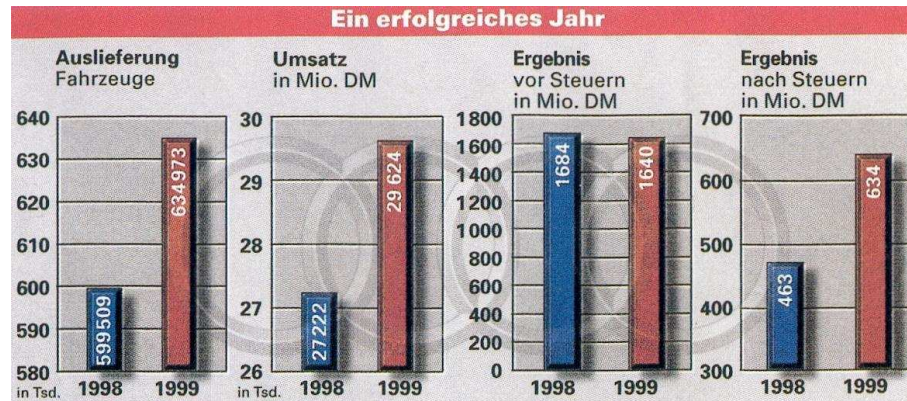


Diagramme, Statistiken

1. Audi-Bilanz

Am Ende eines jeden Jahres erstellen Firmen eine Bilanz der Unternehmensergebnisse, um zu schauen, ob sie sich im Vergleich zum Vorjahr verbessert bzw. verschlechtert haben. Für die Öffentlichkeit und besonders für potentielle Aktienkäufer werden die Bilanzen besonders dargestellt. Die vier unten abgebildeten Balkendiagramme stellen die Jahresbilanz des Audikonzerns der Jahre 1998 und 1999 gegenüber.



- Beschreibe, welchen Eindruck die Grafiken dem Betrachter beim ersten Anblick vermitteln und wodurch dies erreicht wird.
- Versuche, für die Daten eine andere Darstellungsart zu finden. Welchen Eindruck erhält man nun von der Jahresbilanz 1999 des Audikonzerns?
- Können die Ergebnisse des Audikonzerns auch besonders schlecht dargestellt werden?
- Was ist die richtige Darstellungsart der Jahresbilanz?

Quelle: mathematik lehren (2000) Heft 103, S. 67

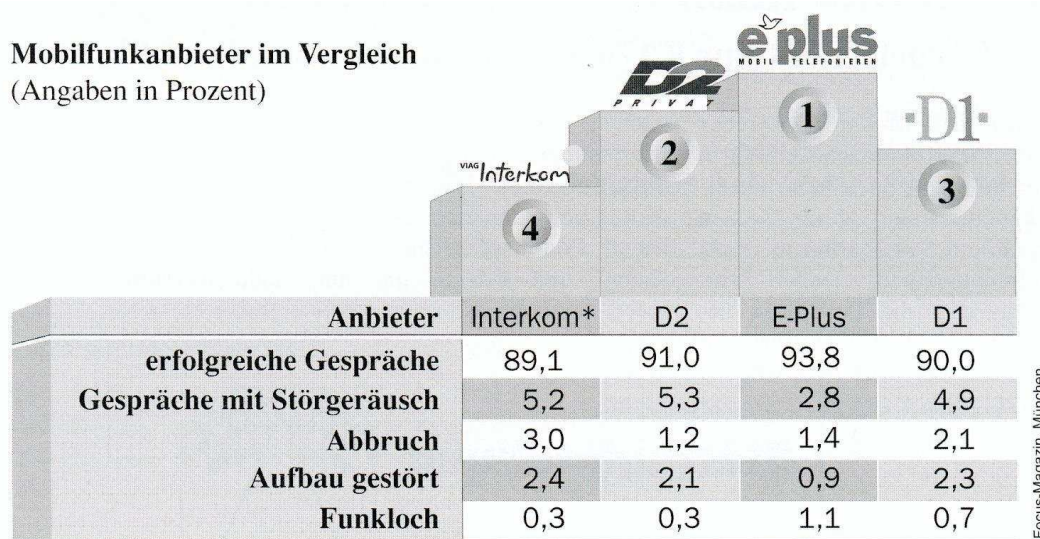
Variation: Schüler suchen ähnliche Fälle in Printmedien

Lösung: Lediglich beim dritten Balkendiagramm, bei dem die im Vergleich zum Vorjahr etwas schlechtere Jahresbilanz „vor Steuern“ dargestellt wird, ist die linke Skala von 0 an skaliert. Bei den übrigen dreien werden die positiven Ergebnisse dadurch verstärkt dargestellt, dass man nur Ausschnitte der linken Skalen sieht. Eine eindeutige Antwort auf Frage d gibt es wohl nicht. Das kommt ganz darauf an...

2. Telefonanbieter

Die Zeitschrift FOCUS (in der Ausgabe 45/99) fasst die Ergebnisse eines Testes von Mobilfunkanbietern in einer Grafik zusammen.

Mobilfunkanbieter im Vergleich
(Angaben in Prozent)



- Welcher Eindruck wird durch die Grafik erzielt?
- Sind die Prozentangaben angemessen veranschaulicht?
- Gestalte mit diesen Angaben jeweils eine Werbe-Anzeige für die vier Mobilfunkanbieter.

Quelle: Herget/Jahnke/Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Berlin 2001, S. 84

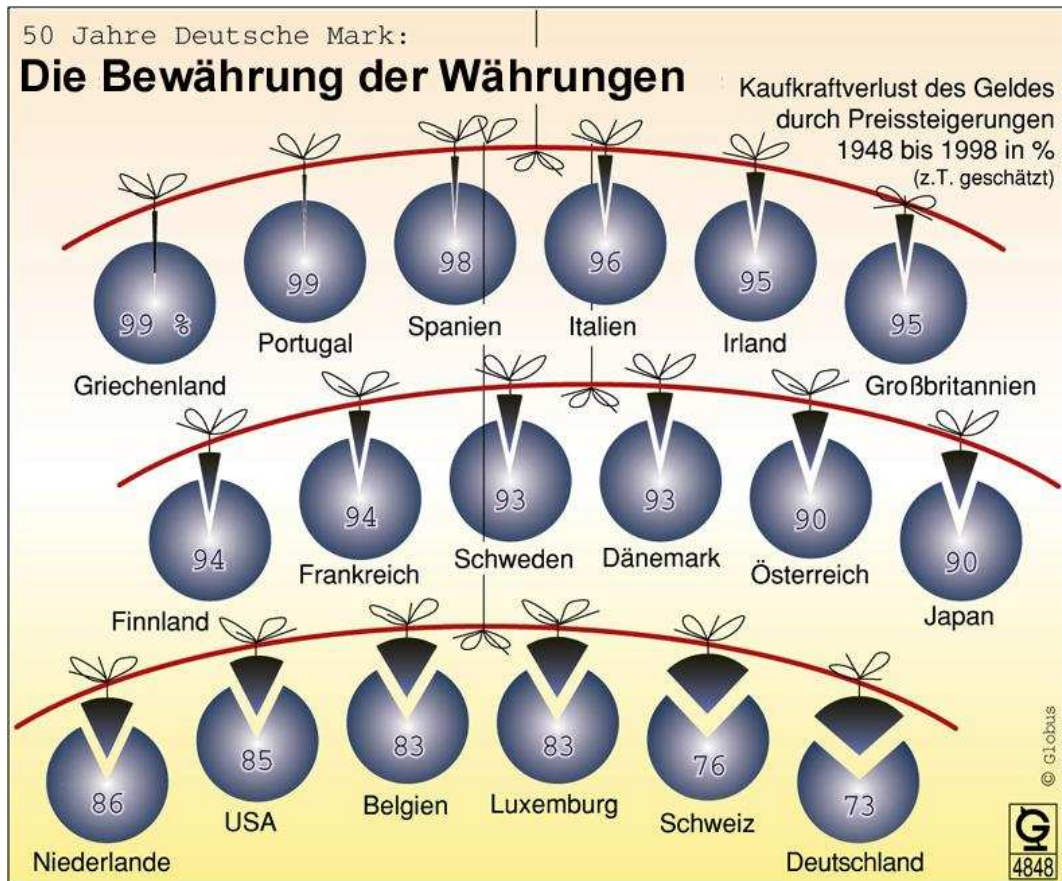
Variation:

Vergleich von anderen arfen, graphische Darstellung

- Lösung:*
- Die Grafik erzielt den Eindruck, dass E-plus den anderen Mobilfunkanbietern deutlich überlegen ist. Vermutlich wurde sie mithilfe der ersten Zeile der Tabelle erstellt. Diese Zahlen sind aber nicht korrekt in Balkenlängen umgerechnet worden. Dadurch wird der Eindruck vermittelt, als kämen bei dem konkurrierenden Anbieter Interkom nur etwa halb so viele Gespräche zustande wie bei E-plus.
 - Den tatsächlichen Unterschied in den Prozentzahlen der erfolgreichen Gespräche (geringer als 4%) würde ein Kunde in der Praxis kaum merken.

3. Der harte €

- Erläutere die Grafik!



- (b) Berechne den durchschnittlichen jährlichen Kaufkraftverlust des Geldes für die einzelnen Länder!
- (c) Nach wie vielen Jahren waren dementsprechend die einzelnen Währungen jeweils nur noch halb so viel wert?
- (d) Finde einen Zusammenhang zwischen dem jährlichen Kaufkraftverlust und der Halbwertszeit des Geldes!

