) $\frac{7}{11}$ von $1\,\mathrm{h}\,6\,\mathrm{min}$
    (b) $\frac{51}{34}$ von $2\,\mathrm{kg}$

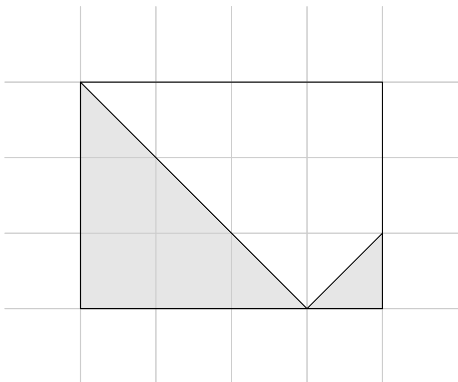
12. Berechne folgende Bruchteile:
    (a) $\frac{7}{13}$ von $2\,\mathrm{h}\,23\,\mathrm{min}$
    (b) $\frac{57}{38}$ von $4\,\mathrm{kg}$

13. Das ganze Rechteck in nebenstehender Abbildung hat die Fläche 32 ha. Wie groß ist der dunkle Teil der Fläche?



14. Von einem Bruch ist bekannt:
Zähler und Nenner ergeben zusammen 212. Der Zähler ist dreimal so groß wie der Nenner. Gib den Bruch an und vereinfache ihn so weit wie möglich.

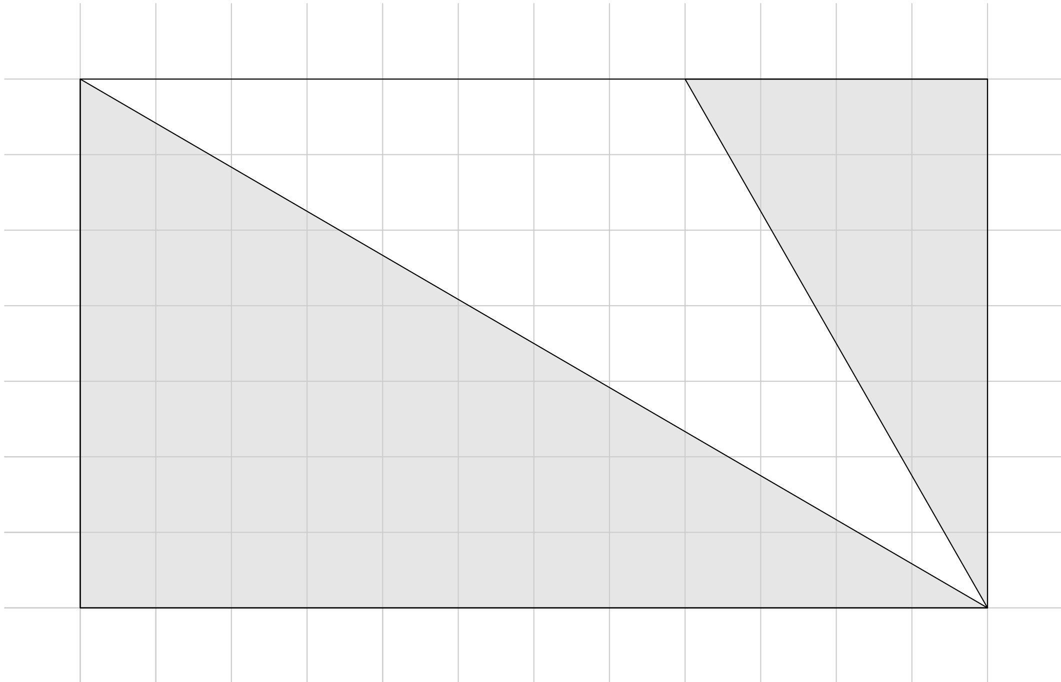
15. Welcher Bruchteil des Rechtecks ist grau gefärbt?



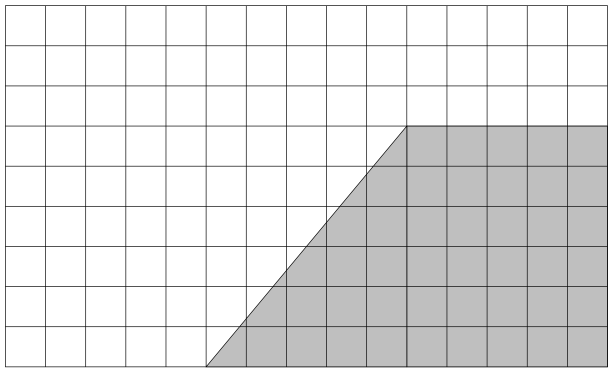
□ $\frac{7}{5}$ □ $\frac{1}{3}$ □ $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$ □ $\frac{5}{12}$ □ $\frac{5}{7}$

Quelle: Bayerischer Mathematik-Test 2001

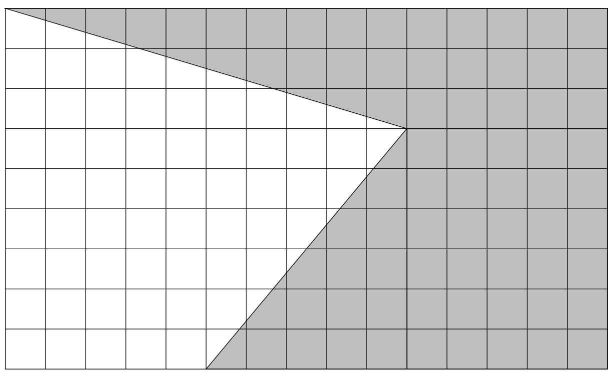
16. Welcher Bruchteil des Rechtecks ist grau gefärbt?



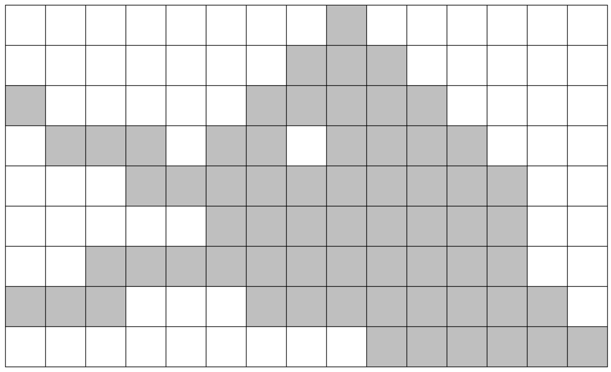
17. Welchen Bruchteil des gesamten Rechtecks stellt die dunklere Fläche dar?



18. Welchen Bruchteil des gesamten Rechtecks stellt die dunklere Fläche dar?



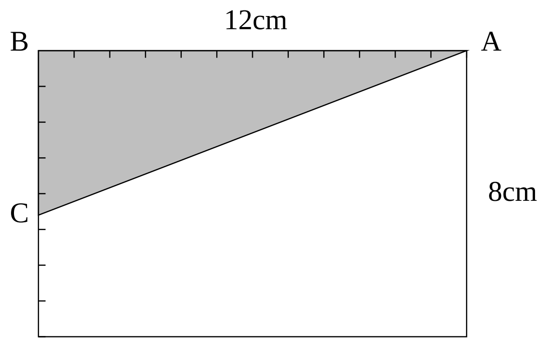
19. Welchen Bruchteil des gesamten Rechtecks stellt die dunklere Fläche dar?



20. Zeichne ein Rechteck mit den Seitenlängen 7 cm und 3 cm. Kennzeichne farbig folgende Bruchteile der Rechtecksfläche: $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{28}$ und $\frac{4}{21}$.

21. Zeichne die Punkte A (1|0), B (13|0), C (11|8), D (3|8), E (5|0), F (2|4) und G (4|4) in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm).
    (a) Welchen Bruchteil der Fläche des Vierecks ABCD stellt die Fläche des Dreiecks AED dar?
    (b) Welchen Bruchteil der Fläche des Vierecks ABCD stellt die Fläche des Dreiecks FGD dar?
    (c) Welchen Bruchteil der Fläche des Vierecks ABCD stellt die Fläche des Vierecks AEGF dar?

22. Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 12 cm und 8 cm. Durch eine gerade Linie von der Ecke A aus soll ein Dreieck ABC abgeschnitten werden, dessen Fläche $\frac{3}{8}$ der gesamten Rechtecksfläche ausmacht. Wie lang ist die Strecke von B nach C?



Vorsicht, in der Zeichnung ist C an der falschen Stelle! Begründe deine Antwort!

23. Anna versucht die neu gelernten echten Brüche zu nummerieren. Der Anfang sieht folgendermaßen aus:

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	...
Bruch	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	...

(a) Auf welche Weise hat Anna die Brüche nummeriert?

(b) Welche Nummer gehört zum Bruch $\frac{1}{12}$

(c) Wie lautet der Bruch mit der Nummer 356?

Quelle: Fürther Mathematik Olympiade, 1. Runde, 2003/2004

24. In einem Mehrfamilienhaus befinden sich vier Mietwohnungen mit Wohnflächen von $45m^2$, $68m^2$, $72m^2$ und $95m^2$. Die Kosten für die Müllabfuhr werden nach der Wohnungsgröße auf die Mietparteien umgelegt. Insgesamt wurden der Hausverwaltung durch das Entsorgungsunternehmen für die Hausmüllentsorgung in einem Jahr 610, 05 EUR in Rechnung gestellt. Welche Kosten ergeben sich aufgeschlüsselt auf die einzelnen Haushalte?

25. In einem Mehrfamilienhaus befinden sich vier Mietwohnungen mit den Wohnflächen von $45m^2$, $68m^2$, $72m^2$ und $95m^2$. Die jährlichen Kosten für die Heizung werden nach folgendem System auf die Mietparteien umgelegt:

    Die Gesamtkosten werden zuerst zu gleichen Teilen in Grundkosten und Verbrauchskosten aufgeteilt. Die Grundkosten werden wie die Kosten für die Hausmüllentsorgung entsprechend der Wohnungsgröße auf die Mietparteien umgelegt. Die Verbrauchskosten werden anteilig entsprechend der verbrauchten Einheiten auf die Mietparteien umgelegt. Insgesamt wurden der Hausverwaltung durch das Energieversorgungsunternehmen für Heizung 1675,88 EUR in Rechnung gestellt. Bei der Heizkostenablesung in den Wohnungen wurde für das gesamte Haus ein Verbrauch von 65 Einheiten ermittelt. Auf die größte der vier Wohnungen entfielen davon 22 Einheiten.

    Die Hausverwaltung hat den Mietern der größten Wohnung Heizkosten in einer Höhe von 567,63 EUR berechnet. Prüfe, ob dieser Betrag korrekt ist und berechne gegebenenfalls den korrekten Betrag!

26. Ein Rechtsanwalt hat einige Räume seiner Mietwohnung zu seinem Anwaltsbüro umgewidmet. Mit dem Vermieter hat er die teilgewerbliche Nutzung der Räumlichkeiten vertraglich wie folgt geregelt: Drei Fünftel der von ihm genutzten Räumlichkeiten gelten als privat, der Rest gilt als gewerblich genutzte Fläche. Die Gesamtfläche beträgt $145m^2$. Insgesamt ist eine monatliche Nettokaltmiete von 918,41 EUR zu zahlen. Für die privat genutzten Räume wird eine Nettokaltmiete von 4,83 EUR pro Quadratmeter berechnet.

    (a) Wieviel Quadratmeter umfasst der als Anwaltsbüro genutzte Teil der Wohnung, wieviel Quadratmeter werden privat genutzt?

(b) Welche Nettokaltmiete zahlt er für den gewerblich genutzten Teil der Wohnung pro Quadratmeter?

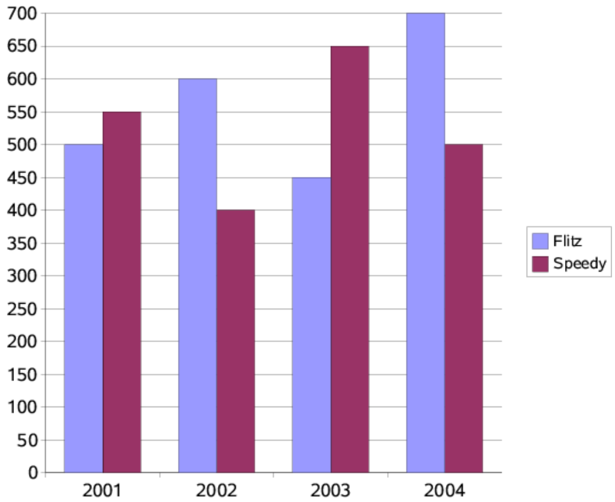
1.1.2 Erweitern und Kürzen

1. (a) $\frac{36 \cdot 78 \cdot 121}{108 \cdot 22}$
   (b) $10^2 + 10^1 + 10^0$
   (c) $\frac{645}{516} = \frac{\Delta}{100}$
   (d) Der Oberflächeninhalt eines Würfels mit dem Volumen $343m^3$ beträgt $\ldots m^2$.
   (e) $\frac{1}{2} + \frac{3}{19} = \frac{50}{\Delta}$

   Quelle: Kreuzzahlrätsel von Ulrike Schätz

2. Fahrradhändler Velo verkauft Rennräder ausschließlich der Marken „Flitz" und „Speedy".

   Das Diagramm zeigt für die Jahre 2001 bis 2004 die Anzahl der verkauften Rennräder dieser beiden Marken.



   (a) Wie viele Rennräder der Marke „Flitz" wurden in den Jahren 2001 bis einschließlich 2004 insgesamt verkauft?
   (b) In welchem Jahr war der Anteil der Rennräder der Marke „Speedy" an der Gesamtzahl der im selben Jahr verkauften Rennräder am kleinsten? Begründe deine Antwort.

   Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2005

3. (a) Berechne $\frac{2}{3}$ von 51

(b) Berechne $\frac{2}{3}$ von 42

(c) Kürze soweit wie möglich: $\frac{110}{165}$, $\frac{168}{140}$, $\frac{165}{220}$, $\frac{126}{105}$, $\frac{308}{140}$

4. Kürze folgende Brüche vollständig:

(a) $\dfrac{165}{105}$ (b) $\dfrac{48 \cdot 105 \cdot 99}{56 \cdot 66 \cdot 45}$

5. (a) Wandle in gemischte Zahlen um: $\frac{220}{132}$, $\frac{476}{168}$, $\frac{275}{165}$, $\frac{357}{126}$

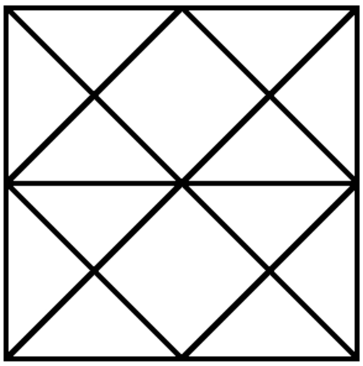
   (b) Wandle in unechte Brüche um: $5\frac{7}{11}$, $4\frac{16}{20}$, $3\frac{7}{11}$, $5\frac{16}{20}$

6. Kürze vollständig: $\dfrac{1092}{10296}$

7. Kürze vollständig mit deinem Lieblingsverfahren: $\dfrac{861}{984}$

1.1.3 Spezielle Anteile in alternativer Schreibweise als Prozentsätze

1. Ein Quadrat wurde durch seine Diagonalen und einige Verbindungslinien zwischen der Seitenmitten in Teilflächen zerlegt.



Färbe 75% der Gesamtfläche ein. Verwende nur gegebene Teilflächen.

Quelle: Vergleichsarbeit bundesland- und schulartübergreifend in der Jahrgangsstufe 8, Materialien zur Weiterarbeit

2. *Die Nutzung des Internets hat in Deutschland weiter zugenommen. Fast zwei Drittel der Personen ab zehn Jahren (65%) nutzten im ersten Quartal 2006 das Internet. Dies geht aus der aktuellen Auswertung der Befragung privater Haushalte zur Nutzung von Informations- und Kommunikationstechnologien hervor [...] Innerhalb der Gruppe der Internetnutzer ging im ersten Quartal 2006 mehr als die Hälfte (56%)*

täglich oder fast täglich online, ein Jahr zuvor waren es noch 50% *der Internetnutzer. (Statistisches Bundesamt Deutschland)*

Welcher Prozentsatz der Personen ab 10 Jahren ging damit im ersten Quartal 2006 täglich oder fast täglich online?

Quelle: VERA C 2008

3. Im Rahmen des Verkehrsunterrichts wurden die Fahrräder der Unterstufenschüler überprüft. Die einzelnen Mängel wurden in folgender Liste zusammengefasst:
   - mangelhafte Bremsen an 15% der Fahrräder
   - mangelhafte Reifen an $\frac{1}{5}$ der Fahrräder
   - mangelhafte Beleuchtung an jedem 6. Fahrrad

   (a) Welcher Mangel wurde am häufigsten festgestellt? Begründe deine Antwort durch einen Größenvergleich der in der Liste genannten Anteile.

   (b) Peter schaut sich die obige Liste mit den Ergebnissen der Überprüfung an, rechnet kurz und sagt dann: „Nach dieser Liste sind mehr als 50% aller untersuchten Fahrräder mangelhaft.“ Begründe, dass Peter nicht unbedingt Recht hat.

   Quelle: Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2008

4. (a) $33\frac{1}{3}\%$ von 468 EUR sind ...

   (b) $2^{10} : 2^{9}$

   (c) Zwei Fünftel von 95 EUR sind ...

   (d) Wenn Tom von seinen 936 EUR mindestens $33\frac{1}{3}\%$ ausgibt, hat er nöchstens noch ...

   (e) 5% von ... EUR sind 42,75 EUR

   (f) 10% von 40% von ... sind 21 km.

   Quelle: Kreuzzahlrätsel von Ulrike Schätz

5. Verwandle in eine gemischte Zahl:

   (a) $\dfrac{37}{4}$, (b) $\dfrac{100}{7}$, (c) $\dfrac{1001}{65}$, (d) 364 %

6. Verwandle in einen Bruch:

   (a) $5\frac{7}{8}$, (b) $13\frac{1}{7}$, (c) $4\frac{143}{1001}$, (d) $8\frac{24}{36}$, (e) 64 %, (f) 645 %

7. Verwandle in die Prozentschreibweise:
   (a) $\frac{7}{4}$, (b) $\frac{23}{100}$, (c) $\frac{3}{5}$, (d) $\frac{13}{20}$, (e) $\frac{5}{14}$, (f) $5\frac{3}{8}$, (g) $7\frac{4}{7}$

8. Berechne folgende Bruchteile: (a) $\frac{3}{7}$ von 20 (b) 23 % von 40

9. Die sechste Jahrgangsstufe eines Gymnasiums besuchen 125 Schüler, davon 40 Mädchen. Welchen Bruchteil der gesamten Schüler machen die Mädchen aus? Schreibe diesen Bruchteil in Prozenten hin und stelle ihn an einem Balken geeigneter Länge und in einem Kreisdiagramm dar. Alle für die Zeichnungen benötigten Rechnungen müssen hingeschrieben werden!

10. (a) Welchen Winkel schließen der große und der kleine Zeiger einer Uhr um 22:20 Uhr miteinander ein?
    (b) Wieviel Prozent der Fläche des Ziffernblattes einer Uhr liegen um 19:45 Uhr zwischen dem großen und dem kleinen Zeiger?

1.1.4 Menge der rationalen Zahlen, Zahlengerade

1. Für zwei Zahlen x und y soll gelten
   (a) $x + y = 1$.
   (b) $x \cdot y = 1$.
   (c) $\frac{x}{y} = 1; \quad y \neq 0$.

   Kreuze die richtige Aussage an.
   ◯ Wenn x negativ ist, dann ist y positiv.
   ◯ Wenn x größer ist als 1, dann ist auch y größer als 1.
   ◯ Weder x noch y können negativ sein.
   ◯ Wenn x kleiner ist als 1, dann ist y positiv.
   ◯ x und y müssen dasselbe Vorzeichen haben.

   Quelle: VERA C 2008

2. $$\text{A}\left(1\frac{1}{6}\right), \quad \text{B}\left(\frac{17}{12}\right), \quad \text{C}\left(\frac{5}{8}\right)$$
   (a) Wie nennen wir die Brüche hinter den Großbuchstaben?
   (b) Trage auf einem Zahlenstrahl (Einheit 12cm) die hinter den Buchstaben stehenden Brüche als Punkte ein und schreibe nur den jeweiligen Großbuchstaben an den entsprechenden Punkt!

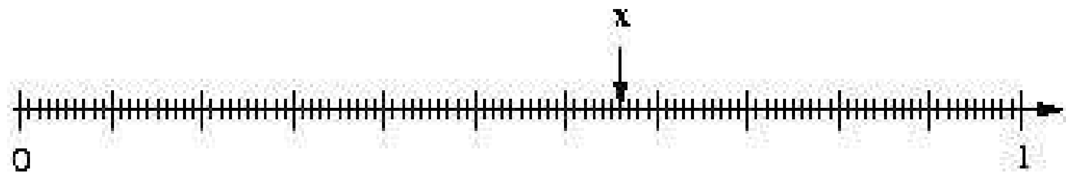
3. (a) Trage auf einem Zahlenstrahl mit der Einheit 6 cm die hinter den Buchstaben stehenden Brüche ein.

$$\text{A}\left(-1\frac{1}{6}\right)\ ,\ \text{B}\left(1\frac{1}{12}\right)\ ,\ \text{C}\left(-\frac{3}{4}\right)\ ,\ \text{D}\left(\frac{7}{8}\right)\ ,\ \text{E}\left(-\frac{2}{3}\right)$$

   (b) Trage auf einem Zahlenstrahl mit der **Einheit 3cm** die hinter den Buchstaben stehenden Brüche ein.

$$\text{A}\left(2\frac{2}{3}\right)\ ,\ \text{B}\left(-1\frac{1}{2}\right)\ ,\ \text{C}\left(-2\frac{3}{4}\right)\ ,\ \text{D}\left(\frac{1}{3}\right)\ ,\ \text{E}\left(-\frac{2}{3}\right)$$

4. (a) Wie lautet die Zahl x?

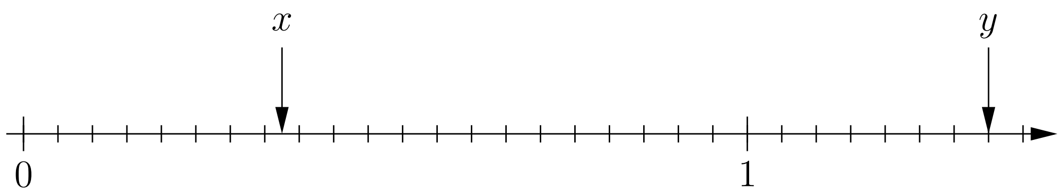


   (b) Markiere die Zahlen $a = \frac{6}{13}$ und $b = \frac{8}{15}$ an einem Zahlenstrahl mit der Einheit 13 cm. Eine Erläuterung mit Rechnungen **muss** vorhanden sein!

5. (a) In einer alten Landkarte entsprechen 17 cm in der Karte einem Kilometer in der Wirklichkeit. Welcher wirklichen Länge entsprechen 51 mm in der Karte?

   (b) Markiere die Zahl $x = \frac{5}{8}$ an einem Zahlenstrahl mit der Einheit 9 cm. Berechne zuerst, wie viele Millimeter in der Zeichnung der Zahl x entsprechen!

6. (a) Wie lauten die Zahlen x und y?



   (b) Markiere die Zahl $a = \frac{7}{8}$ an einem Zahlenstrahl mit der Einheit 10,5 cm. Berechne zuerst, wie viele Millimeter in der Zeichnung der Zahl a entsprechen!

7. Trage die Zahlen $x = -\frac{7}{17}$ und $y = -0{,}4$ auf der Zahlengeraden mit der Einheit 17 cm ein. Berechne zuerst, wie weit y vom Nullpunkt entfernt ist.

1.2 Dezimalzahlen

1.2.1 Erweiterung der Stellenwerttafel, Darstellung an der Zahlengeraden

1.2.2 Umwandlung von endlichen Dezimalbrüchen in Brüche und umgekehrt

1. **EURO**

   Seit der Einführung des Euros am 1.1.2002 rechnen noch immer einige Leute in ihre ursprüngliche Währung um. So multiplizieren z. B. viele Deutsche die Euro-Preise mit 2, um den Preis in DM zu erhalten. In der Tabelle sind die Umrechnungskurse für die anderen Euro-Länder angegeben.

Land	**1 Euro entspricht**
Belgien	40,3399 BEF
Deutschland	1,95583 DM
Finnland	5,94573 FIM
Frankreich	6,55957 FRF
Griechenland	340,750 GRD
Irland	0,787564 IEP
Italien	1936,27 ITL
Luxemburg	40,3399 LUF
Niederlande	2,20371 NLG
Österreich	13,7603 ATS
Portugal	200,482 PTE
Spanien	166,386 ESP

   (a) Welches Land hatte vor der Einführung des Euros die Scheine mit den größten Zahlen und welches die mit den kleinsten Zahlen? Begründe deine Antwort.

   (b) Finde eine **einfache** Rechenmethode, wie Leute in Österreich, Frankreich und Spanien in ihre alte Währung umrechnen können.

   (c) Die kleinste DM-Münze war die 1-Pfenning-Münze (=0,01DM). Ist es dann überhaupt sinnvoll den Umrechnungskurs von EUR auf DM auf 5 Nachkommastellen anzugeben? Begründe deine Antwort.

   Quelle: Standard Mathematik von der Basis bis zur Spitze, Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematikunterricht, Christina Drüke-Noe, Dominik Leiß, Institut für Qualitätsentwicklung, Wiesbaden, 2005

2. Wandle folgende Zahlen im Kopf in die jeweils andere Schreibweise (gemischte Zahl, Dezimalzahl) um.
   (a) $\frac{3}{4}$, 0,6, $\frac{7}{8}$
   (b) 0,5, $7\frac{3}{8}$, $\frac{4}{5}$
   (c) 0,25, $5\frac{2}{5}$, 5,8
   (d) $41\frac{1}{4}$, 3,125, 3,75

3. Wandle folgende Zahlen in die jeweils andere Schreibweise (gemischte Zahl, Dezimalzahl) um.
   (a) $3\frac{3}{8}$, $-7{,}75$, $2\frac{3}{5}$
   (b) $-5{,}875$, $2\frac{1}{4}$, 2,345
   (c) $2\frac{1}{2}$, $-7{,}654$, $-5\frac{7}{10}$
   (d) $\frac{5}{8}$, 2,08, $-1\frac{2}{5}$

4. Welche echten Brüche lassen sich in eine endliche Dezimalzahl umwandeln?

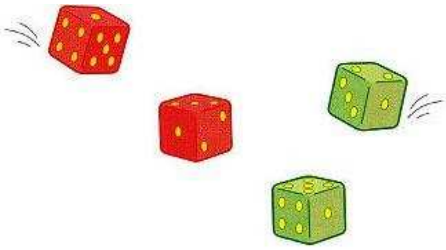
1.3 Relative Häufigkeit

1.3.1 Auswerten von Zufallsexperimenten

1. Wusstest du, dass im Berufsverkehr im Durchschnitt nur 1,2 Personen in einem Auto sitzen?
   (a) Was bedeutet das?
   (b) Wie waren die Autos besetzt, wenn 10 Autos kontrolliert wurden?
   (c) Bei 40 kontrollierten Autos waren 39 mit je einer Person besetzt. Ist das möglich?
   (d) In 40 Autos saßen 60 Personen. Wie viele Personen saßen durchschnittlich in einem Auto?

   Quelle: Robert Lesewa, Gymnasium Donauwörth

2. **Würfeltest**



Mit welchem Würfel würfelt man am häufigsten eine 6? Findet heraus, wer von euch den „besten“ 6er Würfel hat. Dabei sollt ihr wie folgt vorgehen.

- Jeder würfelt mit seinem Würfel, der sich in einem Würfelbecher befinden sollte.
- Das Ergebnis eines jeden Wurfes wird in die unten abgebildete Protokolltabelle bei der entsprechenden Wurfnummer eingetragen.
- Wer zuerst bei 60 Würfen angelangt ist, ruft laut ,,STOP”, alle anderen hören dann sofort mit dem Würfeln auf.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.	41.	42.	43.	44.	45.
46.	47.	48.	49.	50.	51.	52.	53.	54.	55.	56.	57.	58.	59.	60.

(a) Trage in die Tabelle die (sogenannten absoluten) Häufigkeiten für die einzelnen Augenzahlen ein.

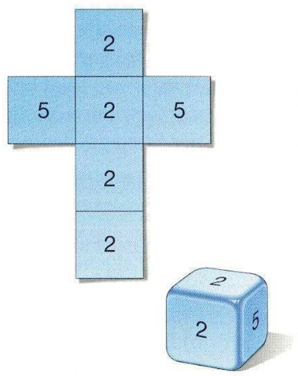
Augenzahl	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit						

(b) Vergleiche deine Ergebnisse mit denen deines Nachbarn. Gibt es zwischen den einzelnen Würfeln Unterschiede? Begründe warum oder warum nicht!

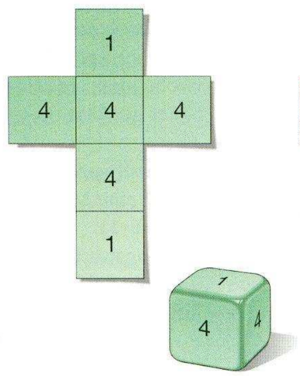
(c) Was könnte mit dem Begriff ,,relative Häufigkeit” gemeint sein?

3. **Würfel des Herrn Efron**

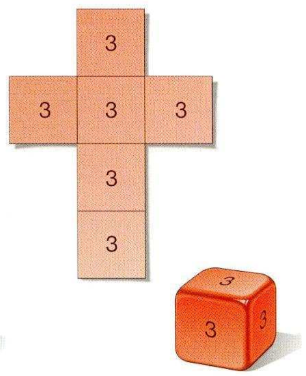
Die sechs Seiten eines Würfels müssen nicht unbedingt mit den Zahlen von eins bis sechs beschriftet sei, sie können ganz unterschiedliche Beschriftung haben.
Für ein einfaches, aber im Ergebnis recht verblüffendes Würfelspiel kann man die unten abgebildeten „Würfel des Herrn Efron“ verwenden. Es handelt sich dabei um drei unterschiedlich beschriftete Würfel. Ihr könnt sie leicht herstellen, indem ihr auf herkömmliche Würfel kleine Papierstreifen (Würfelnetze) klebt und diese entsprechend beschriftet.



Würfel I



Würfel II



Würfel III

Spielregel (für zwei Spieler):

- Jeder Spieler erhält sechs Münzen.
- Der erste Spieler wählt einen der drei Würfel.
- Der zweite Spieler wählt einen anderen Würfel.
- Beide Spieler würfeln. Wer die höhere Augenzahl erreicht, gewinnt und erhält vom Verlierer eine Münze.
- Die Schritte $1-4$ werden wiederholt bis ein Spieler keine Münzen mehr hat.

(a) Spiele nach den oben angegebenen Spielregeln.

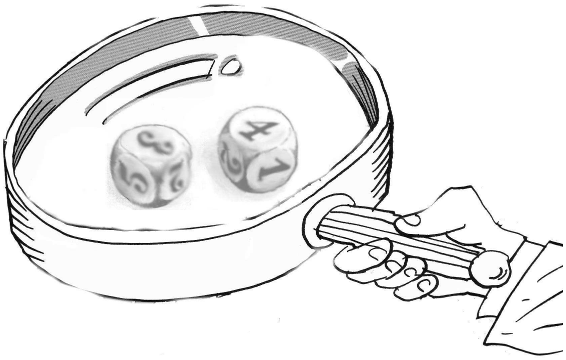
(b) Welchen Würfel sollte der zweite Spieler wählen, wenn der erste Spieler den Würfel I gewählt hat?

(c) Welchen Würfel sollte der zweite Spieler wählen, wenn der erste Spieler den Würfel III gewählt hat?

Quelle: Mathe Live 8, S. 57f.

4. **Getarnte Würfel**

Im Gegensatz zu einem klassischen 6er Würfel sollt ihr in Partnerarbeit einen sechsseitigen Würfel herstellen, auf dem Zahlen aus der Menge 1,2,3,4,5,6 einfach, mehrfach oder gar nicht vorkommen.



Dafür klebt ihr auf die sechs Seiten eines herkömmlichen Würfels kleine Papierschnipsel auf denen eure Zahlen stehen. Wenn ihr damit fertig seid, sucht ihr euch eine andere 2er-Gruppe und würfelt so, dass diese Schüler eueren Würfel nicht sehen können. Lediglich das Ergebnis wird mitgeteilt und in die folgende Tabelle eingetragen:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Anzahl (absolute Häufigkeit)						

(a) Wie könnte die Beschriftung des Würfels aussehen?

(b) Wie oft muss man werfen, um eine möglichst sichere Aussage über die Beschriftung des Würfels machen zu können? Begründe!

(c) Was könnte der Grund dafür sein, dass eine Zahl häufiger gewürfelt wird als eine andere, die genauso oft auf dem Würfel ist?

5. **Lego-Steine**

Statt mit einem normalen Spielwürfel kann man auch mit einem Lego-Stein „würfeln“. Nimm einen „Achter“ und beschrifte ihn wie hier gezeigt. Wie bei einem richtigen Spielwürfel haben gegenüberliegende Seiten zusammen die Augenzahl 7. Beim Würfeln sollte ein Würfelbecher benutzt werden. Als Ergebnis notiert man die Augenzahl.

Anne, Gisa und Simon haben vor ihrem Würfeln mit dem Lego-Stein die Chancen für die Augenzahlen 1 bis 6 geschätzt.

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Schätzung Anne	2%	10%	31%	45%	10%	2%
Schätzung Peter	1%	7%	40%	36%	12%	4%
Schätzung Gisa	0%	5%	40%	50%	5%	0%
Schätzung Simon	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

(a) Welcher Schätzung würdest du am ehesten zustimmen? Begründe deine Antwort!

(b) Gib selbst eine Schätzung ab und überprüfe die Schätzungen, indem du $100 mal$ mit dem Lego-Stein würfelst. Stelle die absolute und die relative Häufigkeit in einer Tabelle zusammen. Gib nach diesem Versuch eine (möglicherweise verbesserte) Schätzung ab.

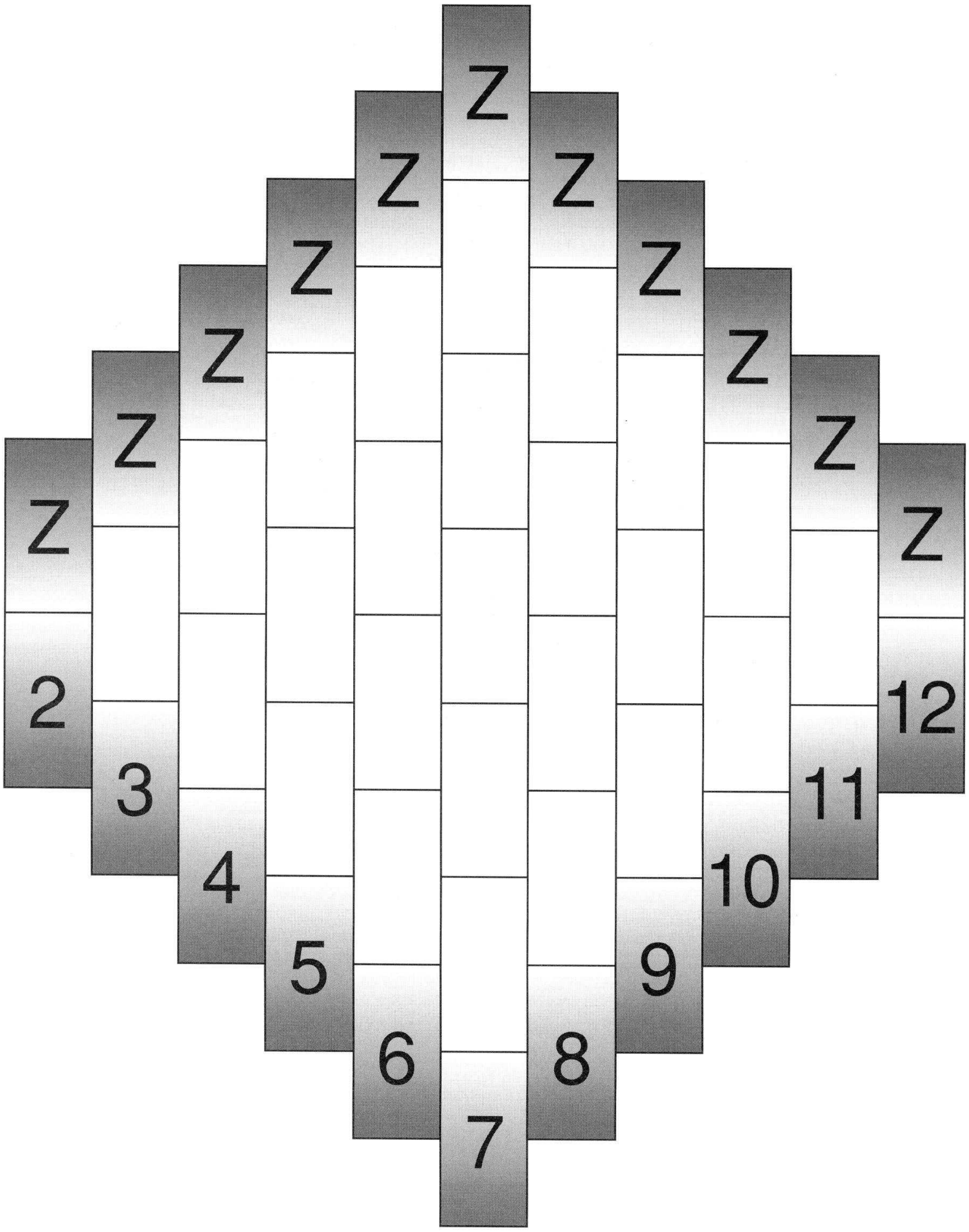
(c) Wolfgang behauptet, die Chance für das Würfeln einer Augenzahl hängt vom Flächeninhalt der zugehörigen Seite ab. Berechne die Flächeninhalte, wobei du die Flächen mit 3 und 4 als eben annehmen kannst. Gib den Anteil jedes einzelnen Flächeninhalts an der gesamten Oberfläche an. Vergleich mit den Angaben aus (a).

