

Proportionalität

Thema	Lernzirkel zur Proportionalität (Übungszirkel)
Stoffzusammenhang	Proportionalität
Jahrgangsstufe	7 (Realschule)
Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche	Zahl, Funktionaler Zusammenhang (gemäß KMK-Bildungsstandards)
Prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch argumentieren, Probleme mathematisch lösen, Mathematische Darstellungen verwenden, Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Kommunizieren (gemäß KMK-Bildungsstandards)
Autor(in)	Christina Glas

Intention und Ziele

Ziel der Unterrichtseinheit ist es, dass sich die Schüler aktiv mit den Lerninhalten zur Proportionalität, die in den letzten Unterrichtsstunden vermittelt wurden, auseinandersetzen. Durch das vielfältige Stationenangebot des Lernzirkels können die Schüler gezielt in den Bereichen üben, in denen sie noch individuellen Übungsbedarf sehen. Der Lernzirkel wird bewusst circa bei der Hälfte des Lernbereichs „Proportionalitäten“ eingesetzt. Grund hierfür ist der Bedarf des Verständnisses und der routinierten Anwendung von Aufgaben zur Proportionalität hinsichtlich der aufbauenden Thematik „Prozent- und Zinsrechnung“. Die 9 (bzw. 10) Stationen sind für eine 90 minütige Unterrichtseinheit konzipiert.

Vorkenntnisse

Vorkenntnisse aus dem Lernbereich „direkte Proportionalität“ der 6. Jahrgangsstufe.

Methodische Hinweise

Die Übungseinheit wird in Form eines Lernzirkels ohne festgelegter Reihenfolge organisiert. Dieser besteht aus den Stationen A bis I, wobei die Station C in zwei Parallelstationen C1 und C2 unterteilt ist. Insgesamt ergeben sich also 9 Stationen und 10 Wahlmöglichkeiten für die Schüler. Die Station I liegt als Arbeitsblatt aus und stellt somit eine Pufferstation dar. Das Anforderungsniveau der Stationen ist, bis auf wenige Ausnahmen (z.B. Station F Knobelaufgaben), in den einfachen bis mittleren Bereich einzuordnen. Die Schüler wählen selbstständig aus, welche Aufgaben sie bearbeiten möchten, je nachdem in welchem Bereich sie noch Bedarf zur Übung sehen. Die Schüler holen sich das Stationenmaterial an ihren Platz und arbeiten selbstständig, ggf. in Partnerarbeit, still an den ausgewählten Stationen. Nach der Bearbeitung bringen die Schüler das Material wie-

der zurück und überprüfen ihr Ergebnis an der Kontrollstation, an der die Lösungen aller Stationen ausliegen. Nach Beendigung einer Station vermerken die Schüler auf ihrem Laufzettel, dass sie die jeweilige Station bearbeitet haben.

Im Anschluss an den Lernzirkel wird den Schülern das Stationenmaterial (je 2 Stationen auf eine DIN A4 Seite) vom Lehrer ausgeteilt, damit die Schüler zu ihrem Lösungsansatz auch eine Aufgabenstellung haben und Stationen, die sie in den 90 Minuten nicht bearbeiten konnten, nacharbeiten können. Somit haben die Schüler Unterlagen vorliegen mit denen sie auch für die nächste Klassenarbeit lernen können.

Laufzettel von _____

Kreuze die Stationen an, die du schon bearbeitet hast!

Station A

Station E

Station B

Station F

Station C1

Station G

Station C2

Station H

Station D

Station I

Laufzettel von _____

Kreuze die Stationen an, die du schon bearbeitet hast!

Station A

Station E

Station B

Station F

Station C1

Station G

Station C2

Station H

Station D

Station I

Station A

Zuordnungen in Textform

Entscheide, ob eine **direkte** Proportionalität, **indirekte** Proportionalität oder **keine** Proportionalität bei den Zuordnungen vorliegt.

Notiere dein Ergebnis zu jeder Teilaufgabe in dein Heft!