Quelle: Herget/Jahnke/Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Berlin 2001, S. 88

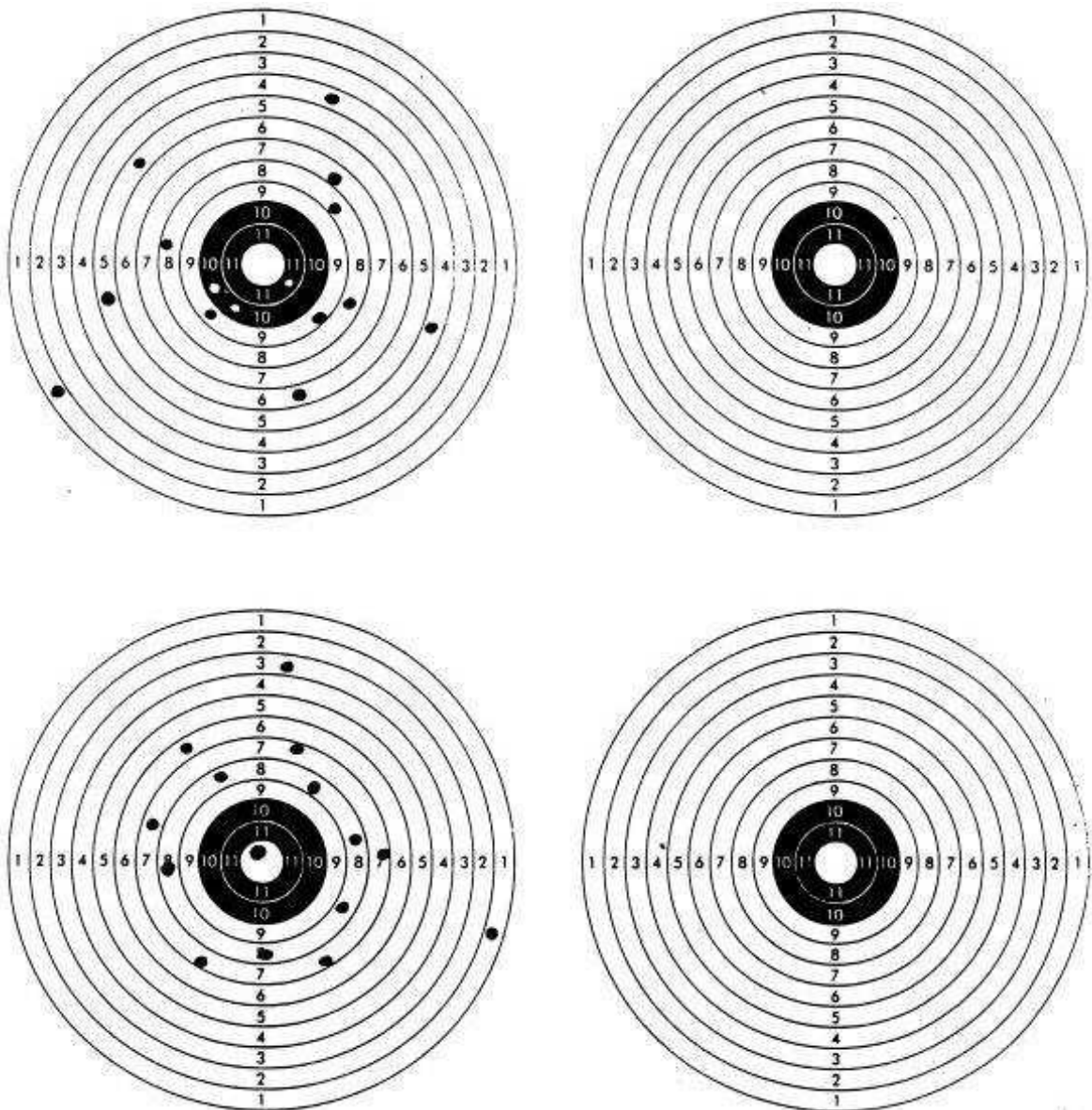
- Lösung:*
- (a) Der Kaufkraftverlust betrug von 1948 auf 1998 zum Beispiel für Deutschland 73%. Das bedeutet, dass 100 €, die Großmutter 1948 in den Strickstrumpf tat, 1998 nur noch eine Kaufkraft von 27 € hatten.
- (b) Griechenland / Portugal - 8,8%
 Spanien - 7,53%
 Italien - 6,23%
 Irland / GRB - 5,82%
 USA - 3,72%
 Schweiz - 2,81%
 Finnland / Frankreich - 5,47%
 Schweden / Dänemark - 5,18%
 Österreich / Japan - 4,5%
 Niederlande - 3,86%
 Belgien / Luxemburg - 3,48%

- Deutschland - 2,58%
- (c) Griechenland / Portugal - 7,5
Spanien - 8,9
Italien - 10,8
Irland / GRB - 11,6
USA - 18,3
Schweiz - 24,3
Finnland / Frankreich - 12,3
Schweden / Dänemark - 13
Österreich / Japan - 15,1
Niederlande - 17,6
Belgien / Luxemburg - 19,6
Deutschland - 26,5
- (d) Für den Zusammenhang zwischen der jährlichen Geldentwertung ($p\%$) und der Halbierungszeit H der Kaufkraft in Jahren gilt näherungsweise: $p\% \cdot H \approx 0,7$.

4. Schützenverein

Zwei Schützen messen sich im Schießen mit dem Luftgewehr. Beide geben 15 Schuss auf eine Zielscheibe ab (siehe unten links).

- (a) Welcher von beiden ist nach deiner Meinung der bessere Schütze?
Begründe deine Antwort. Wie könnte man den Qualitätsunterschied messen?
- (b) Markiere auf den beiden Zielscheiben unten rechts die Einschüsse von zwei Schützen wie folgt: Bei beiden soll die Zahl der Schüsse 10 und die „Summe der Ringe“ 90 betragen, in einem Fall sollen aber die Schüsse möglichst weit über die Scheibe verteilt sein, im anderen sehr konzentriert.



Quelle: Herget/Jahnke/Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Berlin 2001, S. 85

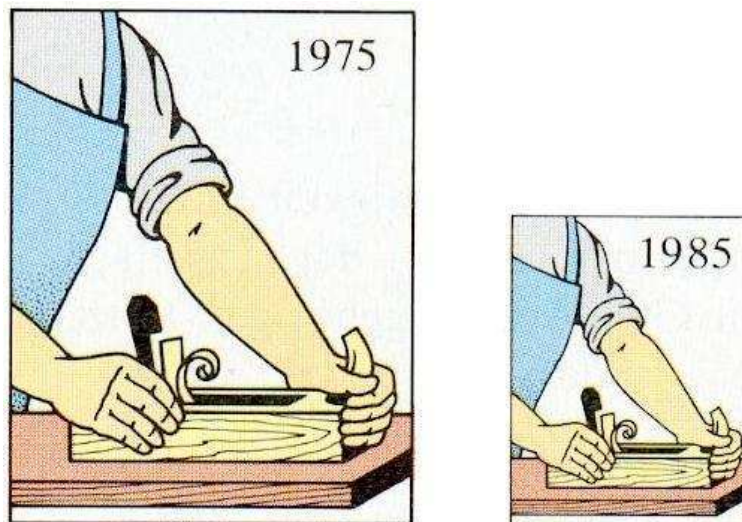
Variation: Noten - arithm. Mittel vs. Median

Lösung: (a) Die Summe der Ringe ist in jedem Fall gleich, nämlich 105. Jeder trifft also im Mittel pro Schuss den siebten Ring. Die maximale Abweichung von diesem Mittelwert ist ebenfalls gleich, nämlich 6. Aber die durchschnittliche absolute Abweichung beträgt im ersten Fall 2,3 und im zweiten Fall 1,5. Das heißt, die Treffer, des zweiten Schützen, streuen weniger und konzentrieren sich, wie man unmittelbar sieht, auf wenige Ringe. Er kann deshalb als der bessere oder zuverlässigere Schütze gelten. Das ist aber nur eine mögliche Antwort. Man kann auch argumentieren, dass der erste drei Mal ins Schwarze trifft und das im „Ernstfall“ viel wichtiger ist.

5. Bildbetrug

In den Tageszeitungen findet man oft bildliche Darstellungen, in denen die Häufigkeiten flächenhaft oder körperhaft dargestellt werden. Diese Darstellungen können aber oft die Betrachter gewollt oder ungewollt irreführen.

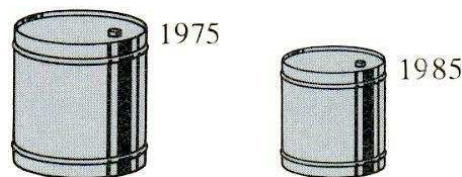
- (a) In einem Bezirk ist die Anzahl der Schreiner-/Tischler-Betriebe von 1975 bis 1985 auf 60% abgesunken.



In der nebenstehenden Abbildung ist die Länge der Seiten im rechten Bild 60% der Länge der Seiten im linken Bild. Gibt die Abbildung die Abnahme der Anzahl der Betriebe „richtig“ an?

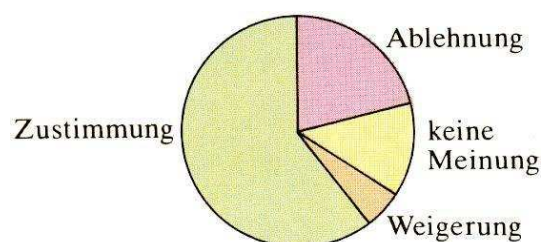
Welchen Eindruck hast du aufgrund der Abbildung?

- (b) Die Öleinfuhren der Bundesrepublik Deutschland betragen 1985 nur noch 80% der Einfuhren von 1975.