Quelle: Lambacher Schweizer 8, S. 156

6. **Spiel „Der schnellste Weg"**

Zu Beginn des Spieles wird von jedem Mitspieler ein Spielstein auf eine Startzahl zwischen 2 und 12 gesetzt. Anschließend wird mit zwei Würfeln gewürfelt und die Augensumme gebildet. Stimmt die Augensumme mit der besetzten Startzahl überein, darf man ein Feld vorrücken und nochmals würfeln. Stimmen Augensumme und Startzahl nicht überein, ist der nächste Spieler dran. Wer mit seinem Spielstein auf ein Zielfeld (Z) kommt, hat einen Gewinnpunkt gemacht und darf seinen Stein wieder auf eine beliebige Startzahl setzen.
Gewonnen hat derjenige, der zuerst 3 Gewinnpunkte hat.

Spielplan „Der schnellste Weg..."



(a) Spielt das Spiel in Dreier-Gruppen. Die Mehrfachbelegungen eines Startfeldes ist nicht erlaubt!

(b) Notiert in der folgenden Strichliste wie oft eine Startzahl gewürfelt wurde

Startzahl	Absolute Häufigkeit
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

(c) Notiert in der folgenden Strichliste wie oft eine Startzahl zum Erwerb eines Gewinnpunktes geführt hat.

Startzahl	Gewinnpunkte
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

(d) Wie viele Möglichkeiten / Kombinationen gibt es, eine Startzahl zu werfen?

Startzahl	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl der Möglichkeiten											

(e) Überlegt euch Variationen des Spiels um es (noch) spannender zu machen (z.B. drei Würfel einsetzen und die geeignete Kombination aus zweien auswählen, mehrere Startfelder besetzen etc.).

Variationen der Aufgabe:

(a) mehrere Spielsteine pro Person

(b) mehrere Würfel pro Person

(c) Personenzahl variieren

(d) eigenes Spielfeld entwerfen

(e) zusätzliche Würfelbedingungen einführen

(f) Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Startzahl berechnen

1.3.2 Relative Häufigkeit

1. Nach den Regeln des Internationalen Tischtennisverbandes ITTF muss ein Tischtennis einen Durchmesser von exakt 40mm haben.Bei einem Hersteller von Tischtennisbällen befinden sich bei der Endkontrolle 5000 Bälle in einer Box. Es werden zufällig 100 Bälle ausgewählt und deren Durchmesser wird geprüft.
   Bei dieser Auswahl waren 5 Bälle außerhalb der Norm.
   Wie viele Bälle, die nicht der Norm entsprechen, sind voraussichtlich in der ganzen Box enthalten?

   Quelle: Vergleichsarbeit bundesland- und schulartübergreifend in der Jahrgangsstufe 8, Materialien zur Weiterarbeit

2. Ein Glücksrad wurde 20-mal gedreht. Dabei ergab sich viermal ein Hauptgewinn, zweimal ein Trostpreis und vierzehnmal eine Niete als Ergebnis. Entscheide für jede der vier folgenden Aussagen, ob sie richtig oder falsch ist.
   (a) Bei 14% der Drehungen wurde eine Niete erzielt.
   (b) Die relative Häufigkeit für einen Hauptgewinn beträgt $0,2$.
   (c) Es ist möglich, bei den nächsten 20 Drehungn nur Nieten zu erzielen.
   (d) Bei den nächsten 20 Drehungn wird sicher genau zweimal ein Trostpreis erzielt.

3. **Schere-Stein-Papier-Spiel**

   Bei diesem Spiel zählen beide Personen bis drei. Auf ,,drei” zeigt jede der beiden Personen mit ihrer rechten oder linken Hand ein beliebiges der drei Symbole ,,Schere”, ,,Stein” bzw. ,,Papier”. Das Spielergebnis kann man der folgenden Tabelle entnehmen:

	Schere	Stein	Papier
Schere	unentschieden	Stein gewinnt, denn der Stein macht die Schere stumpf	Schere gewinnt, denn die Schere schneidet das Papier
Stein	Stein gewinnt, denn der Stein macht die Schere stumpf	unentschieden	Papier gewinnt, denn das Papier umwickelt den Stein
Papier	Schere gewinnt, denn die Schere schneidet das Papier	Papier gewinnt, denn das Papier umwickelt den Stein	unentschieden

Spiele das ,,Schere-Stein-Papier-Spiel" mit deinem Nachbarn oder deiner Nachbarin zwanzigmal. Tragt eure Namen und die zwanzig Spielergebnisse in eine Strichliste ein.

(a) Wie oft war insgesamt das Ergebnis ,,Schere gewinnt"?

(b) Wie groß ist die relative Häufigkeit von ,,Schere gewinnt"?

(c) Wie oft war insgesamt das Ergebnis ,,Stein gewinnt"?

(d) Wie groß ist die relative Häufigkeit von ,,Stein gewinnt"?

(e) Wie oft war insgesamt das Ergebnis ,,Papier gewinnt"?

(f) Wie groß ist die relative Häufigkeit von ,,Papier gewinnt"?

(g) Wie oft war insgesamt das Ergebnis ,,Unentschieden"?

(h) Wie groß ist die relative Häufigkeit von ,,Unentschieden"?

(i) Stelle die vier relativen Häufigkeiten in einem Säulendiagramm dar.

Quelle: Ulrike Schätz

4. (a) Wie viel Prozent aller zweistelligen Vielfachen von 13 sind gerade?

   (b) Wie viel Prozent aller dreistelligen Quadratzahlen sind ungerade?

   (c) Wie viele verschiedene dreistellige ganze Zahlen mit lauter verschiedenen Ziffern gibt es?

   Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

5. Welche Zahl kann man für $\triangle$ einsetzen?

   (a) 18% von 950 EUR sind $\triangle$ EUR

   (b) 17% von $\triangle$ EUR sind 62,05 EUR

   (c) $\triangle$% von 72 EUR sind 3,60 EUR

   (d) $\frac{1}{4} = \triangle\%$

   (e) $\frac{2}{3}$ sind auf Prozent gerundet $\triangle$%

   Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

6. (a) Wie groß ist die relative Häufigkeit der Linkshänder in deiner Klasse?

   (b) Ungefähr 92% der 82 Mio. Bürger kennen den Namen des Bundespräsidenten. Etwa wie viele Bürger kennen den Namen des Bundespräsidenten nicht?

(c) 5% der Cola-Flaschen sind schlecht gefüllt. In einem Kasten sind 20 Flaschen. Wie viele von ihnen sind im Mittel schlecht gefüllt?

Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

7. **Neues aus Frankreich**

Klar, die Zeiten vom Bundesberti sind lange vorbei. Aber damals in Frankreich hat er doch so etwas wie Kultstatus erreicht ...
Berti Vogts kann sich nicht entscheiden, welchen Spieler er Elfmeter für seine Nationalmannschaft schießen lässt. Eine Vorauswahl hat er schon getroffen. Für ihn kommen nur Jürgen Klinsmann, Olaf Thon, Lothar Matthäus, Andy Möller oder Thomas Häßler in Frage.
Um sicher zu gehen, den richtigen Spieler auszuwählen, lässt er seine Favoriten im Training Elfmeter üben. Jedoch können nicht alle Spieler gleich oft schießen. Von seinem Torhüter bekommt er folgende Information:

Name Name	Erzielte Tore	Verschossene Elfmeter	Anzahl der Versuche	Relative Trefferhäufigkeit
Jürgen Klinsmann	24	16		
Thomas Häßler	21	9		
Lothar Matthäus	10	5		
Andy Möller	25	15		
Olaf Thon	18	7		

(a) Fülle die Tabelle weiter aus !

(b) Welchen Spieler wird Berti Vogts im Spiel Elfmeter schießen lassen? Warum?

Dieter Hamann ist enttäuscht, dass er für Berti Vogts nicht in Frage kam. Er legt sich den Ball auf den Elfmeterpunkt und schießt. Er trifft!

(c) Sollte Berti Vogts Dieter Hamann schießen lassen?
Begründe Deine Antwort!

Thomas Häßler ist nach dem Training verärgert, weil er sehr gerne die Elfmeter für Deutschland schießen würde. Er sagte in einem Interview: „ ... Hätte ich die beiden letzten Elfmeter nicht geschossen, hätte sich Herr Vogts wohl für mich entschieden ... “

(d) Was sagst Du zu dieser Aussage?

8. Jeder Schüler der Klasse würfelt jeweils 10-mal mit einem Würfel und schreibt seine Ergebnisse auf.

(a) Stelle dein Würfelergebnis in einer Tabelle und in einem Diagramm dar. Berechne die relativen Häufigkeiten der Augenzahlen.

(b) Fasse nun die Ergebnisse von jeweils 4 bis 5 Schülern zusammen und stelle es in einer Tabelle und in einem Diagramm dar. Berechne die relativen Häufigkeiten der Augenzahlen.

(c) Fasse nun die Ergebnisse der ganzen Klasse zusammen und stelle sie ein einer Tabelle und in einem Diagramm dar. Berechne die relativen Häufigkeiten der Augenzahlen.

(d) Diskutiere die Ergebnisse.

9. Infolgender Tabelle sind die auftretenden Augenzahlen bei insgesamt 90 Würfen mit einem Würfel zusammengefasst:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit	12	10	19	14	21	14

(a) Stelle das Würfelergebnis in einem Säulendiagramm und in einem Kreisdiagramm dar.

(b) Berechne für jede Augenzahl die relative Häufigkeit des Auftretens.

(c) Berechne für jede Augenzahl, um wie viele Würfe das Ergebnis von einer gleichmäßigen Verteilung abweicht. Gib diese als prozentuale Abweichung an.

2 Rechnen mit nicht-negativen rationalen Zahlen

2.1 Addition und Subtraktion

2.1.1 Addition und Subtraktion positiver Brüche und gemischter Zahlen

1. Eine Hälfte, ein Drittel und ein Siebtel ergeben zusammen kein Ganzes. Wie viel fehlt?

   Quelle: G. M. Ziegler, FOCUS 23/2006

2. Andrea erklärt Bernd, wie man zwei Brüche mit unterschiedlichen Nennern addiert. Sie sagt: „Nachdem ich den Nauptnenner gefunden habe, ...”

   Quelle: Bayerischer Mathematik - Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2004

3. Addiere $\frac{1}{44}$, $\frac{37}{66}$ und $\frac{7}{24}$.

4. $100\frac{1}{15} - 23\frac{37}{39} - 45\frac{12}{65} =$

5. $100\frac{1}{12} - 37\frac{49}{51} - 41\frac{31}{68} =$

6. $\frac{154}{297} + \frac{832}{2457} =$

7. $\frac{88}{693} + \frac{365}{1260} =$

8. Vereinfache soweit wie möglich. Gib das Ergebnis als gekürzte gemischte Zahl an.

(a)
$$\left(7\frac{4}{15}+3\frac{5}{12}\right)-\left(2\frac{3}{20}-1\frac{10}{12}\right)$$

(b)
$$\left[\left(70\frac{3}{8}-2\frac{5}{6}\right)-2\frac{9}{24}\right]-\left[11\frac{2}{35}-\left(1\frac{1}{21}-\frac{7}{15}\right)\right]$$

9. Im Jahr 1983 betrug die Goldgewinnung in Südafrika $679\frac{1}{2}$ t; Kanada förderte $70\frac{7}{10}$ t und Brasilien $49\frac{4}{5}$ t.
Wieviele Tonnen wurden in den genannten Ländern insgesamt gewonnen?

10. Berechne den Wert des Terms oder x:
    (a) $\frac{5}{3}+\frac{7}{6}+\frac{4}{9}-2$
    (b) $(2\frac{1}{4}-1\frac{2}{3})+(3\frac{5}{6}-2\frac{3}{5})$
    (c) $2\frac{3}{5}=x-5\frac{17}{34}$
    (d) $\frac{4}{9}+\frac{5}{3}+\frac{7}{6}-2$
    (e) $(3\frac{1}{4}-2\frac{2}{3})+(2\frac{5}{6}-1\frac{3}{5})$
    (f) $3\frac{3}{5}=x-4\frac{17}{34}$
    (g) $(2\frac{1}{4}-1\frac{2}{3})+(5\frac{5}{6}-4\frac{3}{5})$
    (h) $15\frac{17}{34}=x+7\frac{3}{5}$

11. Beim Bozner Markt in Mittenwald sind drei Weinverkäufer anwesend. Beim Kolping werden aus einem 124-Liter-Fass 616 Becher ausgeschenkt, der Danzer bringt aus einem 152-Liter-Fass 728 Becher heraus und bei der Elfriede werden einem 150-Liter-Fass 715 Becher Wein entnommen. Alle drei Fässer sind nach der Weinentnahme ganz leer.
    (a) Ermittle durch Rechnung, bei wem die Becher am vollsten und bei wem sie am leersten sind.
    (b) Der Sepp hat beim Kolping einen, beim Danzer zwei und bei der Elfriede auch zwei Becher Wein getrunken. Wieviel Liter Wein hat der Sepp insgesamt konsumiert?

12. Von einem Stab der Länge 1 m schneidet Elvira links $\dfrac{1}{3}$ m und Egon rechts $\dfrac{3}{7}$ m ab.

(a) Zeichne den Stab und markiere farbig (nicht rot!) die abgeschnittenen Stücke. Verwende für die Stabbreite ein Kästchen, die Länge des Stabes in der Zeichnung ist so geschickt zu wählen, dass die abgeschnittenen Stücke aus einer ganzen Anzahl von Kästchen bestehen. Entnimm der Zeichnung die wahre Länge des restlichen Stabes.

(b) Überprüfe das zeichnerisch gefundene Ergebnis rechnerisch durch Addition der Längen der drei Stabstücke.

13. Berechne den Wert der folgenden Terme:
$\frac{1}{6}+\frac{3}{12}+\frac{5}{12}$, $\frac{5}{18}+\frac{2}{9}+\frac{1}{3}$, $\frac{37}{10}+\frac{4}{5}+\frac{3}{10}$

14. (a) Berechne folgende Summen:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4},\qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8},\qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16},\qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$$

(b) Berechne auch die nächsten beiden Summen in dieser Reihe. Um welchen Wert weichen die Ergebnisse von 1 ab? Was fällt dir dabei auf?

(c) Schreibe die Angabe und das Ergebnis der letzten Rechnung mit Hilfe von Potenzen zur Basis 2.

(d) Fasse die bisherigen Ergebnisse in einer einfachen Regel zusammen. Berechne damit folgende Summe:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\ldots+\frac{1}{1024}$$

15. (a) Berechne folgende Summen:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{16},\qquad \frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64},\qquad \frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\frac{1}{256}$$

(b) Berechne auch die nächsten beiden Summen in dieser Reihe.

(c) Schreibe die Angabe und das Ergebnis der letzten Rechnung mit Hilfe von Potenzen zur Basis 4.

(d) Es ist nicht leicht, eine einfache Regel zur Berechnung der bisherigen Summen zu finden, aber du kannst es schaffen. Ein kleiner Hinweis: Multipliziere alle bisherigen Ergebnisse mit 3.

(e) Wie lautet der Wert der folgenden Summe:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\frac{1}{256}+\ldots+\frac{1}{65536}$$

2.1.2 Addition und Subtraktion positiver Dezimalzahlen

1. Entscheide durch Überschlagen, welche Zahlen I bis X am nächsten bei den Ergebnissen der Rechnungen (a) bis (d) liegen:

   (a) $2{,}315 + 21{,}71 - 17$ (b) $71{,}234 + 18{,}723 - 21{,}123$
   (c) $212{,}9 - 41{,}723$ (d) $3{,}408 + 4{,}612 + 5{,}678$

I) 68,8	II) 80,1	III) 171,2	IV) 707,12	V) 7,025
VI) 13,7	VII) 9,023	VIII) 250,43	IX) 50,23	X) 4,23

   Quelle: Theo Heußer, Gymnasium Hemsbach

2. Die deutsche Presse verzeichnet gegenüber einer vorangegangenen Periode folgende Veränderung:

   - Tageszeitung plus 450 000 auf 24,6 Mio verkaufte Stück.
   - Wochenzeitung minus 200 000 auf 1,8 Mio verkaufte Stück.
   - Publikumszeitschrift plus 3,5 Mio auf 87,3 Mio verkaufte Stück.

   Wie viel Zeitungen und Zeitschriften (in Mio Stück) wurden insgesamt in der vorangegangenen Periode verkauft?

   Literatur: PM 3/43. Jg. 2001

3. Bei einem Pferderennen erreichte der Sieger nach 49,25 Sekunden mit 19 Hundertstel Sekunden Vorsprung vor dem zweitplatzierten Briten das Ziel.

   (a) Welche Zeit erreichte der Zweitplatzierte?
   (b) Welche Zeit erreichte der beste Deutsche, der eine $\frac{3}{4}$ Sekunde hinter dem Zweitplatzierten als fünfter ins Ziel kam?

4. **Pessoa siegt nach Herzschlag-Finale**

   Springreiter-Weltmeister Nelson Pesoa war nach einem Herzschlag-Finale der große Sieger im Preis von Europa als erstem Höhepunkt des 62. CHIO von Deutschland in Aachen. Der Brasilianer setzte sich auf dem Holsteiner Lianos nach einem fehlerfreien Ritt und 49,25 Sekunden mit 19 Hundertstel Vorsprung vor dem Briten John Whitaker auf Flower durch. Bester Deutscher war als Fünfter ...

   (a) Welche Zeit erreichte der Zweitplatzierte?
   (b) Welche Zeit erreichte der beste Detusche, der eine $\frac{3}{4}$ Sekunde hinter dem Zweitplatzierten lag?

5. Kai Förster hat eine vertragliche Wochenarbeitszeit von 38,5 Stunden. Sein Arbeitszeitkonto verzeichnet für diese Woche die nebenstehenden Arbeitszeiten. Dabei wird eine tägliche Mittagspause von 12.00 Uhr bis 12.45 Uhr nicht als Arbeitszeit gerechnet.

Tag	Arbeits-beginn	Arbeits ende	Unterbrechung von	Unterbrechung bis
Montag	8:17	16:45		
Dienstag	7:54	15:27		
Mittwoch	8:14	18:43	11:45	13:12
Donnerstag	8:43	17:01		
Freitag	?			

Wie viele Stunden muss Kai am Freitag arbeiten, um seine vereinbarte Wochenarbeitszeit zu erreichen?

Literatur: PM 3/43. Jg. 2001

2.2 Multiplikation und Division

2.2.1 Multiplikation und Division positiver Brüche

1. (a) $\frac{36 \cdot 78 \cdot 121}{108 \cdot 22}$
   (b) $10^2 + 10^1 + 10^0$
   (c) $\frac{645}{516} = \frac{\Delta}{100}$
   (d) Der Oberflächeninhalt eines Würfels mit dem Volumen $343m^3$ beträgt $\ldots m^2$.
   (e) $\frac{1}{2} + \frac{3}{19} = \frac{50}{\Delta}$

   Quelle: Kreuzzahlrätsel von Ulrike Schätz

2. Ein Euro ist 1,95583 DM wert.

   Entscheide (z. B. durch Schätzen), wie viel Euro eine DM etwa wert ist.

   □ 0,494 € □ 0,511 € □ 2,045 €
   □ 0,417 € □ 0,597 € □ 1,955 €

   Quelle: Bayerischer Mathematik-Test 2001

3. Berechne:
$$(1 + 0{,}2)^2 : \frac{3}{5} - \frac{2}{5}$$

Quelle: Bayerischer Mathematik-Test 2000

4. Berechne geschickt: (a) $\frac{77}{21}$ von $\frac{10}{11}$; (b) $\frac{169}{21} \cdot \frac{14}{13}$

5. (a) $\frac{3}{4}$ von $3\,\frac{3}{7}$ (b) $2\,\frac{1}{3}$ von $3\,\frac{3}{7}$ (c) $10\,\%$ von $3\,\frac{3}{7}$ (d) $35\,\%$ von $3\,\frac{3}{7}$

6. (a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9}$ (b) $\frac{121}{36} \cdot \frac{27}{22}$ (c) $\frac{1}{289} \cdot \frac{51}{4}$ (d) $\frac{3^5}{2048} \cdot \frac{2^9}{81}$

7. (a) $\frac{3}{5} \cdot 3{,}5$ (b) $\frac{3}{7} \cdot 3{,}5$ (c) $\frac{16}{9} \cdot 1{,}125$ (d) $\frac{16}{23} \cdot 3{,}45$

8. Für manche Aufgaben ist es vorteilhaft, das Distributivgesetz zu verwenden, wie in folgendem Beispiel:

$$16 \cdot 200{,}125 = 16 \cdot \left(200 + \frac{1}{8}\right) = 16 \cdot 200 + 16 \cdot \frac{1}{8} = 3200 + 2 = 3202$$

(a) $12 \cdot 3000{,}25$ (b) $\frac{3}{7} \cdot 700{,}5$ (c) $27 \cdot 4000\frac{5}{18}$ (d) $\frac{16}{9} \cdot 1800\frac{3}{32}$

9. $\left(\frac{6}{5}\right)^4 \cdot \frac{250}{27} : \frac{96}{5} =$

10. $\left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \frac{81}{125} : \frac{25}{96} =$

11. Herr Freigiebig hat im Lotto gewonnen. Seinen Gewinn verschenkt er an seine vier Kinder:
Sein Sohn Alfred erhält 3000 €. Vom Rest erhält Barbara $\frac{2}{3}$. Vom nun verbleibenden Geld schenkt er Carsten 1000 € und Dagmar 2000 €.
Wie hoch war sein Gewinn?

12. Ein Tank, von dem $\frac{7}{16}$ des maximalen Inhalts verbraucht worden sind, enthält noch 900 l Öl. Welches Fassungsvermögen hat der Tank?

13. Eine 28 m lange Schnur wird um $\frac{2}{7}$ ihrer Länge gekürzt. Berechne, wie lang sie nach dem Kürzen ist.

14. Hansi Hasenfuß gibt im Urlaub jeden Tag ein Drittel des Geldes aus, das er am Anfang des jeweiligen Tages besitzt. Mit wieviel Geld begann Hansi seinen Urlaub, wenn er nach fünf Tagen noch 512 € in der Tasche hat?

15. Charly Dümmlich verliert beim Kartenspiel $\frac{3}{7}$ seines mitgebrachten Geldes und hat dann noch genau 120 Euro in der Tasche.
Mit wieviel Geld hat Charly das Spielen begonnen?

16. Lucky Luke gewinnt beim Pokern $\frac{3}{7}$ seines mitgebrachten Geldes und hat dann genau 200 Dollar in der Tasche.
Mit wieviel Geld hat Lucky das Spielen begonnen?

17. Entscheide durch Überschlagen, welche Zahlen I bis X am nächsten bei den Ergebnissen der Rechnungen (a) bis (d) liegen:
(a) $2{,}315 : 21{,}71$ (b) $71{,}234 : 18{,}23 - 2$ (c) $212{,}9 : 0{,}47$ (d) $3{,}008 : 92{,}7$

I) 2,5	II) 0,1	III) 1,9	IV) 43	V) 450
VI) 4,5	VII) 0,03	VIII) 0,3	IX) 25	X) 4,3

Quelle: Theo Heußer, Gymnasium Hemsbach

18. Entscheide durch Überschlagen, welche Zahlen I bis X am nächsten bei den Ergebnissen der Rechnungen (a) bis (d) liegen:
(a) $2{,}315 \cdot 21{,}71$ (b) $71{,}234 \cdot 18{,}23 - 2$ (c) $212{,}9 \cdot 0{,}47$ (d) $3{,}008 \cdot 92{,}7$

I) 500	II) 20	III) 1300	IV) 165	V) 280
VI) 50	VII) 3000	VIII) 300	IX) 12	X) 100

Quelle: Theo Heußer, Gymnasium Hemsbach

19. Dividiere die Summe der Zahlen $9\,\frac{3}{11}$ und $2\,\frac{8}{13}$ durch ihre Differenz.

20. Subtrahiere den Quotienten der Zahlen $9\,\frac{5}{11}$ und $2\,\frac{6}{13}$ vom Produkt der beiden Zahlen.

21. Berechne: $$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 5\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \cdot \left(1\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{\frac{15^2}{13^2}}$$

2.2.2 Multiplikation und Division positiver Dezimalzahlen

1. Berechne: (a) 0,05 : 0,008 (b) 0,09 : 0,004 (c) 27,5 : 0,12 (d) 17,5 : 0,25

2. (a) Gib drei verschiedene Produkte an, die 4,83 ergeben.
   (b) Erläutere, warum bei 48,3 : 0,02 eine ganze Zahl heraukommen muss.

3. Berechne den Wert folgender Terme:
   (a) $\dfrac{0{,}51 \cdot 9{,}5 \cdot 7}{2{,}1 \cdot 0{,}068 \cdot 1{,}9}$
   (b) $[(20 - 5{,}348) : (2{,}97 : 0{,}9 - 2{,}8) - 2{,}55 : 0{,}2 - 0{,}054] : 1{,}5$

4. (a) Gib drei verschiedene Produkte an, die 2,82 ergeben.
   (b) Erläutere warum bei 28,2 : 0,2 eine ganze Zahl herauskommen muss.

5. Markiere jeweils das nächstgelegene Ergebnis:

a)	$12{,}62 \cdot 9{,}21$	21,73	126,2302	116,2302	106,2302	48,8232
b)	$39{,}447 \cdot 6{,}214$	2451,8	77,2286	78	245	230
c)	$0{,}21 \cdot 208{,}3$	36,63	49,63	43,74	3,63	443
d)	$264{,}7 \cdot 0{,}048$	20	10	5	83,234	82,2
e)	$6{,}3 \cdot 5{,}4 - 6{,}4 \cdot 5{,}3$	0	0,1	10	15	16
f)	$56{,}432 \cdot 0{,}7$	400	392	39,5	35,5	355
g)	$26{,}3 : 0{,}021$	125	130	131	1250	0,13

6. Berechne 17,5 : 0,12 und 27,5 : 0,12.

7. Ein Virus hat die Länge $L = 2{,}4 \cdot 0{,}1^7$ m. Wie viele Viren ergeben nebeneinander aufgestellt eine Strecke der Länge 6 cm?

8. Linus und Bill legen je 10 000 € bei einer Bank an. Linus erhält als Zins am Jahresende das 0,04-fache des Betrages, der am Jahresanfang vorhanden war, bei Bill ist es das 0,06-fache. Linus lässt sein Geld drei Jahre auf der Bank liegen, Bill nur zwei Jahre. Welcher der beiden erzielt den größeren Endbetrag?

9. Hans hat zum Geburtstag eine neue Digitaluhr bekommen. Er stellt sie genau nach dem Gong der Tagesschau. An seinem nächsten Geburtstag geht die Uhr um 73 s vor. Die sportliche Gabi kauft sich eine Stoppuhr, die sie beim letzten Ton des Zeitzeichens im Radio startet. Einen Tag später, wieder beim letzten Ton des Zeitzeichens, stoppt sie die Uhr und stellt fest, dass sie um 0,36 s zu wenig anzeigt. Welche der beiden Uhren geht genauer?

10. Markiere jeweils das nächstgelegene Ergebnis!

$13{,}73 \cdot 9{,}78$	156,89	14,34	133,56	5,436	1543,567
$59{,}447 \cdot 7{,}21$	430,54	598,54	45,76	4356,67	34,675
$0{,}23 \cdot 307{,}5$	10,342	0,756457	70,65	765,94	98,54
$26{,}5 \cdot 0{,}022$	0,89	0,6	65,2	654	0,43
$254{,}76 \cdot 0{,}049$	5,6	132	1300	324	13
$0{,}4346 \cdot 0{,}0089$	0,004	0,045	4,56	0,007	0,001
$56{,}432 \cdot 0{,}7$	78,5	39,5024	4,09	8,56	0,456
$345{,}32 : 0{,}09$	40	432	2100	3900	8760

11. In einer Mathematikschulaufgabe der Klasse 6B mit 20 Schülern wurden folgende Noten geschrieben:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	3	6	4	3	?

(a) Wieviele 6er mussten gegeben werden?

(b) Berechne den Notendurchschnitt (arithmetisches Mittel) der Klasse.

12. Holger Holzwurm misst die Länge und die Breite eines Brettes und erhält dabei die gerundeten Werte $a = 3{,}00\,\text{m}$ und $b = 5{,}2\,\text{cm}$.

(a) Zwischen welchen Längen liegen die wahren Werte von a bzw. b?

(b) Zwischen welchen Werten liegt die wahre Fläche F des Brettes? Runde diese Werte auf ganze cm^2.

13. Holger Holzwurm misst die Länge und die Breite eines Brettes und erhält dabei die gerundeten Werte $a = 4{,}00\,\text{m}$ und $b = 2{,}2\,\text{dm}$.

(a) Zwischen welchen Längen liegen die wahren Werte von a bzw. b?

(b) Zwischen welchen Werten liegt die wahre Fläche F des Brettes? Runde diese Werte auf ganze dm^2!

14. $a \approx 26$ (auf Ganze gerundet); $b = 5{,}5 \pm 0{,}5$.

    Berechne $x = \dfrac{a}{b}$ in der Form „Mittelwert $\pm$ Fehler“.

15. Verwandle alle Dezimalbrüche in Brüche, rechne mit den Brüchen und schreibe die Ergebnisse wieder als Dezimalbrüche:

    (a) $4{,}125 \cdot 12{,}8$ (b) $0{,}5 : 0{,}125$ (c) $\dfrac{0{,}4}{0{,}0005}$ (d) $\dfrac{7{,}3}{0{,}25}$

16. 1993 erreichte das Geldvermögen privater Haushalte in Deutschland 3925 Milliarden €. Wieviel € hatte im Durchschnitt jeder der 80,2 Millionen Einwohner auf der hohen Kante?
    Wie ändert sich dieses Ergebnis, wenn man davon ausgeht, dass in Deutschland 7,25 Mio. Menschen keine Ersparnisse besitzen?

17. 1993 produzierten die 80,2 Millionen Einwohner Deutschlands $3{,}3 \cdot 10^{11}$ kg Müll.
    (a) Wieviel Müll erzeugt jeder einzelne Einwohner täglich?
    (b) Was kostet der Müll jährlich, wenn die Beseitigung einer Tonne 400 € kostet?

18. Gib jeweils in Gleitkommadarstellung (in der Form $a \cdot 10^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leqq a < 10$) an:
    (a) 1023,40
    (b) $35{,}36 \cdot 10^2\text{km}^2$ in der Einheit m^2

19. Die Erde ist 150 Millionen Kilometer von der Sonne entfernt. Berechne, wie lange das Licht von der Sonne zur Erde benötigt und gib das Ergebnis in Gleitkommadarstellung (d.h. in der Form $a \cdot 10^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leqq a < 10$) mit drei gültigen Ziffern in Sekunden an (Lichtgeschwindigkeit $c = 299792458\frac{\text{m}}{\text{s}}$).

20. Die Staatsverschuldung Deutschlands beträgt (1995) ungefähr zwei Billionen Mark.
    (a) Welche Verschuldung trifft bei einer Einwohnerzahl von 80 Millionen auf einen Haushalt mit vier Personen?
    (b) Ein Zehnmarkschein ist 13 cm lang, 6,5 cm breit und 0,12 mm dick. Wie lang ist ein Güterzug mit einem Laderaum von 3 m Breite und 2 m Höhe, der mit den gesamten Staatsschulden in Zehnmarkscheinen beladen ist?

(c) Welche Kantenlänge hat ein würfelförmiger Geldspeicher, der die gesamten Staatsschulden in Markstücken aufnimmt? Wir gehen davon aus, dass ein Markstück bei der Lagerung $1\,\mathrm{cm}^3$ Rauminhalt beansprucht.
Wie lang ist der Güterzug aus Teilaufgabe (b), wenn er mit Markstücken beladen ist?

(d) Der Finanzminister soll die Staatsschulden zurückzahlen. Mit einem Geldkoffer (Innenmaße: 39 cm x 26 cm x 8 cm) trägt er Tausendmarkscheine (doppeltes Volumen wie Zehnmarkscheine) vom Keller der Gelddruckerei in davor wartende Geldtransporter. Für einen Gang braucht er mit Ein- und Auspacken zehn Minuten. Wie lange braucht der Finanzminister für das Zurückzahlen der Schuld, wenn er wöchentlich vierzig Stunden und jährlich vierzig Wochen daran arbeitet? Wieviel Geld hat in dem Koffer Platz?

21. Schreibe in der Form $a \cdot 10^m$, so dass a <u>eine</u> Ziffer ($\neq 0$) vor dem Komma hat!

(a) $0{,}0436 \cdot 10^7$

(b) $(0{,}53 \cdot 10^6) \cdot (1{,}5 : 10^{-3})$

2.2.3 Runden von Dezimalbrüchen

1. Runde auf Einer, Zehntel und Hundertstel:

(a) $1432{,}576,\ \ 5\frac{7}{8},\ \ 42\frac{7}{40}$

(b) $5\frac{23}{500},\ \ 4{,}84689,\ \ 53\frac{39}{40}$

(c) $53\frac{489}{500},\ \ 5{,}387568,\ \ 2\frac{199}{200}$

2. Runde einmal auf drei Dezimalen und einmal auf drei geltende Ziffern:

(a) 28356,34449 (b) 23,45678 (c) 0,00009999

3. Schreibe die Menge L aller Zahlen x hin, für die auf drei Dezimalen gerundet

$$x \approx 2{,}300$$

gilt. Markiere L an einem Zahlenstrahl mit geeignet gewählter Einheit.

4. Schreibe die Menge L aller Zahlen x hin, für die auf zwei Dezimalen gerundet

$$x \approx 4{,}70$$

gilt. Markiere L an einem Zahlenstrahl mit geeignet gewählter Einheit.

5. Runde einmal auf drei Dezimalen und einmal auf drei geltende Ziffern:

   (a) 39357,24449   (b) 34,44654   (c) 0,000 099 97

2.2.4 Periodische Dezimalbrüche

1. Jede der folgenden Summen besteht aus unendlich vielen Summanden, trotzdem kanst du die Ergebnisse leicht hinschreiben, und zwar als Dezimalzahl und als Bruch:

   (a) $\frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{7}{10\,000} + \frac{7}{100\,000} + \ldots$

   (b) $\frac{3}{100} + \frac{3}{10\,000} + \frac{3}{1\,000\,000} + \frac{3}{100\,000\,000} + \ldots$

   (c) $\frac{9}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{9}{10\,000} + \frac{3}{100\,000} + \frac{9}{1\,000\,000} + \ldots$

2. Schreibe mit der Schreibweise für periodische Brüche und gib die Periodenlänge an:
   3,7244242... ;   21,212132121... ;   36,7244242... ;   7,212132121...