- a) Du kaufst beim Dorfbäcker Vollkornbrötchen.
Anzahl der Vollkornbrötchen \rightarrow Preis für die Vollkornbrötchen

- b) Du und deine Schulfreunde werden früh am Morgen vom Schulbus abgeholt.
Anzahl der Schüler im Bus \rightarrow Zeit, die der Bus für die feste Strecke zur Schule benötigt

- c) Jeder Mensch wächst von seiner Geburt an bis er circa 20 Jahre alt ist.
Größe des Menschen \rightarrow Alter des Menschen

- d) Du baust einen Zaun aus Brettern. Die Bretter haben feste Maße und sollen der Länge nach an die Zahnpfosten angebracht werden.
Länge eines Brettes \rightarrow Anzahl von Brettern für einen 40 Meter langen Zaun

- e) Neben der Schule ist eine Baustelle. Umso mehr Bauarbeiter auf der Baustelle arbeiten, desto schneller wird die Baustelle fertiggestellt.
Anzahl der Bauarbeiter \rightarrow Tage der Fertigstellung der Baustelle

Lösung Station A

Zuordnungen in Textform

- a)** direkte Proportionalität
- b)** keine Proportionalität
- c)** keine Proportionalität
- d)** direkte Proportionalität
- e)** indirekte Proportionalität

Station B

Zuordnung in Tabellen

Prüfe, ob eine **direkte**, **indirekte** oder **keine Proportionalität** vorliegt.

Notiere dein Ergebnis in dein Heft!

Gib (falls möglich) die **Zuordnungsvorschrift** an!

a)

x	1	2	4	7	8	10
y	1,5	3	6	10,5	12	15

b)

x	1	2	3,5	4	7	14
y	28	14	8	7	4	2

c)

x	1	3	5	6	7	2
y	2	6	7	3	5	1

d)

x	3,5	4	5,6	7	8	10,5
y	7	8	11,2	14	16	21

Lösung Station B

Zuordnungen in Tabelle

- a) direkte Proportionalität, $y = 1,5x$
- b) indirekte Proportionalität, $y = 28/x$
- c) keine Proportionalität
- d) direkte Proportionalität, $y = 2x$

Station C1

Textaufgaben zur Proportionalität

Löse die Textaufgaben mit Hilfe einer **Tabelle**, die du in dein Heft notierst!

a)

Fünf Malermeister benötigen für 550 Quadratmeter Tapezierarbeit acht Stunden. Wie lang würden vier, zwei, zehn, fünftausend Malermeister für diese Arbeit benötigen?

b)

An einer Wurst ist ein Aufkleber angebracht: „11,40 € pro Kilo“. Wie viel kostet eine Wurst mit 350g, 100g, 400g bzw. 550g?

c)

Lenas kleiner Bruder Maxi ist heute 3 Jahre alt und 90 cm groß. Wie groß wird Maxi circa mit 13 Jahren sein?

Lösung Station C1

Textaufgaben zur Proportionalität

a)

Anzahl Malermeister	5	1	4	2	10
Anzahl Stunden	8	40	10	20	4

4 Malermeister benötigen 10 Stunden.

2 Malermeister benötigen 20 Stunden.

10 Malermeister benötigen 4 Stunden.

5000 Malermeister könnten diese Arbeit nicht gleichzeitig verrichten!!

b)

Gewicht der Wurst in g	1000	350	100	400	550
Preis der Wurst in €	11,40	3,99	1,14	4,56	6,27

Eine Wurst mit 350g kostet 3,99€.

Eine Wurst mit 100g kostet 1,14€.

Eine Wurst mit 400g kostet 4,56€.

Eine Wurst mit 550g kostet 6,27€.

c)

Trickfrage! Es liegt keine Proportionalität vor. Maxi wird mit 13 Jahren ca. 160cm groß sein. (alle Werte zwischen 145cm und 170cm sind richtig) Das Ergebnis muss geschätzt werden!

Station C2

Textaufgabe zur Proportionalität

Löse die Textaufgaben gegebenenfalls mit Hilfe einer Tabelle, die du in dein Heft notierst!

a)

Paul zahlte vorletzte Woche beim Bauern Fritz 90 Cent für 6 Eier. Diese Woche bezahlte er für 15 Eier 2,40 Euro im Supermarkt. Wo waren die Eier preiswerter?

b)

Das Schulorchester, das aus 20 Schülern besteht, benötigt für das Musikstück „Tigersafari“ 5 Minuten und 30 Sekunden. Am Tag des Schulkonzerts fallen 5 Schüler wegen Krankheit aus. Wie lang dauert das Musikstück „Tigersafari“ mit der 15-Schüler-Besetzung am Schulkonzert?

c)

Im Frühling soll das Schwimmbecken des Freibades „Wasserspaß“ mit Wasser befüllt werden. Hierzu werden sechs Pumpen eingesetzt, die zusammen 18 Stunden benötigen, um das Becken zu füllen. Wie lange würden acht bzw. zwei Pumpen benötigen?