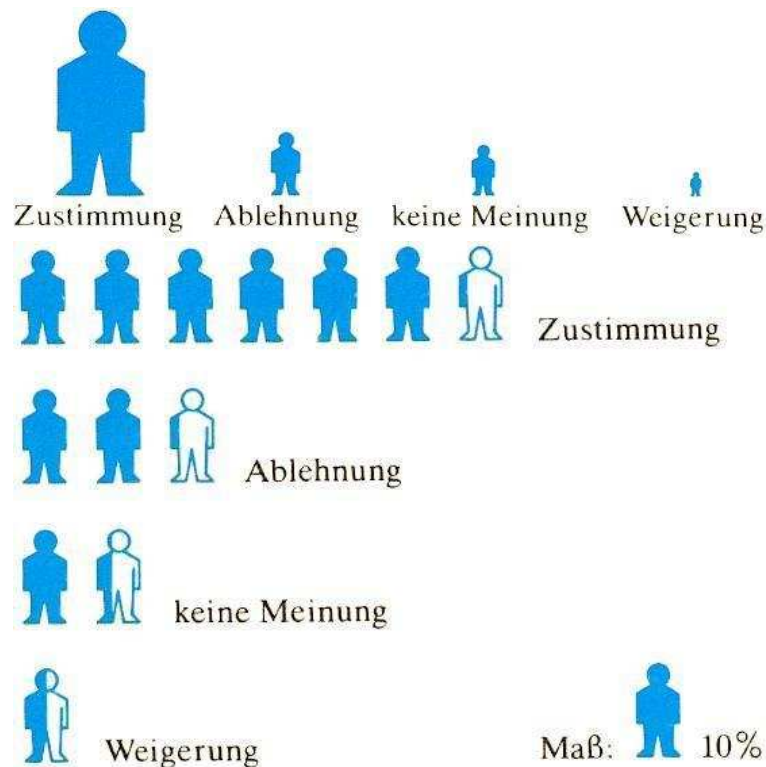


Rechts sind die Öleinfuhren durch jeweils zwei Fässer veranschaulicht worden. Die Fasshöhe und der Fassdurchmesser des kleinen Fasses sind in der oberen Abbildung jeweils 80% des größeren Fasses. In der unteren Abbildung ist der Fassinhalt auf 80% verringert. Nimm Stellung dazu!

- (c) Das Ergebnis einer Umfrage ist in einem Kreisdiagramm festgehalten worden (→).



Es kann auch durch sogenannte Piktogramme veranschaulicht werden (↓).



Welche Darstellungsart ist dem Problem angemessen? Welche Eindrücke werden durch die verschiedenen Darstellungsarten erweckt?

Quelle: Mathematik heute. Differenzierte Ausgabe (1988), S. 180

6. Neues aus Frankreich

Klar, die Zeiten vom Bundesberti sind lange vorbei. Aber damals in Frankreich hat er doch so etwas wie Kultstatus erreicht ...

Berti Vogts kann sich nicht entscheiden, welchen Spieler er Elfmeter für seine Nationalmannschaft schießen lässt. Eine Vorauswahl hat er schon getroffen. Für ihn kommen nur Jürgen Klinsmann, Olaf Thon, Lothar Matthäus, Andy Möller oder Thomas Häßler in Frage.

Um sicher zu gehen, den richtigen Spieler auszuwählen, lässt er seine Favoriten im Training Elfmeter üben. Jedoch können nicht alle Spieler gleich oft schießen. Von seinem Torhüter bekommt er folgende Information:

Name	Tore	Verschoss. Elfmeter	Anzahl Versuche	Rel. Trefferhäufigkeit
Klinsmann	24	16		
Häßler	21	9		
Matthäus	10	5		
Möller	25	15		
Thon	18	7		

- (a) Fülle die Tabelle weiter aus !
- (b) Welchen Spieler wird Berti Vogts im Spiel Elfmeter schießen lassen? Warum?

Dieter Hamann ist enttäuscht, dass er für Berti Vogts nicht in Frage kam. Er legt sich den Ball auf den Elfmeterpunkt und schießt. Er trifft!

- (c) Sollte Berti Vogts Dieter Hamann schießen lassen?
Begründe Deine Antwort!

Thomas Häßler ist nach dem Training verärgert, weil er sehr gerne die Elfmeter für Deutschland schießen würde. Er sagte in einem Interview: „ ...Hätte ich die beiden letzten Elfmeter nicht geschossen, hätte sich Herr Vogts wohl für mich entschieden ...“

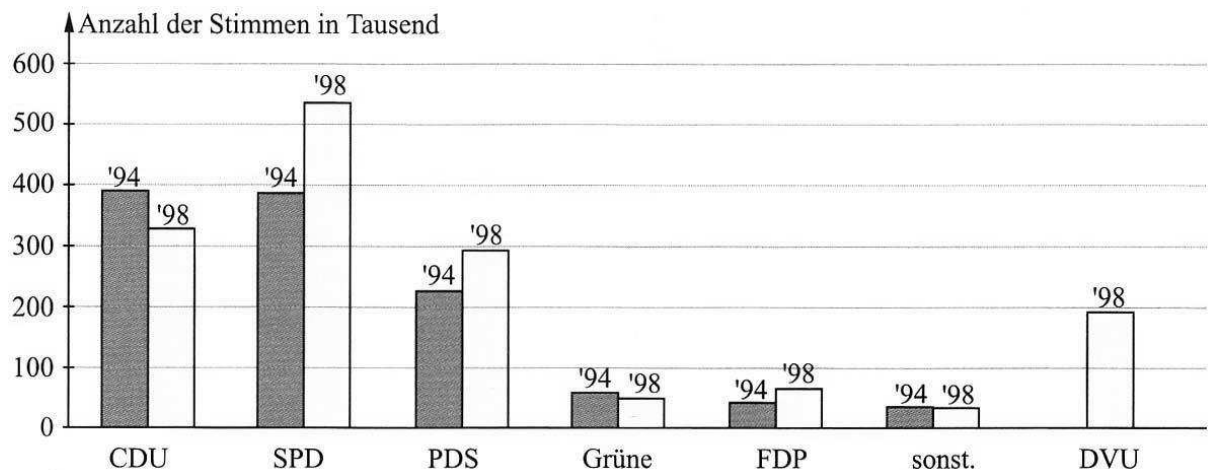
- (d) Was sagst Du zu dieser Aussage?

7. Wahlen

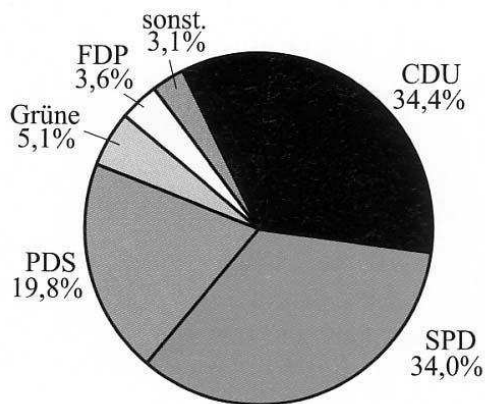
Tabelle

	Anzahl der Stimmen Wahl 1994	Anzahl der Stimmen Wahl 1998
CDU	391000	327000
SPD	387000	536000
PDS	225000	293000
Grüne	58000	48000
FDP	41000	64000
sonst.	35000	34000
DVU	0	192000

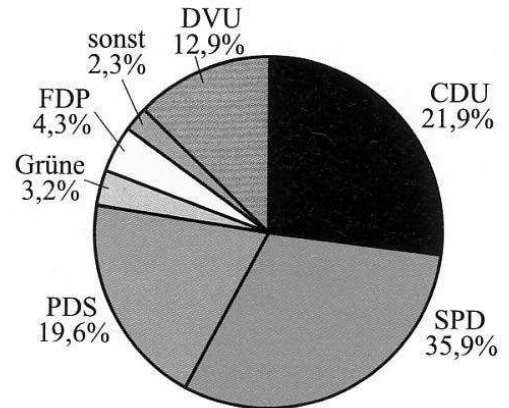
Säulendiagramm



Kreisdiagramm

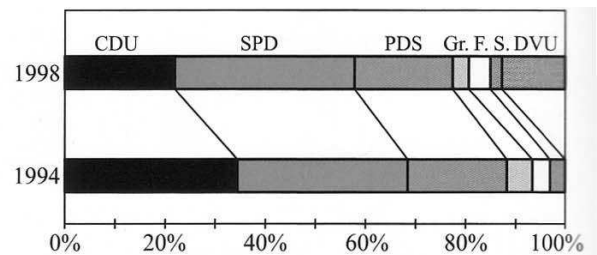
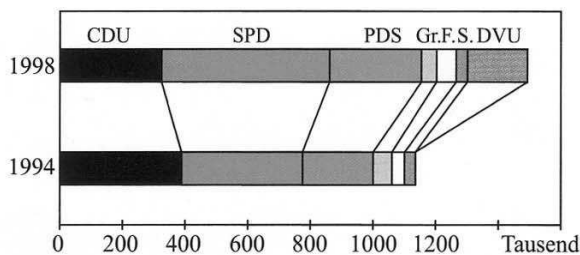


Stimmverteilung 1994



Stimmverteilung 1998

Blockdiagramm



Hier sind die Ergebnisse der Landtagswahl in Sachsen-Anhalt im April 1998 auf verschiedene Weisen dargestellt.

- Beschreibt kurz, welche Informationen man jeweils aus den Abbildungen entnehmen kann.
- Die Tabelle sei vorgegeben. Wie kann man daraus die anderen Darstellungsformen ableiten?
- Vergleicht die verschiedenen Darstellungsformen miteinander.
- Benennt jeweils auch Vor- und Nachteile.

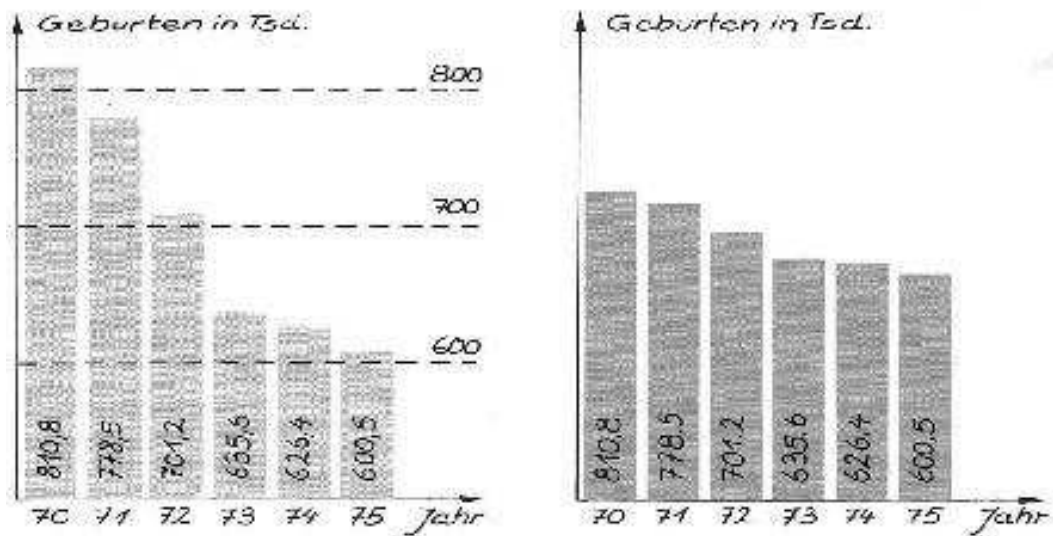
Quelle: Elemente der Mathematik 11 (1999)

8. Vorsicht Statistik! (1)

Die beiden neben stehenden Säulendiagramme zeigen die Geburtenrate in Deutschland für die Zeit von 1970 bis 1975. Beide Tabellen stellen trotz ihres unterschiedlichen Aussehens den selben Sachverhalt dar.