3. (a) Berechne durch Division: $\frac{5}{11}$; $\frac{4}{11}$

   (b) Berechne durch Umwandlung in Brüche und gib das Endergebnis in Bruchform an: $0{,}07\overline{5} + 0{,}2\overline{6}$

4. (a) Wandle in einen Bruch um und kürze vollständig: $2{,}\overline{108}$; $3{,}\overline{081}$

   (b) Wandle in einen periodischen Dezimalbruch um: $2\frac{7}{99}$; $1\frac{2}{99}$

5. (a) Schreibe das Ergebnis als Bruch und als Dezimalbruch: $\dfrac{2{,}020\overline{2}}{2{,}02\overline{02}} =$

   (b) Schreibe als Dezimalbruch: $\dfrac{1000}{1001} =$

6. Wandle zuerst in Brüche um und schreibe das Ergebnis wieder als Dezimalbruch:

$$\frac{0{,}0\overline{4} \cdot 1{,}\overline{90}}{0{,}3\overline{8}} =$$

7. Schreibe das Ergebnis als gemeinen Bruch und als Dezimalbruch:

   (a) $0,\overline{3} - 0{,}0\overline{3} \cdot 0,\overline{03} - 0,\overline{01} =$

(b) $\dfrac{0,\overline{037} \cdot 1{,}0\overline{1}}{0{,}22\overline{97}} =$

8. (a) $12{,}538 + \frac{27}{16}$ (b)$3{,}0\overline{3} - 1{,}9$ (c)$2,\overline{6} + 7\frac{1}{3}$

9. (a) $\dfrac{187{,}59}{0{,}0037} =$ (b) $\dfrac{0{,}0014084}{2{,}8} =$

10. (a) Verwandle in einen Dezimalbruch: $\dfrac{611}{4950}$

    (b) Verwandle in einen Bruch: $0{,}37\overline{12}$

11. Verwandle in einen Bruch: $0{,}708\overline{3}$

2.2.5 Einfache Verbindungen der Rechenarten, Textaufgaben

1. Berechne den Wert des Terms oder x:
   (a) $(3\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3}) + (4\frac{5}{6} - 3\frac{3}{5})$
   (b) $12\frac{17}{34} = x + 4\frac{3}{5}$
   (c) $2\frac{3}{4} - \frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$
   (d) $2\frac{3}{2} - \frac{1}{2} : \frac{3}{4} + 2\frac{3}{4}$

2. Vereinfache soweit wie möglich:
   (a) $\dfrac{2}{3 - \frac{5}{3}} + \dfrac{3}{2} \cdot 2\dfrac{3}{5} - 1\dfrac{2}{5}$
   (b) $1 + \dfrac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}} - 1\dfrac{2}{5} + 2 : 2\dfrac{3}{5}$

3. Beim großen Druidenfest in Gallien werden drei Wildschweine gebraten und portionsweise verkauft. Das erste Schwein hat 250 kg und wird in 385 gleiche Portionen zerlegt, das zweite Schwein mit 264 kg ergibt 364 Portionen und das 258 kg schwere dritte Schwein liefert 429 Portionen.
   (a) Ermittle durch Rechnung, bei welchem Schwein die Portionen am größten und bei welchem sie am kleinsten sind.
   (b) Obelix hat vom ersten Schwein drei, vom zweiten Schwein zwei und vom dritten Schwein eine Portion gegessen. Wie viele kg Fleisch hat Obelix vertilgt?

4. Korrigiere, falls erforderlich:
   (a) $15 - 4 \cdot 5 = 55$
   (b) $5 \cdot 5 : 5 = 5$
   (c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{6}$
   Literatur: PM 3/43. Jg. 2001

5. Gegeben ist der Term:
$$\frac{1 : 0{,}13 + 10\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} - (\frac{1}{2})^4}{(21 : 0{,}8 - 12 : \frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{4}}$$
   (a) Berechne den Wert des Terms.
   (b) Gliedere den Zähler und den Nenner.
   (c) Berechne den Nenner, indem du den Dezimalbruch zuerst in einen gewöhnlichen Bruch verwandeltst.
   Wenn du Teilaufgabe (a) auf diesem Wege gelöst hast, dann bearbeite die nächste Teilaufgabe.
   (d) Alle Zahlen im Nenner lassen sich in Dezimalbrüche verwandeln. Berechne den Nenner und verwende dabei nur Dezimalbrüche. Kontrolliere dein Ergebnis. Welcher Weg war für dich der einfachere?
   (e) Warum ergeben die Quotienten im Nenner endliche Dezimalbrüche?
   (f) Der erste Quotient im Nenner würde auch mit anderen Divisoren endliche Dezimalbrüche liefern. Finde alle natürlichen Zahlen kleiner als 30, die als Divisor einen endlichen Dezimalbruch liefern.
   (g) Während du rechnest, schimpft in der Reihe vor dir Egon halblaut vor sich hin: „Immer wieder bekomme ich im Nenner 57/8 heraus und das ist falsch." Finde heraus, wie er gerechnet hat? Erkläre Egon, was er falsch gemacht hat!
   (h) Erinnere dich an das Distributivgesetz: Auf welche beiden Arten lässt sich der Term $(\frac{7}{2} - 3) \cdot 2$ ausrechnen? Wie lautet für diesen Fall das Distributivgesetz mit Variablen beschrieben? Berechne nun den Nenner des Terms mit Hilfe des Distributivgesetzes. Ist es günstig, das Distributivgesetz hier anzuwenden?
   (i) Der Nenner der gegebenen Aufgabe konnte auf zwei grundsätzlich verschiedene Weisen ausgerechnet werden, nämlich mit gewöhnlichen Brüchen und mit Dezimalbrüchen. Für den Zähler ist das nicht möglich. Warum?
   (j) Finde einen anderen Dividenden für den ersten Quotienten im Zähler, so dass du den Zähler ebenfalls auf zwei verschiedene Arten ausrechnen kannst. Der zugehörige Wert des Terms ändert sich dabei. Berechne ihn.

Literatur: Systematisches Wiederholen und Vernetzen, Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung München, 1999

6. Berechne: $\quad 1{,}2107 + 0{,}000304 \cdot 2600 =$

7. Subtrahiere vom Quotienten der Zahlen 2,1 und $\frac{8}{70}$ das Produkt der gleichen Zahlen. Ergebnis als gemischte Zahl und als Dezimalbruch!

8. Schreibe das Ergebnis als Bruch und als Dezimalbruch:
$$0{,}25 : \frac{5}{4} - 0{,}125 \cdot 0{,}2^3$$

9. Schreibe a und b als gemischte Zahl und berechne dann $x = a - b$:
$$a = 4\frac{9}{14} \cdot 3\frac{1}{4}, \qquad b = 5 \cdot 2\frac{17}{24}$$

10. Dividiere die Summe aus $1\frac{2}{15}$ und dessen Kehrwert durch die Differenz aus $1\frac{2}{15}$ und dessen Kehrwert.

3 Flächen- und Rauminhalt

3.1 Flächeninhalt geradlinig begrenzter Figuren

3.1.1 Flächenformel für Dreiecke

1. (a) Trage die Punkte $A(1|3)$, $B(2|3)$, $C(3|2)$, $D(5|3)$ und $E(2|5)$ in ein Koordinatensystem ein und zeichne das Fünfeck $ABCDE$.

   (b) Wie kann man durch Verschieben eines Eckpunkts die Form des Fünfecks verändern, ohne dass sich der Flächeninhalt ändert.

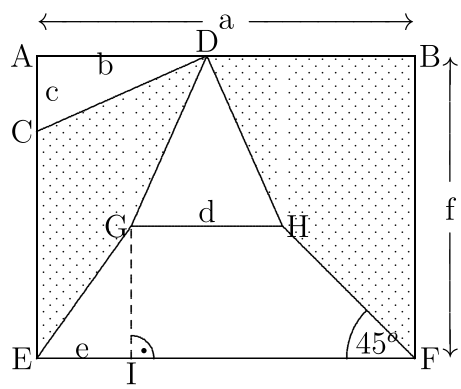
   (c) Verändere das Fünfeck schrittweise so, dass die Fläche gleich bleibt und der Umfang kleiner wird.

2. Das Parallelogramm $ABCD$ hat die 9 cm lange Grundlinie $[AB]$ mit der zugehörigen Höhe der Länge $3,5$ cm. Die Verbindungsstrecke von B mit einem Punkt E auf $[CD]$ zerlegt das Parallelogramm in ein Trapez und ein Dreieck BCE. Das Parallelogramm hat den dreifachen Flächeninhalt des Dreiecks.

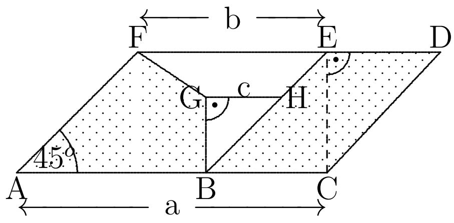
   (a) Zeichne eine Planfigur und berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms.

   (b) Berechne die Seitenlänge $\overline{DE}$ des Trapezes.

3. Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Figur!
   Es gilt:
   $a = 10\,\text{cm}$, $b = 4,5\,\text{cm}$, $c = 2\,\text{cm}$, $d = 4\,\text{cm}$, $e = 2,5\,\text{cm}$, $f = 8\,\text{cm}$
   Das Viereck $EFBA$ ist ein Rechteck und $GH \parallel EF$.



4. Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Figur!
   Es gilt:
   $a = 8\,\text{cm},\ b = 5\,\text{cm},\ c = 2\,\text{cm}$
   Das Viereck $ACDF$ ist ein Parallelogramm, $BE \parallel CD$ und $FE \parallel GH$.

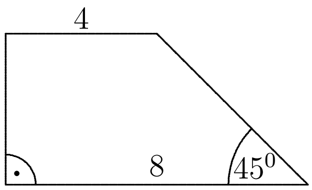


5. Der Flächeninhalt eines Trapezes ist 19,5 cm^2. Die zwei parallelen Seiten haben den Abstand 5 cm, eine davon ist 3,5 cm lang. Wie lang ist die andere?

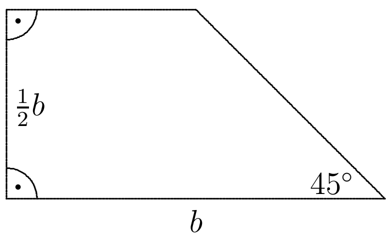
6. Die Diagonale e einer Raute ist um 5 cm kürzer als die andere Diagonale f. Vergrößert man e um 12 cm und verkleinert man f um 8 cm, so ändert sich der Flächeninhalt nicht.

   Berechne die Länge der Diagonalen e und f und den Flächeninhalt A der Raute!

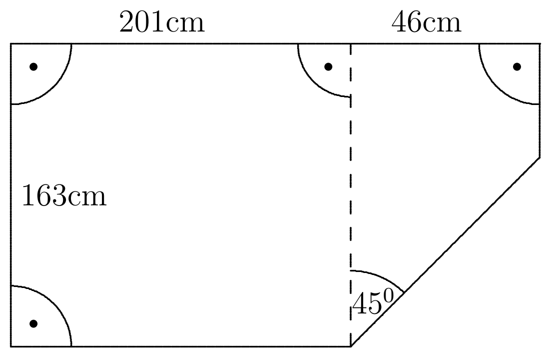
7. Bestimme zunächst die nötigen Längenmaße und berechne den Flächeninhalt der folgenden Figur (Maße in cm):



8. Gib für das nebenstehende Viereck (Trapez) eine Flächenformel an, in der nur die Seitenlänge b vorkommt.
   Hinweis: Zeichne die Figur auf dein Arbeitsblatt und führe eine geeignete Zerlegung durch.

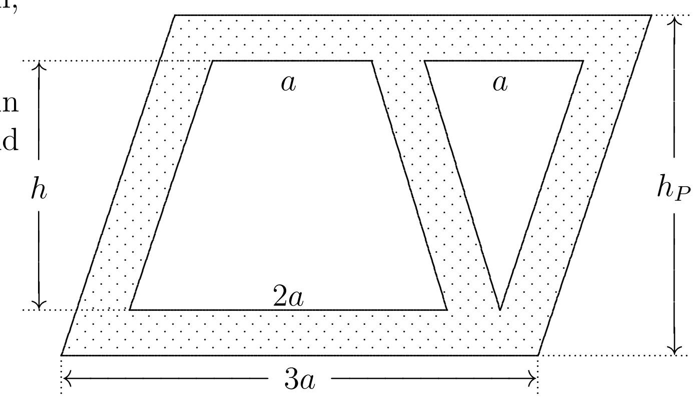


9. Berechne den Flächeninhalt der folgenden Figur:



10. Gegeben sind die Punkte $A(1|1)$, $B(3|1)$, $C(5|3)$, $D(3|6)$ und $E(1|4)$.
    (a) Zeiche das Fünfeck $ABCDE$. Berechne seine Fläche, indem du es in geeignete Teilfiguren zerlegst. (Nicht mit dem Geodreieck abmessen, sondern berechnen!)
    (b) Verschiebt man die Ecke C geeignet, so entstehen neue Fünfecke mit gleichem Flächeninhalt. Gib alle möglichen Koordinaten für C an und begründe deine Lösung kurz.

11. Aus einem parallelogrammförmigen Blechstück der Seitenlänge $3a$ wurden ein Dreieck und ein Trapez gleicher Höhe h herausgestanzt. Die parallelen Seiten des Trapezes haben die Längen a und $2a$, die Grundlinie des Dreiecks hat die Länge a. Die Restfigur (schraffiert) besitzt den Flächeninhalt A.
    (a) Berechne A für $a = 3\,\text{cm}$, $h = 2\,\text{cm}$ und $h_P = 4\,\text{cm}$.
    (b) Erstelle eine Formel für A in Abhängigkeit von a, h und h_P.



3.1.2 Oberflächen einfacher Körper, Netze und Schrägbilder

1. Holger Holzwurm misst die Länge und die Breite eines Brettes und erhält dabei die gerundeten Werte $a = 3{,}00\,\text{m}$ und $b = 5{,}2\,\text{cm}$.
    (a) Zwischen welchen Längen liegen die wahren Werte von a bzw. b?

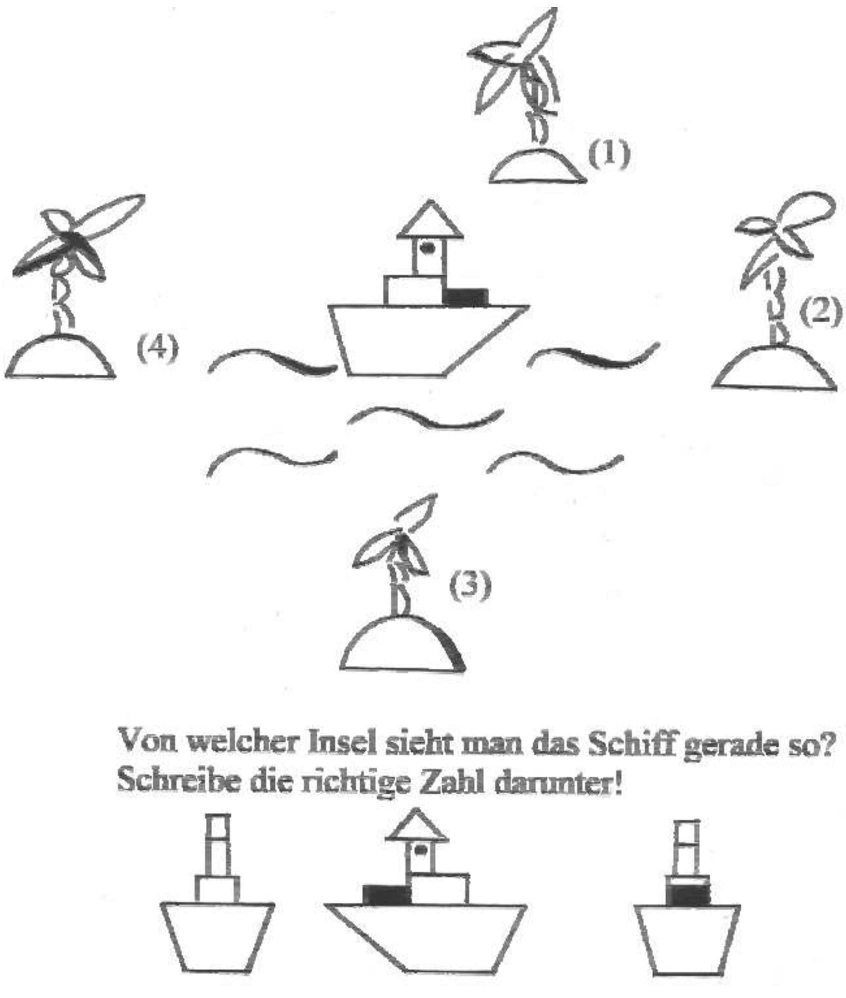
(b) Zwischen welchen Werten liegt die wahre Fläche F des Brettes? Runde diese Werte auf ganze cm^2.

2. Holger Holzwurm misst die Länge und die Breite eines Brettes und erhält dabei die gerundeten Werte $a = 4{,}00\,\mathrm{m}$ und $b = 2{,}2\,\mathrm{dm}$.
   (a) Zwischen welchen Längen liegen die wahren Werte von a bzw. b?
   (b) Zwischen welchen Werten liegt die wahre Fläche F des Brettes? Runde diese Werte auf ganze dm^2!

3.2 Körper und ihr Volumen

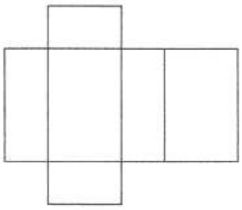
3.2.1 Raumvorstellung

1.

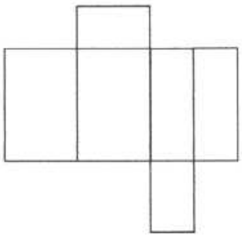


2. Handelt es sich jeweils um einen richtigen Bastelbogen?

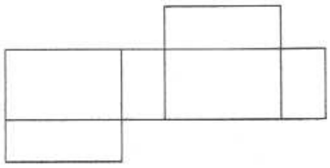
   (a) .



Ja ○ Nein ○

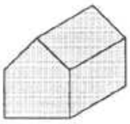


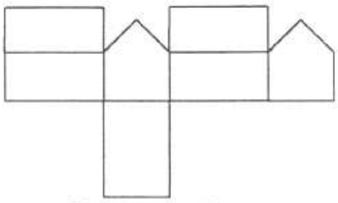
Ja ○ Nein ○



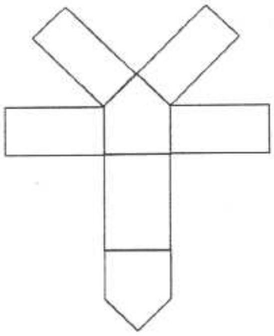
Ja ○ Nein ○

   (b) .

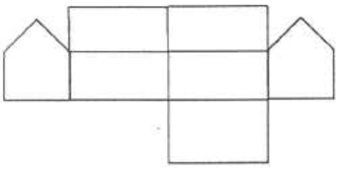




Ja ○ Nein ○

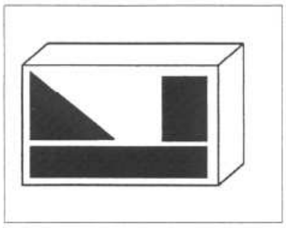


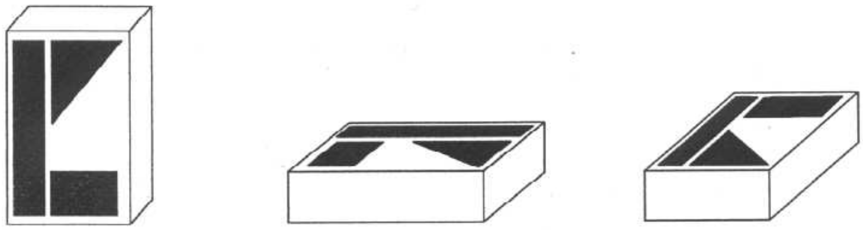
Ja ○ Nein ○



Ja ○ Nein ○

Ist oben dieselbe Schachtel wie unten abgebildet?



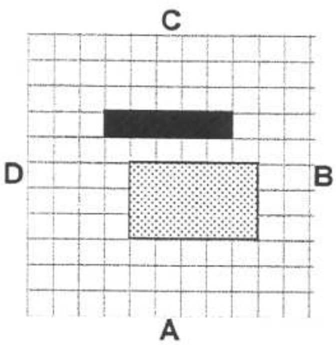


Ja ◯ Nein ◯ | Ja ◯ Nein ◯ | Ja ◯ Nein ◯

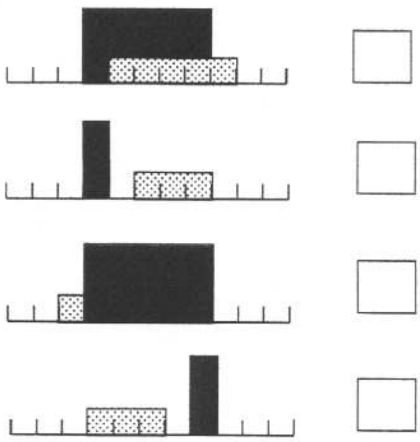
3.

Hier siehst du gleich große Schachteln von oben!

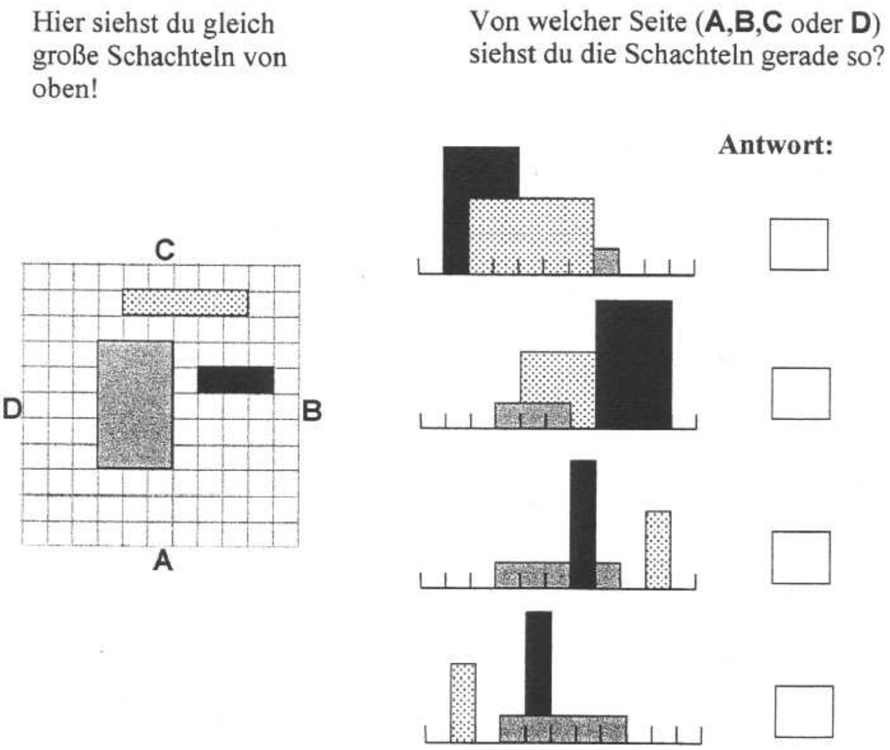
Von welcher Seite (**A**,**B**,**C** oder **D**) siehst du die Schachteln gerade so?



Antwort:



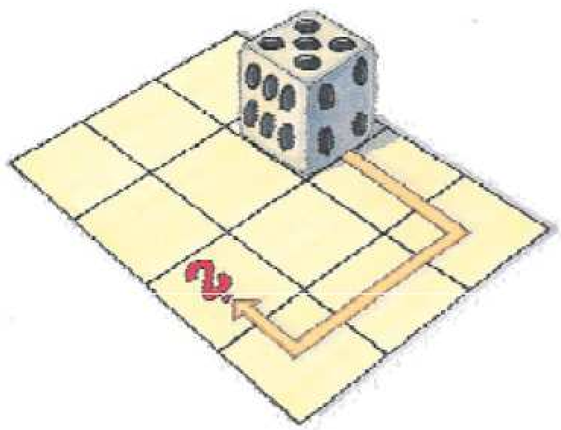
4.



5.

6. Würfel kippen

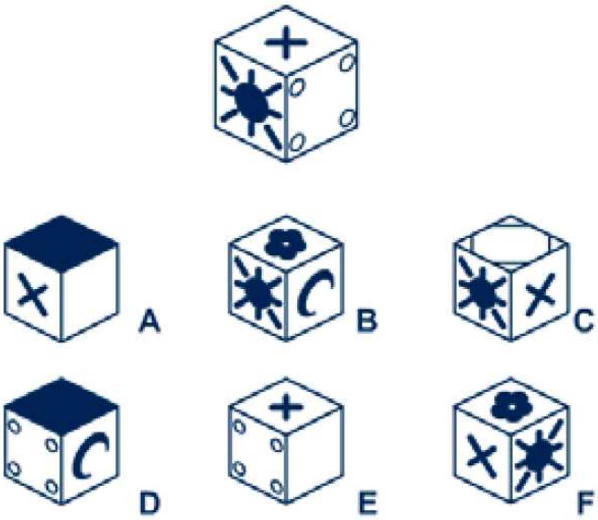
   Bei jedem Spielwüfel haben die gegenüberliegenden Flächen die Augensumme 7. Welche Zahl liegt oben, wenn du den Spielwürfel auf diesem Plan nach dieser vorschrift kippst?

   Quelle: Studeny, G., Brenninger A., Kartei zur Kopfgeometrie, Westermann

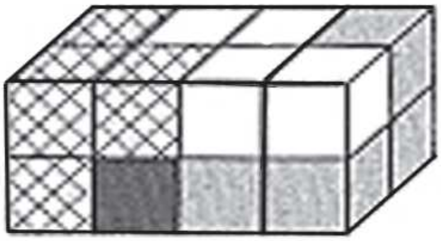
7. Welcher Würfel kann nicht der gleiche sein, wie der oben dargestellte?

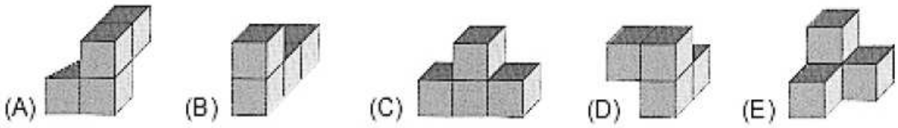
   (auf keinem Würfel tragen zwei Seiten identische Symbole)



Quelle: Klaus-Jürgen Gebert, Berlin

8. Der Quader wurde aus vier Bausteinen, von denen jeder aus vier Würfeln besteht, gebaut. Welcher der abgebildeten Bausteine ist der schwarze?

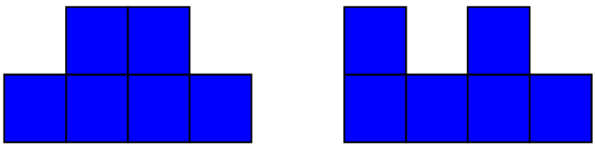




Quelle: Vortrag von Christoph Hammer (Didaktik der Mathematik, LMU München), 22.11.2007

9. **Würfelgebäude**

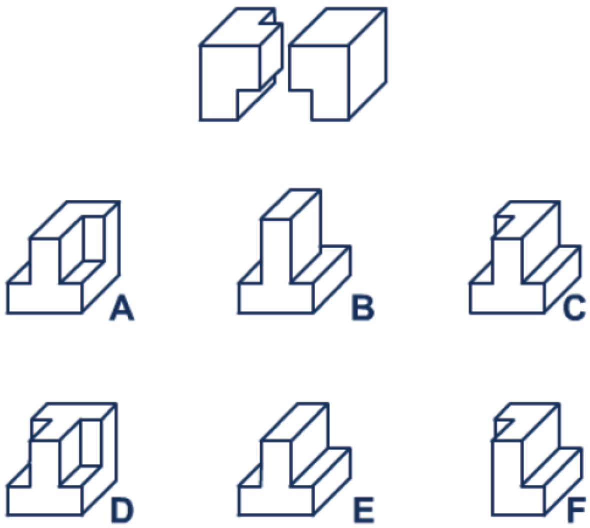
Aus einzelnen Würfeln wird ein Würfelgebäude aufgebaut. Ein Gebäude ist in der Abbildung von vorne und von der Seite abgebildet.



Wie viele Würfel sind für das Gebäude minimal und maximal verwendet worden?

Quelle: nach de Lange, J., Utrecht in: SINUS Bayern, Beiträge zur Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (StMUK) und Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung (ISB), 2007

10. Welches der Bruchstücke ergänzt die Figur am besten?



Quelle: Klaus-Jürgen Gebert, Berlin

3.2.2 Grundprinzip der Volumenmessung

1. **Der menschliche Körper**

   Das Herz des Menschen pumpt bekanntermaßen unsere ca. 5 Liter Blut in einem Kreislauf. Wie lange dauert ein solcher Kreislauf, d.h. ein kompletter Blutumlauf, wenn pro Herzschlag ca. $70 - 100\,\mathrm{ml}$ Blut gepumpt werden?

2. Verwandle in die gemischte Schreibweise: (z.B. $4{,}51\,\mathrm{m} = 4\,\mathrm{m}\,5\,\mathrm{dm}\,1\,\mathrm{cm}$):

   (a) $123{,}456789\,\mathrm{m}$, $0{,}000\,020\,300\,401\,\mathrm{km}$, $987\,006\,054\,321\,\mathrm{mm}$
   (b) $123{,}456789\,\mathrm{m}^2$, $0{,}000\,020\,300\,401\,\mathrm{km}^2$, $987\,006\,054\,321\,\mathrm{mm}^2$
   (c) $123{,}456789\,\mathrm{m}^3$, $0{,}000\,020\,300\,401\,\mathrm{km}^3$, $987\,006\,054\,321\,\mathrm{mm}^3$

3. Verwandle in die gemischte Schreibweise (z.B. $4{,}51\,\mathrm{m} = 4\,\mathrm{m}\,5\,\mathrm{dm}\,1\,\mathrm{cm}$):

   (a) $0{,}000\,200\,300\,41\,\mathrm{km}$ (b) $0{,}000\,200\,300\,41\,\mathrm{km}^2$ (c) $0{,}000\,200\,300\,41\,\mathrm{km}^3$

4. Rechne in die in Klammer angegebene Einheit um:

   (a) $0{,}00025\,\mathrm{cm}^3$ (ml) (b) $3500\,\mathrm{l}$ (m^3) (c) $\frac{3}{4}\,\mathrm{hl}$ (m^3)

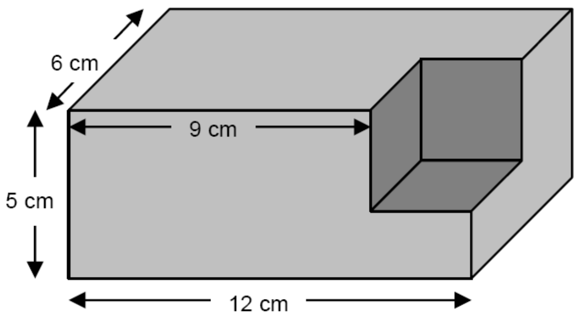
(d) $0{,}00027\,\mathrm{cm}^3$ (ml) (e) $3900\,\mathrm{l}$ (m^3)

5. Rechne in die in Klammern angegebene Einheit um:

(a) $0{,}0045\,\mathrm{m}^3$ (cm^3)	(b) $3700\,\mathrm{l}$ (m^3)	(c) $87{,}4\,\mathrm{cm}^3$ (cl)	(d) $\frac{1}{8}\,\mathrm{hl}$ (m^3)
(e) $0{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^3$ (ml)	(f) $0{,}0038\,\mathrm{m}^3$ (cm^3)	(g) $9100\,\mathrm{l}$ (m^3)	(h) $17{,}3\,\mathrm{cm}^3$ (cl)
(i) $\frac{2}{8}\,\mathrm{hl}$ (m^3)	(j) $3{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^3$ (ml)		

3.2.3 Volumen eines Quaders

1. Aus einem Quader wurde an einer Ecke ein Würfel herausgeschnitten. Berechne das Volumen des Restkörpers.

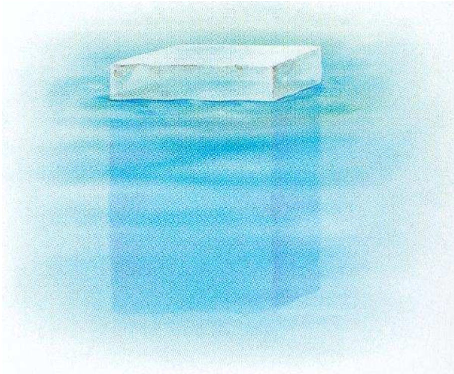


Quelle: Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2008

2. Der größte Gletscher Bayerns, der Nördliche Schneeferner im Zugspitzgebiet, hat ein Volumen von 5,1 Millionen Kubikmetern und bedeckt eine Fläche von 30 ha. An einem heißen Tag verliert er 30000 m^3 Eis durch Schmelzen und Verdunstung. Näherungsweise kann man davon ausgehen, dass sich dieser Verlust an Eis gleichmäßig über die gesamte Gletscherfläche verteilt.
   (a) Wie viele heiße Tage müssten aufeinander folgen, bis der Gletscher unter den oben beschriebenen Bedingungen vollständig verschwunden ist?
   (b) Das Eisvolumen, das der Gletscher an einem heißen Tag verliert, soll durch einen Vergleich mit dem Volumen von Zimmern veranschaulicht werden. Geben Sie dazu sinnvolle Abmessungen eines Zimmers und die Anzahl dieser Zimmer an.
   (c) Schätzen Sie durch Rechnung ab, um wie viele Zentimeter die Dicke des 30 ha großen Gletschers an einem heißen Tag durchschnittlich abnimmt.

   Quelle: Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 10 der Gymnasien 2008

3. **Aufgaben zur Anwendung**



Wenn ein Körper im Wasser schwimmt, so stimmt seine Masse mit der Masse des von ihm verdrängten Wassers überein. Ein quaderförmiger Eisblock ist 80 cm lang, 25 cm breit und 20 cm tief. Wie tief taucht der Eisblock ins Wasser ein (Dichte: Eis $0,9\,\frac{g}{cm^3}$ - Wasser $1\,\frac{g}{cm^3}$) ?

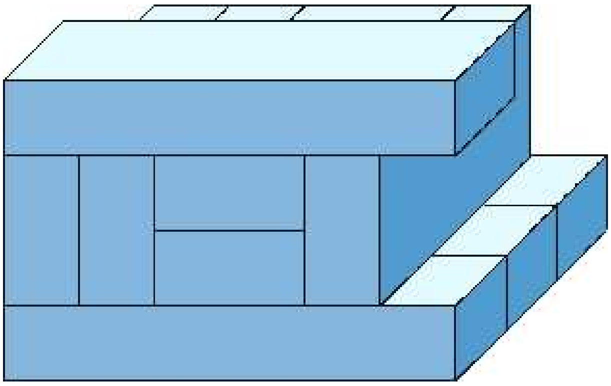
4. Ein innen würfelförmiger Pflanzkübel, dessen Boden und Seitenwände aus 5 cm dickem Betonwerkstein gefertigt sind, fasst 1 hl Erde. Wie lang, wie breit und wie hoch ist der Kübel?

5. Sybille möchte für ihren 20. Geburtstag gerne Eis selbst machen und in dieser Dose einfrieren.

Schätze ab, wie viel Liter Eis ungefähr in diese Dose passen. Schreibe auf, wie du vorgehst.

Quelle: Werner Blum u. a. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret, Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen; mit CD-Rom / IQB, Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (www.IQB.hu-berlin.de), 1. Auflage, Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 2006

6. Hier sind Blöcke von gleicher Form und gleicher Größe gestapelt. Die kürzeste Kantenlänge eines Blockes beträgt 10cm. Die beiden anderen Kantenlängen sind jeweils ein Vielfaches dieser Länge.

