

# Wichtige Linien im Dreieck

## Eine computerunterstützte Unterrichtseinheit

Walther Unterleitner, Manfred Piok, Maximilian Gartner

Thema	Besondere Linien und Punkte im Dreieck (Eulersche Gerade)
Stoffzusammenhang	Ebene und Raum
Klassenstufe	1. Biennium

### Intention

Die Lernenden konstruieren in GeoGebra die wichtigen Punkte im Dreieck und untersuchen deren Eigenschaften, indem sie die Form der Dreiecke verändern. Insgesamt erstreckt sich die Unterrichtseinheit über vier bis sechs Unterrichtsstunden, in Abhängigkeit der GeoGebra-Vorkenntnisse.

### Fachlicher Hintergrund

Die wichtigen (besonderen) Punkte im Dreieck (Schnittpunkt der Mittelsenkrechten als Umkreismittelpunkt, Schnittpunkt der Winkelhalbierenden als Inkreismittelpunkt, Schwerpunkt und Schnittpunkt der Höhen) werden konstruiert. Die Lage der Punkte variiert je nach Art des Dreiecks; drei der vier liegen auf der Eulerschen Geraden. Die Verwendung der Software GeoGebra ermöglicht es den Lernenden, in kurzer Zeit eine Vielzahl verschiedener Fälle auszutesten und entsprechende Schlüsse zu ziehen. Als Zusatzaufgabe können sich die „schnelleren“ Lernenden auf die Suche nach dem Fermat-Punkt begeben.

### Methodische Hinweise

Um die Lernumgebung bearbeiten zu können, sind Kenntnisse zu folgenden Begriffen notwendig:

- Mittelsenkrechte
- Winkelhalbierende
- Schwerlinie
- Höhe
- Abstand

Die erste Übung kann – je nach Vorkenntnissen der Lernenden in GeoGebra – als Demonstrationsbeispiel benutzt werden, um die Werkzeuge der Software zu erklären.

Die Erarbeitung erfolgt in Einzel- und Partnerarbeit.

### Leistungsbewertung

Mithilfe eines Textverarbeitungsprogramms kann ein digitales Dokument erstellt werden. Der Lernende bearbeitet die Aufträge und schreibt seine Erkenntnisse und Überlegungen nieder. Die mit GeoGebra erzeugten Grafiken werden in das Dokument eingebunden. Die dadurch entstandene Dokumentation wird nach Inhalt, Übersichtlichkeit, Sauberkeit der Konstruktion und Argumentation bewertet.

# Die wichtigen Linien im Dreieck

Erstelle mit GeoGebra für jede Aufgabe ein eigenes Fenster, auf das du jederzeit zugreifen kannst.

## 1 Höhen

Konstruiere ein beliebiges Dreieck und trage die drei Höhen ein. Konstruiere den Höhenschnittpunkt  $H$ .

Bewege die Eckpunkte des Dreiecks so, dass sich der Höhenschnittpunkt  $H$  verschiebt.

Dokumentiere, wie sich die Lage des Höhenschnittpunktes in Abhängigkeit von der Form des Dreiecks verändert.

## 2 Mittelsenkrechten

Konstruiere die Mittelsenkrechten eines Dreiecks. Bezeichne ihren Schnittpunkt mit  $U$ .

Bewege die Eckpunkte des Dreiecks so, dass sich der Schnittpunkt  $U$  verschiebt.

Dokumentiere, wie sich die Lage von  $U$  in Abhängigkeit von der Form des Dreiecks verändert.

## 3 Winkelhalbierenden

Konstruiere die Winkelhalbierenden eines Dreiecks. Bezeichne ihren Schnittpunkt mit  $I$ .

Ist es möglich, dass der Schnittpunkt  $I$  auch außerhalb des Dreiecks liegt? Begründe.

## 4 Schwerlinien

Konstruiere die Strecken vom Mittelpunkt der Seiten eines Dreiecks zum jeweils gegenüberliegenden Eckpunkt. Bezeichne ihren Schnittpunkt mit  $S$  und untersuchen dessen Lage.

## 5 Kreise und Verhältnisse

Welcher der vier Punkte hat von den drei Eckpunkten des jeweiligen Dreiecks den gleichen Abstand?

Welcher der vier Punkte hat von den drei Seiten des jeweiligen Dreiecks den gleichen Abstand?

Miss die Entfernungen von den Eckpunkten zu den jeweiligen Schnittpunkten bzw. von den Schnittpunkten zu den Dreiecksseiten. Was stellst du fest?

Zusatzaufgabe: Gibt es einen Punkt, für den die Summe der Abstände zu den Eckpunkten des Dreiecks minimal ist?

## 6 Zusammenhang der verschiedenen Schnittpunkte

Konstruiere ein Dreieck, das den Bildschirm ziemlich ausfüllt. Zeichne die bisher kennengelernten besonderen Linien mit deren Schnittpunkten ein. Blende die besonderen Linien aus, sodass ein übersichtliches Gesamtbild entsteht. Bewege das Dreieck und beobachte die Lage der vier Schnittpunkte. Was stellst du fest?

Gelingt es dir, die Eckpunkte des Dreiecks so zu verschieben, dass alle vier Schnittpunkte auf einer Geraden liegen?