- Welchen unterschiedlichen Eindruck vermitteln die beiden Diagramme?

(b) Welchen Vor- bzw. Nachteil haben sie?



Quellen: Schnittpunkt 10; Elemente 11; mathematik lehren (2002), H. 102, S. 59

Lösung: Fortlassen eines Sockelbetrages

9. Vorsicht Statistik! (2)

Die Umweltschutzausgaben der Industrie für die Einrichtung und Unterhaltung von Anlagen stiegen innerhalb von 10 Jahren von 8,1 Mrd. € auf 21,2 Mrd. €.

- (a) Was ist an der Darstellung falsch? Welchen Eindruck soll die Manipulation bewirken?
- (b) Zeichne eine geeignetere Darstellung des Sachverhalts. Nenne Vor- bzw. Nachteile der verschiedenen Darstellungen.



Lösung: Verstoß gegen die Proportionalität bei 3-dimensionalen Symbolen oder Flächen

10. Vorsicht Statistik! (3)

Die Grafik zeigt die Ergebnisse der Bundestagswahlen von 1949 bis 1998.

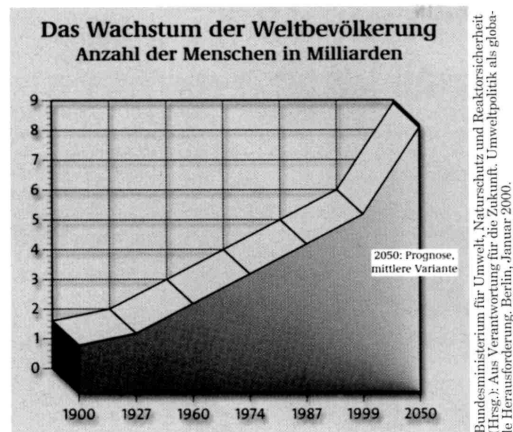
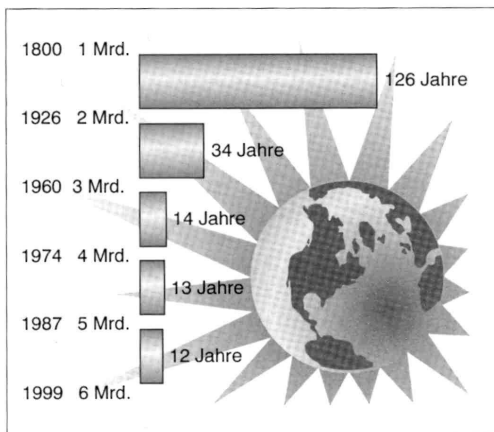
- (a) Welche Partei bekam 1970 die meisten Stimmen?
 (b) Nenne mögliche Gründe für diese Manipulation?



Lösung: Verwendung von Polygonzügen (Genaugenommen falsch, aber es soll natürlich gerade die Änderungen visualisieren)

11. Vorsicht Statistik! (4)

Das Wachstum der Weltbevölkerung, sinnvoll und weniger sinnvoll dargestellt:



- (a) Untersuche die beiden Darstellungsformen. Nenne Vor- und Nachteile.

(b) Zeichne eine geeignetere Darstellung des Sachverhalts.

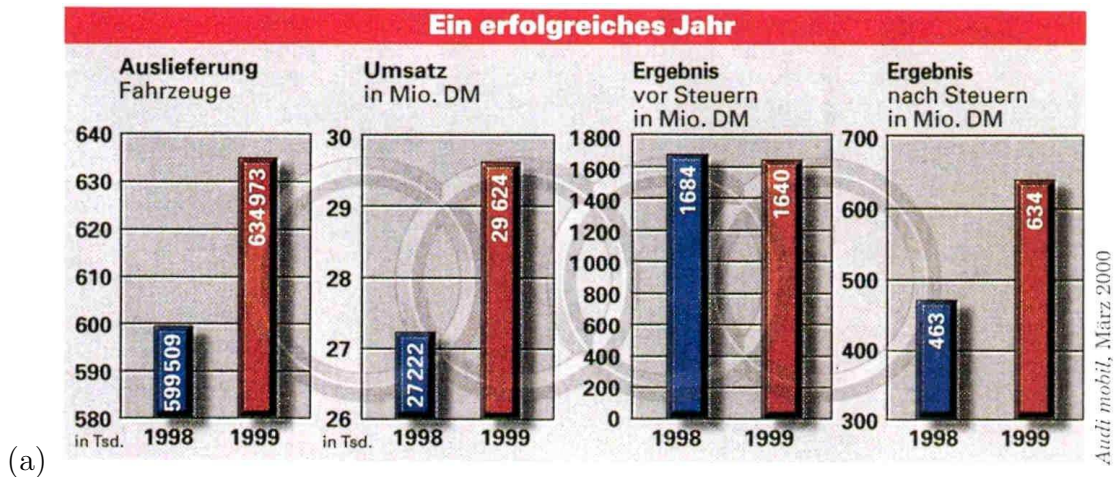
Lösung: Keine Äquidistanz auf den Achsen

12. Vorsicht Statistik! (5)

Fasse die unterschiedlichen Fehler bei der Aufbereitung und Darstellung statistischer Daten zusammen.

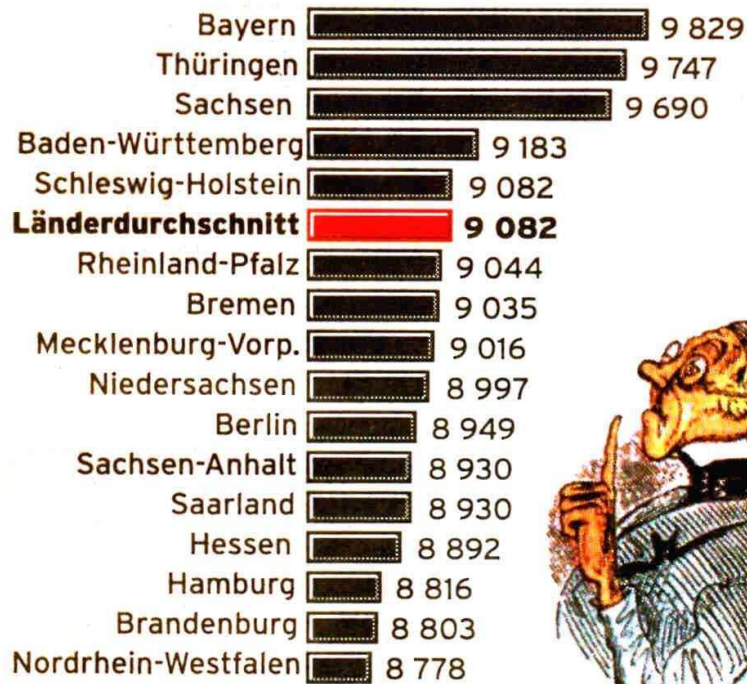
Lösung: Verstöße gegen perspektivische Verzerrungen (vgl. Piktogramm b)

13. Mathematik aus der Zeitung



BAYERISCHE SCHÜLER BÜFFELN AM MEISTEN

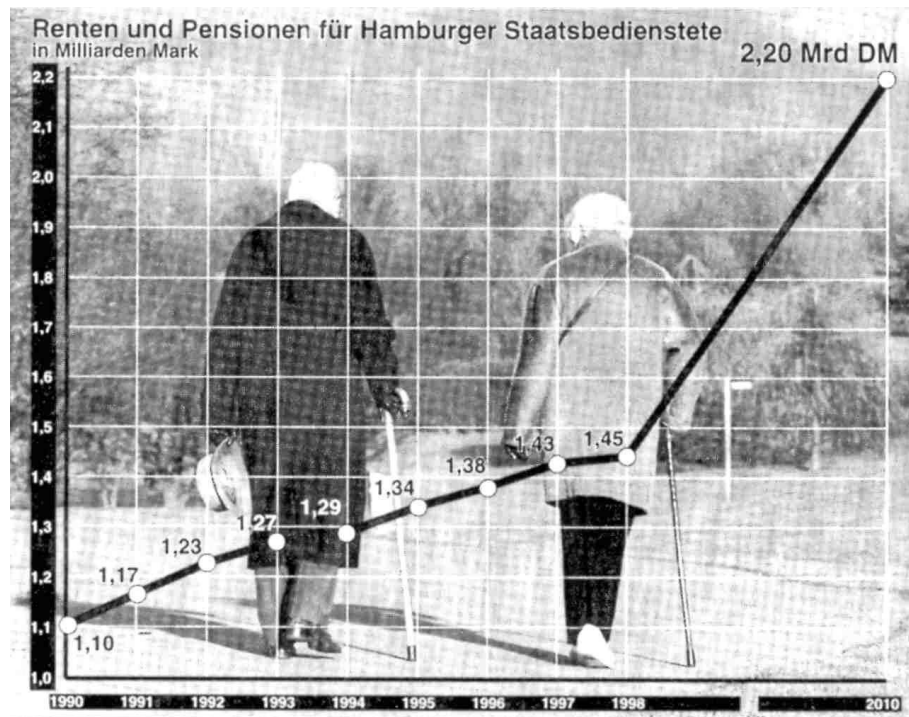
Zahl der Unterrichtsstunden insgesamt von Klasse 1 bis 9
Durchschnitt, alle Schulformen