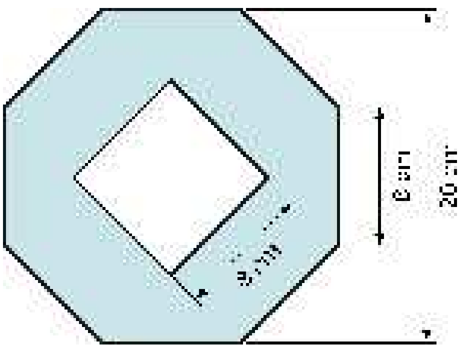


   (a) Wie lang sind die beiden anderen Kantenlängen? Schreibe auf, wie du das herausfindest.
   (b) Wie groß ist das Volumen des Blockstapels? Erläutere dein Vorgehen.
   (c) Welcher Block berührt die meisten anderen Blöcke? Welche beiden Blöcke berühren die wenigsten anderen Blöcke? Begründe deine Antworten.
   (d) Der Blockstapel ist mit möglichst wenigen Blöcken so zu ergänzen, dass ein großer Quader entsteht. Welche Kantenlängen hat dieser Quader? Erläutere deine Überlegungen.

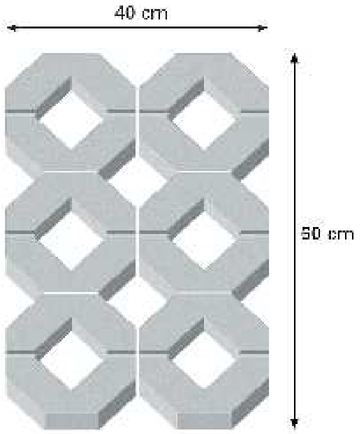
   Quelle: Werner Blum u. a. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret, Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen; mit CD-Rom / IQB, Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (www.IQB.hu-berlin.de), 1. Auflage, Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 2006

7. **Offenes Pflaster**

   Bei einer wasserdurchlässigen Befestigung einer Garageneinfahrt mit Rasengittersteinen können die Niederschläge wieder im Erdreich versickern und in die Grundwasserströme gelangen. Dadurch bleibt der Wasserkreislauf erhalten und die Niederschlagswasser werden nicht direkt über den Kanal in die Flüsse abgeleitet.



   Das Bild zeigt einen solchen Rasengitterstein. Er besteht aus wasserdurchlässigen Öffnungen und wasserundurchlässigen Betonteilen. Der 40 cm × 60 cm × 10 cm große Rasengitterstein besteht aus 6 gleichartigen offenen Pflastersteinen. Das folgende Bild zeigt Form und Maße eines dieser offenen Pflastersteine:



(a) Herrn Meiers Garageneinfahrt ist 8 m lang und 6 m breit. Wie viele solche Rasengittersteine werden benötigt?

(b) Wie viel Prozent der gesamten Garageneinfahrt bestehen dann aus den wasserdurchlässigen Öffnungen?

(c) Herr Meier entdeckt auf einer Palette im Hof eines Baumarktes einen Stapel mit Rasengittersteinen (siehe Bild).

Wie viele Rasengittersteine befinden sich auf der Palette, wenn sie lückenlos aneinandergereiht auf der Palette aufgestapelt sind? Erläutere, wie du deren Anzahl bestimmst.

(d) Kann man mit einem LKW mit 7,5 Tonnen Ladegewicht alle benötigten Rasengittersteine in einer Fahrt anliefern? (Dichte von Beton: 2,3 g/cm^3) Lege dar, wie du zu deiner Lösung gekommen bist.

Quelle: Werner Blum u. a. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret, Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen; mit CD-Rom / IQB, Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (www.IQB.hu-berlin.de), 1. Auflage, Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 2006

8. Eine Spedition verwendet zwei Sorten von quaderförmigen Umzugskartons. Der große Karton mit einem Volumen von 72 Litern hat folgende Abmessungen: Länge 60 cm, Breite 30 cm, Höhe 40 cm.

   Das Volumen des kleinen Kartons ist halb so groß wie das des großen Kartons. Gib eine sinnvolle Möglichkeit für die Abmessungen des kleinsten Kartons an.

   Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2005

9. Das abgebildete Blech wird zu einer oben offenen Schachtel gebogen. Welches Volumen hat diese Schachtel?

☐ $250\,\text{cm}^3$ ☐ $300\,\text{cm}^3$ ☐ $500\,\text{cm}^3$ ☐ $600\,\text{cm}^3$ ☐ $1500\,\text{cm}^3$

Quelle: Bayerischer Mathematik-Test 2002

10. Herr Schlau möchte vor seinem Hauseingang eine vierstufige Treppe bauen. Die Treppenstufen sollen 27 cm hoch, 1,8 m breit und 4,0 dm tief sein.
    (a) Fertige eine Skizze der Treppe an.
    (b) Wieviele m^3 Beton braucht er?
    (c) Finde weitere Lösungswege und begründe, welcher dir am günstigsten erscheint.

    Literatur: Routineaufgaben - erweitert und variiert, Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung München, 1999

11. Ein Brett ($l = 2\,\text{m}$, $b = 15\,\text{cm}$, Dicke $d = 16\,\text{mm}$) soll in vier gleiche rechtwinklige Teile zersägt werden. Die Schnittbreite des Sägeblattes beträgt 2 mm.
    (a) Wie lange (auf den Millimeter genau) sind die einzelnen Brettteile?
    (b) Wie viele mm^3 (cm^3) Sägespäne fallen an?

12. Ein Würfel hat das Volumen $V = 29\,218\,112\,\mathrm{cm}^3$. Berechne seine Oberfläche A.

13. Der Flächeninhalt eines rechteckigen Grundstückes ist $242\,\mathrm{m}^2$. Berechne die Längen der Seiten, wenn eine Seite doppelt so groß wie die andere ist.

14. Ein Würfel hat das Volumen $12\,812\,904\,\mathrm{dm}^3$. Berechne seine Oberfläche A.

15. Die Länge eines quaderförmigen Raumes ist fünfmal so groß wie seine Höhe, seine Breite ist doppelt so groß wie die Höhe und die Oberfläche des Quaders ist $A = 306\,\mathrm{m}^2$. Berechne das Volumen V des Raumes!

16. Die Länge eines quaderförmigen Saales ist viermal so groß wie seine Höhe, seine Breite ist dreimal so groß wie die Höhe und die Oberfläche des Quaders ist $A = 608\,\mathrm{m}^2$. Berechne das Volumen V des Saales!

17. Ein Schwimmbecken fasst $60\,\mathrm{m}^3$ Wasser. In welcher Zeit kann man es füllen, wenn die Wasserleitung $24\,\mathrm{l}$ pro Minute liefert? (auf Stunden richtig runden!)

18. Berechne das Volumen V eines Quaders mit den Kantenlängen $a = 10\,\mathrm{cm}$, $b = 20\,\mathrm{cm}$ und $c = 30\,\mathrm{cm}$. Um wieviel Prozent vergrößert sich das Volumen des Quaders, wenn a um $20\,\%$ vergrößert, b um $40\,\%$ vergrößert und c um $20\,\%$ verkleinert wird?

19. Die Oberfläche eines Quaders mit den Kantenlängen $a = 7\,\mathrm{cm}$ und $b = 3\,\mathrm{cm}$ beträgt $A = 134\,\mathrm{cm}^2$. Berechne das Volumen V und die Gesamtkantenlänge g des Quaders. Schreibe das Volumen auch in den Einheiten mm^3 und m^3 hin.

20. (a) Berechne die Kantenlänge a und die Oberfläche A eines Würfels mit dem Volumen $V = 21952\,\mathrm{cm}^3$.
    (b) Ein Quader hat die Kantenlängen $b = c = 14\,\mathrm{cm}$ und die gleiche Oberfläche wie der Würfel aus Teilaufgabe (a). Berechne die dritte Kantenlänge d des Quaders und sein Volumen V_{Q}.

21. Wie groß ist das Volumen V eines Würfels, dessen Oberfläche $A = 2904\,\mathrm{dm}^2$ beträgt?

22. Von einem Quader mit der Oberfläche $A = 822\,\text{cm}^2$ kennt man noch die Kantenlängen $a = 7\,\text{cm}$ und $b = 13\,\text{cm}$. Berechne das Volumen V des Quaders.

23. Das Volumen eines Würfels ist $V = 9261\,\text{cm}^3$. Berechne die Oberfläche A des Würfels mit Hilfe der Primfaktorenzerlegung.

24. Die Turnhalle eines Gefängnisses ist vollkommen tür- und fensterlos (der Zugang erfolgt unterirdisch). Der quaderförmige Bau ist außen 10 m breit, 15 m lang und 8 m hoch. Die Wände und die Decke bestehen aus 50 cm starkem Beton. Das ganze Gebäude soll nun außen (Wände und Dach) und innen (Wände und Decke) gestrichen werden, wobei die Farbe überall einen halben Millimeter dick aufgetragen werden soll. Wie viele Liter Farbe muss der Gefängnisdirektor bestellen?

25. Ein Holzwürfel hat die Kantenlänge 6 cm.
    (a) Zeichne ein Schrägbild des Würfels und berechne sein Volumen.
    (b) Ein anders geformter Holzquader hat das gleiche Volumen wie der Würfel. Jede seiner Kanten ist länger als 2 cm. Gib eine Möglichkeit für die Abmessungen eines solchen Quaders an und berechne die Oberfläche des Quaders.

    Quelle: Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur, ISB 2001

26. Ein Schwimmbecken mit der Breite 4,5 m und der Länge 12 m ist 20 dm tief.
    (a) Für wie viele Quadratmeter benötigt man Farbe, wenn man es innen blau anstreichen will?
    (b) Wie viele Kubikmeter Beton wurden verwendet, wenn die Außenwände aus 50 cm dicken Beton bestehen?
    (c) In Schwaben sind im Juni 2002 an einem Tag 128 Liter Regen auf einen Quadratmeter gefallen. Um wie viele Zentimeter wäre der Wasserspiegel gestiegen, wenn dieser Regen auf das Schwimmbad gefallen wäre?

27. Mit einem 5 l-Eimer soll ein quaderförmiges Becken (Länge: 60 cm; Breite und Höhe: 30 cm) mit Wasser gefüllt werden.
    Berechne mit einem Gesamtansatz, wie oft der Eimer gefüllt werden muss, damit das Becken bis 4 cm unter den Rand mit Wasser gefüllt werden kann.

28. Berechne, wie sich das Volumen und die Oberfläche eines Würfels verändern, wenn man jede Seite drittelt.

29. Beim Schokoladenhersteller SCHOKOGUT gibt es quaderförmige Tafeln mit 100 g und mit 200 g. Die 100 g-Tafel ist 12 cm lang, 6 cm breit und 1 cm dick. Die Länge bzw. die Breite der 200 g-Tafel ist jeweils um 25 % größer als die Länge bzw. Breite der 100 g-Tafel.
    (a) Um wieviel Prozent ist die Dicke der 200 g-Tafel größer als die Dicke der 100 g-Tafel? [Zwischenergebnis: Dicke = 1,28 cm]
    (b) Um wieviel Prozent ist die Oberfläche der 200 g-Tafel größer als die Oberfläche der 100 g-Tafel?

30. Wenn in der Zeitung steht, es habe 5 mm geregnet, so heißt das: Hätte das Wasser nicht abfließen können, so würde es über jeder ebenen Bodenfläche 5 mm hoch stehen. In Süddeutschland regnet es durchschnittlich im Jahr 600 mm.
    (a) Berechne die Regenmenge in Litern, die im Monatsdurchschnitt in Süddeutschland auf einen Quadratmeter fällt.
    (b) Ein rechteckiges Gemüsebeet ist 8,0 m lang und 5,0 m breit. Wieviel Liter empfängt es bei einem Wolkenbruch mit 20 mm Regen?

31. Ein quaderförmiger Goldbarren hat die Kantenlängen $a = 9\,\text{cm}$ und $b = 21\,\text{cm}$ und die Oberfläche $A_1 = 3318\,\text{cm}^2$. Der Barren wird in einen Würfel umgeschmolzen, wobei sich sein Volumen nicht ändert.
    (a) Welche Oberfläche A_2 hat der Würfel?
    (b) Um wieviel Prozent ist A_2 kleiner als A_1? Rechne zunächst exakt mit Brüchen und verwandle das Ergebnis in eine auf zwei Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl.

32. (a) Ein Würfel aus Gold hat die Kantenlänge $s = 2{,}0\,\text{cm}$.
        i. Berechne die Masse dieses Würfels mit der Dichte $\varrho_{\text{Gold}} = 20\,\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.
        ii. Berechne das Volumen eines gleich schweren Aluminiumwürfels mit der Dichte $\varrho_{\text{Alu}} = 3{,}0\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.
    (b) Ein Quader hat die Seitenlängen 3 cm, 4 cm und das Volumen $72\,\text{cm}^3$.

        Berechne die fehlende Seite und die Oberfläche.
    (c) Bei einem Quader wird die eine Seite verdoppelt, die zweite Seite verdreifacht. Berechne, wie die dritte Seite verändert werden muss, damit das Volumen gleich bleibt.

4 Rechnen mit rationalen Zahlen

4.1 Größenvergleich rationaler Zahlen

1. (a) Ordne folgende Brüche in aufsteigender Reihenfolge als Ungleichungskette:
   i. $2\frac{1}{4}$; $\frac{19}{8}$; $1\frac{5}{6}$
   ii. $\frac{11}{6}$; $2\frac{3}{8}$; $2\frac{1}{4}$

   (b) Berechne, welche Zahl genau zwischen
   i. $3\frac{7}{15}$ und $4\frac{1}{3}$ liegt.
   ii. $2\frac{7}{15}$ und $3\frac{1}{3}$ liegt.

2. (a) Orden folgende Brüche und gib sie in Form einer Ungleichungskette an:
   - $2\frac{5}{6}$; $1\frac{15}{8}$; $\frac{39}{16}$; 2
   - $\frac{11}{6}$; $2\frac{7}{8}$; $\frac{39}{16}$; 3
   - $2\frac{35}{42}$; $1\frac{15}{8}$; $\frac{3}{2}$; 3

   (b) Welcher Bruch liegt genau zwischen
   - $\frac{13}{5}$ und 3
   - $\frac{13}{5}$ und 4
   - $\frac{8}{5}$ und 3
   - $\frac{8}{5}$ und 2

3. Ordne folgende Brüche in aufsteigender Reihenfolge als Ungleichungskette:
   (a) $\frac{3}{4}$; $\frac{10}{8}$; $\frac{9}{15}$; $\frac{6}{5}$
   (b) $2\frac{1}{4}$; $\frac{20}{6}$; $\frac{19}{8}$; $1\frac{5}{6}$

4. Welcher der beiden Brüche, $\dfrac{1}{36}$ oder $\dfrac{5}{88}$, ist größer.

5. Ordne folgende Brüche der Größe nach:

$$\frac{3}{8}\ ,\ \frac{1}{2}\ ,\ 1\frac{3}{4}\ ,\ \frac{7}{8}\ ,\ 1\frac{7}{8}\ ,\ \frac{8}{4}\ ,\ \frac{5}{4}\ ,\ \frac{5}{8}$$

   Gib eine Rechnung oder eine kurze, präzise Begründung für deine Reihenfolge an!

6. Ordne nach der Größe:
   (a) $4{,}16\overline{5}$; $4,\overline{165}$; $4{,}1\overline{65}$
   (b) $4{,}316\overline{5}$; $4\frac{1}{3}$; $4{,}3\overline{165}$; $4{,}31\overline{65}$

7. Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.
   (a) $-\frac{1}{4}$; $0{,}2$; 30%; $-0{,}26$; $\frac{1}{6}$
   (b) $-\frac{3}{8}$; $1\frac{3}{4}$; 180%; $1{,}654$; $-0{,}45$; $-\frac{1}{2}$
   (c) $\frac{13}{18}$; $-3{,}6$; $0{,}7$; $-3\frac{3}{7}$; 60%; $-\frac{14}{4}$

8. Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten.

$$-\frac{7}{3};\qquad \frac{2}{5};\qquad \frac{1}{4};\qquad -1{,}9$$

   Quelle: Bayerischer Mathematik-Test 2003

9. Suche zwei verschiedene Brüche, die zwischen $\frac{17}{18}$ und $\frac{23}{24}$ liegen.

10. Der schlaue Aloisius besuchte die Nikolausfeiern von vier Vereinen. Bei der Feier des Turnvereins verteilte der Nikolaus 7 kg Lebkuchen auf 28 Kinder, beim Schiclub 5 kg auf 24 Kinder, beim Alpenverein wurden 3 kg auf 12 Kinder und beim Schachclub 2 kg auf 9 Kinder verteilt.
    (a) Der „spendierfreudigste“ Verein verteilt pro Kind am meisten Lebkuchen. Ordne die Vereine nach ihrer Spendierfreudigkeit, mit dem geizigsten beginnend.
    (b) Aloisius erhielt bei jedem Verein eine Portion Lebkuchen vom Nikolaus, im Schachclub konnte er noch zwei Freunden ihre Portion durch gewonnene Spiele abluchsen. Wie viele kg Lebkuchen brachte Aloisius von den Nikolausfeiern nach Hause? Verwandle das Ergebnis in die gemischte Schreibweise (kg-g).

11. Ordne der Größe nach: $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{8}$, $28\,\%$

12. Ordne der Größe nach: $\frac{8}{11}$, $\frac{18}{23}$, $\frac{12}{17}$

13. Ordne der Größe nach: $\frac{11}{18}$, $\frac{7}{12}$, $60\,\%$.

14. Welche Zahl ist größer, $a = -\frac{2}{7}$ oder $b = -0{,}2857143$? Begründe deine Antwort!

4.2 Addition und Subtraktion rationaler Zahlen

1. Vereinfache soweit wie möglich. Gib das Ergebnis als gekürzte gemischte Zahl an.
   (a) $\left(+2\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) + \left(3\frac{1}{2}\right)$
   (b) $\left(+2\frac{1}{3}\right) + \left(-6\frac{1}{12}\right) + \left(-2\frac{1}{8}\right)$
   (c) $\left(+11\frac{11}{14}\right) + \left(+3\frac{1}{3}\right) + \left(-7\frac{1}{7}\right)$
   (d) $\left(+12\frac{1}{12}\right) + \left(-4\frac{3}{4}\right) + \left(-13\frac{2}{3}\right)$

2. (a) Welche Zahl muss man zu $-3\frac{2}{3}$ addieren, um $7\frac{1}{7}$ zu erhalten?
   (b) Welche Zahl muss man zu $23\frac{1}{6}$ addieren, um $-4\frac{3}{4}$ zu erhalten?
   (c) Welche Zahl muss man von $13\frac{2}{3}$ subtrahieren, um $14\frac{1}{4}$ zu erhalten?
   (d) Welche Zahl muss man von $1\frac{1}{5}$ subtrahieren, um $-4\frac{3}{10}$ zu erhalten?
   (e) Von welcher Zahl muss man $2\frac{1}{11}$ subtrahieren, um $-4\frac{2}{11}$ zu erhalten?
   (f) Von welcher Zahl muss man $-5\frac{1}{3}$ subtrahieren, um $6\frac{2}{3}$ zu erhalten?

3. Vereinfache soweit wie möglich. Gib das Ergebnis als gekürzte gemischte Zahl an.
   (a) $\left(2\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{3}{8}\right) + \left(3\frac{1}{2}\right)$
   (b) $\left(2\frac{1}{3}\right) + \left(-6\frac{1}{12}\right) - \left(-2\frac{1}{8}\right)$
   (c) $11\frac{11}{14} - \left(-3\frac{1}{3}\right) - \left(+7\frac{1}{7}\right)$

(d) $12\frac{1}{12} - \left(+4\frac{3}{4}\right) - \left(-13\frac{2}{3}\right)$

4. Welche Vorzeichen und Rechenzeichen sind zu ergänzen? Wie viele richtige Lösungen gibt es?

   (a) $\left(+2\frac{1}{2}\right) \quad \left(\quad 1\frac{1}{2}\right) = +4$

   (b) $(\quad 1) + \left(-2\frac{1}{2}\right) = \quad 1\frac{1}{2}$

   (c) $\left(+\frac{1}{3}\right) \quad \left(\quad 6\frac{2}{3}\right) = -6\frac{1}{3}$

   (d) $\left(\quad \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) = \quad \frac{1}{3}$

   (e) $\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \left(\quad 3\frac{2}{3}\right) = \quad 4\frac{1}{6}$

   (f) $\left(+2\frac{1}{2}\right) \quad \left(\quad 3\frac{1}{2}\right) = -6$

   (g) $\left(\quad 2\frac{1}{4}\right) \quad \left(\quad 3\frac{1}{2}\right) = +1\frac{1}{4}$

   (h) $\left(\quad 3\frac{3}{4}\right) - (+5) = \quad 8\frac{3}{4}$

5. Fasse zusammen!

   (a) $12{,}54 - 352{,}57 + 46{,}46$

   (b) $325{,}543 + 6{,}005 - 53{,}505 - 34{,}543$

   (c) $32{,}543 - 2{,}146 + 32{,}457 - 100{,}354$

6. Fasse zusammen!

   (a) $-43{,}436 + 4\frac{1}{8} - 423\frac{1}{2}$

   (b) $\frac{100}{8} - 32{,}465 + 3{,}547$

   (c) $34 - 43{,}35 + \frac{3}{8} - \frac{1}{2}$

7. Schreibe das Ergebnis vollständig gekürzt hin: $\frac{3}{7} - \frac{4}{8}$

8. Schreibe das Ergebnis als Bruch und als Dezimalbruch: $\frac{5}{18} + \frac{5}{24}$

9. Ergebnis als Bruch und als Dezimalzahl:
   (a) $-1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ (b) $0{,}\overline{01} - 0{,}0\overline{1}$

10. (a) $\frac{14}{45} - \frac{11}{30}$ (b) $2\frac{3}{7} - 630\,\%$

4.3 Multiplikation und Division rationaler Zahlen

1. Berechne:
   (a) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{15}{22}$, $\left(-3\frac{4}{7}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$, $\frac{11}{26} \cdot \frac{169}{242}$
   (b) $\frac{46}{289} \cdot 1\frac{4}{115}$, $\left(-2\frac{3}{22}\right) \cdot \left(-1\frac{2}{15}\right)$, $1\frac{1}{19} \cdot \left(-\frac{133}{200}\right)$
   (c) $1\frac{2}{196} \cdot \frac{126}{297}$, $3\frac{3}{4} \cdot \left(-2\frac{1}{2}\right)$, $\left(-7\frac{1}{33}\right) \cdot \left(-1\frac{16}{17}\right)$

2. Womit muss man die folgenden Brüche multiplizieren, um $\frac{3}{7}$ zu erhalten?
   (a) $\frac{9}{14}$, $-\frac{36}{77}$, $1\frac{2}{7}$
   (b) $-\frac{9}{35}$, $1\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{16}$

3. Berechne:
   (a) $\left(-\frac{2}{7}\right) \cdot 1\frac{2}{16} : \left(-\frac{1}{3}\right)^2$
   (b) $-3\frac{3}{4} : \left(-1\frac{1}{15}\right) \cdot \frac{5}{6}$
   (c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(-4\frac{4}{11}\right) \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)\right]$

4.4 Verbindung der vier Grundrechenarten

1. Gegeben ist der Term 6,75 : 3 − 0,25 : 0,01.
   (a) Berechne den Wert des Terms.

(b) Hermine sagt: „Ersetze ich in dem Term die Zahl 0,01 durch eine größere Zahl, so wird auch der Wert des Terms in jedem Fall größer.“ Begründe, weshalb Hermine Recht hat.

Quelle: Bayerischer Mathematik - Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2004

2. (a) Eine Fernsehshow wurde mit Punkten von -3 bis 3 beurteilt: 2,4; 3,0; $-1{,}5$; 1,1; $-2{,}4$; $-2{,}9$; 0,5; 1,4 und 2,0. Gib das arithmetische Mittel an.
   (b) Lucas' Fußballmannschaft erzielte bei den letzten Spielen 2, 3, 0, 1, 4, 2, 0, 0, 3 bzw. 5 Tore. Gib das arithmetische Mittel an.
   (c) Ändere zwei der Zahlen 30, 15, 43, 28 und 54 so ab, dass das arithmetische Mittel unverändert bleibt.

   Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

3. Die Zahlenstrahlhüpfer Hupfi und Teili treffen sich auf der Zahl $-8\dfrac{2}{5}$.
   (a) „Du“, sagt Hupfi zu Teili, „ich bin gerade um $5\dfrac{5}{12}$ nach links gesprungen, wo bin ich gestartet?“
   (b) Darauf sagt Teili zu Hupfi: „Ich bin hier gelandet, weil ich 8 durch eine Zahl geteilt habe, durch welche wohl?“

4. Berechne: (a) $0{,}1\overline{6} + 1,\overline{36}$ (b) $\dfrac{2{,}0\overline{3}}{0,\overline{6}}$

5. Fasse zusammen!
   (a) $(2\frac{1}{3} - 4\frac{1}{2}) - 7\frac{2}{3} \cdot 5$
   (b) $3\frac{1}{5} - 2 \cdot 3\frac{1}{4} + 7$
   (c) $-2\frac{1}{7} + 3\frac{2}{3} - 2 \cdot 1\frac{3}{14}$

6. Das Kaufhaus „Konsum“ wirbt zum Schuljahresbeginn: *„In den ersten beiden Schulwochen erhalten Sie jede Drucker-Farbpatrone um 4 Euro günstiger.“* Max nimmt das Angebot wahr und kauft drei Drucker-Farbpatronen, die regulär jeweils k Euro gekostet hätten. Beschreibe für diesen Kauf die Gesamtkosten in Euro durch einen Term.

   Quelle: Bayerischer Mathematik - Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2004

7. (a) Kürze so weit wie möglich: $\dfrac{2142}{4998}$

   (b) Schreibe das Ergebnis als gemischte Zahl und als Dezimalbruch:

$$4\frac{1}{11} - 2\frac{3}{7} : \frac{5{,}1}{0{,}35}$$

   (c) Schreibe das Ergebnis als Bruch:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 : \left(\frac{4}{9}\right)^3 : 7 - \frac{1}{4{,}\overline{4}}$$

5 Mathematik im Alltag: Prozentrechnung und Diagramme

5.1 Erarbeitung grundlegender Kenntnisse der Prozentrechnung

1. Corinna und Sebastian haben die Ergebnisse einer Verkehrszählung in einer Tabelle zusammengestellt:

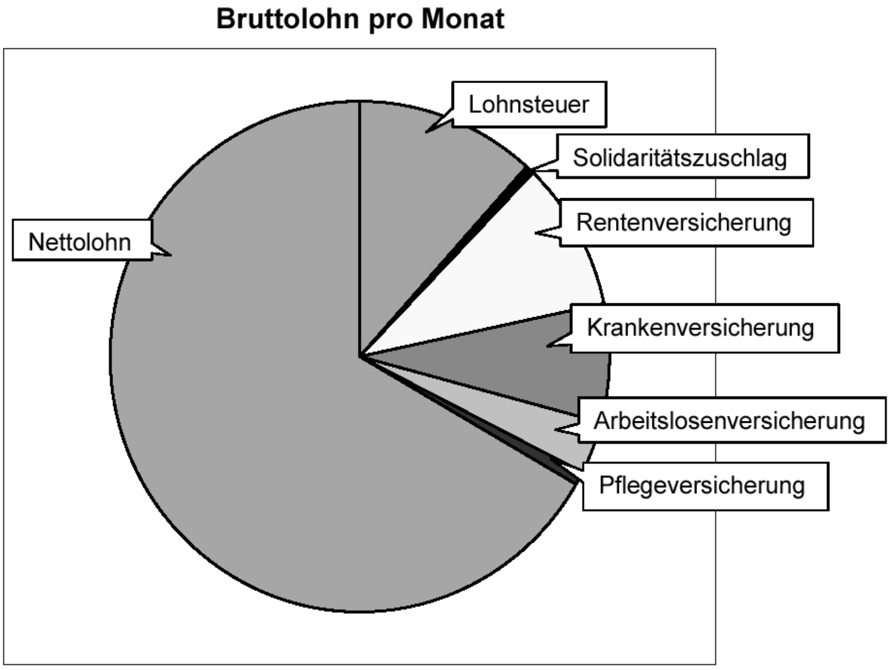
PKW	LKW	Busse	Motorräder
50%	26%	8%	

   Corinna wird nach Schulschluss von ihrer Freundin nach der Anzahl der jeweils gezählten Fahrzeuge gefragt. Da Sebastian die Strichliste mit nach hause genommen hat, versucht Vorinna sich zu erinnern. Sie weiß genau, dass sie 13 LKW gezäht haben.
   Berechne aus der Tabelle und Corinnas Aussage, wie viele Fahrzeuge jeweils gezählt wurden.

   nach: Vergleichsarbeit bundesland- und schulartübergreifend in der Jahrgangsstufe 8, Materialien zur Weiterarbeit

2. Frau Schulz erfährt beim Vorstellungsgespräche, dass sie für ihre neue Tätigkeit einen monatlichen Bruttolohn von 2400,00 EUR erhält.
   Den monatlichen Bruttolohn erhält ein Arbeitnehmer nicht ausgezahlt.
   Er hat noch Abgaben zu leisten. Den Auszahlungsbetrag nennt man Nettolohn.

   Der Bruttolohn von Frau Schulze setzt sich folgendermaßen zusammen:



Wie viel Euro bekommt Frau Schulze ausgezahlt?

Quelle: Vergleichsarbeit bundesland- und schulartübergreifend in der Jahrgangsstufe 8, Materialien zur Weiterarbeit

3. **Taschenrechneranzeige**

Quelle: Lambacher Schweizer 10 (1997)

4. Die Elefantenkuh Cathy wird im Zoo regelmäßig gewogen. Sie ist jetzt 6 Jahre alt und wiegt 2,40 t.
   (a) Vor einem Jahr wog Canthy noch 2,05 t. Wie viele Kilogramm nahm sie im Laufe des Jahres zu?
   (b) Der Tierpfleger stellt fest. Canty ist mir ihren 2,40 t noch 20% leichter als der Elefantenbulle Abu. Berechne, wie scher Abu ist.

   Quelle: Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien, 2006

5. **Titel**

Die neue Milkia ist da!!!
Noch sahniger, noch nussiger und jetzt noch günstiger. Wir haben unser Format geändert:

Milkia ist jetzt 10% Länger und 10% breiter.
Das ist 100% besser!!!

Die Schokolade hat vorher 1, 49 gekostet und jetzt 1, 79 €. Beurteile die Anzeige der Firma.

6. **Kids im WWW**

   Stelle die folgenden Informationen in einem Diagramm dar.

   46% der Kinder im Alter zwischen 6 und 13 Jahren nutzen das Internet. Die wichtigsten Nutzungsarten sind

Infos für Schule sammeln	79%
Infos für Freizeit sammeln	64%
E-Mails austauschen	55%
Online-Spiele	50%
Chatten	45%
Musik downloaden	27%
Spiele/Programme downloaden	24%
Videos, Filme downloaden	12%
Im Internet einkaufen	10%

   Quelle: Globus Infografik, Hamburg

7. **Gefahren aus dem Internet**
   Stelle die folgenden Informationen in einer Tabelle und einem Diagramm dar.

   (a) Von je 100 Internetnutzern sind schon einmal 35 Opfer geworden von Trojanern, 27 von gefälschten E-Mails, 25 von Dialern, 8 von Phishing, 6 von gefälschten Webseiten und 1 von Keyloggern

   (b) Von je 100 Befragten sichern 87 ihre Computer durch Anti-Viren-Software, 78 durch Firewall, 59 durch Spam-Blocker, 48 durch Anti-Spyware-Software, 15 durch Verschlüsselungssoftware 15 durch Webfilter und 10 durch digitale Signaturen.

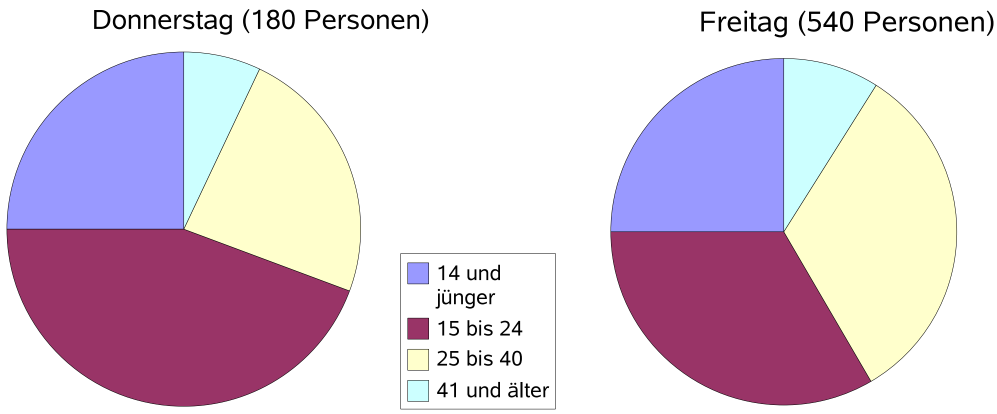
Quelle: Globus Infografik, Hamburg

8. Führe in deiner Klasse eine Umfrage durch. Frage z. B. nach
   - der Lieblingssportart.
   - dem Lieblingsfach in der Schule.
   - der Anzahl der Haustiere.
   - der Art der Haustiere.

   (a) Berechne jeweils die relativen Häufigkeiten der Antworten in Prozent.

   (b) Stelle die Antworten in einem Kreisdiagramm dar. Berechne dazu zunächst die Winkel der jeweiligen Sektoren.

9. Im Kino Maxi werden am Donnerstag und am Freitag die Besucher nach ihrem Alter gefragt. Das Ergebnis der Befragung ist in den folgenden Kreisdiagrammen dargestellt.



   (a) Wie viel Prozent der Besucher am Donnerstag waren 14 Jahre und jünger bzw. 15 bis 24 Jahre.

   (b) Wie viele Besucher am Donnerstag waren 14 Jahre und jünger bzw. 15 bis 24 Jahre.

   (c) Um wie viele Prozent waren am Freitag mehr Besucher im Kino als als Donnerstag.

   (d) Um wie viele Prozent waren am Freitag mehr 15 bis 24-jährige Besucher im Kino als als Donnerstag.

aus: Stochastik in der Realschule - Fortbildungsmaterialien, Prof. Dr. Timo Leuders, Pädagogische Hochschule Freiburg

10. In der Klasse 6a wird eine Umfrage gemacht, in der nach der Anzahl der Kinder in den Familien der Schüler gefragt wird. Das Ergebnis ist in der folgenden Tabelle dargestellt:

	Einzelkinder	2 Kinder	3 Kinder	4 Kinder
Anzahl der Schüler	3	13	6	3

Der Durchschnitt der Kinderzahl pro Familie beträgt 2,4 Kinder. Der Durchschnitt in Deutschland ist allerdings 1,3 Kinder, also liegt die Klasse 6a über dem Durchschnitt.

(a) Prüfe die Berechnung des Durchschnitts in der Klasse nach.

(b) Untersucht diese Frage auch in euerer Klasse.

(c) Es gibt sehr viele Klassen, in denen die durchschnittliche Kinderzahl weit über dem deutschen Durchschnitt liegt. Woran könnte das liegen?

nach: Stochastik in der Realschule - Fortbildungsmaterialien, Prof. Dr. Timo Leuders, Pädagogische Hochschule Freiburg

11. Der Media–Markt warb einmal damit, dass er beim Kauf von Produkten, die teurer als 300 Euro sind die anfallende Mehrwertsteuer von 19% erlässt.

Wie viel Prozent spart man beim Kauf eines solchen Produkts?

12. (a) **„Das Spiel ist die Schönste Art, eine Sache zu beginnen“** (Leibniz)
Bestimme die relative Häufigkeit des Buchstabens **e** in diesem Satz.

(b) **„We cannot command the winds but we can set the sails“**
Bestimme die relative Häufigkeit des Buchstabens **e** in diesem Satz.

(c) Alex wurde mit 18 Stimmen von 24 Stimmen zum Klassensprecher gewählt. Wurde er mit absoluter Mehrheit gewählt und wie viel Prozent aller Stimmen erhielt er nicht?

(d) Bei der Klassensprecherwahl erhielt Sophie 13 Stimmen und Gregor 12 Stimmen. Wie viel Prozent der Stimmen erhielt Sophie, wie viel Gregor?

(e) Bei wie viel Prozent aller zweistelligen Quadratzahlen ist die Zehnerziffer ungerade?

(f) Wie viel Prozent der zehn Zahlen 0,5; 0,8; $0,\overline{3}$; 0,04; 0,05; 0,01; 0,53; $0,\overline{1}$; 0,3 und 0,101 lassen sich als Stammbrüche darstellen?

Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

13. (a) Lucas „verwandelt“ 8 von 12 Elfmeterschüssen. Bei wie viel Prozent dieser Elfmeterschüsse war er nicht erfolgreich?

(b) Beim Wettkampf konnten sich vier von fünf Schülern verbessern. Gib die relative Häufigkeit in Prozent an.

Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

14. (a) Drücke folgende Anteile als Dezimalzahl und in Prozent aus:

$$\frac{3}{8}\ ,\quad \frac{3}{5}\ ,\quad 1\frac{3}{25}$$

(b) Drücke folgende Dezimalzahlen als Bruchteil und in Prozent aus:

$$0{,}125\quad ,\quad 1{,}655\quad ,\quad 0{,}765$$

(c) Drücke folgende Prozentsätze als Dezimalzahl und als Bruchteil aus:

$$1{,}5\%\quad ,\quad 0{,}12\%\quad ,\quad 77{,}5\%$$

15. (a) Wie viel Prozent sind 12 von 15?

(b) Um wie viel Prozent muss man 75 erhöhen um 90 zu erhalten?

16. (a) Wie viel Prozent sind 16 von 12 ?

(b) Um wie viel Prozent muss man 80 € erhöhen um 140 € zu erhalten.

(c) Um wie viel Prozent muss man 140 € verringern, um 80 € zu erhalten?

17. (a) Entwirf einen Fragebogen, mit dem du deine Mitschülerinnen und Mitschüler über die Zeit befragst, die sie für ihre Hausaufgaben benötigen. Stelle außerdem die Frage, ob sie Musik hören, während sie die Hausaufgaben anfertigen.

(b) Werte die erhaltenen Fragebögen aus, indem du berechnest, wie viele Prozent deiner Mitschülerinnen und Mitschüler für die Hausaufgaben zwischen 0 und 20 Minuten, zwischen 20 und 40 Minuten, zwischen 40 und 60 Minuten, usw. benötigen.

(c) Gib außerdem an, wie viel Prozent von ihnen dabei Musik hören und wie viele nicht.

(d) Wie müsstest du den Fragebogen ergänzen, wenn Du auch noch wissen möchtest, ob sich Buben und Mädchen in ihrem Verhalten unterscheiden.

18. Bei einer Schulaufgabe kann man maximal 47 Punkte erreichen. Einen Einser gibt es für mehr als 85 %, einen Zweier für mehr als 70 %, einen Dreier für mehr als 55 %, einen Vierer für mehr als 40 % und einen Fünfer für mehr als 20 % der maximal erreichbaren Punkte. Erstelle eine Tabelle, aus der man sofort die Note bei bekannter Punktezahl ablesen kann.

19. Schreibe die Ergebnisse mit und ohne Prozentzeichen:

(a) $7 \cdot 25\,\%$ (b) $20\,\% \cdot 30\,\%$ (c) $(2\,\%)^3$ (d) $\frac{70\,\%}{40}$

(e) $\frac{70\,\%}{40\,\%}$ (f) $\frac{1}{15\,\%}$ (g) $1 - 20\,\%$ (h) $1 + 2{,}3\,\%$

(i) $40\,\% - \frac{1}{3}$ (k) $4\frac{2}{5}\,\% - 2\frac{5}{7}\,\%$ (l) $40 - \frac{1}{3\,\%}$ (m) $(1 - 90\,\%)^3$

(n) $(1 + 10\,\%)^4$ (o) $\frac{1}{1\,\%} - 1\,\%$ (p) $\left(\frac{1}{1\,\%} - 1\right)\%$

20. Schreibe das Ergebnis ohne Prozentzeichen:
    (a) Ein siebtel Prozent von der Summe aus sieben Prozent und sieben.
    (b) Für welches x gilt: „x Prozent von acht Prozent ist drei.“
    (c) Für welches x gilt: „x Prozent von x ist 64.“

5.2 Prozentrechnung

1. Bei einem Rechteck wird eine Seite um 10% vergrößert, die andere um 10% verkleinert. Wie ändert sich der Flächeninhalt?

   Quelle: Jufo go (Spiel zum Wettbewerb Jugend forscht)

2. Du bekommst 25% von einer halben Pizza. Welcher Bruchteil ist das?

   Quelle: Jufo go (Spiel zum Wettbewerb Jugend forscht)

3. (a) 30% von 40% von 150 EUR sind …
   (b) Wenn Tom von seinen 918 EUR mindestens $33\frac{1}{3}\%$ ausgibt, hat er höchstens noch …

4. Für die Nasendusche benötigt man eine Salzlösung, in der der Anteil des Salzes 1% beträgt. Da das Abwiegen der kleinen Salzmengen mit einer Küchenwaage sehr ungenau wird, gibt es das Salz in kleinen Tütchen in der Apotheke zu kaufen. In einem Tütchen sind 2,5 g Salz. Wie viel Wasser benötigt man zur Herstellen der Salzlösung?

5. Wenn die Mehrwertsteuer von 16% auf 19% erhöht wird, um wie viel Prozent steigt dann die Mehrwertsteuer?

   Quelle: G. M. Ziegler, FOCUS 23/2006

6. Im ,,Jahrhundertsommer" 2003 besuchten 25000 Personen das Freibad von Nassing. Im Sommer des Jahres 2004 kamen nur noch 22500 Besucher.

   Um wie viel Prozent ist die Besucherzahl gesunken?

   Quelle: Bayerischer Mathematik - Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2004

7. In der Schule soll zum „Tag der offenen Tür“ die Erdgeschichte auf einem 10 m langen Papierstreifen maßstäblich dargestellt werden. Dabei soll das linke Ende dem Zeitpunkt „Heute“, das rechte dem Zeitpunkt der Entstehung der Erde entsprechen. Die Übersicht listet einige Ereignisse auf:

Erscheinung des Menschen	vor ca. 2 Millionen Jahren
Erscheinung des Dinosaurier	vor ca. 200 Millionen Jahren
erste Fische	vor ca. 400 Millionen Jahren
erste Pflanzen	vor ca. 3 Milliarden Jahren
Entstehung der Erde	vor ca. 5 Milliarden Jahren

   (a) In welcher Entfernung vom linken Ende muss das Erscheinen der Dinosaurier markiert werden?

   (b) Wie viel Prozent der Streifenlänge nimmt die Geschichte der Menschheit ein?

   □ 4%, □ 2%, □ 0,4%, □ 0,04%, □ 0,002%

   (c) Mit einem Vergrößerungsglas lässt sich ein Punkt, der 0,1 mm vom linken Streifenende entfernt ist, erkennbar machen. Berechne, vor wie vielen Jahren ein dazu passendes Ereignis stattgefunden hat.

   Quelle: Bayerischer Mathematik-Test 2003

8. (a) Der Preis für einen Schokoriegel wurde von 1,40 € auf 1,75 € erhöht. Um wie viele Prozent ist der Preis gestiegen?

(b) Bei einem Waschmittel wurde die Füllmenge um 12 % vergrößert. Es enthält jetzt 0,6 kg mehr als vorher. Wie viel ist in der neuen Packung?

(c) Ein Platinwürfel mit dem Volumen $8{,}0\,\text{cm}^3$ wiegt 172 g. Die Masse eines gleich großen Goldwürfels ist um 10 % geringer. Welche Masse (auf Gramm genau) hat ein Goldwürfel der Kantenlänge 1,0 cm?

(d) Herr K. bekommt für sein Gehalt von 3200 € eine Erhöhung um 4 %.

i. Welchen Betrag erhält Herr K. nach der Erhöhung?

ii. Wie lautet das Ergebnis bei einer Gehaltssenkung um 4 %?

(e) Die Aktie der Firma Net kostet zu Jahresbeginn 56 €. Ihr Kurs ist seitdem um 175 % gestiegen. Was kostet die Aktie nun?

(f) Die Einwohnerzahl einer Stadt ist im vergangenen Jahr um 8 % auf 48600 gestiegen. Wie viele Einwohner hatte die Stadt vor einem Jahr?

(g) Ein Computer kostet laut Preisliste 4700 €. Hinzu kommen noch 16 % Mehrwertsteuer. Bei Barzahlung erhält der Kunde allerdings 3 % Rabatt. Wie hoch ist die Rechung?

Literatur: Systematisches Wiederholen und Vernetzen, Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung München, 1999

9. Du wirst beauftragt, einen neuen Satz von Münzen zu entwerfen. Alle Münzen sollen rund und silberfarbig sein, aber verschiedene Durchmesser haben.

Forscher haben herausgefunden, dass ein idealer Satz von Münzen folgende Anforderungen erfüllt:

Der Durchmesser der Münzen sollte nicht kleiner als 15 mm und nicht größer als 45 mm sein.

- Ausgehend von einer Münze muss der Durchmesser der nächsten Münze mindestens 30% größer sein.
- Die Prägemaschine kann nur Münzen herstellen, deren Durchmesser in Millimeter ganzzahlig ist (z. B. 17 mm sind zulässig, 17,3 mm nicht).

Entwirf einen Satz von Münzen, der die oben genannten Anforderungen erfüllt. Beginne mit einer 15-Millimeter-Münze. Dein Satz sollte so viele Münzen wie möglich enthalten.

Literatur: Beispielaufgabe aus PISA

10. Aus einem Würfel werden an den acht Ecken jeweils zweimal ein „1 cm-Würfel“, ein „2 cm-Würfel“, ein „3 cm-Würfel“ und ein „4 cm-Würfel“ herausgeschnitten. Das Volumen des Restkörpers beträgt 80% des anfänglichen Würfels.

Hinweis: Ein „1 cm-Würfel“ ist ein Würfel mit der Kantenlänge 1 cm.

(a) Wie groß war die Kantenlänge des anfänglichen Würfels?

(b) Zeichne das Bild eines möglichen Restkörpers.

Quelle: Fürther Mathematik Olympiade, 1. Runde, 2002/2003

11. Familie Bachschmid will sich einen neuen Videorecorder kaufen. Drei Angebote sind zu vergleichen, um das günstigste herauszufinden:

Angebot I:	Der Händler verlangt 619 €und gibt 3% Skonto.
Angebot II:	Dieser Händler verlangt 692 €und gewährt 15% Rabatt.
Angebot III:	Im Verbrauchermarkt „Maxi“ wird das Gerät für 520 € + MWSt angeboten.

(a) Welches Angebot ist am günstigsten?

(b) Wie groß ist die Ersparnis gegenüber dem teuersten Angebot?

(c) Vergleiche mit dem Angebot IV: Der 30 km entfernte Großmarkt „Giga“ hat das Gerät mit 589 € ausgezeichnet. Um ihn zu erreichen, muss Zeit und Benzin aufgewendet werden.

12. Fred kauft sich ein neues Fahrrad für 760 €. Er darf vom diesem Betrag 5% Rabatt abziehen. Wie viel muss Fred zahlen?

13. Ein Fahrradgeschäft macht einen Räumungsverkauf und gewährt 25% Nachlass auf alle Artikel. Franz kauft sich ein Fahrrad und zahlt dafür 255 €. Wie viel hätte er ohne Preisnachlass gezahlt?

14. Herr Müller bezahlt die Rechnung für seine neue Stereoanlage. Er überweist nach Abzug von 2% Skonto einen Betrag von 1079,96 €.

(a) Wie hoch war der Rechnungsbetrag vor dem Abzug des Skontos?

(b) In diesem Rechnungsbetrag sind 16% Mehrwertsteuer enthalten. Wie viel kostet die Stereoanlage ohne Mehrwertsteuer?

15. Cindy kauft sich ein Kleid für 72 €. Sie erhält einen Preisnachlass und zahlt 61,20 €. Wie viel Prozent Preisnachlass wurde ihr gewährt?

16. Wie viel Prozent sind 135 € mehr als 90 €?

17. Um wie viel Prozent sind 225 km weniger als 300 km?

18. Die Länge und die Breite eines Rechteckes werden je um 20% vergrößert. Um wieviel Prozent vergrößert sich die Fläche des Rechteckes?

19. (a) Wieviel Prozent sind: 12 von 16; 6 von 8; 8 von 6; 16 von 12.
    (b) Wieviel sind 30% von 112 € (30% von 121 €)?
    (c) Beim Kauf einer Ware erhält der Käufer 6% Rabatt auf den Listenpreis. Er bezahlt deshalb 75 € weniger. Berechne den Brutto- und den Nettopreis der Ware.
    (d) Ein Glas mit einem Liter einer 5%-igen Salzlösung wird erhitzt. Dabei verdampft 70% des Wassers. Berechne, wieviel prozentig die Lösung jetzt ist.

20. Im Supermarkt hängt ein Werbeplakat für Badeschaum: „Die neue 850-ml-Flasche: Jetzt über 20% mehr Inhalt zum Super-Sparspreis von 6,99 €“.
    (a) Welchen Inhalt hat vermutlich die bisherige Flasche?
    (b) Im Regal steht auch noch die alte Flaschengröße zum Preis von 5,59 €. Für welche Flasche entscheidest du dich, wenn du möglichst günstig einkaufen willst? Begründe deine Entscheidung durch eine Rechnung.

    Quelle: Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur, ISB 2001

21. In einem Hochhaus leben hundert Personen. Fast alle lesen Zeitung:
    60% lesen die Zeitung A, 50% lesen die Zeitung B, 45% lesen die Zeitung C
    30% lesen die Zeitung A und B, 20% lesen die Zeitung B und C, 30% lesen die Zeitung A und C
    10% lesen die Zeitung A, B und C.
    Wie viele Prozent der Bewohner lesen keine Zeitung?

22. Kuno und Bruno haben je einen quaderförmigen Goldbarren geerbt. Die Kanten von Brunos Barren sind länger als die von Kunos Barren, und zwar die erste um 15 %, die zweite um 20 % und die dritte um 50 %. Um wieviel Prozent ist Brunos Erbschaft mehr wert als die von Kuno?

23. (a) Bei einem Pferderennen hat Phillip 55 000 € verloren, das sind $14\frac{2}{7}$ % seines ganzen Vermögens vor dem Rennen. Wie groß war dieses Vermögen?

(b) Mit 16 % MWS kostet ein Mountain-Bike 2958 €. Was kostet das Rad, wenn die MWS auf 17 % erhöht wird?

24. Ein Kaufmann verliert 20 % seiner Kunden. Um wieviel Prozent muss er die Preise seiner Waren erhöhen, damit seine Gesamteinnahmen gleich bleiben?

25. Professor Snapes Weisheitstrank besteht aus 60 % Wasser, 37,5 % Mandelöl und 3 g Eulenblut (die Prozentangaben beziehen sich auf die Masse des ganzen Trankes). Wieviele Gramm Wasser beziehungsweise Mandelöl enthält der Trank?

26. (a) Beim Weitsprung schätzt Andi seinen Sprung auf 3,50 m. Mit dem Massband wird die tatsächliche Weite zu 3,35 m gemessen. Berechne den absoluten und den relativen Fehler der Schätzung.

    (b) Am Jahresbeginn legt Johanna ihr Geld auf der Bank fest an. Sie erhält im ersten Jahr 6% Zinsen. Am Ende des ersten Jahres lässt sie ihr Geld und die Zinsen auf der Bank und bekommt im zweiten Jahr 8% Zinsen. Am Ende des zweiten Jahres werden ihr 4006,80 € ausgezahlt. Berechne, wie groß das Anfangskapital war.

27. Ergebnisse der Bürgerschaftswahl in Bremen

	Prozent 1999	Mandate 1999	Wähler 1999	Prozent 1995	Mandate 1995
Wahlbeteiligung	60,2		91567	68,6	
SPD	42,6	47		33,4	37
CDU	37,1	42		32,6	37
Grüne	9,0	10		13,1	14
DVU	3,0	1		2,5	-
AFB	2,4	-		10,7	12
Sonstige		-			

(a) Fülle die leeren Felder aus.

(b) Wie viele Wahlberechtigte waren es 1999?

(c) Wie viele Stimmen sind „verloren“, sei es, weil die Wahlberechtigten nicht zur Wahl gegangen sind, sei es, weil ihre Stimme ungültig war oder weil sie sich für eine Partei entschieden, die nicht in die Bürgerschaft einzieht?

(d) Wieviele Prozent der Wahlberechtigten sind dies?

(e) Wir nehmen an, dass die Zahl der Wahlberechtigten sich nicht verändert hat. Um wieviel Prozent mehr Wähler stimmten 1999 gegenüber 1995 für die SPD.

Quelle: Christoph Hammer, Max-Born-Gymnasium, Germering

28. Messing ist eine Legierung (Mischung) aus 70% Kupfer und 30% Zink.
    (a) Berechne die Masse eines Messingstückes, in welchem 500 g Zink enthalten sind.
    (b) Berechne die Masse des im Messingstück enthaltenen Kupfers.

29. Harry Potters neuer Besen, der MAGIC ROCKET, reagiert auf zwei Zauberworte: Bei HIG steigt er um 20 % der momentanen Höhe, bei DAU sinkt er um 25% der momentanen Höhe. Nach den Kommandos HIG – HIG – DAU – HIG – DAU fliegt Harry in der Höhe 486 m. Wie hoch flog er vor den Kommandos?

5.3 Zinsrechnung

1. (a) Die Bank GRINGOTTS gewährt Harry einen jährlichen Zinssatz von 8,5 %. Wieviel Zins erhält Harry nach einem Jahr, wenn er 24 000 Galleonen einzahlt?
   (b) Hermine erhält als Muggel bei GRINGOTTS nur 3,6 % Zins jährlich. Wie viele Silbersickel hat Hermine einbezahlt, wenn ihr nach einem Jahr 16,02 Silbersickel Zins gutgeschrieben werden?
   (c) Ron Weasley zahlt bei GRINGOTTS 825 Kupferknuts ein, die nach einem Jahr auf 861,30 Knuts anwachsen. Welcher Zinssatz wird Ron gewährt?

2. Frau Huber zahlt am 21.1.2002 1200 € auf ihr Sparbuch ein. Auf welchen Betrag ist diese Einzahlung am 9.12.2002 angewachsen, wenn sie 2,5% Zins gut geschrieben bekommt?

3. Welches Kapital wächst bei 6% Verzinsung samt einem Jahreszins auf 13568 € an?

4. Ein Kredit, der am 10.03. zu 9% aufgenommen worden war, wird am 24.10. des gleichen Jahres mit 24 710,40 € zurückgezahlt. Berechne die Höhe des Kredits.

   Literatur: PM 3/43. Jg. 2001

5. Linus und Bill legen je 10 000 € bei einer Bank an. Linus erhält als Zins am Jahresende das 0,04-fache des Betrages, der am Jahresanfang vorhanden war, bei Bill ist es das 0,06-fache. Linus lässt sein Geld drei Jahre auf der Bank liegen, Bill nur zwei Jahre. Welcher der beiden erzielt den größeren Endbetrag?

6. (a) Welchen Zins erhält man von 540 € bei einem Zinssatz von 5% in 72 Tagen?
   (b) Welches Kapital bringt in 5 Monaten bei einem Zinssatz von 4% einen Zins von 46,80 €?
   (c) Bei welchem Zinssatz erhält man als Zins 47,25 € von 1400 € in 270 Tagen?

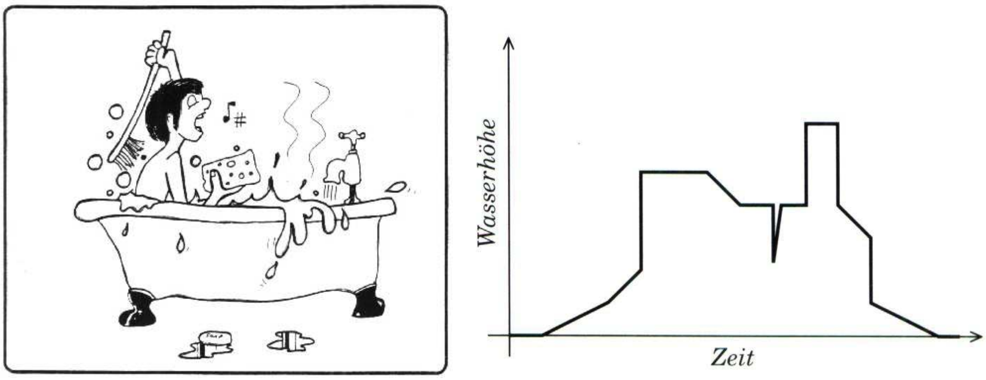
7. (a) Ein Guthaben von 84 000 € wird mit 4,3 % jährlich verzinst. Wie groß ist das Guthaben nach zwei Jahren?
   (b) Der Zins von 3825 € ist 99,45 €. Wie groß ist der Zinssatz?
   (c) Der Zins bei einem Zinssatz von 8,5 % beträgt 414,80 €. Wie groß war das Guthaben?
   (d) Das Guthaben 52300 € wächst in einem Jahr auf 55176,50 €. Wie groß ist die jährliche Verzinsung?
   (e) Ein Guthaben beträgt nach einem Jahr Verzinsung mit 3,2 % genau 66048 €. Welcher Betrag wurde vor einem Jahr einbezahlt?

8. Ein Bauherr braucht von einer Bank am Anfang des Jahres 300 000 €. Er vergleicht die Angebote der beiden Banken Moneymaker und Gigamark:
   (a) Moneymaker: Sie zahlen am Ende des Jahres 24 000 € einschließlich Zinsen, der jährliche Zins beträgt 7,2 %.
   (b) Gigamark: Sie zahlen am Ende eines jeden Monats 2 000 € einschließlich Zinsen, der monatliche Zins beträgt 0,6 %.

   Welchen Betrag zahlt er bei beiden Angeboten jährlich an die Bank und wie groß ist seine Schuld am Ende des ersten Jahres? Welches Angebot ist also günstiger?

5.4 Interpretation und manipulative Darstellung von Diagrammen

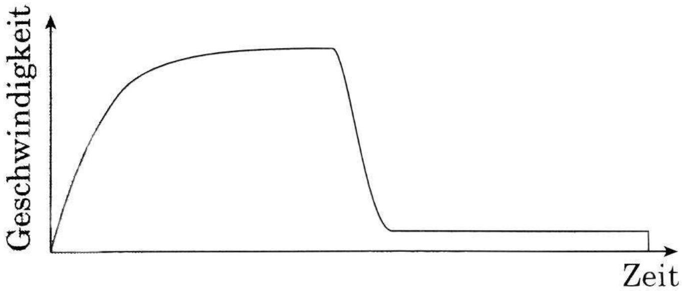
1. **Badewanne**



Dieser Graph beschreibt den Wasserstand in einer Badewanne. Erzähle eine Geschichte dazu.

Quelle: Sinus-Transfer

2. **Sportarten**

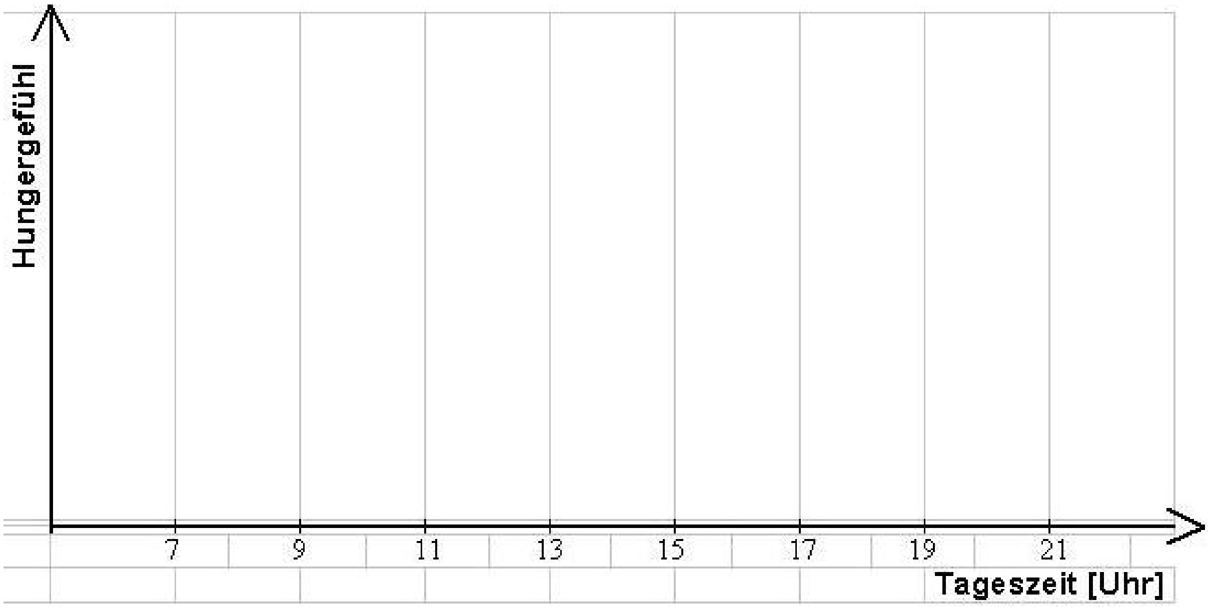


Welche Sportart passt zu diesem Graphen?

Quelle: Sinus-Transfer

3. **Hungergefühlgraph**

   (a) Zeichne einen Graphen, der **dein** Hungergefühl am Vortag beschreibt.



(b) Tausche nun deinen Graphen mit dem deines Nachbarn / deiner Nachbarin und beantworte die folgenden Fragen im Heft. Begründe deine Antworten sorgfältig.

   i. Wie viele Mahlzeiten aß sie / er während des Tages?

   ii. Um wie viel Uhr gab es Frühstück, Mittagessen, Abendbrot?

   iii. Ist dein Nachbar / deine Nachbarin ein ,,Schlinger" oder ein „Genießer"?

   iv. Von wann bis wann lag der längste Zeitraum zwischen zwei Mahlzeiten? Wie lang war er?

   v. Um wie viel Uhr war das Hungergefühl am größten?

   vi. Welche Mahlzeit war die größte? (schwierig!!)

   vii. Hat dein Partner / deine Partnerin ein vernünftiges Essverhalten?

(c) Wenn ihr alle Fragen beantwortet habt, tauscht ihr eure Graphen wieder zurück. Lest euch die Antworten gegenseitig vor und besprecht sie. Falls ihr dadurch Fehler in euren Graphen entdeckt, müsst ihr sie verbessern.

Quelle: Rosi Heinrich (Wiss. Einrichtung Laborschule)

4. **Carmens Schultag**

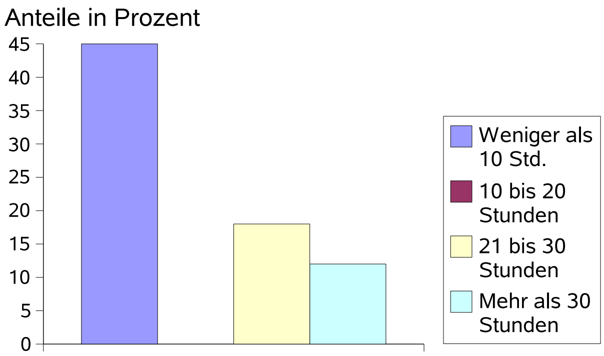
Carmens Schultag beginnt um 7.00 Uhr. Sie fährt zunächst mit dem Bus zur Schule. Um 8.00 Uhr beginnt der Unterricht. Von 9.30 Uhr bis 9.50 Uhr und von 11.20 Uhr bis 11.40 Uhr ist Pause. Um 13.10 Uhr endet der Unterricht. Um 14.00 Uhr ist Carmen wieder zu Hause.

(a) Zeichne den Graphen der Zuordnung
Gesamtzeit der Abwesenheit von zu Hause → reine Unterrichtszeit.

(b) Zeichne einen entsprechenden Graphen für deinen eigenen Schultag.

Quelle: Lambacher Schweizer 8(1988)

5. Bei einer Umfrage gaben 2100 Jugendliche an, wie viele Stunden pro Woche sie fernsehen. Das Säulendiagramm zeigt für vier Bereiche die prozentualen Anteile unter den Jugendlichen. Eine Säule fehlt.



   (a) Welcher Anteil der befragten Jugendlichen schaut pro Woche 10 bis 20 Stunden fern? Trage die fehlende Säule maßstabsgetreu in das Diagramm ein.

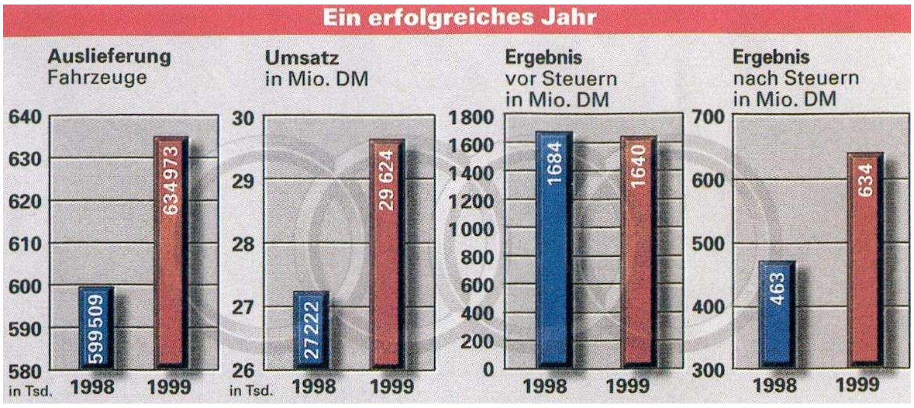
   (b) Wie viele der befragten Jugendlichen schauen pro Woche mehr als 30 Stunden fern?

   (c) Unter den befragten Jugendlichen befanden sich 900 Mädchen. Davon gaben 72 Mädchen an, mehr als 30 Stunden pro Woche fernzusehen. Vergleiche diesen Anteil mit dem entsprechenden Anteil der Jungen.

   Quelle: Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur, ISB 2001

6. **Audi-Bilanz**

   Am Ende eines jeden Jahres erstellen Firmen eine Bilanz der Unternehmensergebnisse, um zu schauen, ob sie sich im Vergleich zum Vorjahr verbessert bzw. verschlechtert haben. Für die Öffentlichkeit und besonders für potentielle Aktienkäufer werden die Bilanzen besonders dargestellt. Die vier unten abgebildeten Balkendiagramme stellen die Jahresbilanz des Audikonzerns der Jahre 1998 und 1999 gegenüber.



(a) Beschreibe, welchen Eindruck die Grafiken dem Betrachter beim ersten Anblick vermitteln und wodurch dies erreicht wird.

(b) Versuche, für die Daten eine andere Darstellungsart zu finden. Welchen Eindruck erhält man nun von der Jahresbilanz 1999 des Audikonzerns?

(c) Können die Ergebnisse des Audikonzerns auch besonders schlecht dargestellt werden?

(d) Was ist die richtige"Darstellungsart der Jahresbilanz?

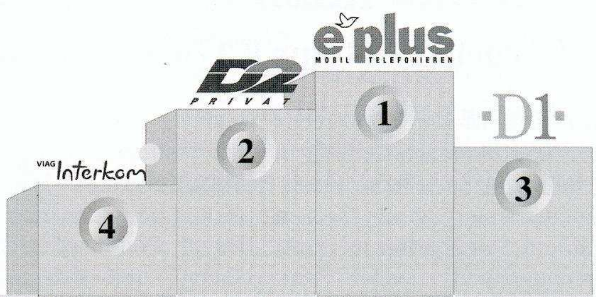
Quelle: mathematik lehren (2000) Heft 103, S. 67

Variation: Schüler suchen ähnliche Fälle in Printmedien

7. **Telefonanbieter**

Die Zeitschrift FOCUS (in der Ausgabe 45/99) fasst die Ergebnisse eines Testes von Mobilfunkanbietern in einer Grafik zusammen.

Mobilfunkanbieter im Vergleich
(Angaben in Prozent)



Anbieter	Interkom*	D2	E-Plus	D1
erfolgreiche Gespräche	89,1	91,0	93,8	90,0
Gespräche mit Störgeräusch	5,2	5,3	2,8	4,9
Abbruch	3,0	1,2	1,4	2,1
Aufbau gestört	2,4	2,1	0,9	2,3
Funkloch	0,3	0,3	1,1	0,7

Focus-Magazin, München

(a) Welcher Eindruck wird durch die Grafik erzielt?

(b) Sind die Prozentangaben angemessen veranschaulicht?

(c) Gestalte mit diesen Angaben jeweils eine Werbe-Anzeige für die vier Mobilfunkanbieter.

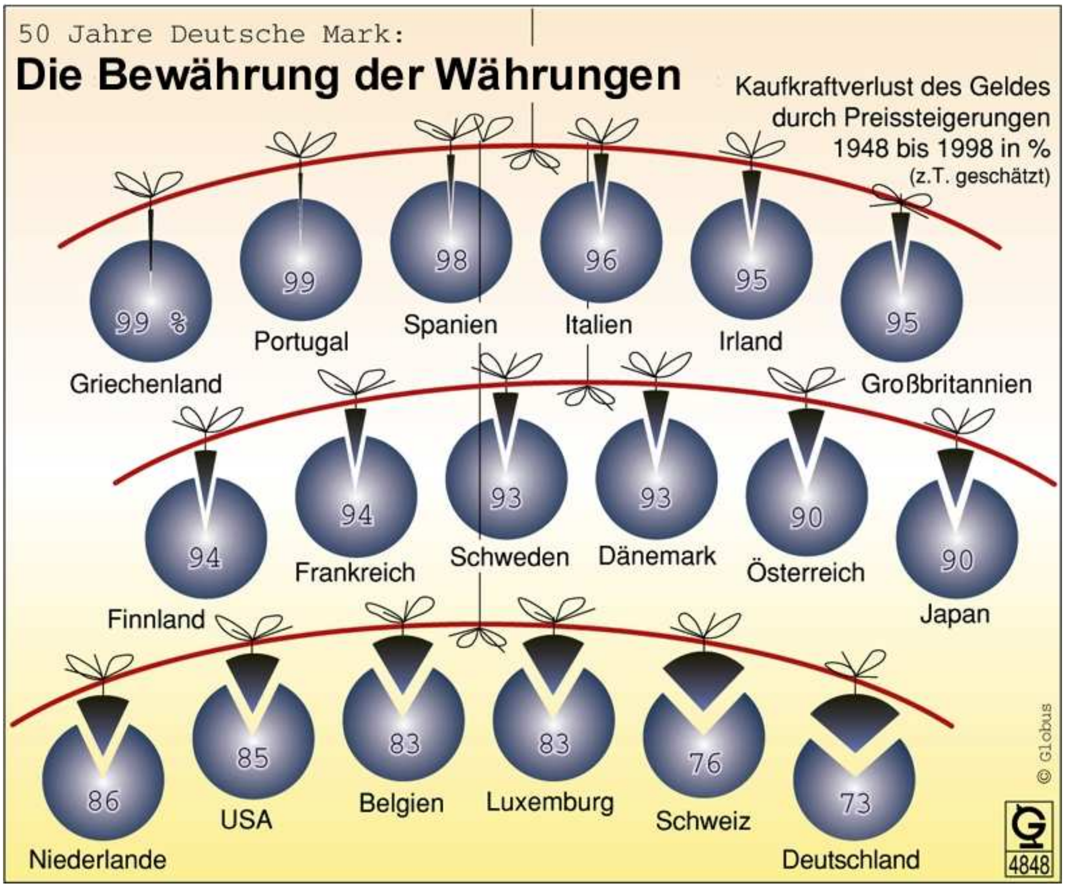
Quelle: Herget/Jahnke/Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Berlin 2001, S. 84

Variation:

Vergleich von anderen arfen, graphische Darstellung

8. **Die harte €**

   (a) Erläutere die Grafik!



   (b) Berechne den durchschnittlichen jährlichen Kaufkraftverlust des Geldes für die einzelnen Länder!

   (c) Nach wie vielen Jahren waren dementsprechend die einzelnen Währungen jeweils nur noch halb so viel wert?

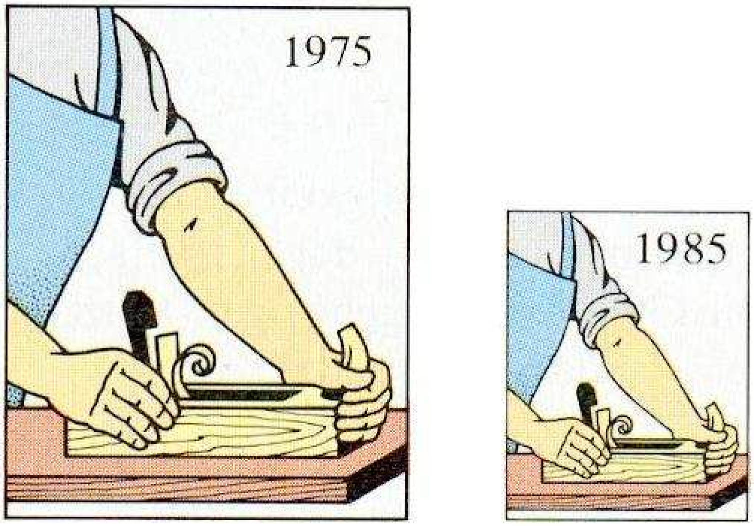
(d) Finde einen Zusammenhang zwischen dem jährlichen Kaufkraftverlust und der Halbwertzeit des Geldes!