Lösung Station C2

Textaufgaben zur Proportionalität

a)

bei Bauer Fritz kostet ein Ei: $0,90 \text{ €} : 6 = 0,15 \text{ €}$

im Supermarkt: $2,40 \text{ €} : 15 = 0,16 \text{ €}$

Die Eier bei Bauer Fritz waren (um einen Cent) preiswerter.

b)

Trickfrage! Das Musikstück „Tigersafari“ dauert unabhängig von der Anzahl der Musiker 5 Minuten 30 Sekunden.

c)

Anzahl der Pumpen	6	8	2
benötigte Zeit in h	18	13,5	54

8 Pumpen würden 13,5 Stunden benötigen.

2 Pumpen würden 54 Stunden benötigen.

Station D

Tabelle mit mehreren Größen

Eine Quarkspeise für 4 Personen hat die Zutaten:

500g Quark

80g Zucker

200g Erdbeeren

50g Schokostreusel

Berechne die Zutatenmenge für **5** und für **6** Personen und trage hierzu alle gegebenen und zu berechnenden Werte zusammen in eine Tabelle ein!

Welche Art der Proportionalität liegt vor?

Lösung Station D

Tabelle mit mehreren Größen

Anzahl der Personen	4	1	5	6
Gewicht Quark in g	500	125	625	750
Gewicht Zucker in g	80	20	100	120
Gewicht Erdbeeren in g	200	50	250	300
Gewicht Schokostreusel in g	50	12,5	62,5	75

Für 5 Personen benötigt man 625g Quark, 100g Zucker, 250g Erdbeeren und 62,5g Schokostreusel.

Für 6 Personen benötigt man 750g Quark, 120g Zucker, 300g Erdbeeren und 75g Schokostreusel.

Art: Direkte Proportionalität

Station E

Vervollständigung der Tabelle und graphische Darstellung

Übernehme die folgende Tabelle in dein Heft!

a) Diese Tabelle soll zu einer **direkten** Proportionalität gehören, ergänze die fehlenden Felder! Gib auch die Zuordnungsvorschrift an!

b) Zeichne das zugehörige Diagramm der **direkten** Proportionalität!

x	3		1,5	4,5			0,5
y		0,3	1,2		5,6	2	

Übernehme die Tabelle mit den Lücken erneut in dein Heft!

c) Diese Tabelle soll nun zu einer **indirekten** Proportionalität gehören, ergänze die fehlenden Felder! Gib auch die Zuordnungsvorschrift an!

d) Zeichne das zugehörige Diagramm der **indirekten** Proportionalität!

Lösung Station E

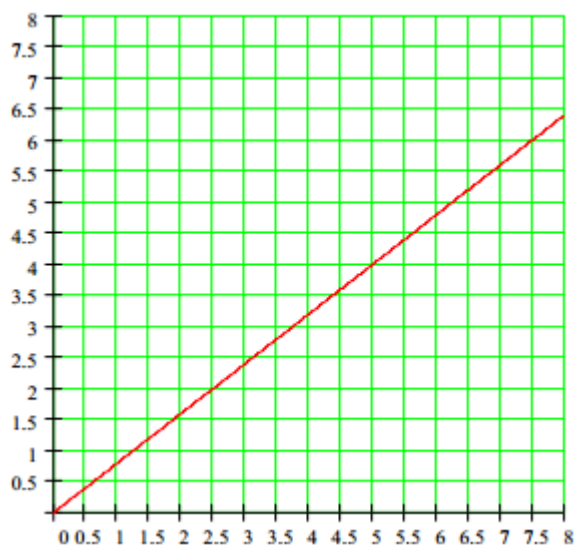
Vervollständigung einer Tabelle und graphische Darstellung

a)

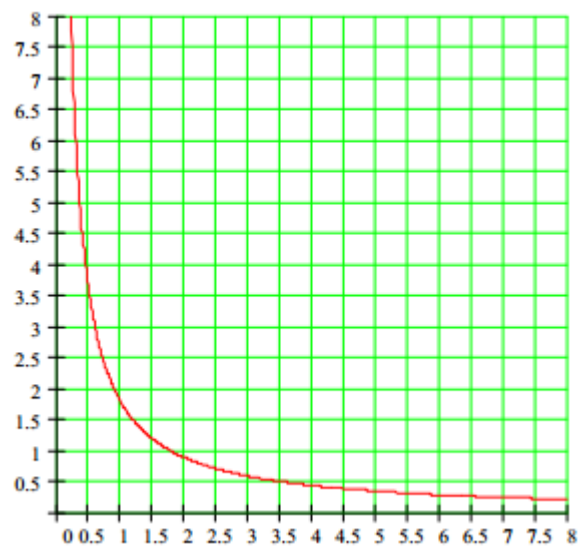
x	3	0,375	1,5	4,5	7	2,5	0,5
y	2,4	0,3	1,2	3,6	5,6	2	0,4