QUELLE: DPA 6387 / FRENCK/KLEMME 07.06.02

HNA

(b)

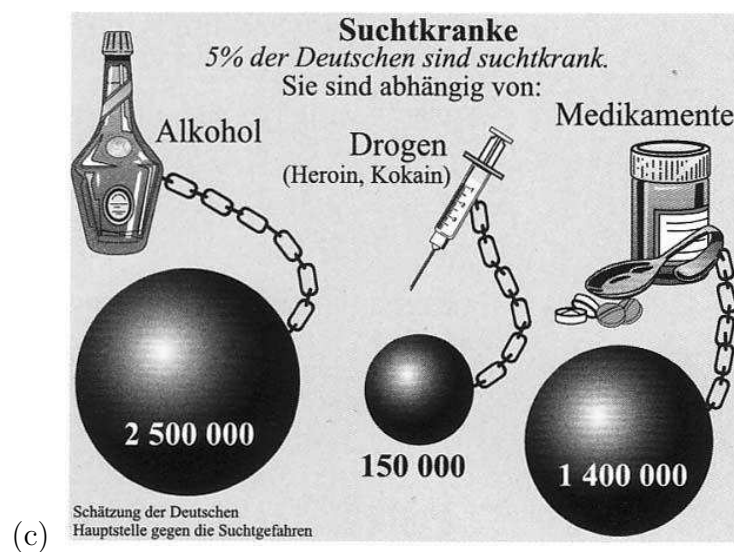
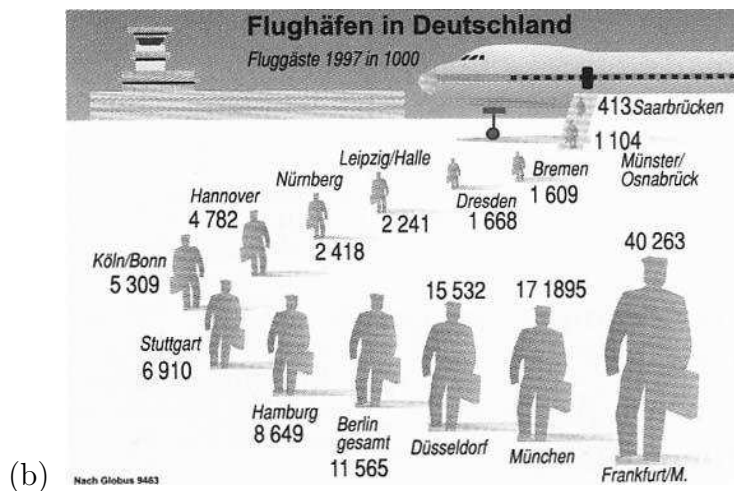
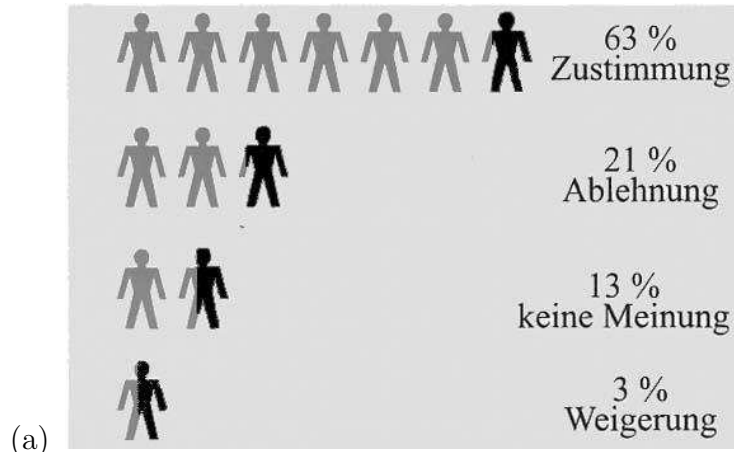


(c)

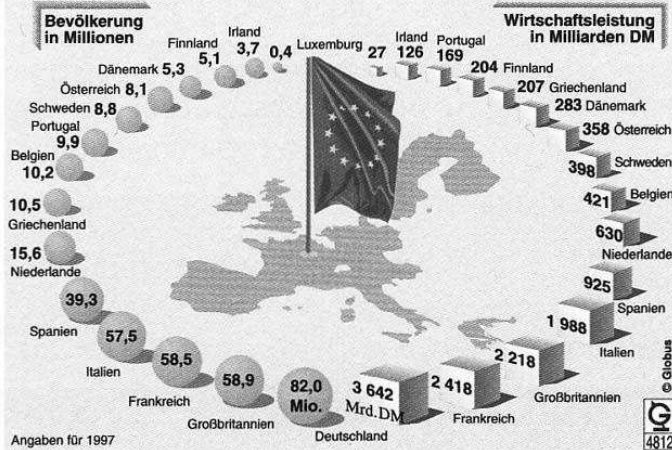
Erläutere, was durch die oben abgebildeten Grafiken ausgedrückt werden soll. Ist die Darstellungsform jeweils angemessen?

14. Piktogramme

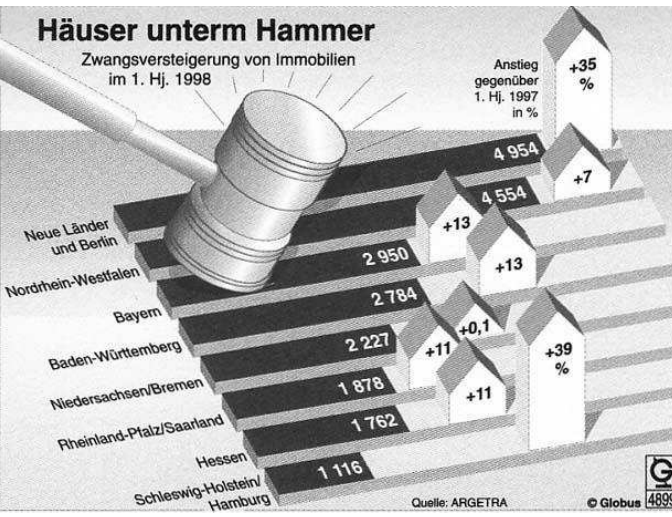
Zur Darstellung von Häufigkeiten werden oft so genannte Piktogramme verwendet, die mithilfe von Symbolen die betrachteten Größen veranschaulichen sollen.



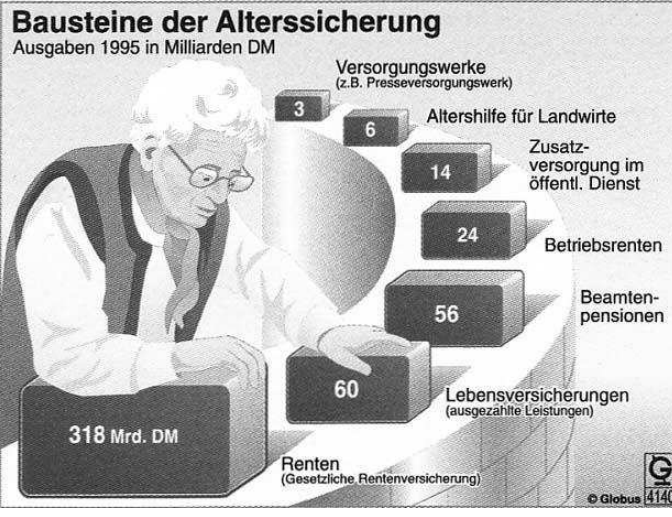
Europäische Union: Die Menschen und die Wirtschaft



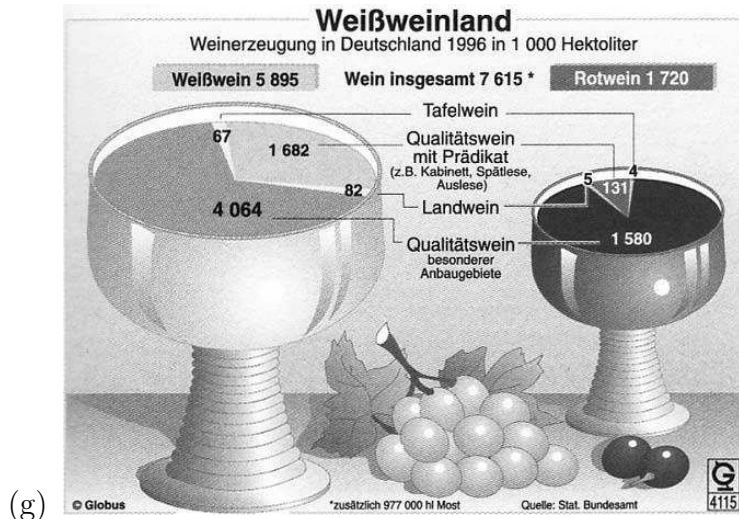
(d)



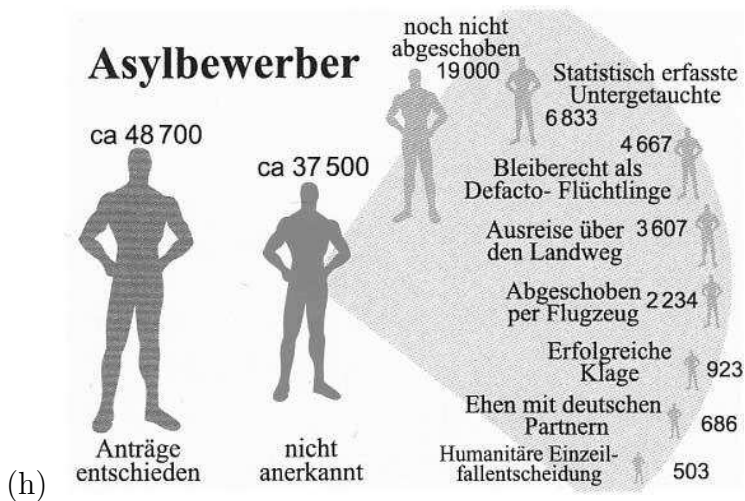
(e)



(f)



(g)



(h)

Erläutere, was durch die oben abgebildeten Piktogramme ausgedrückt werden soll. Ist die Darstellungsform jeweils angemessen?