Quelle: Herget/Jahnke/Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Berlin 2001, S. 88

9. **Bildbetrug**

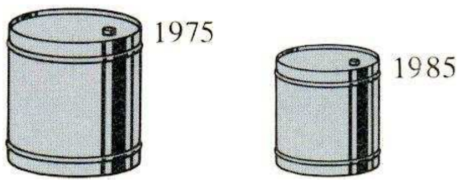
In den Tageszeitungen findet man oft bildliche Darstellungen, in denen die Häufigkeiten flächenhaft oder körperhaft dargestellt werden. Diese Darstellungen können aber oft die Betrachter gewollt oder ungewollt irreführen.

(a) In einem Bezirk ist die Anzahl der Schreiner-/Tischler-Betriebe von 1975 bis 1985 auf 60% abgesunken.



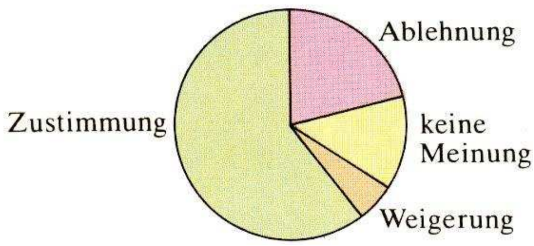
In der nebenstehenden Abbildung ist die Länge der Seiten im rechten Bild 60% der Länge der Seiten im linken Bild. Gibt die Abbildung die Abnahme der Anzahl der Betriebe „richtig“ an?
Welchen Eindruck hast du aufgrund der Abbildung?

(b) Die Öleinfuhren der Bundesrepublik Deutschland betrugen 1985 nur noch 80% der Einfuhren von 1975.



Rechts sind die Öleinfuhren durch jeweils zwei Fässer veranschaulicht worden. Die Fasshöhe und der Fassdurchmesser des kleinen Fasses sind in der oberen Abbildung jeweils 80% des größeren Fasses. In der unteren Abbildung ist der Fassinhalt auf 80% verringert. Nimm Stellung dazu!

(c) Das Ergebnis einer Umfrage ist in einem Kreisdiagramm festgehalten worden (→).



Es kann auch durch sogenannte Piktogramme veranschaulicht werden (↓).

Welche Darstellungsart ist dem Problem angemessen? Welche Eindrücke werden durch die verschiedenen Darstellungsarten erweckt?

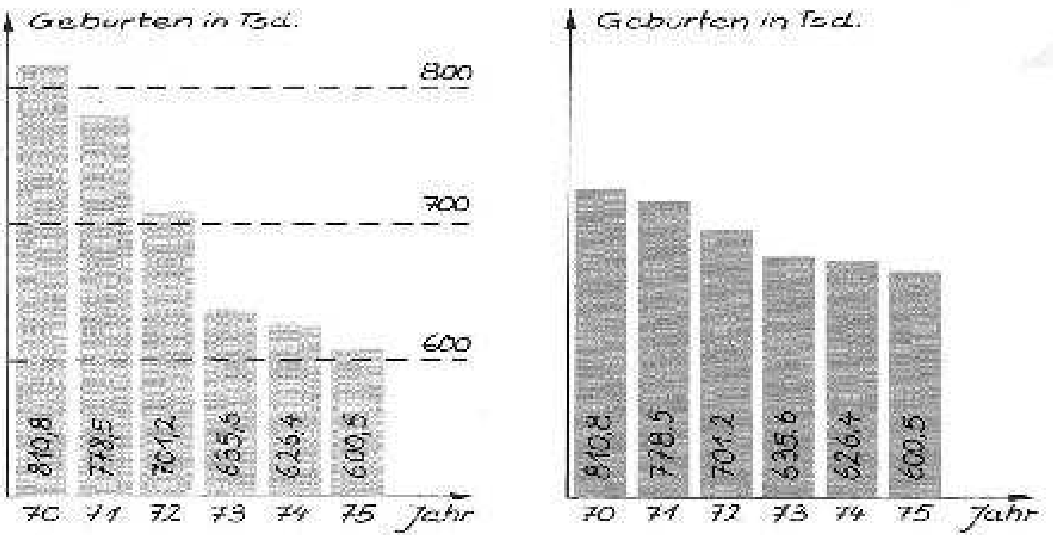
Quelle: Mathematik heute. Differenzierte Ausgabe (1988), S. 180

10. **Vorsicht Statistik!**

Die beiden neben stehenden Säulendiagramme zeigen die Geburtenrate in Deutschland für die Zeit von 1970 bis 1975. Beide Tabellen stellen trotz ihres unterschiedlichen Aussehens den selben Sachverhalt dar.

(a) Welchen unterschiedlichen Eindruck vermitteln die beiden Diagramme?

(b) Welchen Vor- bzw. Nachteil haben sie?



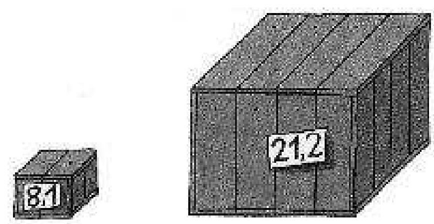
Quellen: Schnittpunkt 10; Elemente 11; mathematik lehren (2002), H. 102, S. 59

11. **Vorsicht Statistik!**

    Die Umweltschutzausgaben der Industrie für die Einrichtung und Unterhaltung von Anlagen stiegen innerhalb von 10 Jahren von 8, 1 Mrd. €auf 21, 2 Mrd. €.

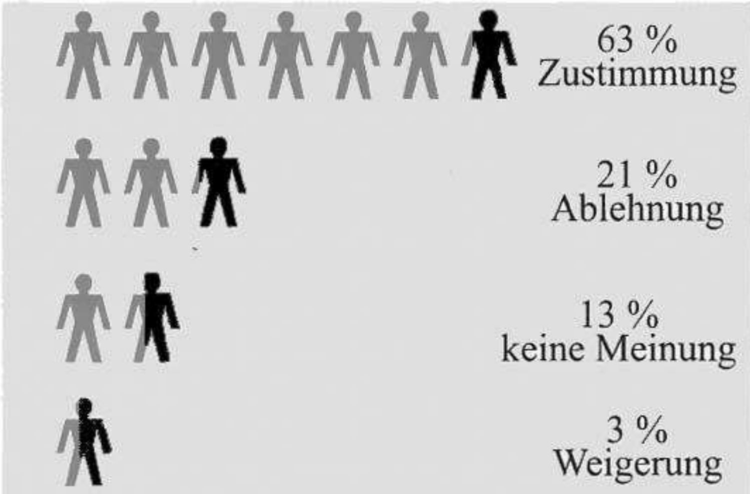
    (a) Was ist an der Darstellung falsch? Welchen Eindruck soll die Manipulation bewirken?

    (b) Zeichne eine geeignetere Darstellung des Sachverhalts. Nenne Vor- bzw. Nachteile der verschiedenen Darstellungen.



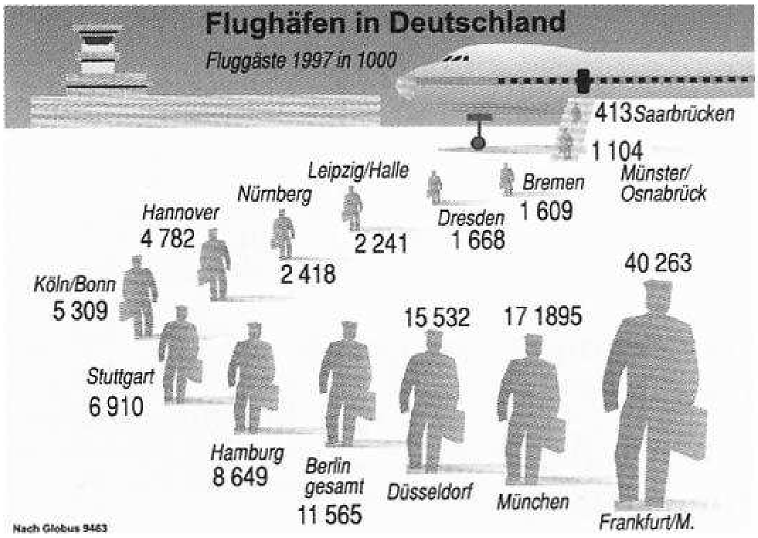
12. **Piktogramme**

    Zur Darstellung von Häufigkeiten werden oft so genannte Piktogramme verwendet, die mithilfe von Symbolen die betrachteten Größen veranschaulichen sollen.



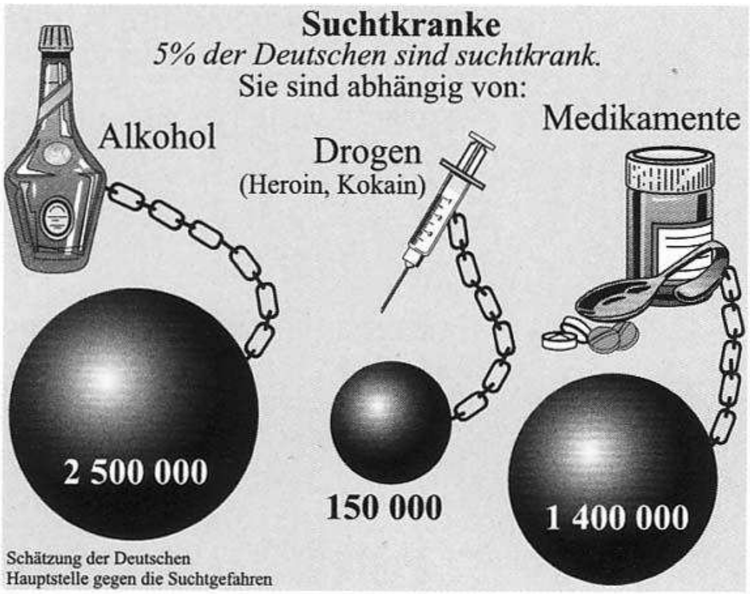
63 %
Zustimmung
21 %
Ablehnung
13 %
keine Meinung
3 %
Weigerung

(a)



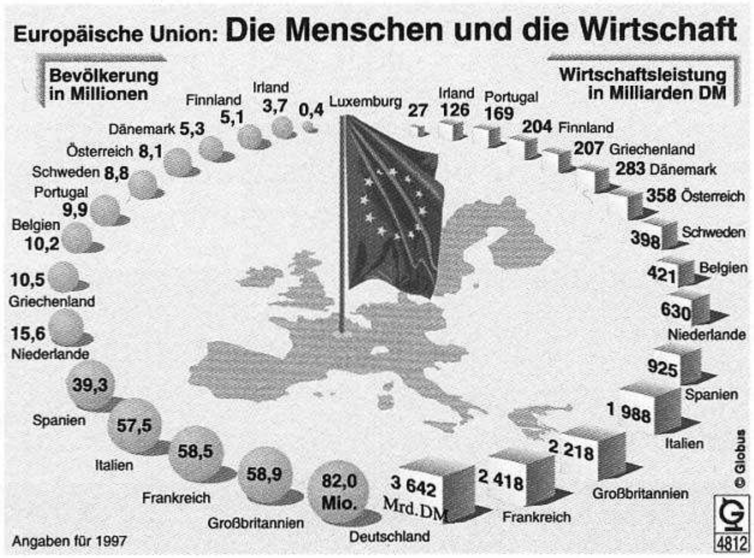
Flughäfen in Deutschland
Fluggäste 1997 in 1000
413 Saarbrücken
1 104
Münster/
Osnabrück
Leipzig/Halle
Bremen
1 609
Nürnberg
Dresden
1 668
Hannover
4 782
2 241
2 418
40 263
Köln/Bonn
5 309
15 532
17 1895
Stuttgart
6 910
Hamburg
8 649
Berlin
gesamt
11 565
Düsseldorf
München
Frankfurt/M.
Nach Globus 9463

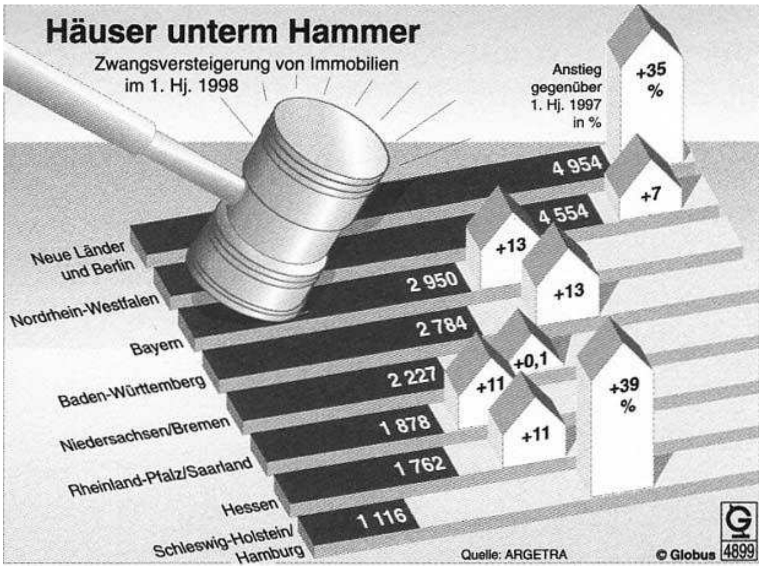
(b)

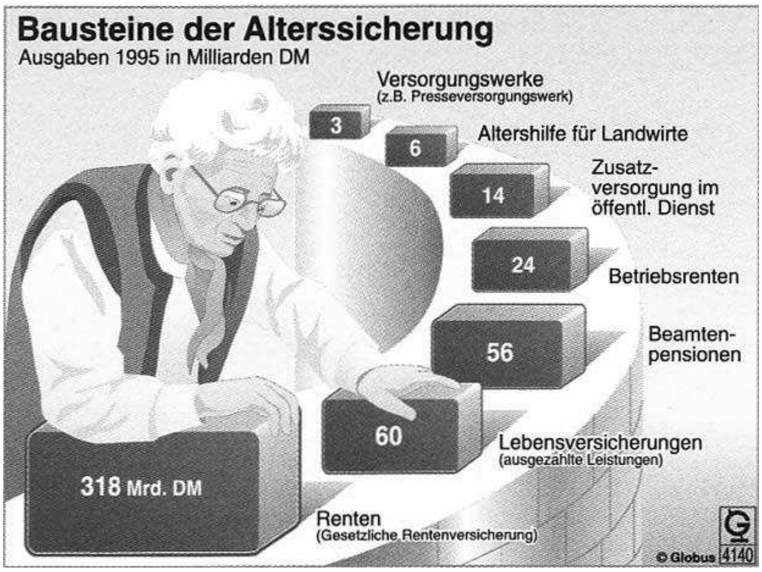


Suchtkranke
5% der Deutschen sind suchtkrank.
Sie sind abhängig von:
Alkohol
Drogen
(Heroin, Kokain)
Medikamente
2 500 000
150 000
1 400 000
Schätzung der Deutschen
Hauptstelle gegen die Suchtgefahren

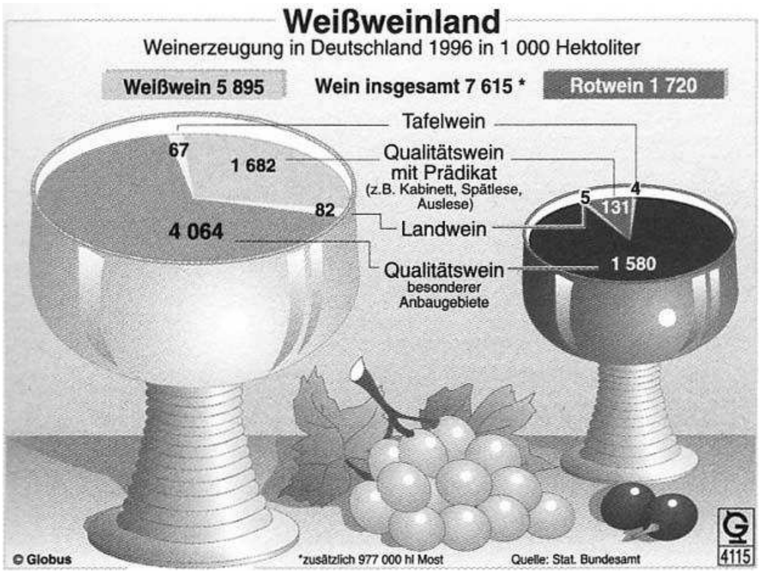
(c)

(d) 
Europäische Union: Die Menschen und die Wirtschaft
Bevölkerung in Millionen
Wirtschaftsleistung in Milliarden DM
Luxemburg 0,4
Irland 3,7
Finnland 5,1
Dänemark 5,3
Österreich 8,1
Schweden 8,8
Portugal 9,9
Belgien 10,2
10,5 Griechenland
15,6 Niederlande
39,3 Spanien
57,5 Italien
58,5 Frankreich
58,9 Großbritannien
82,0 Mio. Deutschland
27 Irland 126 Portugal 169
204 Finnland
207 Griechenland
283 Dänemark
358 Österreich
398 Schweden
421 Belgien
630 Niederlande
925 Spanien
1 988 Italien
2 218 Großbritannien
2 418 Frankreich
3 642 Mrd.DM Deutschland
Angaben für 1997
© Globus
4812

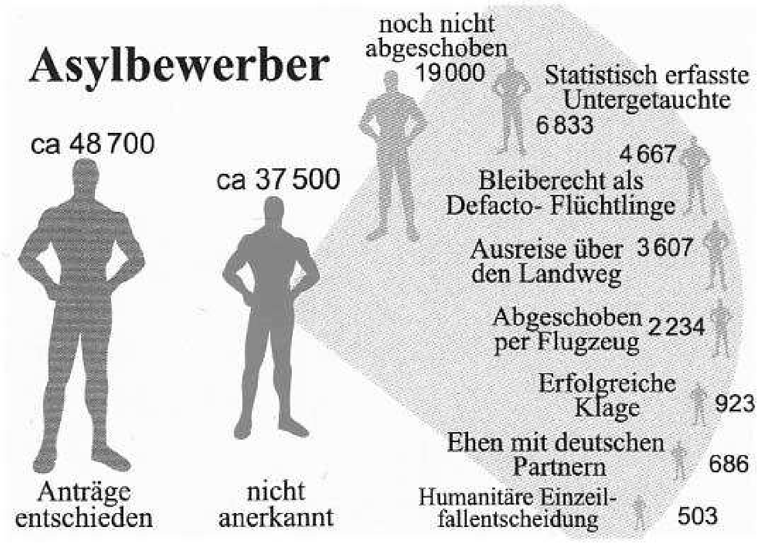
(e) 
Häuser unterm Hammer
Zwangsversteigerung von Immobilien im 1. Hj. 1998
Anstieg gegenüber 1. Hj. 1997 in %
Neue Länder und Berlin 4 954 +35 %
Nordrhein-Westfalen 4 554 +7
Bayern 2 950 +13
Baden-Württemberg 2 784 +13
Niedersachsen/Bremen 2 227 +0,1
Rheinland-Pfalz/Saarland 1 878 +11
Hessen 1 762 +11
Schleswig-Holstein/Hamburg 1 116 +39 %
Quelle: ARGETRA
© Globus
4899


Bausteine der Alterssicherung
Ausgaben 1995 in Milliarden DM
Versorgungswerke
(z.B. Presseversorgungswerk)
3
6
Altershilfe für Landwirte
14
Zusatz-
versorgung im
öffentl. Dienst
24
Betriebsrenten
56
Beamten-
pensionen
60
Lebensversicherungen
(ausgezahlte Leistungen)
318 Mrd. DM
Renten
(Gesetzliche Rentenversicherung)
© Globus
4140

(f)


Weißweinland
Weinerzeugung in Deutschland 1996 in 1 000 Hektoliter
Weißwein 5 895
Wein insgesamt 7 615 *
Rotwein 1 720
Tafelwein
67
1 682
Qualitätswein
mit Prädikat
(z.B. Kabinett, Spätlese, Auslese)
82
4 064
Landwein
5
4
131
Qualitätswein
besonderer
Anbaugebiete
1 580
© Globus
*zusätzlich 977 000 hl Most
Quelle: Stat. Bundesamt
4115

(g)

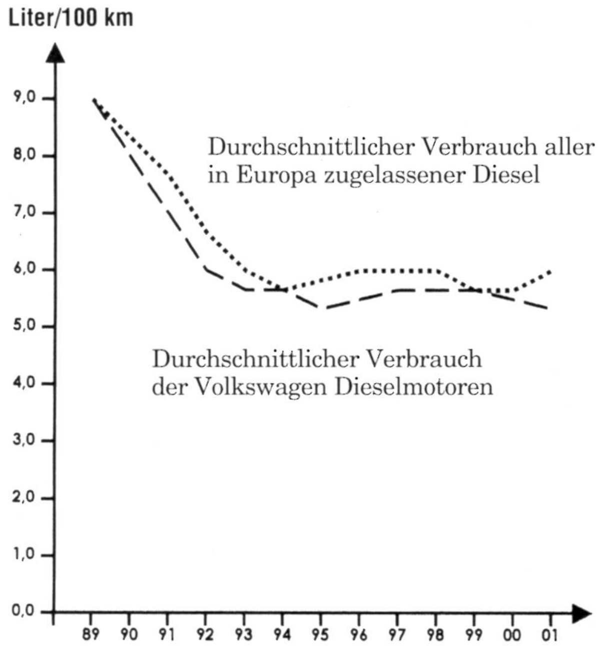
(h) 

Erläutere, was durch die oben abgebildeten Piktogramme ausgedrückt werden soll. Ist die Darstellungsform jeweils angemessen?

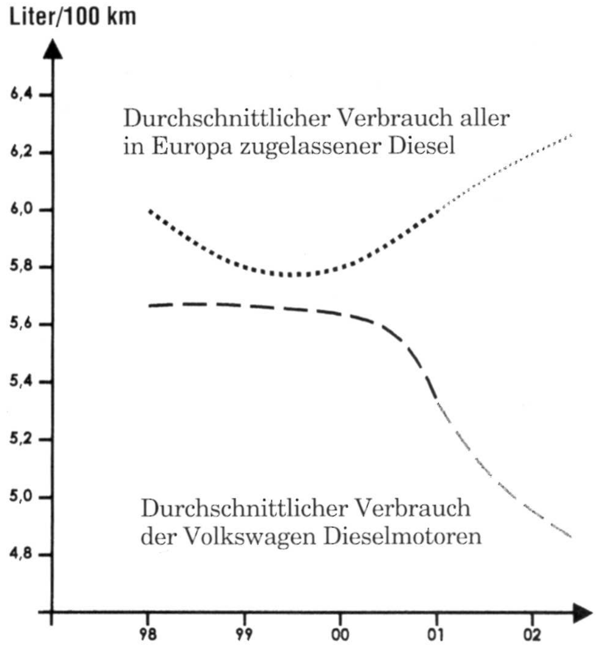
Quelle: Elemente 11 (1999)

13. **Die Zeitungsredaktion**

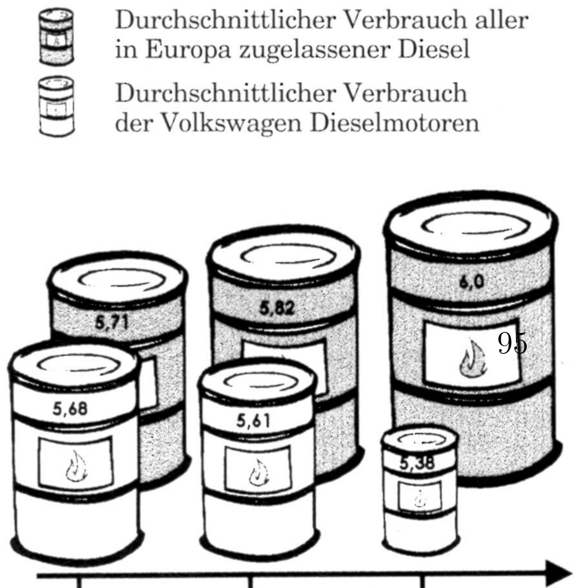
Ihr seid Mitglieder einer Zeitungsredaktion und erhaltet die folgende Grafik.
Erstellt eine möglichst „griffige“ Schlagzeile und formuliert eine Kurzmitteilung (nicht mehr als vier Sätze).
Zwei aus eurer Gruppe präsentieren eure Ergebnisse anschließend auf einer Redaktionssitzung, bei der euer Vorschlag diskutiert wird.



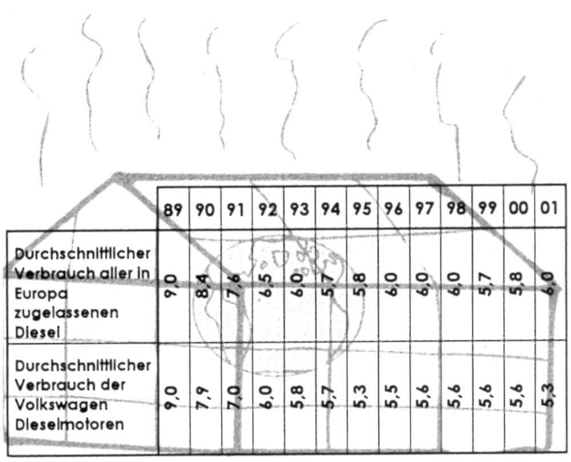
Ihr seid Mitglieder einer Zeitungsredaktion und erhaltet die folgende Grafik.
Erstellt eine möglichst „griffige“ Schlagzeile und formuliert eine Kurzmitteilung (nicht mehr als vier Sätze).
Zwei aus eurer Gruppe präsentieren eure Ergebnisse anschließend auf einer Redaktionssitzung, bei der euer Vorschlag diskutiert wird.



Ihr seid Mitglieder einer Zeitungsredaktion und erhaltet die folgende Grafik.
Erstellt eine möglichst „griffige“ Schlagzeile und formuliert eine Kurzmitteilung (nicht mehr als vier Sätze).
Zwei aus eurer Gruppe präsentieren eure Ergebnisse anschließend auf einer Redaktionssitzung, bei der euer Vorschlag diskutiert wird.



Ihr seid Mitglieder einer Zeitungsredaktion und erhaltet die folgende Grafik.
Erstellt eine möglichst „griffige“ Schlagzeile und formuliert eine Kurzmitteilung (nicht mehr als vier Sätze).
Zwei aus eurer Gruppe präsentieren eure Ergebnisse anschließend auf einer Redaktionssitzung, bei der euer Vorschlag diskutiert wird.

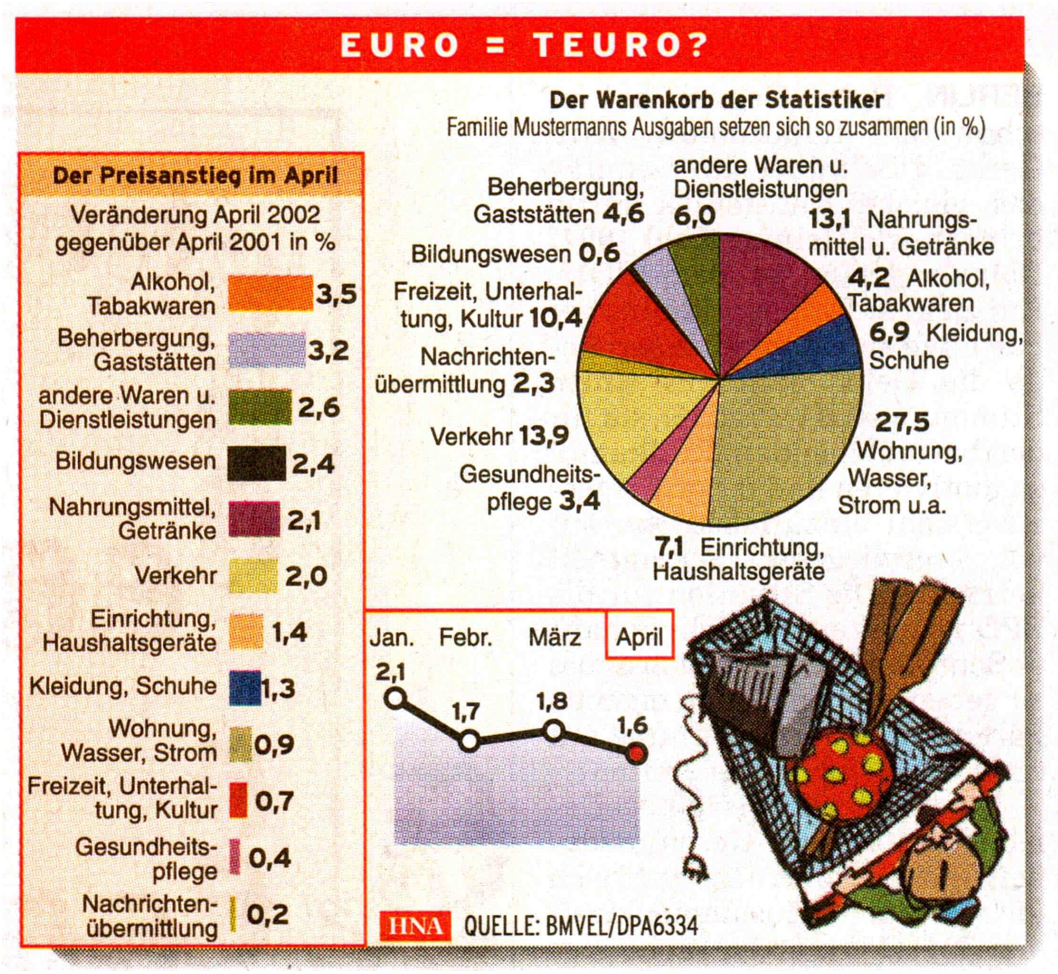


	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01
Durchschnittlicher Verbrauch aller in Europa zugelassenen Diesel	9,0	8,4	7,6	6,5	6,0	5,7	5,8	6,0	6,0	6,0	5,7	5,8	6,0
Durchschnittlicher Verbrauch der Volkswagen Dieselmotoren	9,0	7,9	7,0	6,0	5,8	5,7	5,3	5,5	5,6	5,6	5,6	5,6	5,3

Quelle: mathematik lehren (2001), H. 109, S. 46-48

14. **Euro = Teuro?**

    INTERNET-FORUM ALS ERGEBNIS
    Berlin. Wie von vielen erwartet, ist der „Anti-Teuro-Gipfel“ der Bundesregierung ohne konkrete Maßnahmen zu Ende gegangen. Verbraucherministerin Renate Künast (Grüne), die die Veranstaltung ins Leben gerufen hatte, zeigte sich aber ebenso wie der Einzelhandel zufrieden. [...] Künast hatte den Gipfel nach wachsendem Unmut in der Bevölkerung über massive Preiserhöhungen im Zuge der Euro-Einführung ins Leben gerufen. [...] Eine klare Mehrheit der Bundesbürger ist der Meinung, dass die Regierung das Problem unterschätzt habe. In einer Umfrage für den Nachrichtensender $N24$ erklärten 66 Prozent der Beteiligten, der Ratschlag, bei seriösen Händlern einzukaufen, sei zu wenig.
    Eine weitere Studie ergab, dass vor allem Dienstleister die Euro-Umstellung zu drastischen Preiserhöhungen genutzt haben. Rund 80 Prozent aller geprüften Angebote seinen teurer geworden, im Schnitt um knapp zehn Prozent, berichten die ARD-„Tagesthemen“. Bei Lebensmitteln sei eine durchschnittliche Preiserhöhung von $0,7$ Prozent festgestellt worden. [...]



Wie kann es sein, dass so viele Menschen das Gefühl haben, dass alles durch den Euro wesentlich teurer geworden ist und sich dies trotzdem nicht in den Statistiken zeigt?

Quelle: HNA vom 1.6.02

15. **Vorsicht Statistik!**

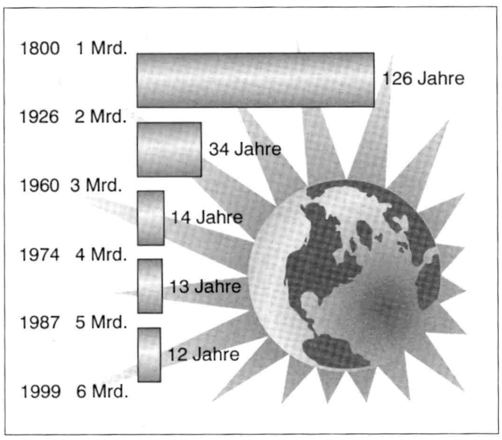
    Die Grafik zeigt die Ergebnisse der Bundestagswahlen von 1949 bis 1998.

    (a) Welche Partei bekam 1970 die meisten Stimmen?

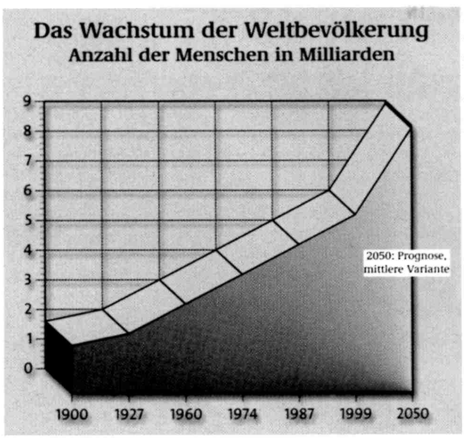
    (b) Beurteile die Darstellung der Daten im Diagramm.

16. **Vorsicht Statistik!**

Das Wachstum der Weltbevölkerung, sinnvoll und weniger sinnvoll dargestellt:



Schroedel@ktuell, Erdkunde, September 1999

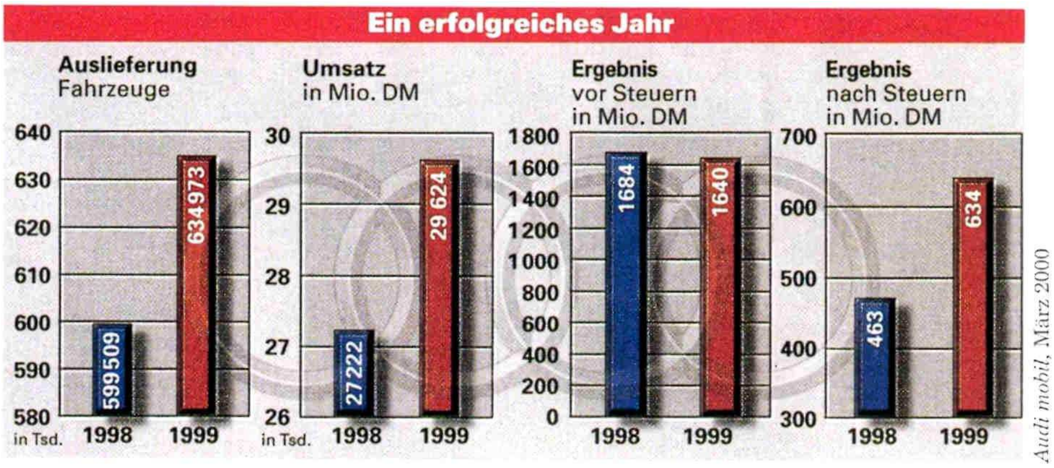


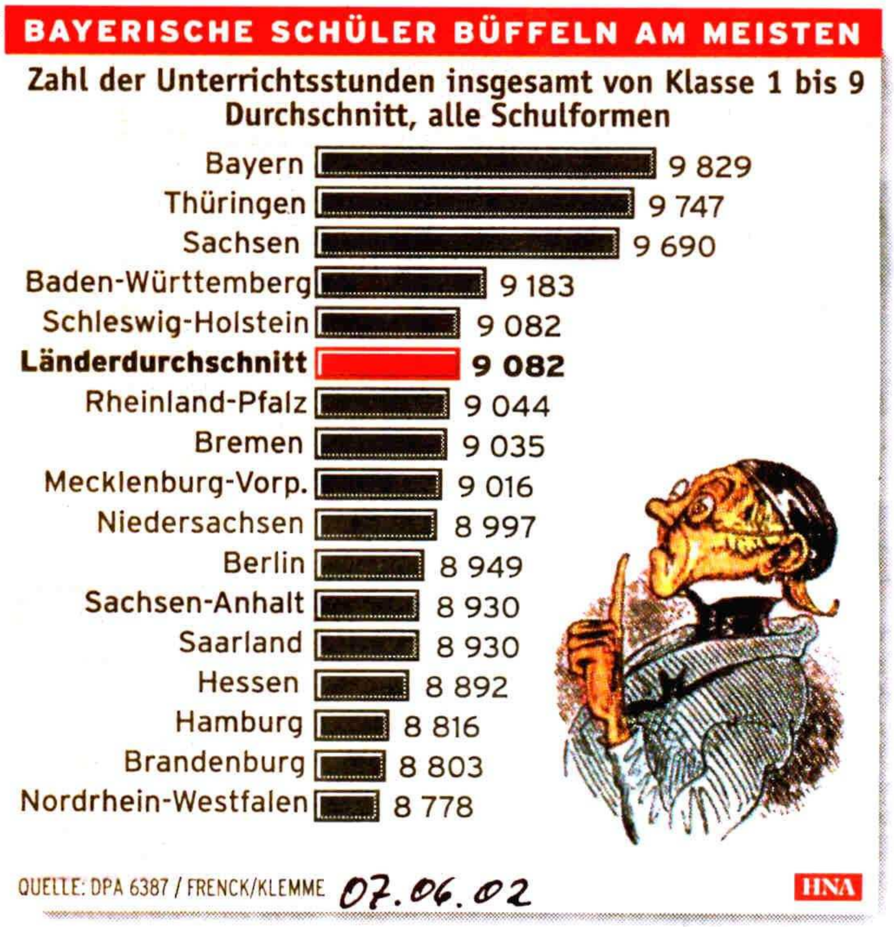
Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit (Hrsg.): Aus Verantwortung für die Zukunft. Umweltpolitik als globale Herausforderung, Berlin, Januar 2000.