$$y = 0,8x$$

b)



d)



c)

x	3	6	1,5	4,5	9/28	0,9	0,5
y	0,6	0,3	1,2	0,4	5,6	2	3,6

$$y = 1,8/x$$

Station F

Knobelaufgaben Proportionalität

Löse die Knobelaufgaben deiner Wahl in deinem Heft!

a)

Auf einer Kohlebahn wurden in einer Woche mit sechs Arbeitstagen 36000 Tonnen Kohle befördert. Dabei fahren täglich 200 Waggons. Wie viele Tonnen Kohle werden in einer Woche abgefahren, wenn nur 5 Tage gearbeitet wird, dafür aber 240 Waggons pro Tag fahren, die zudem das 1,5 fache der alten Waggons laden können?

b)

Eine Expedition mit 10 Teilnehmern hat für 21 Tage 420 kg Verpflegung dabei. Wegen eines Unfalls wird eine Person gleich am ersten Tag mit 2 Trägern und 70 kg Verpflegung zurückgeschickt. Bis zu diesem Zeitpunkt wurde noch nichts der Verpflegung aufgebraucht. Wie lange reicht nun der Rest der Verpflegung für die Expedition?

c)

Neun Bauarbeiter würden für die Fertigstellung einer Baustelle sechs Tag benötigen, wenn sie täglich 7 Stunden arbeiten. Da zwei Bauarbeiter krank werden, arbeiten die restlichen Bauarbeiter eine Stunde pro Tag länger. Wie lange dauert die Fertigstellung der Baustelle jetzt?

Lösung Station F

Knobelaufgaben

a)

5 Arbeitstage pro Woche, 250 Waggons pro Tag \triangleq ?

6 Arbeitstage pro Woche, 200 Waggons pro Tag \triangleq 36000 t Steinkohle

kurz:

6 AT, 200 W \triangleq 36000 t

1 AT, 200 W \triangleq 36000/6 t = 6000 t

5 AT, 200 W \triangleq 6000*5 t = 30000t

5 AT, 1 W \triangleq 30000/200 t = 150 t

5 AT, 240 W \triangleq 150*240 t = 36000 t

Die Waggons können das 1,5 fache laden:

36000*1,5t = 54000 t

Es werden nun 54000 Tonnen Steinkohle abgefahren.

b)

10 Teilnehmer, 420 kg Verpflegung reicht 21 Tage

7 Teilnehmer, 420 kg - 70 kg = 350 kg reicht ? Tage

1 Teilnehmer, 420 kg reicht 21*10 Tage = 210 Tage

7 Teilnehmer, 420 kg reicht 210 Tage : 7 = 30 Tage

7 Teilnehmer, 10 kg reicht 30 Tage : 42 = 30/42 Tage

7 Teilnehmer, 350 kg reicht 25 Tage 30/42*35 Tage = 25 Tage

Der Rest der Verpflegung reicht 25 Tage.

Lösung Station F

Knobelaufgaben

c)