Quelle: Elemente 11 (1999)

15. Gleichberechtigung der Frauen?

Frauenrechtlerinnen betonen:

„Obwohl Frauen und Männer nach dem Gesetz gleichberechtigt sind, werden Frauen immer noch in vielen Bereichen benachteiligt.“

Lässt sich diese Aussage mithilfe der folgenden Daten bestätigen oder widerlegen?

Aus einer Bevölkerungsstatistik		
	Gesamt	davon weiblich
Gesamtbevölkerung	80 438 000	41 485 000
Schulabgänger	928 200	438 830
– ohne Abschluß	63 600	23 340
– mit Hauptschulabschluß	209 600	91 800
– mit Realschulabschluß	356 200	184 150
– mit Hochschulreife	298 800	139 540
Studierende	1 858 455	745 924
Erwerbstätige	34 660 000	13 583 000
Arbeitslose	2 142 000	1 153 000

Quelle: Mathematik heute 9 (1996)

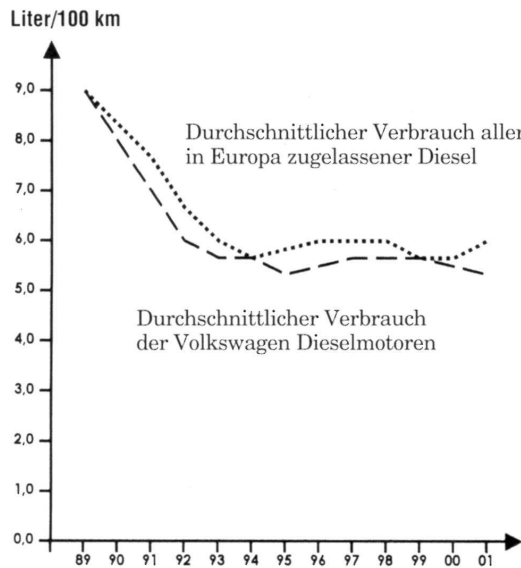
	Berechnung der entsprechenden Mädchen-/Frauenanteile:	
	an der Gesamtbevölkerung	51,6%
	an den Schulabgängern	47,3%
<i>Lösung:</i>	davon - ohne Abschluss	36,7%
	- mit Hauptschulabschluss	43,8%
	- mit Realschulabschluss	51,7%
	- mit Hochschulreife	46,7%
	an den Studierenden	40,1%

16. Die Zeitungsredaktion

Ihr seid Mitglieder einer Zeitungsredaktion und erhaltet die folgende Grafik.

Erstellt eine möglichst „griffige“ Schlagzeile und formuliert eine Kurzmittteilung (nicht mehr als vier Sätze).

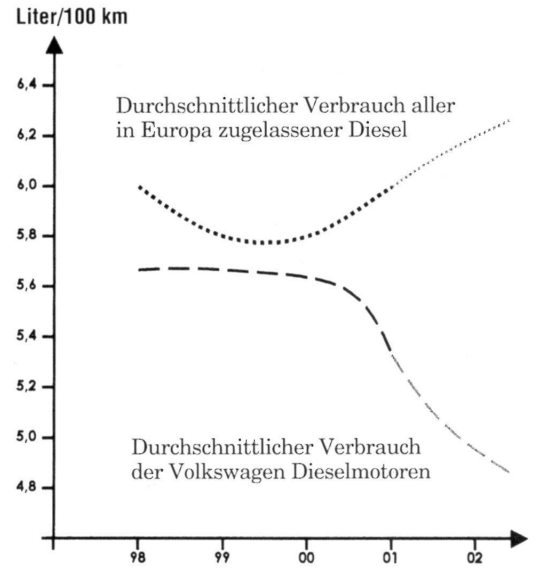
Zwei aus eurer Gruppe präsentieren eure Ergebnisse anschließend auf einer Redaktions-sitzung, bei der euer Vorschlag diskutiert wird.



Ihr seid Mitglieder einer Zeitungsredaktion und erhaltet die folgende Grafik.

Erstellt eine möglichst „griffige“ Schlagzeile und formuliert eine Kurzmittteilung (nicht mehr als vier Sätze).



Zwei aus eurer Gruppe präsentieren eure Ergebnisse anschließend auf einer Redaktions-sitzung, bei der euer Vorschlag diskutiert wird.

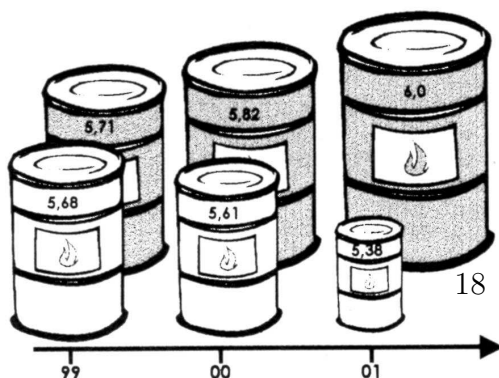


Ihr seid Mitglieder einer Zeitungsredaktion und erhaltet die folgende Grafik.

Erstellt eine möglichst „griffige“ Schlagzeile und formuliert eine Kurzmittteilung (nicht mehr als vier Sätze).

Zwei aus eurer Gruppe präsentieren eure Ergebnisse anschließend auf einer Redaktions-sitzung, bei der euer Vorschlag diskutiert wird.

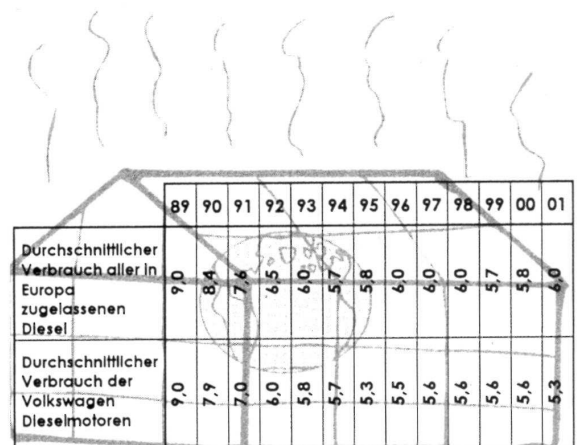
 Durchschnittlicher Verbrauch aller in Europa zugelassener Diesel
 Durchschnittlicher Verbrauch der Volkswagen Dieselmotoren



Ihr seid Mitglieder einer Zeitungsredaktion und erhaltet die folgende Grafik.

Erstellt eine möglichst „griffige“ Schlagzeile und formuliert eine Kurzmittteilung (nicht mehr als vier Sätze).

Zwei aus eurer Gruppe präsentieren eure Ergebnisse anschließend auf einer Redaktions-sitzung, bei der euer Vorschlag diskutiert wird.



Quelle: mathematik lehren (2001), H. 109, S. 46-48

Lösung: **Erste Graphik:** Polygonzüge suggerieren die Existenz von Zwischenwerten.
Zweite Graphik: Nur Werte zwischen 4,8 und 6,4 berücksichtigt; Nur ein Ausschnitt der Daten verwendet.
Dritte Graphik: Nichtbeachtung der Proportionalität von Verbrauch und Volumen der Fässer.
Vierte Graphik: Hintergrund suggeriert Zusammenhang zum Treibhauseffekt.

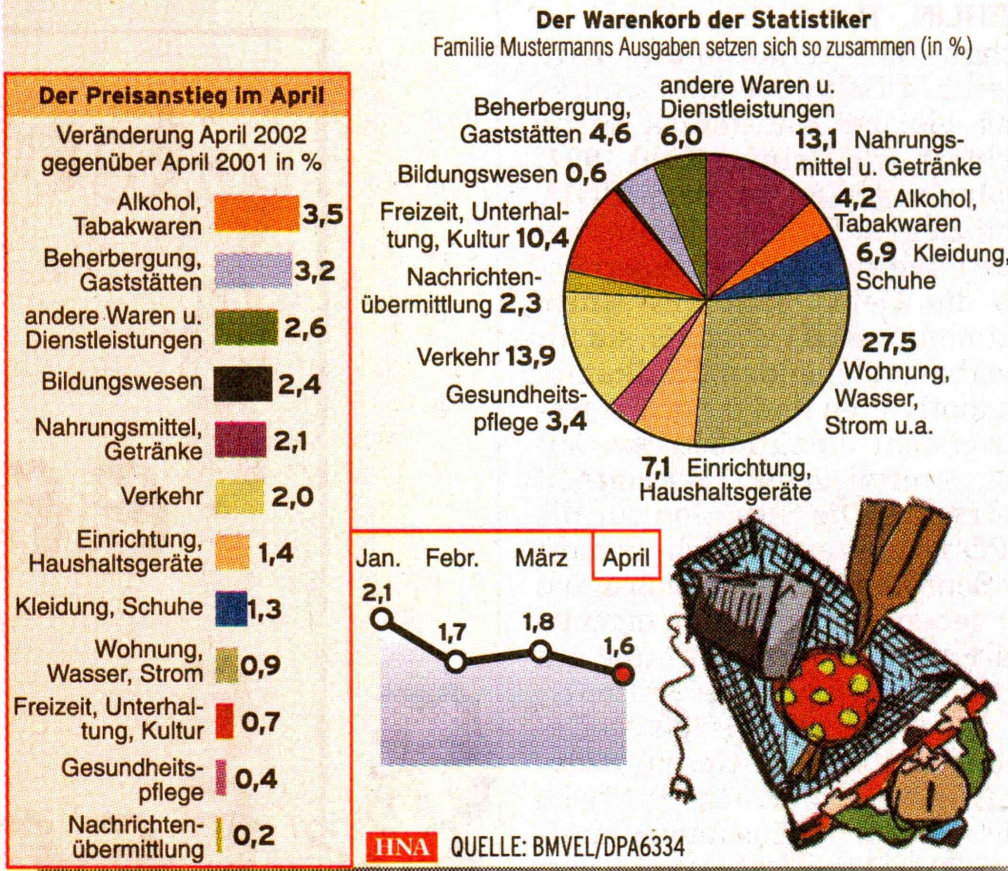
17. Euro = Teuro?