(a) Untersuche die beiden Darstellungsformen. Nenne Vor- und Nachteile.

(b) Zeichne eine geeignetere Darstellung des Sachverhalts.

17. **Mathematik aus der Zeitung**

(a) 

(b) 

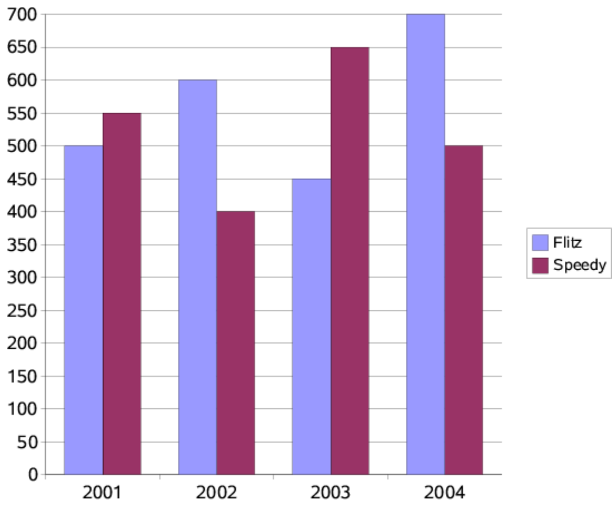
(c) 

Erläutere, was durch die oben abgebildeten Grafiken ausgedrückt werden soll. Ist die Darstellungsform jeweils angemessen?

5.5 Darstellung von Zusammenhängen zwischen Größen in Diagrammen

1. Fahrradhändler Velo verkauft Rennräder ausschließlich der Marken ,,Flitz" und ,,Speedy".

   Das Diagramm zeigt für die Jahre 2001 bis 2004 die Anzahl der verkauften Rennräder dieser beiden Marken.

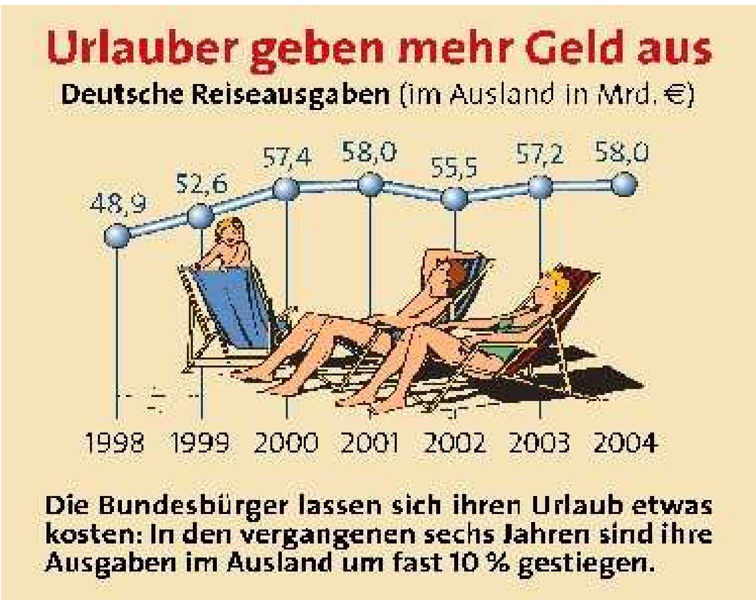


(a) Wie viele Rennräder der Marke ,,Flitz" wurden in den Jahren 2001 bis einschließlich 2004 insgesamt verkauft?

(b) In welchem Jahr war der Anteil der Rennräder der Marke ,,Speedy" an der Gesamtzahl der im selben Jahr verkauften Rennräder am kleinsten? Begründe deine Antwort.

Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 8 der Gymnasien 2005

2. Urlaub im Ausland



Quelle: Deutsche Bundesbank/Dresdner Bank, BAT Freizeit Forschungsinstitut

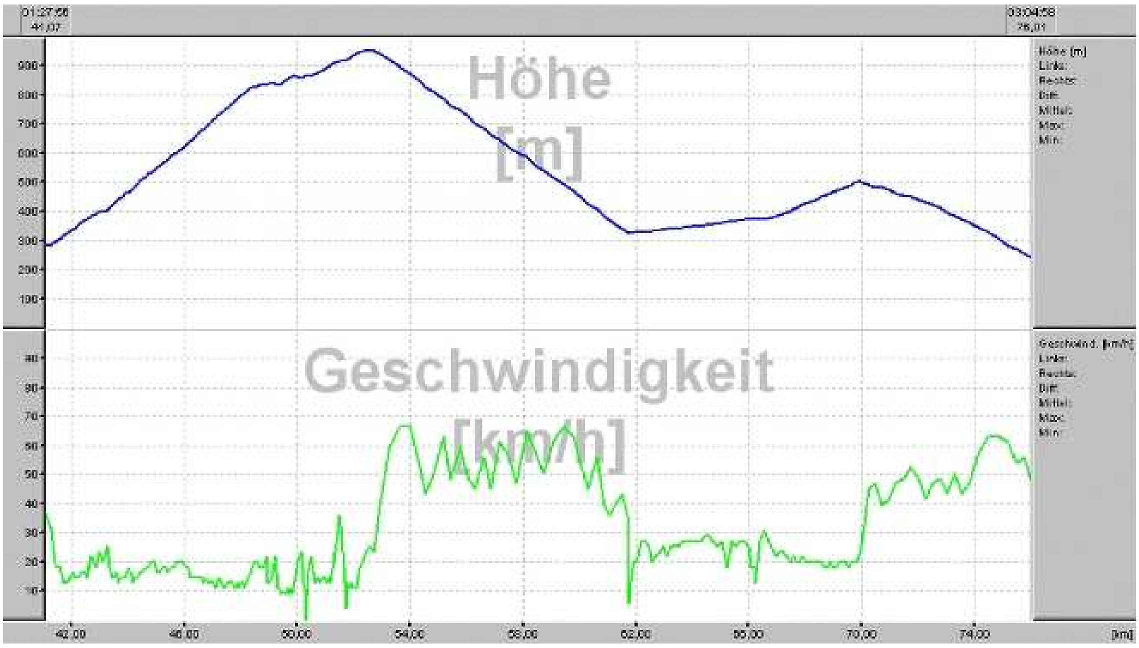
Die Grafik zeigt, wie viel die Deutschen bei ihrem Urlaub im Ausland von 1998 bis 2004 jeweils ausgegeben haben.

Überprüfe den Text unter der Grafik. Was fällt dir auf?

Quelle: Werner Blum u. a. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret, Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen; mit CD-Rom / IQB, Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (www.IQB.hu-berlin.de), 1. Auflage, Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 2006

3. **Trainingsanalyse**

Das unten stehende Diagramm zeigt einen Ausschnitt aus einer Trainingsaufzeichnung eines Radrennfahrers.



(a) Wie lang ist die Abfahrt vom ersten Berg?

(b) Wie viele Serpentinen (enge Kurven) kamen auf der Abfahrt vom ersten Berg vor?

(c) Wie oft hat der Radrennfahrer angehalten?

(d) Wie groß war die ungefähre Durchschnittsgeschwindigkeit des Radrennfahrers?

(e) Überlege dir noch eine weitere interessante Aufgabe, die man anhand dieses Graphen beantworten kann, und löse sie.

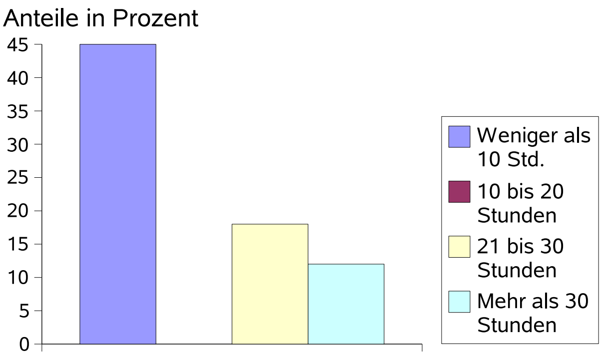
Quelle: Werner Blum u. a. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret, Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen; mit CD-Rom / IQB, Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (www.IQB.hu-berlin.de), 1. Auflage, Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 2006

4. Von 2004 bis 2005 hat die Zahl der Hunde, Katzen, Vögel und Kleintiere um 1,3 Prozent auf 23,1 Millionen zugenommen. Die Hundepopulation stieg um sechs Prozent auf 5,3 Millionen Tiere, die Zahl der Katzen um 2,7 Prozent auf nunmehr 7,5 Millionen. Ein Minus wurde dagegen bei Vögeln konstatiert, hier sank die Zahl um 8,7 Prozent auf 4,2 Millionen.
   Die 40- bis 49-Jährigen, stellen 25 Prozent der Tierbesitzer, 24 Prozent sind Senioren mit mehr als 60 Jahren.
   (a) Wie viele Vögel und wie viele Hunde gab es im Jahr 2004 als Haustiere in Deutschland?
   (b) Stelle die Anzahl der Hunde, Katzen, Vögel und Kleintiere im Jahr 2005 in einem Kreisdiagramm dar.
   (c) Fabian folgert: ,,Jeder Vierte der etwa 80 Millionen Bundesbürgerhat ein Haustier."
   Was ist von dieser Aussage zu halten?

5. (a) 1970 hatten in Westdeutschland von 100 Frauen unter 40 Jahren 10 keine Kinder, 24 ein Kind, 33 zwei Kinder und 33 drei oder mehr Kinder. Stelle diese Zahlen in einem Kreisdiagramm dar.
   (b) 1998 hatten in Westdeutschland von 100 Frauen unter 40 Jahren 27 keine Kinder, 23 ein Kind, 36 zwei Kinder und 14 drei oder mehr Kinder. Stelle diese Zahlen in einem Kreisdiagramm dar.
   (c) Diskutiere die in den Diagrammen dargestellte Entwicklung.

6. (a) Finde heraus, wie die einzelnen Schüler deiner Klasse zur Schule kommen.
   (b) Stelle das Ergebnis in einer Tabelle dar.
   (c) Gib den Anteil des jeweiligen Verkehrsmittels in Prozent an.
   (d) Stelle das Ergebnis in einem Diagramm dar.

7. Bei einer Umfrage gaben 2100 Jugendliche an, wie viele Stunden pro Woche sie fernsehen. Das Säulendiagramm zeigt für vier Bereiche die prozentualen Anteile unter den Jugendlichen. Eine Säule fehlt.



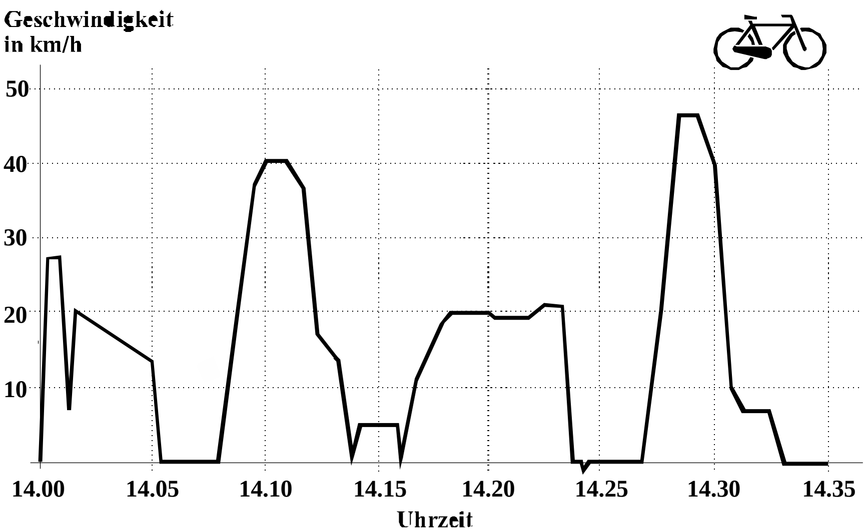
(a) Welcher Anteil der befragten Jugendlichen schaut pro Woche 10 bis 20 Stunden fern? Trage die fehlende Säule maßstabsgetreu in das Diagramm ein.

(b) Wie viele der befragten Jugendlichen schauen pro Woche mehr als 30 Stunden fern?

(c) Unter den befragten Jugendlichen befanden sich 900 Mädchen. Davon gaben 72 Mädchen an, mehr als 30 Stunden pro Woche fernzusehen. Vergleiche diesen Anteil mit dem entsprechenden Anteil der Jungen.

Quelle: Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur, ISB 2001

8. Das Diagramm gibt Herberts Geschwindigkeit auf seiner letzten Fahrradtour wieder.



(a) Beschreibe einen möglichen Streckenverlauf bzw. besondere Vorkommnisse während der Tour, die das Diagramm sinnvoll erklären.

(b) Wie lange ist Herbert etwa gestanden? Wie viel Prozent der Gesamtdauer der Tour sind das?

(c) Schätze Herberts Durchschnittsgeschwindigkeit.

(d) Wie viele Kilometer ist Herbert in den ersten 5 Minuten etwa gefahren?

Quelle: Selbständiges Arbeiten und Lernen in den Jahrgangsstufen 5-10, Band 1, ISB 2001

9. Taschengeld

(a) Die Schülerzeitung FUZZI stellt in einer Umfrage fest, dass alle Schüler des Friedrich-Uzzendorfer-Gymnasiums zusammen im Oktober 13495 € an Taschengeld bekamen. Davon wurden 1824 € für Süßigkeiten, 2106 € für Kleidung, 1330 € für Arbeitsmaterialien, 4190 € für die Freizeitgestaltung und 2563 € für Sonstiges ausgegeben. Der Rest wurde gespart.
Rund alle €-Beträge auf Hunderter und veranschauliche die Situation in einem Kreisdiagramm.

(b) Thomas führt seit einigen Monaten Buch, wie viel Geld er pro Monat für Arbeitsmaterialien ausgegeben hat:

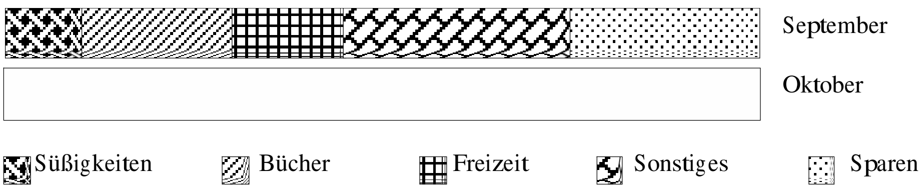
Monat	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.
Betrag in €	3	9	8	4	2	0	23	5

i. Zeichne ein Säulendiagramm.

ii. In welchem Monat hat Thomas *ungefähr* zwei Fünftel, in welchem *etwa* ein Siebtel des Septemberbetrags von 23 € für Arbeitsmaterialien ausgegeben?

iii. Thomas überlegt, ob es wohl günstiger für ihn wäre, wenn er auf 5 € Taschengeld im Monat verzichten würde und seine Eltern dafür die Kosten für Arbeitsmaterialien vollständig übernehmen würden. Rechne nach!
Kennzeichne die Höhe seiner durchschnittlichen Ausgaben für Arbeitsmaterial durch eine gestrichelte waagrechte Linie im Diagramm.

(c) Julia hat für September in einem Balkendiagramm dargestellt, welchen Anteil ihres Taschengelds sie wofür ausgegeben hat:



i. Lies ab, wie viel Prozent ihres Taschengelds Julia im September wofür ausgegeben hat.

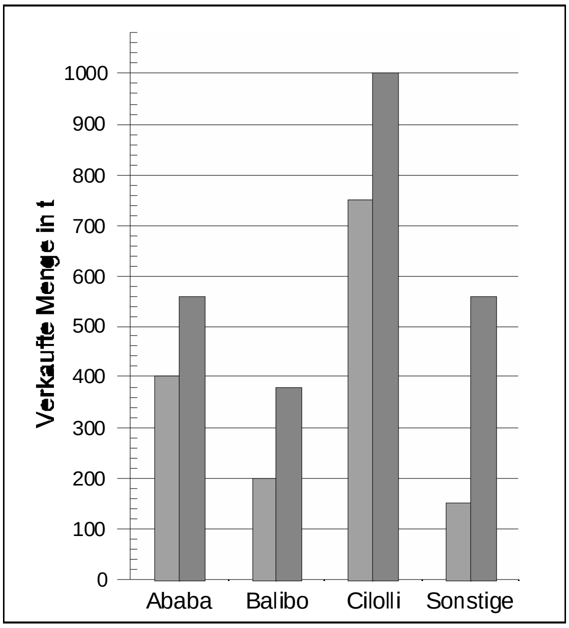
ii. Julia bekommt insgesamt 15 € Taschengeld im Monat. Berechne, wie viel € sie für Süßigkeiten, Bücher, Freizeitgestaltung und Sonstiges ausgegeben hat und wie viel sie gespart hat. (Rechenvorteile?)

iii. Im Oktober hat Julia 0,98 € für Süßigkeiten, 9,90 € für ein Taschenbuch und 2,50 € für den Eintritt ins Hallenbad ausgegeben. Den Rest hat sie gespart.
Berechne die zugehörigen Prozentwerte und ergänze die Teilstriche im zweiten Balkendiagramm.

iv. Julia möchte diese Diagramme in den nächsten Monaten ergänzen. Erkläre warum Balkendiagramme eine gute Wahl waren. Wären auch andere Diagrammtypen sinnvoll gewesen?

Quelle: Selbständiges Arbeiten und Lernen in den Jahrgangsstufen 5-10, Band 1, ISB 2001

10. Die Abbildung veranschaulicht die in den Jahren 1990 und 1995 verkaufte Menge an Gummibärchen in Lummerland. Die drei führenden Hersteller sind Ababa, Balibo und Cilolli. Alle unbedeutenderen Hersteller sind unter „Sonstige" zusammengefasst.



(a) Welche der drei großen Firmen kann die größte Verkaufssteigerung in Tonnen vorweisen?
Um wie viel Prozent sind die Verkaufszahlen von 1990 bis 1995 gestiegen?

(b) Um wie viel Prozent sind die Verkaufszahlen der Firma Balibo von 1990 bis 1995 gestiegen?

(c) Wie viele Kilogramm Gummibärchen wurden insgesamt in Lummerland 1990 bzw. 1995 verkauft?

(d) Wie viel Prozent der verkauften Gesamtmasse in Lummerland waren 1990 bzw. 1995 Cilolli-Produkte? Was sollte der Cilolli-Manager in einem umfassenden Bericht an den Firmenbesitzer schreiben?

Quelle: Selbständiges Arbeiten und Lernen in den Jahrgangsstufen 5-10, Band 1, ISB 2001

11. Jeder Schüler eurer Klasse füllt den folgenden Fragebogen aus. Unten ist noch Platz für eine Frage, die sich eure Klasse selbst überlegen kann.
Anschließend sollen die Ergebnisse aller Fragebögen in übersichtlichen Diagrammen darstellt werden (z. B. Wie viel Prozent der Schüler haben keine, ein, zwei,... Geschwister - dargestellt in einem Kreisdiagramm).
Überlege: Welche Diagrammart ist für welche Frage geeignet? Welche Achsenbeschriftung, welchen Maßstab wählt du? Ist eine Legende sinnvoll? Wäre eine andere Diagrammart vielleicht auch gut geeignet?
Verwende bei mindestens drei Fragestellungen Prozentangaben.

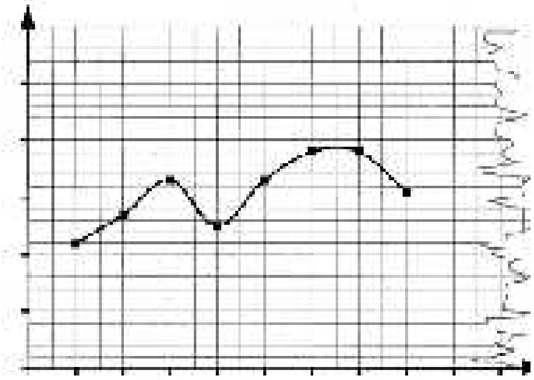
FRAGEBOGEN

- Ich beantworte die folgenden Fragen
  ○ für mich selbst ○ für einen erfundenen Schüler.
- Geburtsdatum:
- Anzahl der Geschwister:
- Haustiere:
- Zur Schule komme ich häufig (Mehrfachnennungen möglich)
  ○ zu Fuß, mit dem ○ Fahrrad ○ Auto ○ Schulbus ○ öffentl. Verkehrmittel
- Dauer des Schulwegs:
-

12. Uli ist wegen wiederholter ungeklärter Fieberanfälle im Krankenhaus. Dort wurde alle zwei Stunden Fieber gemessen, wobei sich folgende Tabelle ergab:

Uhrzeit	8.00	10.00	12.00	14.00	16.00	18.00	20.00	22.00
Temperatur in °C	38,2	38,7	39,3	38,5	39,3	39,8	39,8	39,1

Die Krankenschwester stellt diese Werte in einem Uhrzeit-Temperatur-Diagramm dar.



(a) Ergänze die fehlenden Achsenbeschriftungen.

(b) Der Arzt möchte wissen, wie hoch die Temperatur um 11 Uhr und um 19 Uhr war und in welchen Zeiträumen die Temperatur über 39°C. Was antwortet die Krankenschwester? Sind ihre Auskünfte richtig?

(c) Zeiche eine zweite Kurve in obiges Diagramm ein, in der zwar auch alle Wertepaare der Tabelle berücksichtigt werden, die aber doch einen ganz anderen Verlauf hat.
Formuliere in einem Satz, wo das grundsätzliche Probelm liegt, wenn man einzelne Messdaten zu einer Kurve verbindet.

13. Ein Händler verkauft Kugelschreiber. Er hat Packungen mit unterschiedlichen Stückzahlen auf Lager, und zwar die in der folgenden Wertetabelle angegebenen.
Die Wertepaare der Tabelle sollen als Graph dargestellt werden.

Stückzahl	1	8	16	24	32	40	48	56
Preis in €	2	14	26	38	49	60	70	80

(a) Für den Maßstab der x- bzw. y-Achse werden mehrere Vorschläge gemacht. Begründe für jeden Vorschlag, warum er dir gut, akzeptabel, eher ungünstig oder völlig unbrauchbar erscheint.

Für die x-Achse wird vorgeschlagen:
- 10 Stück entspricht 1 cm
- 4 Stück entspricht 1 cm
- 8 Stück entspricht 1 cm
- 1 Stück entspricht 1 cm

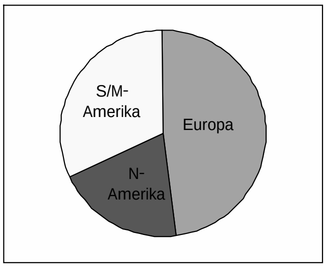
Für die y-Achse wird vorgeschlagen:
- 8 € entspricht 1 cm
- 10 € entspricht 1 cm
- 10 € entspricht 0,5 cm
- 100 € entspricht 1 cm

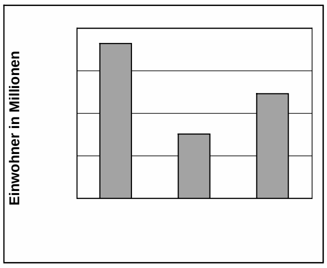
(b) Zeichne den Graphen mit der Achseneinteilung, die dir am sinnvollsten erscheint. Verbinde die einzelnen Punkte und lies aus dem Diagramm ab, wie viel 44 Stück kosten müssten.

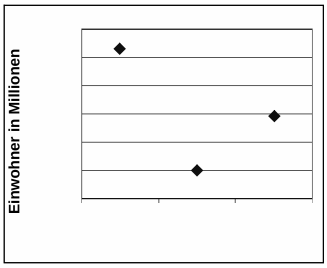
(c) Der Händler verlangt für 44 Stück aber 68 €. Wie kommt er zu diesem Preis? Wie viel würde der Händler für 47 Stück verlangen, wenn er mit dem gleichen Verfahren wie bei den 44 Stück vorgeht? Was ist dazu zu sagen?

14. Die Erdkundlehrerin berichtet:
„In Europa leben 760 Millionen Menschen, in Nordamerika 300 Millionen und in Süd- und Mittelamerika 490 Millionen.“

    Die Schüler sollen diese Aussagen graphisch veranschaulichen. Karin, Manfred und Markus machen die folgenden Vorschläge.







    Wie beurteilst du die drei Vorschläge?

15. Erfinde zusammen mit zwei Mitschülern selbst Aussagen oder Sachverhalte, die gut durch einen Graphen veranschaulicht werden können. Eine benachbarte Gruppe soll dann einen Graph zu eurer interessantesten Aussage zeichnen.

    Versucht es auch einmal umgekehrt: Ihr gebt einen Graphen vor und die andere Gruppe erfindet die „Geschichte“ dazu.

16. Diana möchte einen Graphen zeichnen, aus dem sie ablesen kann, wie viel Euro ihre Eltern für x Liter bleifreies Benzin bezahlen müssen. Sie weiß, dass 10 Liter bleifreies Benzin 12,10 € kosten.

    (a) Warum reicht dieses eine Wertepaar schon aus, um einen Graphen der Zuordnung „Benzinmenge in Liter $\rightarrow$ Preis in €“ im Bereich 0 Liter bis 100 Liter zeichnen zu können?

    (b) Zeichne den Graphen.

    (c) Lies aus dem Graphen ab, wie viel Liter man ungefähr für 25 € tanken kann und überprüfe dein Ergebnis dann durch Rechnung.

17. Frau Süfeli verpackt Weinflaschen als Geschenke.

    Um Papier, Bänder, Schere usw. herzurichten, braucht sie 5 Minuten und dann pro Flasche 4 Minuten. Für jede Flasche benötigt sie ein rechteckiges Stück Geschenkpapier, das 40 cm lang und 30 cm breit ist.

    (a) Erstelle eine Wertetabelle für die Zuordnung Flaschenzahl $\rightarrow$ Gesamtarbeitsdauer (Flaschenzahl < 12).

(b) Zeichne den Graphen. Liegt eine direkte Proportionalität vor?

(c) Erstelle eine Wertetabelle für die Zuordnung Flaschenzahl $\rightarrow$ verbrauchtes Geschenkpapier in m^2. Zeichne den Graphen dieser zweiten Zuordnung.

(d) Frau Süfeli stellt fest, dass sie mit zwei Bögen Geschenkpapier (1 m lang, 60 cm breit) gerade 8 Flaschen einpacken kann, obwohl ihr Sohn ausrechnet (vgl. Teilaufgabe (c), dass $1{,}2\,m^2$ Geschenkpapier für 10 Flaschen reichen müssten. Wie ist dies zu erklären?

18. Bei der Rückgabe der 4. Mathematikextemporale in der Klasse 6b (17 Mädchen und 14 Jungen) schreibt die Lehrerin wie üblich die Notenverteilung an die Tafel. Einige Schülerinnen konnten wegen eines Schwimmwettkampfs nicht an der Extemporale teilnehmen.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	3	9	6	4	1
in Prozent						

(a) Vervollständige die Tabelle, indem du die entsprechenden Prozentwerte im Kopf errechnest.

(b) Berechne den Notendurchschnitt.

(c) Stelle die Notenverteilung mit Hilfe unterschiedlicher Schaubilder (Diagramme) graphisch dar. Begründe, welche Darstellungen dir am sinnvollsten erscheinen.

Quelle: Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur, ISB 2001

19. In einem 250 g-Becher Joghurt sind 9,25 g Eiweiß, 16,5 g Kohlenhydrate und 7,75 g Fett enthalten.

(a) Welchen Prozentsatz an Eiweiß, Kohlenhydraten und Fett enthält der Joghurt?

(b) Stelle die Zusammensetzung des Joghurts in einem Kreisdiagramm dar.

(c) Zeichne das Kreisdiagramm mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.

(d) Welche weiteren Bestandteile enthält der Joghurt?

20. In 100 g Cornflakes sind 6,0 g Eiweiß, 84 g Kohlenhydrate, 3,0 g Fett und 0,042 g Vitamine enthalten.

(a) Stelle die Zusammensetzung der Cornflakes in einem Kreisdiagramm dar.

(b) In 100 g Cornflakes sind 0,011 g des Vitamins E enthalten. Die empfohlene Tagesdosis dieses Vitamins beträgt 0,034 g. Welcher Prozentsatz einer empfohlenen Tagesdosis wird durch 100 g Cornflakes gedeckt? Stelle den gedeckten Tagesbedarf des Vitamins E in einem Kreisdiagramm dar.

21. Von 322 Schülern haben 154 einen eigenen Computer, 142 einen Computerzugang in der Familie (aber keinen eigenen Computer), 8 haben einen Computerzugang in der Schule, 8 einen Computerzugang bei Freunden und 10 haben keinen Computerzugang.
    (a) Welcher Prozentsatz der Schüler hat einen eigenen Computer?
    (b) Welcher Prozentsatz der Schüler hat zuhause Zugang zu einem Computer?
    (c) Stelle die verschiedenen Arten des Computerzugangs in einem Säulendiagramm dar.
    (d) Stelle die verschiedenen Arten des Computerzugangs in einem Kreisdiagramm dar.

22. Bei der Rückgabe der 4. Stegreifaufgabe im Fach Mathematik in der Klasse 6b (17 Mädchen und 14 Jungen) schreibt die Lehrerin wie üblich die Notenverteilung an die Tafel. Einige Schülerinnen konnten wegen eines Schwimmwettkampfes nicht an der Klassenarbeit teilnehmen.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	3	9	6	4	1
Verteilung in Prozent						

    (a) Vervollständige die Tabelle, indem du die entsprechenden Prozentwerte „im Kopf“ errechnest.
    (b) Stelle die Notenverteilung mit Hilfe unterschiedlicher Schaubilder (Diagramme) graphisch dar. Begründe, welche Darstellung dir am besten gefällt.

    Literatur: Routineaufgaben - erweitert und variiert, Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung München, 1999

23. In einer Mathematikschulaufgabe der Klasse 6B mit 20 Schülern wurden folgende Noten geschrieben:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	3	6	4	3	?

    (a) Wieviele 6er mussten gegeben werden?
    (b) Berechne den Notendurchschnitt (arithmetisches Mittel) der Klasse.

6 Vertiefung

6.1 Sachaufgaben

1. Im Jahr 2006 hat die Deutsche Bahn zwischen Nürnberg und Ingolstadt eine 89km lange ICE-Hochgeschwindigkeitsstrecke in Betrieb genommen. Frau Dorn, die regelmäßig mit dem Zug von Nürnberg nach Ingolstadt fährt, stellt fest: "Für mich verkürzt sich die Fahrzeit von 70 Minuten auf 28 Minuten."
   (a) Um wie viel Prozent verkürzt sich die Fahrzeit von Frau Dorn?
   (b) Welcher Term beschreibt die Durchschnittsgeschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, die der ICE auf der Hochgeschwindigkeitsstrecke besitzt?
   (I) $\frac{89}{0{,}28}$ (II) $\frac{89}{28} \cdot 60$ (III) $\frac{89}{28} \cdot 3,6$ (IV) $\frac{28}{89} \cdot 60$

   Bayerischer Mathematik Test für die 8. Klasse, 2007

2. **Der Fußball-Globus**

   Ein begehbarer Fußball-Globus machte bis zur Fußball-Weltmeisterschaft 2006 eine Reise durch alle zwölf Austragungsorte der Weltmeisterschaft. In diesem Riesen-Fußball fanden Veranstaltungen unter dem Motto ,,Kulturfestival im WM-Globusßtatt. Der überdimensionierte Fußball war nachts erleuchtet und stellte dann eine Weltkugel dar.

   (a) Wie groß wäre ein entsprechender Fußballspieler, der mit diesem Ball spielen würde? Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

(b) Wie lang wäre ein entsprechendes Spielfeld, wenn man mit diesem Fußball spielen würde? Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

(c) Uwe Seeler: Größter Fuß der Welt

Ein riesiger Uwe-Seeler-Bronzefuß begrüßt die Fans am Eingang der Hamburger Fußball-Arena. Dieser Bronzefuß ist 3,50 Meter hoch, 2,30 Meter breit, 5,50 Meter lang und wiegt 1,5 Tonnen. Derzeit wird geprüft, ob die Skulptur als größter Fuß der Welt in das Guinness-Buch der Rekorde aufgenommen werden kann.

Passt die Größe dieses Fußes zu dem Fußballspieler aus Aufgabe (a)?

Auszug aus den Fußball-Regeln

Der Ball ist regelgerecht, wenn er:

- kugelförmig ist,
- aus Leder oder einem anderen geeigneten Material gefertigt ist,
- einen Umfang zwischen mindestens 68 und höchstens 70 cm hat.

Das Spielfeld:

- Das Spielfeld muss rechtwinklig sein. Die Länge der Seitenlinien muss in jedem Falle die Länge der Torlinie übertreffen.
- Länge mindestens 90 m, höchstens 120 m Breite mindestens 45 m, höchstens 90 m
- Bei Länderspielen: Länge mindestens 100 m, höchstens 110 m Breite mindestens 64 m, höchstens 75 m

Quelle: Werner Blum u. a. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret, Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen; mit CD-Rom / IQB, Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (www.IQB.hu-berlin.de), 1. Auflage, Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 2006

3. Zur Bestimmung der Meerestiefe sendet ein Schiff im Ultraschallbereich einen einzelnen Ton in Richtung des Meeresbodens aus und misst die Zeit, bis das Echo vom Meeresboden wieder zurückgeworfen wurde. (Man nennt dies Echolot.)
   Die Geschwindigkeit des Signals im Wasser beträgt 1480 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Das Echo wird nach 0,4 s vom Schiff registriert. Berechne die Tiefe des Meeres an dieser Stelle.

4. (a) 11 Spieler einer Fußballmanschaft benötigen für ein Pokalspiel 90 Minuten. Wie lange müssten dafür 10 Spieler spielen?
   (b) Die Geburtsdaten der 11 Stammpieler der Manschaft sind:
   13.4.1970, 15.12.1967, 1.2.1973, 27.1.1965, 13.4.1972, 12.3.1971, 5.2.1964, 13.2.1974, 7.3.1969, 23.9.1978, 24.12.1966
   Ermittle das Durchschnittsalter der Spieler im Jahr 2001.
   (c) Die Jugendmannschaft des Vereins besitzt je einen Satz gelber, blauer und weißer Dresse und je einen Satz schwarzer und blauer Hosen.
   Auf wieviele verschiedene Art und Weise könnten die Spieler zum Spiel auflaufen?
   (d) Das Fußballfeld hat die Abmessungen 90 m und 45 m. Bei einer Übung für das Schlagen langer Pässe schießt ein Spieler vom Anstoßpunkt ab den Ball zu einem an einer Eckfahne stehenden Spieler. Dieser flankt entlang der Grundlinie den Ball zum in der Mitte des Tores stehenden Torwart.
   Welchen Weg legt der Ball mindestens zurück?
   Ermittle die Größe des Winkels, welchen der eintreffende Ball und der abfliegende Ball an der Eckfahne bilden.