7 Bauarbeiter, 8 Stunden (h) \triangleq ?

9 Bauarbeiter, 7 h \triangleq 6 Tage

1 Bauarbeiter, 7 h \triangleq $6 \cdot 9$ Tage = 54 Tage

7 Bauarbeiter, 7 h \triangleq $54/7$ Tage

7 Bauarbeiter, 1 h \triangleq $54/7 \cdot 7$ = 54 Tage

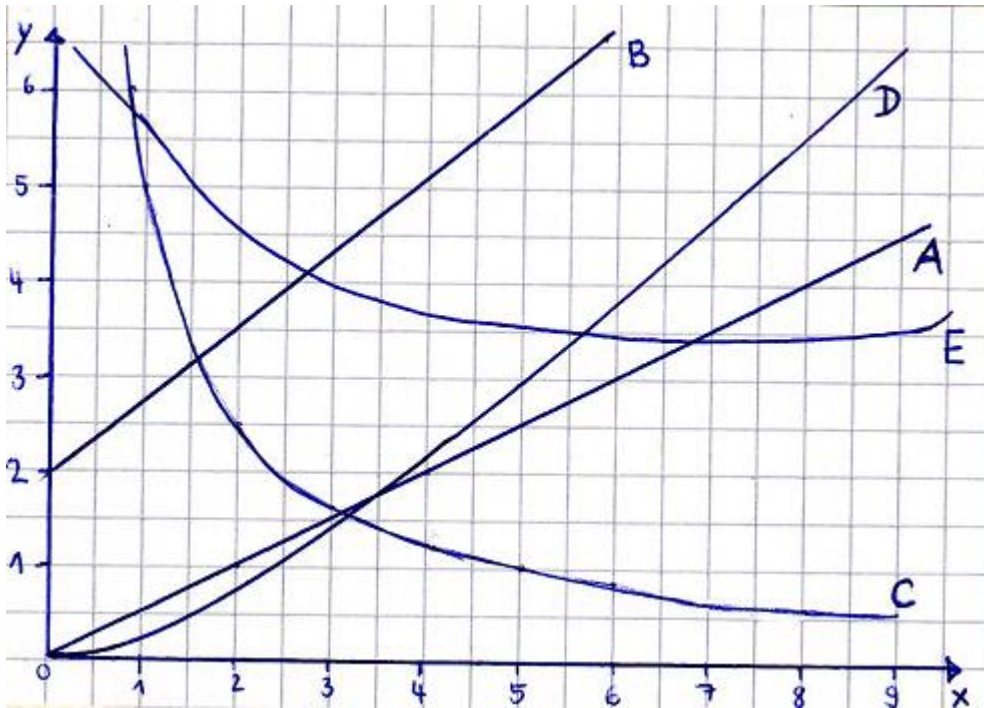
7 Bauarbeiter, 8 h \triangleq $54/8$ Tage = 6,75 Tage

Die Fertigstellung der Baustelle dauert 6,75 Tage.

Station G

Interpretation der graphischen Darstellung

Gegeben sind die folgenden Graphen:



- Ordne den Graphen A bis E die Begriffe **direkte**, **indirekte** und **keine Proportionalität** zu. Gib (falls möglich) die Zuordnungsvorschrift an!
- Stelle für den Graphen von A die Koordinaten von 5 Punkten in einer Tabelle dar! Verwende hierzu die Zuordnungsvorschrift!
- Stelle für den Graphen von C die Koordinaten von 5 Punkten in einer Tabelle dar! Entnehme die Werte dem Graphen!

Lösung Station G

Interpretation graphischer Darstellung

a) A direkte Proportionalität, $y = 0,5x$

B keine Proportionalität

C indirekte Proportionalität, $y = 5/x$

D keine Proportionalität

E keine Proportionalität

b)

A, Ausschnitt möglicher Lösungen:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5

c)

C, Ausschnitt möglicher Lösungen:

x	1	2	3	4	5	6	7
y	5	2,5	1,7	1,25	1	0,8	0,7

(deine Werte können gegebenenfalls etwas abweichen)