INTERNET-FORUM ALS ERGEBNIS

Berlin. Wie von vielen erwartet, ist der „Anti-Teuro-Gipfel“ der Bundesregierung ohne konkrete Maßnahmen zu Ende gegangen. Verbraucherministerin Renate Künast (Grüne), die die Veranstaltung ins Leben gerufen hatte, zeigte sich aber ebenso wie der Einzelhandel zufrieden. [...] Künast hatte den Gipfel nach wachsendem Unmut in der Bevölkerung über massive Preiserhöhungen im Zuge der Euro-Einführung ins Leben gerufen. [...] Eine klare Mehrheit der Bundesbürger ist der Meinung, dass die Regierung das Problem unterschätzt habe. In einer Umfrage für den Nachrichtensender N24 erklärten 66 Prozent der Beteiligten, der Ratschlag, bei seriösen Händlern einzukaufen, sei zu wenig.

Eine weitere Studie ergab, dass vor allem Dienstleister die Euro-Umstellung zu drastischen Preiserhöhungen genutzt haben. Rund 80 Prozent aller geprüften Angebote seien teurer geworden, im Schnitt um knapp zehn Prozent, berichten die ARD-„Tagesthemen“. Bei Lebensmitteln sei eine durchschnittliche Preiserhöhung von 0,7 Prozent festgestellt worden. [...]

EURO = TEURO?



Wie kann es sein, dass so viele Menschen das Gefühl haben, dass alles durch den Euro wesentlich teurer geworden ist und sich dies trotzdem nicht in den Statistiken zeigt?

Quelle: HNA vom 1.6.02

18. Das Simpson-Paradoxon

	Potentio-Forte	Placebo		Potentio-Forte	Placebo
Patienten in Kassel	250	1050	Patienten in Bonn	1050	250
Wirksam bei ...	180 (72 %)	630 (60 %)	Wirksam bei ...	420 (40 %)	70 (28 %)

	Potentio-Forte	Placebo
Patienten in Kassel und Bonn	1300	1300
Wirksam bei ...	600 (46 %)	700 (54 %)

Potentio-Forte wirkt kleine Wunder!

Neue Hoffnung für die Männerwelt: Potentio-Forte ist da. Die Wirksamkeit des neuen Wundermedikaments wurde in mehreren deutschen Städten eindrucksvoll bewiesen. In allen Teststädten half Potentio-Forte den Männern eindeutig besser als ein zu Vergleichszwecken eingesetztes Placebo.

Nimm Stellung zu den Angaben in dem Presstext!

Einer Universität wird ein geschlechterdiskriminierendes Annahmeverfahren vorgeworfen. Der Universitätspräsident ist auf das Höchste beunruhigt und fordert umgehend die Bewerbungszahlen der sechs größten Fachbereiche an.

Fachbereich	Bewerber	davon angenommen		Bewerberinnen	davon angenommen	
A	800	496		100	82	
B	600	378		25	17	
C	300	111		600	204	
D	400	132		400	140	
E	200	56		400	96	
F	400	24		300	21	
Summe						

- Nimm unter Zuhilfenahme mathematischer Methoden zu der Frage Stellung, inwieweit der Universität ein geschlechterdiskriminierendes Annahmeverfahren vorgeworfen werden kann.
- Schreibe auf der Basis der vorliegenden bzw. von ihnen errechneten Daten einen wahren (!) Zeitungsartikel. In diesem Artikel kannst du dich entweder um

eine ausgewogene Darstellung des Sachverhalts bemühen, oder der Universität Geschlechterdiskriminierung vorwerfen und nur geeignete Daten anführen.

Quelle: mathematik lehren (2002), H. 110, S. 21

- Lösung:*
- Wenn man die jeweiligen Anteile als Brüche deutet, kann man besser verstehen, dass die größeren Nenner (und damit die größeren Anzahlen von Menschen in der Stadt, in der beide Medikamente besser wirken) das so genannte Ampresche Mittel auf seine Seite zieht (ausführlichere Beschreibung in dem Artikel von Biermann/Blum)
 - Trotz $\frac{a}{A} < \frac{b}{B}$ und $\frac{c}{C} < \frac{d}{D}$ kann $\frac{a+c}{A+C} > \frac{b+d}{B+D}$ sein (so genanntes Simpson-Paradoxon); dies kann mithilfe von Apfelsaftschorlen oder Kirsch-Bananensaftmischungen visualisiert werden bzw. ist in diesen Kontexten leicht vorstellbar

19. Vierfeldertafeln

Gegeben ist folgender Zeitungsartikel:

Fahstuhleffekt im Schulsystem

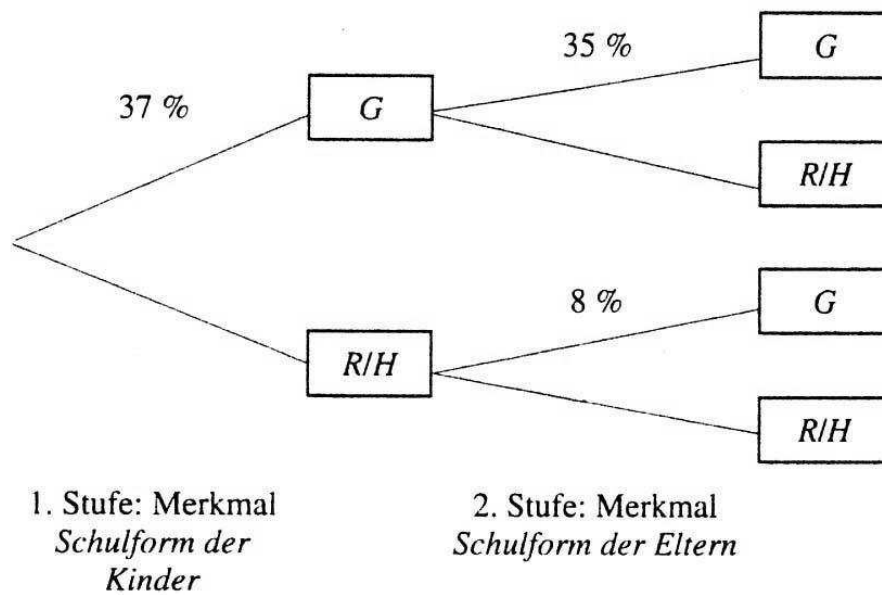
Eltern wünschen höheren Bildungsabschluss für Kinder

37% aller 10– bis 16jährigen Kinder besuchen derzeit die Schulform Gymnasium. Jedoch nur 35% dieser Jugendlichen haben Eltern, die selbst zum Gymnasium gingen. Umgekehrt findet man unter den Schülerinnen und Schülern, die eine Haupt- oder Realschule besuchen, nur 8%, deren Eltern ein Gymnasium absolvierten.

- Stellt die Informationen des Zeitungsartikels in einem zweistufigen Baum dar.
- Stellt eine Vierfeldertafel dazu auf.
- Entwickelt aus (b) das umgekehrte Baumdiagramm.
- Verfasst auf Grundlage der nun gewonnenen Daten einen Zeitungsartikel.

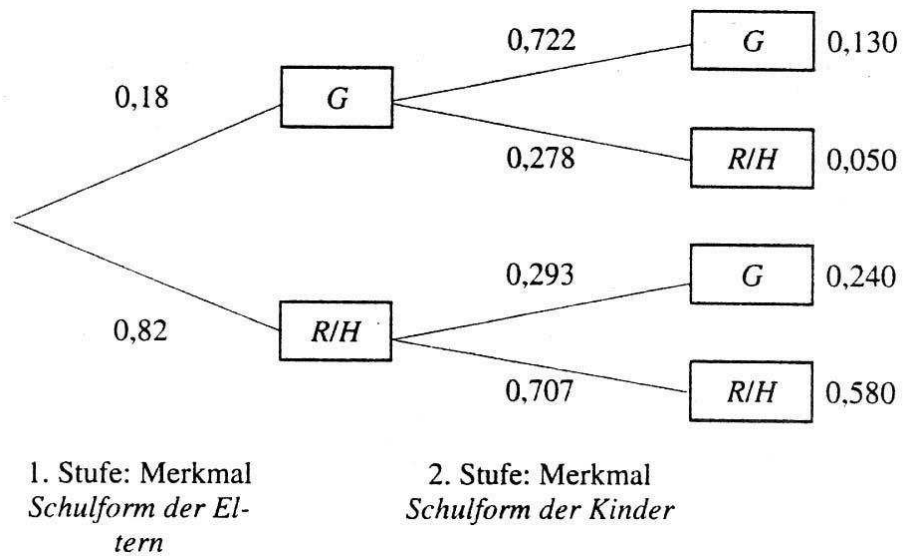
Quelle: PM 2/41 (1999)

- Lösung:* (a) Aus dem Text entnehmen wir unmittelbar folgende Informationen über die Merkmale *Schulform, die die Kinder besuchen bzw. Schulform, die die Eltern besuchten:*



(b) Die zugehörige Vierfeldertafel sieht dann so aus:

Eltern Kinder	Gymnasium	Real- / Hauptschule	gesamt
Gymnasium	13,0%	24,0%	37,0%
Real- / Hauptschule	5,0%	58,0%	63,0%
gesamt	18,0%	82,0%	100%



(c)

(d) Die im Baumdiagramm enthaltenen Informationen können z.B. wie folgt als Zeitungsnotiz erscheinen:

**Schulform Gymnasium immer beliebter
Viele Eltern bevorzugen aber bekannte Schulform**

72% der Eltern, die selbst ein Gymnasium besuchten, schicken heute ihr Kind wieder auf ein Gymnasium; bei den Eltern, die eine Haupt- oder Realschule absolvierten, ist es ähnlich: 71 % lassen ihr Kind ebenfalls eine Schule dieser Schulform besuchen. Der Anteil der Gymnasiasten ist allerdings in einer Generation von 18 % auf 37 % angewachsen.