   Literatur: Rainer Heinrich, Überlegungen zur Planung und Gestaltung komplexer Übungen - dargestellt an Beispielen aus Klasse 6, Mathematik in der Schule, Berlin 29 (1991) 1, S. 22-32

5. (a) Die Außenfläche eines Schaufensters, das 6,40 m lang und 2,50 m hoch ist, wird gereinigt.
   Wie viel € bekommt das Reinigungsinstitut, wenn je Quadratmeter 1,95 € berechnet werden?
   (b) Ein Möbelgeschäft gewährt anlässlich eines Geschäftsjubiläums einen Sonderrabatt von 15 % auf alle Artikel. Wie viel € spart man beim Kauf eines Sessels, der bisher zum Preis von 998,00 € angeboten wurde?
   (c) Die Fleischabteilung eines Supermarktes bekommt morgens 10 kg Rinderhackfleisch geliefert. Im Laufe des Tages werden folgende Mengen verkauft:
   250 g; 1,3 kg; 750 g; 300 g; 2,1 kg; $\frac{1}{2}$ kg; 500 g; $2\frac{1}{2}$ kg
   Wie viel kg Rinderhackfleisch sind noch am Abend vorhanden?

Literatur: PM 3/43. Jg. 2001

6. Ein Flugzeug steigt um zwei Fünftel seiner ursprünglichen Höhe und fliegt dann 1400 m über dem Boden. Wie hoch flog die Maschine vor dem Steigflug?

7. Ein Flugzeug verliert zwei Fünftel seiner ursprünglichen Höhe und fliegt dann 1500 m über dem Boden. Wie hoch flog die Maschine vor dem Sinkflug?

6.2 Schlussrechnungen

1. Das Fußballfeld im Olympiastadion in München hat die Abmessungen 90 m und 45 m.
   (a) Wie oft würde unser Klassenzimmer auf das Spielfeld passen?
   (b) Im Sommer muss die Rasenfläche beregnet werden. Dafür können Beregnungsanlagen vom Typ A (ausreichend für 250 m^2 für einen Preis von 80 € je Anlage) oder vom Typ B (ausreichend für 300 m^2 für einen Preis von 90 € je Anlage) gekauft werden.

   Entscheide dich für die Anschaffung der Beregnungsanlagen vom Typ A oder Typ B und begründe deine Entscheidung.

   Literatur: Rainer Heinrich, Überlegungen zur Planung und Gestaltung komplexer Übungen - dargestellt an Beispielen aus Klasse 6, Mathematik in der Schule, Berlin 29 (1991) 1, S. 22-32

2. Mitglieder der Fanclubs eines Fußballvereins werden nach jedem Spiel zu Aufräumarbeiten im Stadion eingesetzt. Nach einem Freundschaftsspiel schätzt der Platzwart, dass 50 Fans etwa 2 Stunden arbeiten müssten. Wegen Krankheit kamen aber nur 40 Fans zum Arbeitseinsatz.

   Wie lange hatten diese zu tun, wenn die Annahme des Platzwartes stimmte?

   Literatur: Rainer Heinrich, Überlegungen zur Planung und Gestaltung komplexer Übungen - dargestellt an Beispielen aus Klasse 6, Mathematik in der Schule, Berlin 29 (1991) 1, S. 22-32

3. Mitglieder eines Fanclubs unterstützen den Verein beim Kartenverkauf.
   (a) Ein Sportfreund verkaufte 55 Karten und erhielt 467,50 €. Ein anderer verkaufte Karten für 629,00 €, ein dritter für 597,60 €.

   Untersuche, ob alle von den drei Sportfreunden verkauften Karten zur selben Preisgruppe gehörten?

(b) Für ein anderes Spiel wurden Karten in drei verschiedenen Preisgruppen verkauft. Eine Karte in Preisgruppe A kostete 25 €, in Preisgruppe B 15 € und in Preisgruppe C 10 €. Insgesamt wurden Karten für 600 000 € verkauft.

Wieviele Karten wurden verkauft? Wieviele Zuschauer waren im Stadion?

Literatur: Rainer Heinrich, Überlegungen zur Planung und Gestaltung komplexer Übungen - dargestellt an Beispielen aus Klasse 6, Mathematik in der Schule, Berlin 29 (1991) 1, S. 22-32

4. Zum Bau einer Hütte tragen 35 Bergsteiger in 15 Tagen 10,5 t Baumaterial auf einen 1500 m hohen Berg. Wie viele gleich starke Bergsteiger werden benötigt, um 40,8 t Baumaterial in 17 Tagen auf einen 1100 m hohen Berg zu tragen?

5. 34 Pferde fressen in 18 Tagen 169 Ballen Heu zu je 24 kg. Wie viele Ballen zu je 26 kg fressen 51 Pferde in 13 Tagen?

6. Erich hängt an eine Feder Gewichte mit verschiedenen Massen m und misst dabei, um welche Strecke x sich die Feder jeweils dehnt:

m in g	40	60	88	140	160	180	200
x in cm	2,50	3,75	5,50	8,75	9,80	10,53	11,00

(a) Untersuche, ob die Dehnung x zur Masse m direkt proportional ist. Führe dabei alle notwendigen Rechnungen aus und zeichne die Messwerte in ein Diagramm ein (waagrechte Achse: $m = 20\,\text{g} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\text{cm}$, senkrechte Achse: $x = 1\,\text{cm} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\text{cm}$).

(b) Berechne die Dehnung, die von der Masse 104 g verursacht wird.

(c) Berechne die Masse, bei der die Feder um 7,5 cm gedehnt wird.

(d) Entnimm dem Diagramm die Masse, die zur Dehnung 10,2 cm führt (Hilfslinien einzeichnen!).

6.3 Messen

1. Ein Augentierchen hat die Länge $2 \cdot 0{,}1^5$ m. Wie viele Augentierchen müssen sich nebeneinander aufstellen, damit sich eine Kette der Länge 8 cm ergibt?

2. Ein Virus hat die Länge $4 \cdot 0{,}1^7$ m. Wie viele Viren müssen sich nebeneinander aufstellen, damit sich eine Kette der Länge 8 mm ergibt?

3. Eine unermüdliche Schildkröte legt in zwei Wochen die Strecke 100,8 km zurück. Berechne die Geschwindigkeit der Schildkröte in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und in $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

4. Eine unermüdliche Schnecke legt in zwei Tagen die Strecke 201,6 m zurück. Berechne die Geschwindigkeit der Schnecke in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$!

6.4 Fehler von Messwerten

1. $a = 33 \pm 3$, $b = 12{,}5 \pm 2{,}5$, $c = 3{,}4 \pm 0{,}2$, $d = 4{,}75 \pm 0{,}25$

   Berechne $x = c \cdot d - \dfrac{a}{b}$ in der Form $x = \overline{x} \pm \Delta x$.

   Wie groß ist der relative Fehler von x, auf zwei Dezimalen gerundet?

2. Zur Messung der Geschwindigkeit v eines Autos wird die Zeit t gemessen, in der das Auto die Strecke s zurücklegt. t und s sind ungenaue Zahlen: $t = (18{,}5 \pm 0{,}5)\,\text{s}$.

   s hat den Mittelwert $\overline{s} = 300\,\text{m}$ und der Fehler von s beträgt 5 % vom Mittelwert.

   (a) Berechne v in der Form $\overline{v} \pm \Delta v$ (Benennung $\frac{\text{m}}{\text{s}}$).

   (b) Wieviel Prozent von $\overline{v}$ ergeben den Fehler Δv?

   (c) Rechne v (mit Fehler) auf $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ um.

3. Für ein Besenrennen misst Hermine auf komplizierte Weise die Strecke aus und erhält für deren Länge den Wert $s = 748{,}65\,\text{m} \pm 1{,}15\,\text{m}$. Dann stoppt sie Harries Flug und erhält für die Zeit $t = 12{,}0\,\text{s} \pm 0{,}5\text{s}$. Berechne Harries Geschwindigkeit in der Form $v = \overline{v} \pm \Delta v$. Wieviel Prozent des Mittelwertes der Geschwindigkeit macht der Fehler aus?

4. Ein BMW legt in der Zeit z den Weg w zurück, ein Mercedes legt in der Zeit t die Strecke s zurück. Die vier Messwerte sind ungenaue Zahlen:

   $$w = (294 \pm 6)\,\text{m} \quad , \quad z = (6{,}2 \pm 0{,}2)\,\text{s} \quad , \quad s = (470 \pm 20)\,\text{m} \quad , \quad t = (14{,}5 \pm 0{,}5)\,\text{s}$$

   v ist die **Differenz** aus der BMW- und der Mercedesgeschwindigkeit.

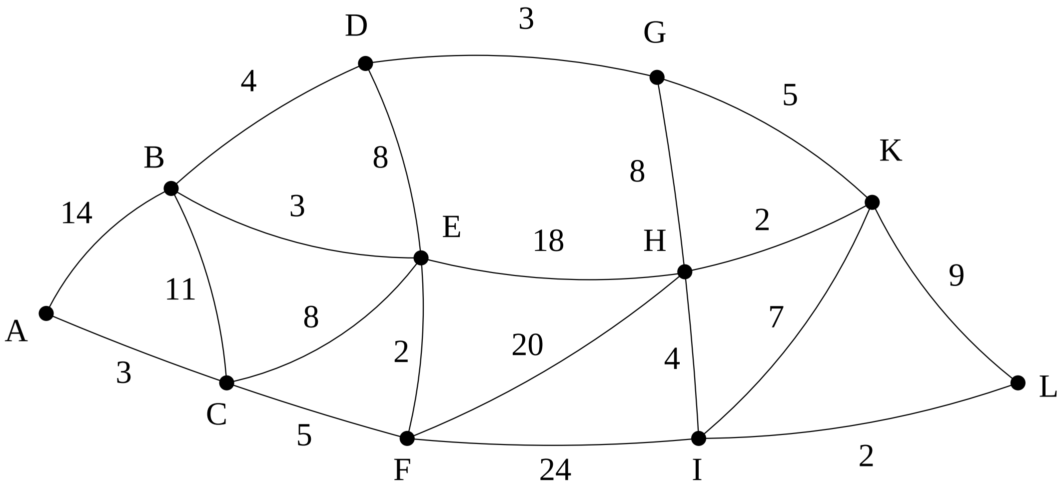
   (a) Berechne v in der Darstellung Mittelwert $\pm$ Fehler.

   (b) Gib den relativen Fehler von v in Prozent an.

   (c) Wie groß ist v in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$?

6.5 Prozente

1. Die Abbildung zeigt alle Straßen zwischen den Orten A bis L. Die Zahlen geben die jeweilige Länge der Straße zwischen den beiden Orten in km an.



   (a) Ermittle den kürzesten Weg von A nach L. Um wieviel Prozent ist dieser Weg kürzer als der Weg ACFIL ?

   (b) Ermittle den längsten Weg von A nach L, wenn kein Ort zweimal berührt werden darf. Um wieviel Prozent ist dieser Weg länger als der kürzeste Weg?

   (c) Ermittle den längsten Weg von A nach L, wenn keine Straße zweimal gefahren werden darf. Um wieviel Prozent ist dieser Weg länger als der kürzeste Weg?

2. Einer Landkarte entnimmt man, dass der Gipfelhang der Alpspitze auf 540 m waagrechte Länge die Höhe 420 m überwindet. Der Lawinenlagebericht des heutigen Tages empfielt, Hänge mit mehr als 70% Steigung zu meiden. Überprüfe durch Rechnung, ob man von der Alpspitze heute gefahrlos abfahren kann.

3. Harry und Hermine veranstalten einen Zauberwettbewerb. Beide haben einen Würfel mit der Kantenlänge 10 cm vor sich, den sie durch Zauberei zu vergrößern versuchen. Harry schafft es, die Kantenlänge seines Würfels um 50 % zu verlängern, Hermine, die wie immer ihre Zaubersprüche besser gelernt hat, vergrößert die Kanten ihres Würfels sogar um 80 %.

   (a) Um wieviel Prozent hat Harry das Volumen seines Würfels vergrößert?

   (b) Um wieviel Prozent ist nach der Zauberei das Volumen von Hermines Würfel größer als das Volumen von Harries Würfel?

   (c) Der große Zauberer Dumbledore, der das ganze Geschehen beobachtet hat, verwandelt die beiden vergrößerten Würfel in einen Würfel, dessen Volumen so groß ist wie die Summe der Rauminhalte beider Würfel. Ermittle durch geschicktes Probieren, wie groß ungefähr die Kantenlänge des neuen Würfels ist (auf cm genau).

4. Ein Händler fährt mit 100 kg Erdbeeren, die zu 90 % aus Wasser bestehen, auf den Markt. Da es ein sehr schöner Tag ist, sind alle Leute beim Baden und er verkauft nichts. So fährt er am Abend mit seinen Erdbeeren wieder nach Hause. Da es sehr heiß war, ist ein Teil des Wassers in den Früchten verdunstet und sie bestehen jetzt nur noch zu 80 % aus Wasser. Wie viel wiegen seine Erdbeeren bei der Heimfahrt?

7 Inhalte, die über den bayerischen Lehrplan hinausgehen

7.1 Die Kettendivision, Euklidischer Algotithmus

1. **Die Kettendivision (Euklidscher Algorithmus)**

   (a) „Ist t ein gemeinsamer Teiler der Zahlen a und b mit $a > b$, dann ist t auch ein Teiler von r, wobei r der Rest der Division von a durch b ist ($a : b = x \,\text{Rest}\, r$)." Begründe allgemein die Richtigkeit dieser Aussage. Zeige die Gültigkeit dieser Aussage am Beispiel $a = 1386$, $b = 588$ und $t = 21$.

   (b) Es gilt folgender Satz:

Für $a > b$ ist $\text{ggT}(a, b) = \text{ggT}(b, r)$, wobei r der Rest der Division von a durch b ist.

   Zeige die Gültigkeit dieses Satzes am Beispiel $a = 1386$ und $b = 588$.

   (c) Warum ist jede natürliche Zahl ein Teiler von 0? Zeige, dass $\text{ggT}(b, 0) = b$ gilt.

   Mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse suchen wir jetzt den ggT der Zahlen 589 und 527, den wir mit x bezeichnen. Wir teilen die größere durch die kleinere Zahl:

   $$589 : 527 = 1 \,\text{Rest}\, 62$$

   Nach dem Satz aus Teilaufgabe (b) gilt

   $$x = \text{ggT}(589,\ 527) = \text{ggT}(527,\ 62)$$

   Die Aufgabe, den ggT der Zahlen 589 und 527 zu finden, ist somit gleichwertig zu der Aufgabe, den ggT der Zahlen 527 und 62 zu finden. Die Aufgabe hat sich vereinfacht, da die Zahlen kleiner geworden sind. Also wenden wir die gleiche Methode noch einmal an:

   $$527 : 62 = 8 \,\text{Rest}\, 31 \quad \Longrightarrow \quad x = \text{ggT}(527,\ 62) = \text{ggT}(62,\ 31)$$

   Und noch einmal:

   $$62 : 31 = 2 \,\text{Rest}\, 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \text{ggT}(62,\ 31) = \text{ggT}(31,\ 0) \stackrel{\text{wegen (c)}}{=} 31$$

   Zusammenfassung der Berechnung des ggT von 589 und 527:

   $$\begin{aligned} 589 &: 527 = 1 \,\text{Rest}\, 62 \\ 527 &: 62 \ = 8 \,\text{Rest}\, 31 \\ 62 &: \boxed{31} = 2 \,\text{Rest}\, 0 \quad \Longrightarrow \quad \text{ggT}(589,\ 527) = \underline{\underline{31}} \end{aligned}$$

   (d) Berechne: $\text{ggT}(2173, 1271)$

(e) Kürze soweit wie möglich: $\dfrac{2697}{4611}$

2. Kürze mit Hilfe der Kettendivision: $\dfrac{25\,591}{26\,219}$

3. Kürze soweit wie möglich:
   (a) $\dfrac{31122}{42978} =$ (Primfaktoren!)
   (b) $\dfrac{9309}{8881} =$ (Kettendivision!)

4. Kürze soweit wie möglich:
   (a) $\dfrac{61446}{24738} =$ (Primfaktoren!)
   (b) $\dfrac{9701}{8611} =$ (Kettendivision!)

5. Kürze den Bruch $\dfrac{902682}{729828}$ soweit wie möglich mit Hilfe der Kettendivision und bestimme dann die Primfaktorzerlegungen des Zählers und des Nenners.

6. Kürze den Bruch $\dfrac{865458}{699732}$ soweit wie möglich mit Hilfe der Kettendivision und bestimme dann die Primfaktorzerlegungen des Zählers und des Nenners.

7. Kürze mit Hilfe der Kettendivision: (a) $\dfrac{313937}{230299}$ (b) $\dfrac{149379}{159681}$

8. Kürze mit Hilfe der Kettendivision: $\dfrac{18\,923}{19\,519}$

9. (a) Wie kann das kgV zweier Zahlen a und b berechnet werden, wenn der ggT der beiden Zahlen bekannt ist?
   (b) Warum ist der ggT zweier Zahlen a und b sicher ein Teiler des kgV's dieser Zahlen?
   (c) Berechne mit Hilfe der Kettendivision: ggT(107767, 203797) und kgV(107767, 203797).

(d) Kürze das Ergebnis soweit wie möglich: $\dfrac{50504}{107767}+\dfrac{10136}{203797}$

7.2 Genauigkeit von Messungen, geltende Ziffern

7.3 Rechnen mit rationalen Zahlen

1. Zu einer Geburtstagsfeier werden 24 Kinder erwartet. Für jedes Kind sind $\frac{3}{8}$ Liter Fruchtsaft hergerichtet. Überraschenderweise erscheinen drei Kinder mehr als erwartet. Wieviel Liter Fruchtsaft treffen jetzt auf jedes Kind?

2. Zu einer Geburtstagsfeier werden 36 Kinder erwartet. Für jedes Kind sind $\frac{4}{9}$ Liter Fruchtsaft hergerichtet. Überraschenderweise erscheinen vier Kinder mehr als erwartet. Wieviel Liter Fruchtsaft treffen jetzt auf jedes Kind?

3. Zu einer Geburtstagsfeier werden zwölf Kinder erwartet, für jedes Kind sind $\frac{3}{5}$ Liter Fruchtsaft hergerichtet. Überraschenderweise erscheinen sechs Kinder mehr als erwartet. Wieviel Liter Fruchtsaft treffen jetzt auf jedes Kind?

4. $50\,\dfrac{2}{5}$ Liter Wein werden für eine Hochzeit gleichmäßig auf zwölf Tonkrüge verteilt. Am Vorabend der Hochzeit leert der betrügerische Wirt mit seinen Kumpanen vier der Krüge. Damit es nicht auffällt, schüttet er aus den noch vollen Krügen soviel in die leeren Krüge, bis alle zwölf Krüge wieder gleichviel Wein enthalten.
   (a) Wieviel Liter Wein sind nach der betrügerischen Manipulation des Wirtes in einem der Krüge?
   (b) Welche Weinmenge musste der Wirt von jedem der noch vollen Krüge in die leeren Krüge umschütten?

5. Ein Weinfass enthielt vor einer Geburtstagsfeier $24\,\dfrac{9}{11}$ Liter eines guten Tropfens, nach der Feier nur noch $17\,\dfrac{7}{8}$ Liter.
   (a) Wieviel Wein wurde getrunken? Schreibe das Ergbenis als gemischte Zahl und als unechten Bruch.
   (b) Wieviel Wein hat jeder Gast durchschnittlich getrunken, wenn 13 Personen anwesend waren?

6. Familie Meier startet ihre Urlaubsfahrt mit einem Auto, das einen zu $\frac{5}{7}$ gefüllten Benzintank hat. Für die Anreise wird $\frac{4}{5}$ des zu Beginn vorhandenen Benzins verbraucht. Für einen Ausflug am Urlaubsort wird zusätzlich $\frac{1}{10}$ des zu Beginn vorhandenen Benzins verbraucht.
   Wieviele Liter Benzin wurden verbraucht, wenn der Tank 42 l fasst?

7. Der Riese Hugo ist $9\,\dfrac{3}{5}$ m groß, der Zwerg Pico nur $\dfrac{3}{7}$ m.

   Die Größe von Hans ist der sechste Teil der Größe des Riesen, Peter ist viermal so groß wie der Zwerg.

   (a) Um wievielmal ist der Riese größer als der Zwerg?

   (b) Wer ist größer, Hans oder Peter?

8. Hans, Eva und Bertha sind Harry-Potter-Fans. Hans hat schon 3100 Seiten gelesen, das ist $2\,\dfrac{2}{7}$ mal so viel wie Eva gelesen hat. Bertha hat $2069\,\dfrac{1}{4}$ Seiten mehr gelesen als Eva.

   (a) Wie viele Seiten hat Eva gelesen?

   (b) Um wievielmal hat Bertha mehr gelesen als Hans?

9. Eine Schwimmbad ist $6\frac{1}{2}$ m lang, $4\frac{1}{3}$ m breit und $2\frac{1}{13}$ m tief. Wände und Boden sollen neu gefliest werden.
   Wieviele Quadratmeter Fliesen werden benötigt?

7.4 Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen

1. Löse folgende Gleichungen:

   (a) $x \cdot 12 = 8$ (b) $x \cdot 15 = 10$ (c) $27 : x = 18$ (d) $24 : x = 16$

2. (a) Löse die Gleichung: $(1\frac{4}{5} - 1{,}4) \cdot z = (3\frac{1}{3} - 1{,}5) : 11$

   (b) Durch welche Zahl musst du die Klammer auf der linken Seite der Gleichung ersetzen, damit die Lösung der neuen Gleichung dann doppelt so groß ist wie in Teilaufgabe (a)?

   Quelle: Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur, ISB 2001

3. Berechne die Lösungsmenge zur Grundmenge $\mathbb{Q}$:

$$\text{(a)}\quad 18\,\frac{1}{36} - x = 9\,\frac{5}{24} \qquad \text{(b)}\quad 5\,\frac{6}{17}\,:\,x = 1\,\frac{14}{51} \qquad \text{(c)}\quad x\,:\,7\,\frac{91}{92} = 1\,\frac{37}{147}$$

4. Welche Zahl muss man von $7\frac{1}{3}$ abziehen, um die Summe aus $2\frac{2}{3}$ und dem Kehrbruch von $\frac{1}{4}$ zu erhalten? Stelle einen Gesamtansatz auf und berechne x.

5. Berechne die Lösungsmenge zur Grundmenge $\mathbb{Q}$:

$$\text{(a)}\quad 9\,\frac{7}{34} + x = 19\,\frac{5}{51} \qquad \text{(b)}\quad 13\,\frac{29}{190} \cdot x = 20\,\frac{27}{76}$$

6. Bestimme die Lösungsmenge folgender Gleichungen durch Probieren ($G = \mathbb{N}_\circ$).
   (a) $\frac{1}{2}x + \frac{4}{5}x + 70 = 2x$
   (b) $x - \frac{2}{5}x + \frac{2}{21}x - \frac{1}{7}x = 174$

7. Der Umfang eines Autoreifens beträgt 1,25 m. Berechne mit Hilfe eines x-Ansatzes, wie oft sich das Rad vollständig gedreht hat, wenn das Auto die Strecke 4,5 km zurückgelegt hat.

8. Bestimme die Lösungsmenge folgender Gleichungen:
   (a) $x^2 = 3\frac{22}{49}$, $G = \mathbb{B}_\circ$
   (b) $\left(2\frac{1}{4}\right)^x - 5\frac{1}{16} = 0$, $G = \mathbb{N}_\circ$
   (c) $\left(\frac{3}{5}\right)^x < \frac{1}{5}$, $G = \mathbb{N}_\circ$

9. (a) Vereinfache zuerst die rechte Seite der Gleichung und berechne dann x:

$$x^2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}$$

(b) Vereinfache zuerst die linke Seite der Gleichung und berechne dann x:

$$\frac{8}{\frac{14}{\frac{21}{x}}} = 1\frac{1}{3}$$

10. Für welches x gilt folgende Gleichung: $$\frac{\frac{9}{\frac{6}{x}}}{4} = 4\frac{1}{2}$$

11. (a) Vereinfache zuerst die rechte Seite der Gleichung und berechne dann x:

$$x^2 = \frac{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}$$

(b) Der Quotient mit dem Dividenden 2 und dem Quotienten aus 3 und x als Divisor hat den Wert $7\,\frac{1}{3}$. Schreibe den Ansatz mit einem Doppelbruch und berechne dann x.

12. Der Umfang eines rechteckigen Grundstückes ist 143 m. Die eine Seite ist dabei $1\frac{3}{4}$ mal so lang wie die andere. Berechne mit einem x-Ansatz die Seitenlängen.

13. Gib die Lösungsmenge an!

(a) $4 - x^2 = 1{,}11 \quad G = \mathbb{B}$

(b) $x^3 + 2{,}1 < 2{,}127 \quad G = \mathbb{B}$

(c) $(2{,}135 - 1\frac{3}{8}) \cdot 0{,}5 + 17{,}2 \cdot 2{,}1 - x < 2\frac{3}{4} \cdot 1{,}2 + 1 \quad G = \mathbb{B}$

14. Berechne die Lösungsmenge über der Grundmenge $\mathbb{N}$: $\dfrac{3}{7} \leqq \dfrac{44}{5 \cdot x} < \dfrac{11}{5}$

15. Berechne die Lösungsmenge zur Grundmenge $\mathbb{N}$: $\dfrac{126}{169} < \dfrac{147}{x} < 1$

16. Berechne die Lösungsmenge zur Grundmenge $\mathbb{N}$: $\dfrac{132}{169} < \dfrac{231}{x} < 1$

17. (a) Der Flächeninhalt eines Rechtecks ist $\frac{3}{4}\,\text{cm}^2$. Eine Seite ist $1\frac{1}{3}$ mal so groß wie die andere. Berechne die Seiten des Rechtecks.

(b) Herr Grün kauft sich ein Baugrundstück. Er muss $\frac{3}{11}$ der gesamten Fläche für den Straßenbau an die Stadt abtreten. Für sein Haus mit Garage benötigt er $\frac{1}{4}$ der Restfläche. Auf der übrigen Fläche von $540\,\mathrm{m}^2$ legt Herr Grün seinen Garten an. Berechne, welche Fläche er für sein Haus mit Garage benötigt.

18. Lucky Luke gewinnt beim Pokern $\dfrac{3}{7}$ seines mitgebrachten Geldes und hat dann genau 200 Dollar in der Tasche.

    Mit wieviel Geld hat Lucky das Spielen begonnen?

19. Der Stundenlohn von Goofy wird wegen Faulheit um $\dfrac{3}{11}$ des Lohns gekürzt, der neue Lohn ist 22 €. Wie hoch war der Lohn vor der Kürzung? Nachdem sich Goofy etwas gebessert hat, wird sein neuer Lohn um das $\dfrac{3}{11}$-fache erhöht. Das Wievielfache des ganz neuen Lohns ist der ganz alte Lohn?

20. Paul und Paula Kleinhäusler besuchen die Spielbank, wobei Paula genausoviel Geld dabei hat wie Paul. Beim Spiel gewinnt Paul $\dfrac{3}{7}$ seines Anfangsbetrages und Paula verliert $\dfrac{2}{5}$ ihres mitgebrachten Geldes. Beim Verlassen der Spielbank hat Paul um 87 Euro mehr als Paula. Berechne den Anfangsbetrag von Paul und die beiden Endbeträge?

21. (a) $\left(2 : \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right)\right) \cdot x - 4 = \frac{3}{4} : 6, \quad G = \mathbb{Q}$

    (b) $1 + x \cdot 3 \cdot x = \frac{23}{169}, \quad G = \mathbb{Q}^+$

    (c) Welche Zahl muss man zur Differenz der Zahlen $14\frac{2}{3}$ und $6\frac{1}{6}$ addieren um mindesten 10 zu erhalten. Schreibe die Lösungsmenge in Intervallschreibweise und Mengenschreibweise. Stelle sie auf einem Zahlenstrahl dar.

22. Paul und Paula Kleinhäusler besuchen die Spielbank, wobei Paula genausoviel Geld dabei hat wie Paul. Beim Spiel gewinnt Paul $\dfrac{2}{9}$ seines Anfangsbetrages und Paula verliert $\dfrac{3}{5}$ ihres mitgebrachten Geldes. Beim Verlassen der Spielbank hat Paul um 111 Euro mehr als Paula. Berechne den Anfangsbetrag von Paul und die beiden Endbeträge?

23. (a) Aus einer vollen Keksschachtel werden zunächst $\frac{5}{9}$ und dann $\frac{1}{4}$ des ursprünglichen Inhalts verspeist und es bleiben dann noch 21 Kekse übrig. Wie viele Kekse waren in der vollen Schachtel?

    (b) Aus einer vollen Keksschachtel werden zunächst $\frac{5}{9}$ des ursprünglichen Inhalts und dann $\frac{1}{4}$ des Restes verspeist und es bleiben noch 21 Kekse übrig. Wie viele Kekse waren in der vollen Schachtel?

24. (a) Aus einer vollen Keksschachtel werden zunächst $\frac{3}{8}$ und dann $\frac{1}{5}$ des ursprünglichen Inhalts verspeist und es bleiben dann noch 34 Kekse übrig. Wie viele Kekse waren in der vollen Schachtel?

    (b) Aus einer vollen Keksschachtel werden zunächst $\frac{3}{8}$ des ursprünglichen Inhalts und dann $\frac{1}{5}$ des Restes verspeist und es bleiben noch 34 Kekse übrig. Wie viele Kekse waren in der vollen Schachtel?

25. (a) Nachdem aus einem Geldbeutel zunächst die Hälfte und dann ein Siebtel des ursprünglichen Inhalts entnommen worden sind, enthält er noch 15 €. Wieviel Geld war ursprünglich vorhanden?

    (b) Nachdem aus einem Geldbeutel zunächst die Hälfte des ursprünglichen Inhalts und dann ein Siebtel des noch verbliebenen Geldes entnommen worden sind, enthält er noch 15 €. Wieviel Geld war ursprünglich vorhanden?

26. Der Floh Flip wird älter. Früher schaffte er es, eine Gardinenstange in zwei Sprüngen zu überqueren. Jetzt erreicht er zwar mit dem ersten Sprung die Mitte, aber dann schafft er wegen Ermüdung nur noch die Hälfte des vorhergehenden Sprunges. Beim nächsten Sprung schafft er nur noch drei Viertel der restlichen Stange. Dann nimmt er seine ganze Kraft zusammen und überwindet die restlichen 15 cm auf einmal.

    Berechne mit einem x-Ansatz, wie lange die Gardinenstange ist und wie lang die einzelnen Sprünge waren.

27. Ein Wunderkind wird nach seinem Alter gefragt und gibt zur Antwort: „Wenn ich um ein Siebtel Jahr und um ein Siebtel meines Alters älter wäre, dann wäre ich so alt wie mein Bruder. Wäre mein Bruder um ein Siebtel seines Alters älter, dann wäre er genau acht Jahre alt.“ Wie alt ist der wunderliche Knabe?

28. Ein Zauberer sagt: „Denke dir eine Zahl – ziehe den dritten Teil davon ab – verdopple das Ergebnis – addiere die gedachte Zahl – multipliziere das Ergebnis mit 6 – ziehe das elffache der gedachten Zahl ab und nenne das Ergebnis!“
Wie berechnet der Zauberer die gedachte Zahl? Wie heißt die gedachte Zahl, wenn der Zuschauer dem Zauberer 21 als Ergebnis nennt?

29. Ein weiterer Trick: „Denke dir eine zweistellige ganze Zahl – teile sie durch drei – addiere die gedachte Zahl – multipliziere das Ergebnis mit 150 – addiere eine andere zeistellige ganze Zahl – ziehe 200 ab und nenne das Ergebnis!“
Wie können die beiden gedachten Zahlen ermittelt werden? Wie heißen sie, wenn als Endergebnis 4499 genannt wird?

30. Ein Bauer verlor durch eine Seuche $\frac{2}{5}$ seiner Rinder. Durch Aufzucht gewann er $\frac{3}{8}$ vom Rest wieder dazu und verkaufte dann $\frac{5}{11}$ des neuen Bestandes. Der Bauer behauptet: „Nach dem Verkauf hatte ich noch 63 Tiere.“
   (a) Wie viele Rinder hatte der Bauer vor der Seuche?
   (b) Warum lügt der Bauer? Wie viele Rinder kann der Bauer nach dem Verkauf besessen haben?

31. Eine volle Wassertonne verliert durch ein Leck $\frac{3}{5}$ ihres Inhalts. Nach dem Reparieren des Lecks kommen durch Regenfälle wieder $\frac{4}{9}$ des restlichen Wasser hinzu. In einer heißen Sommerwoche verringert sich der neue Wasserstand um das $\frac{7}{13}$-fache und es sind dann noch 20 Liter Wasser vorhanden. Wie viele Liter faßt die Tonne?

32. Lucky Luke sitzt beim Pokern. Beim ersten Spiel gewinnt er die Hälfte seines Anfangsbetrages. Beim zweiten und dritten Spiel verliert er ein Drittel bzw. ein Fünftel und gewinnt beim vierten Spiel die Hälfte des vor dem jeweiligen Spieles vorhandenen Geldes. Mit welchem Betrag hat Lucky das Spielen begonnen, wenn er nach dem vierten Spiel noch 60 $ besitzt?

33. Ein Roulettespieler notiert sich bei jedem Spiel, das Wievielfache des jeweils vorhandenen Betrages er gewinnt (G) bzw. verliert (V):

1.Spiel	2.Spiel	3.Spiel	4.Spiel	5.Spiel	6.Spiel	7.Spiel	8.Spiel
$\frac{1}{7}$ V	$\frac{2}{5}$ G	$\frac{1}{2}$ V	$\frac{1}{5}$ G	$\frac{1}{6}$ V	$\frac{1}{6}$ V	$\frac{3}{5}$ G	$\frac{1}{4}$ V

Mit welchem Betrag hat der Spieler begonnen und mit wieviel Geld geht er nach Hause, wenn er nach dem fünften Spiel 210 € besitzt?

34. Nach fünf Jahren in einer Firma wird das Gehalt von Kathrin um ein Zehntel aufgebessert, nach weiteren zwei Jahren wird das neue Gehalt um ein Zwanzigstel des Anfangsgehalts erhöht und drei Jahre später gibt es eine Gehaltserhöhung um ein Vierzehntel des Anfangsgehalts. Nach dieser dritten Erhöhung bekommt Kathrin 2565 € monatlich. Wie groß war Kathrins Anfangsgehalt?

35. Nach fünf Jahren in einer Firma wird das Gehalt von Kathrin um ein Zehntel aufgebessert, nach weiteren zwei Jahren wird das neue Gehalt um ein Zwanzigstel des Anfangsgehalts erhöht und drei Jahre später gibt es eine Gehaltserhöhung um ein Vierzehntel des momentanen Gehalts. Nach dieser dritten Erhöhung bekommt Kathrin 2587,50 € monatlich. Wie groß war Kathrins Anfangsgehalt?

36. Frau Leicht nimmt im Urlaub um ein Achtel ihres Anfangsgewichtes zu. Nach dem Urlaub fastet Frau Leicht zwei Wochen und nimmt dabei um ein Achtel ihres Fastenanfangsgewichtes ab. Nach dem Fasten wiegt Frau Leicht 63 kg. Wie schwer war Frau Leicht vor dem Urlaub?

37. Herr Jung sagt:„Wenn ich um ein Drittel und um ein Viertel meines jetzigen Alters älter wäre, dann wäre ich 95 Jahre alt.“ Wie alt ist Herr Jung jetzt?

7.5 Größen

7.6 Größen in verschiedenen Einheiten, Rechnen mit Größen

1. Eine Silberfolie der Breite $2\frac{2}{5}$ m und der Länge $3\frac{1}{4}$ m kostet 91 €. Wieviel kostet von derselben Folie ein Stück der Länge 3 m und der Breite $21\frac{3}{7}$ dm?

2. Eine Goldfolie der Breite $3\frac{4}{7}$ dm und der Länge $2\frac{3}{5}$ dm kostet 78 €. Wieviel kostet von derselben Folie ein Stück der Länge 5 dm und der Breite $21\frac{2}{3}$ cm?

7.7 Direkte und indirekte Proportionalität

7.8 Direkte Proportionalität

1. Folgende Tabelle stellt die Wertepaare einer direkten Proportionalität dar. Berechne den Proportionalitätsfaktor und die fehlenden Werte.

x	2	3	4	
y	3			8,25

Zeichne die Werte in ein geeignetes Koordinatensystem ein.

7.9 Indirekte Proportionalität