Station H

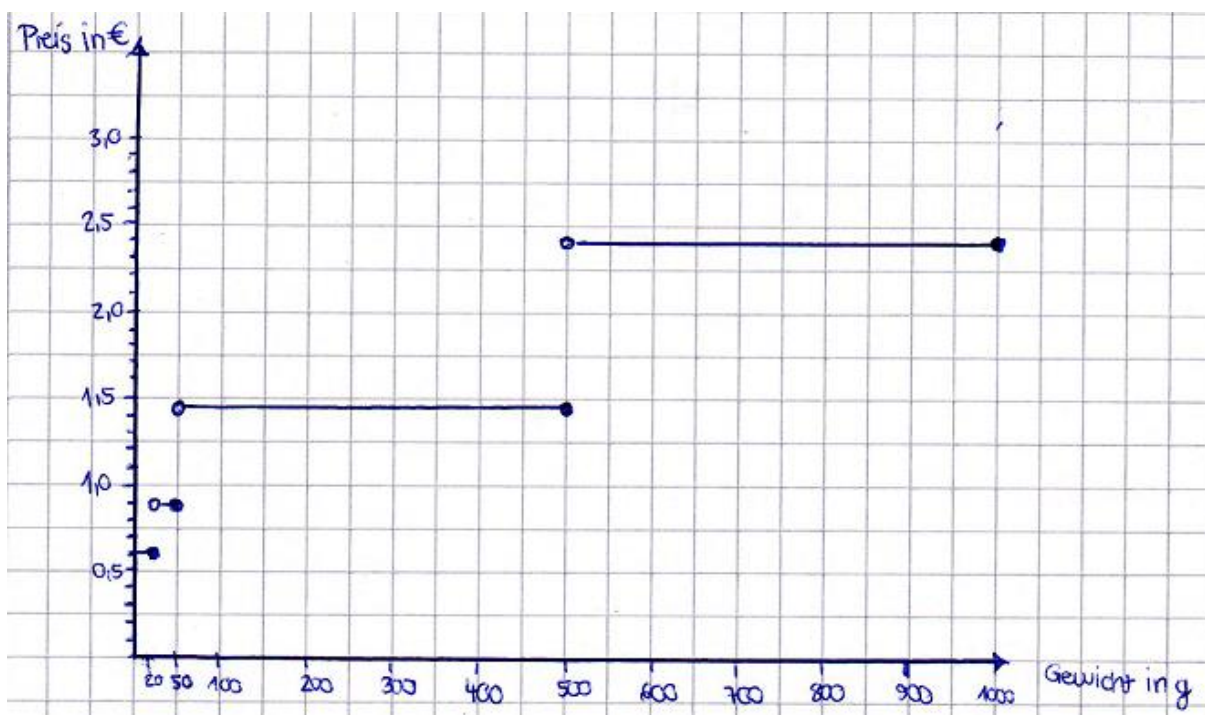
Gegebener Graph

Der Graph (siehe unten) zeigt, wie der Preis für einen Brief vom Gewicht abhängt.

a) Beschreibe die Zuordnung in Worten! (Tipp: „...“ → „...“)

b) Lege zu diesem Graphen eine Zuordnungstabelle an!

Tipp: Verwende jeweils das maximale Gewicht eines Briefes für die jeweilige Zuordnung in der Tabelle!



Lösung Station H

Gegebener Graph

a) Gewicht des Briefs → Preis des Briefs

b)

Gewicht in g	20	50	500	1000
Preis in €	0,60	0,90	1,45	2,40

Station I

Lückentext zur Proportionalität

Bei einer Zuordnung wird jeder Zahl aus einer Menge von Zahlen eine _____ zugeordnet. Eine Zuordnung kann durch eine _____, _____ oder einen _____ beschrieben werden.

Zuordnungen bei denen dem k -fachen einer Größe _____ der zugeordneten Größe entspricht, heißen direkt proportionale Zuordnungen. Die Zuordnungsvorschrift einer direkten Proportionalität hat die Form _____. Der _____ heißt _____. Bei der direkten Proportionalität sind die Wertepaare der Zuordnungstabelle _____. Der Graph hat die Form einer _____.

Zuordnungen bei denen dem k -fachen einer Größe jeweils _____ der zugeordneten Größe entspricht, heißen indirekt proportionale Zuordnungen. Die Zuordnungsvorschrift einer indirekten Proportionalität hat die Form _____, wobei _____ eine feste Zahl ist. Bei der indirekten Proportionalität sind alle Wertepaare _____. Der Graph hat die Form einer _____.

Graphen	$y = a/x$	Proportionalitätsfaktor
weitere Zahl	das k-fache	der k-te Teil
Zuordnungstabelle	$y = m * x$	Zuordnungsvorschrift
quotientengleich	Geraden	produktgleich
gekrümmten Linie	m	a

Lösung Station I

Lückentext zur Proportionalität

Bei einer Zuordnung wird jeder Zahl aus einer Menge von Zahlen eine **weitere Zahl** zugeordnet. Eine Zuordnung kann durch eine **Zuordnungstabelle**, **Zuordnungsvorschrift** oder einen **Graphen** beschrieben werden.

Zuordnungen bei denen dem k-fachen einer Größe **das k-fache** der zugeordneten Größe entspricht, heißen direkt proportionale Zuordnungen. Die Zuordnungsvorschrift einer direkten Proportionalität hat die Form **$y = m * x$** . Der **Proportionalitätsfaktor** heißt **m**. Bei der direkten Proportionalität sind die Wertepaare der Zuordnungstabelle **quotientengleich**. Der Graph hat die Form einer **Geraden**.

Zuordnungen bei denen dem k-fachen einer Größe jeweils der **k-te Teil** der zugeordneten Größe entspricht, heißen indirekt proportionale Zuordnungen. Die Zuordnungsvorschrift einer indirekten Proportionalität hat die Form **$y = a/x$** , wobei **a** eine feste Zahl ist. Bei der indirekten Proportionalität sind alle Wertepaare **produktgleich**. Der Graph hat die Form einer **gekrümmten Linie**.