Ableitungsregeln

Thema	Produktregel
Stoffzusammenhang	Differentialrechnung
Jahrgangsstufe	11
Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche	Raum und Form, Funktionale Zusammenhänge (gemäß KMK-Bildungsstandards)
Prozessbezogene Kompetenzen	Modellieren, Probleme lösen, Kommunizieren, Argumentieren (gemäß KMK-Bildungsstandards)
Autor(in)	Carolin Zenk

Intention und Ziele

Der Schüler soll in dieser Unterrichtseinheit die Ableitung als Funktion kennen lernen. Es soll erreicht werden, dass der Schüler die grundlegenden Ableitungsregeln (Produktregel) kennt und anwenden kann. Die Ableitungsregeln sind ein Teil der Differentialrechnung und grundlegend für Kurvendiskussionen. Es wird ca. eine Stunde (45 Minuten) veranschlagt.

Vorkenntnisse

Steigung, Differenzen- und Differentialquotient

Methodische Hinweise

Ein möglicher Unterrichtsverlauf wäre, analog zur Potenzregel, nur ca. 2-3 Wochen später im Unterricht die Produktregel durchzuführen. Jeder Schüler kann sich den Schwierigkeitsgrad (je mehr Sterne, desto schwieriger) selbst aussuchen. Hat er die Aufgabe schneller bewältigt als andere, können z.B. die anderen Aufgaben bearbeitet werden. Es sollte von jedem Schüler zu jeder Regel mindestens eine Aufgabe 1), 2) oder 3) bearbeitet werden. Der Lehrer kann Fortschritte der Schüler beobachten oder aber Hilfestellungen geben. Kennt der Lehrer die Schüler gut, kann er auch den Schülern die Aufgabe zuweisen. Nachdem die Schüler die Aufgaben mit der Potenzregel bearbeitet haben, muss der Lehrer mit der Klasse die Regel wiederholen bzw. zusammenfassen.
Im Rahmen der Hausaufgaben sollen die Schüler an den Aufgaben weiterarbeiten.

Produktregel:

(∗) 1)Es gilt f(x)= u(x)·v(x) mit u(x)= 2x-2 und v(x)=3x^3+4x^2

a) Berechne u'(x) und v'(x)!

b) Berechne f(x) und berechne anschließend f'(x)!

c) Gilt f'(x)=u'(x)·v'(x)? Wenn nein, hast du eine andere Vermutung?

d) Welchen Zusammenhang kannst du zwischen Funktion f(x)=u(x)v(x) und Ableitung f'(x)=(uv)' erkennen ?

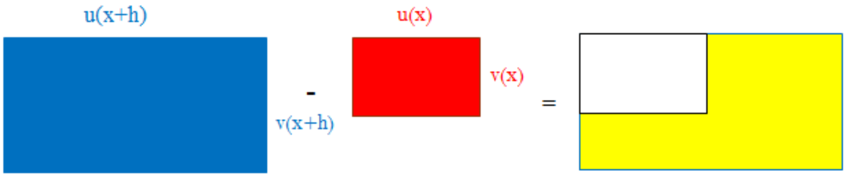
u(x)	v(x)	u'(x)	v'(x)	(u·v)'
1	x^2	0	2x	2x
x	x^2	1	2x	3 x^2
x^2	x^2	2x	2x	4 x^3
x^3	x^2	3 x^2	2x	5 x^4

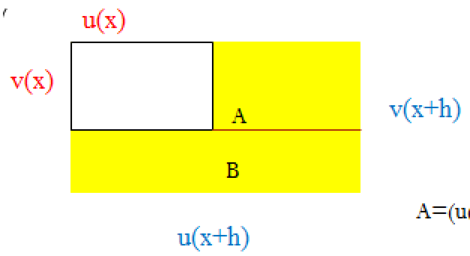
(∗∗) 2a)Erarbeitet zu zweit oder zu dritt die Produktregel!

f(x)=u(x)·v(x)

Differenzenquotient ist

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{u(x+h)\cdot v(x+h)-u(x)\cdot v(x)}{h}$$





A=(u(x+h)-u(x))·v(x) B=(v(x+h)-v(x))·u(x+h)

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{u(x+h) \cdot v(x+h) - u(x) \cdot v(x)}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(\mathrm{u(x+h)}-\mathrm{u(x)}) \cdot \mathrm{v(x)} + (\mathrm{v(x+h)}-\mathrm{v(x)}) \cdot \mathrm{u(x+h)}}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(\mathrm{u(x+h)}-\mathrm{u(x)})}{h} v(x) + \lim_{h \to 0} \frac{(\mathrm{v(x+h)}-\mathrm{v(x)})}{h} u(x+h) =$$

$$= u'(x)v(x) + v'(x)u(x)$$

b) Formuliere die Produktregel in eigenen Worten.

c) Berechne zuerst mit Hilfe des Differentialquotienten und dann mit der Produktregel:

$f(x)= x^2 (2+x)$, $g(x)= (x-1)^2$, $h(x)= (x+1)(x^2-x+1)$

(∗∗∗) 3) Mit Hilfe des Differentialquotienten kann die Ableitung einer Funktion $f(x)=u(x)v(x)$ berechnet werden. Dabei sind $u(x)$ und $v(x)$ sind überall in $\mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Tipp: Mit Hilfe einer geometrischen Zeichnung (Rechtecke)kannst du den Differentialquotienten umschreiben.

Anschließende Verbesserung im Plenum bzw. durch die Lehrkraft, sowie Vertiefen durch Aufgaben!