20. Krebsfrüherkennung

Im Folgenden sind die Ergebnisse eines schwedischen Modellversuchs zur Krebsfrüherkennung durch Mammographie dargestellt:

		Vorliegen einer Krebserkrankung		gesamt
		ja	nein	
Untersuchungs-Ergebnis	auffällig	0,75%	2,62%	3,37%
	ohne Befund	0,07%	6,56%	96,63%
gesamt		0,82%	99,18%	100%

- (a) Welche Informationen kann man aus diesen Daten entnehmen?
- (b) Stellt dazu auch die entsprechenden Bäume erster und zweiter Art auf.
- (c) Versucht mithilfe dieser Resultate Außenstehende über die mathematischen Hintergründe einer solchen Vorsorgeuntersuchung zu informieren. Erstellt ein entsprechendes Wandplakat.

Quelle: PM 6/42 (2000)

21. AIDS

Material 1.1: Aids in der Bundesrepublik Deutschland

In den Quartalen I/98 und II/98 in das Fallregister aufgenommene Berichte über AIDS-Patienten

	Quartal	
	I/98	II/98
Berichte insgesamt:	463	502
Erstberichte	239	213
davon Berichte mit Todes- meldungen	36	20
Berichte mit zusätzlichen Informationen für bereits bekannte Fälle	224	289
davon Berichte mit Todes- meldungen	162	243

aus: Quartalsbericht III/98 des Robert-Koch-Instituts,
Berlin (vgl. auch www.rki.de)

Material 1.2.: Zahl der gemeldeten AIDS-Fälle nach Geschlecht sowie der gemeldeten Todesfälle nach Bundesländern bzw. ausgewählten Großräumen und aufgeführten Zeiträumen der Registrierung

Bundesländer/ Großräume	Zeitraum der Registrierung							Verstorben gemeldet
	Quart. II/98	1. 7. 97–30. 06. 98			Gesamt			
	Ges.	Ges.	Männl.	Weibl.	Ges.	Männl.	Weibl.	
Baden-Württemberg	18	80	65	15	1431	1139	292	830
Bayern (ohne M)	16	73	56	17	989	835	154	611
München (M)	7	115	102	13	1602	1481	121	1070
Berlin (West)	27	126	113	13	3325	3028	297	2406
Berlin (Ost)	7	27	26	1	202	186	16	96
Brandenburg	2	5	2	3	36	26	10	16
Bremen	0	64	50	14	254	215	39	115
Hamburg	13	89	77	12	1632	1514	118	1056
Hessen (ohne F)	13	36	26	10	866	750	116	559
Frankfurt/Main (F)	12	37	30	7	1153	1039	114	819
Mecklenburg- Vorpommern	1	3	3	0	26	25	1	14
Niedersachsen	14	68	53	15	918	793	125	622
NRW (ohne K/D)	42	217	181	36	2431	2112	319	1389
Köln (K)	13	78	71	7	884	819	65	668
Düsseldorf (D)	2	10	9	1	547	503	44	346
Rheinland-Pfalz	4	20	15	5	522	432	90	328
Saarland	4	11	20	1	178	150	28	117
Sachsen	1	5	4	1	35	31	4	15
Sachsen-Anhalt	4	8	6	2	24	22	2	9
Schleswig-Holstein	12	36	33	3	420	383	37	266
Thüringen	1	2	2	0	15	12	3	8
Gesamt	213 100%	1110	934	176	17490	15495	1995	11360 65,0%
		100%	84,1%	15,9%	100%	88,6%	11,4%	

Material 1.3.: Verteilung der gemeldeten AIDS-Fälle nach Bundesländern, Großstädten über 100.000 Einwohner bzw. ausgewählten Großräumen sowie nach Infektionsrisiko

	Infektionsrisiko							Ge- samt	Als verst. gemel- det
	Homo/ bi	IVDA	Hämo/ Trans	Hete- ro	Pat- tern II	PPI	k. A.		
Nordrhein-Westf.	2526	523	220	215	117	24	237	3862	2403
Köln	703	56	22	30	18	1	54	884	668
Düsseldorf	428	42	17	25	9	2	24	547	346
Ruhrgeb.-West	78	37	12	10	7	3	6	153	109
Ruhrgeb.-Mitte	199	67	22	17	9	4	22	340	175
Ruhrgeb.-Ost	192	83	20	14	7	0	20	336	168
			26						
Ruhrgeb.-SO	37	17	8	3	2	2	3	72	35
Wuppertal	63	10	8	7	2	3	9	102	64
Bielefeld	51	17	3	4	0	1	3	79	51
Bonn	77	15	13	10	11	1	10	137	62
Mönchen- gladbach	29	4	3	5	0	0	2	43	31

Material 1.4: Bei Infektionskrankheiten ist es wichtig, dass man schnell die Art der Krankheit erkennt, damit man sie bekämpfen kann. Hierzu führt man Schnelltests durch, die allerdings Mängel haben: Manchmal wird eine Krankheit angezeigt, obwohl sie nicht vorliegt, gelegentlich wird eine Krankheit nicht angezeigt, obwohl sie vorhanden ist.

Bei der HIV-Diagnostik sind die Empfindlichkeit (*Sensitivität*) des Tests, vor allem aber die Zuverlässigkeit positiver Testergebnisse (*Spezifität*) von besonderer Bedeutung.

Die vorliegenden Testverfahren zum Nachweis der Infektion haben mittlerweile eine hohe Sicherheit (Sensitivität): Bei 99,9 % der tatsächlich Infizierten erfolgt positive Testreaktion, nur bei 0,3 % der nicht-infizierten Testpersonen wird irrtümlich eine Infektion angezeigt (Spezifität 99,7 %).

aus Strick (1998)

Formuliert in eurer Gruppe mindestens vier sinnvolle (statistische) Fragen, die mit Hilfe des zur Verfügung stehenden Datenmaterials untersucht werden können. Versucht diese Fragen zu beantworten.

Bereitet euch auch auf die Präsentation der Lösungen vor. Quelle: mathematik lehren (2001), H. 104, S. 62-66

22. BSE

BSE

Blindflug ins Hirn

Im Rinderwahn gehen auch die letzten Sicherheiten zu Grunde:
Der meistbenutzte Schnelltest hat eine BSE-Kuh nicht erkannt.

Kaum hat die neue Landwirtschaftsministerin Renate Künast vergangene Woche mehr Tests angekündigt, richtet sich der massivste Verdacht ausgerechnet gegen den Schnelltest "Platelia BSE", nach Herstellerangaben Deutschlands meistverwendetes Hilfsmittel für die Fahndung nach der Rinderseuche.

Schon mehrfach hat der Test der Firma Bio-Rad (...) gepatzt, als er bei gesunden Rindern BSE ortete. Jedes Mal musste das nationale BSE-Referenzzentrum, die Bundesforschungsanstalt für Viruskrankheiten in Tübingen, den Spuk auflösen. Forscher stöhnen dort mittlerweile schon über die Welle von Fehlmeldungen; die „falsch-positiven“ Fälle lähmten den Testapparat bei der Enttarnung des Erregers.

Auch für die betroffenen Bauern hatten die Scheintreffer Folgen: Ihre Bestände wurden bis zur Entwarnung gesperrt. Doch bisher konnte wenigstens der Verbraucher beruhigt sein – besser eine Meldung zu viel als eine zu wenig.



Jetzt aber steht der Bio-Rad-Test erstmals im Verdacht, eine BSE-Kuh nicht erkannt zu haben, ein Fall, der das Vertrauen in den gesamten Testapparat erschüttert. Erst recht, weil sich am gleichen Material später auch noch der Test des einzigen Bio-Rad-Konkurrenten in Deutschland, Prionics, vergeblich versuchte.

(aus: DER SPIEGEL, 04/2001)

- (a) Recherchiert, was man unter BSE und nCJK versteht. Tragt Informationen zusammen, was zum Ausbruch und zur Verbreitung von BSE geführt hat. Forscht im Internet nach aktuellem Zahlenmaterial aus europäischen Staaten.

- (b) Wie würdet ihr die Sicherheit des erwähnten Tests beschreiben? Wie wirkt sich der Fehler des Tests auf die betroffenen Bauern und Verbraucher aus?
- (c) Tragt Informationen zusammen, was zum Ausbruch und zur Verbreitung von BSE geführt hat. Forscht im Internet nach aktuellem Zahlenmaterial aus europäischen Staaten.
- (d) In der Bundesrepublik wurden in den Jahren um 2000 jährlich etwa 480000 Rinder geschlachtet. Die Verbraucherschutzministerin Renate Künast hat im Jahr 2001 angegeben, „dass in diesem Jahr 500 BSE-Fälle erwartet werden“. Alle geschlachteten Rinder werden mit einem Schnelltest untersucht. Dieser Schnelltest identifiziert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% die erkrankten Rinder korrekt, er gibt aber auch in 3% der Fälle gesunde Rinder als BSE-erkrankt aus.
Bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Rind, das positiv getestet wurde, auch wirklich krank ist.
- (e) Da Schnelltests nicht absolut sicher sind, treten immer Fehler auf. Wie wirken sich die Fehler aus, wenn der Anteil der BSE-Erkrankungen ansteigt?

Quelle: MatheNetz 9 (2001)

23. Arbeitszeit

In vielen Berufsfeldern gelten Vereinbarungen zwischen Arbeitgeberverbänden und Gewerkschaften hinsichtlich der Arbeitszeit der Arbeitnehmer. Berechne die mittlere Wochenarbeitszeit aus den Daten der nebenstehenden Tabelle.

Tarifliche Arbeitszeit in Stunden	Anteil der Arbeitnehmerschaft
35	22%
36	1%
37	25%
38	33%
39	16%
40	3%

24. Zentralwerte

Der Zentralwert teilt eine Rangliste in zwei Hälften, die untere und obere Hälfte. Das untere Quantil bzw. das obere Quantil ist im Allgemeinen jedoch nicht der Zentralwert der unteren bzw. oberen Hälfte. Zeige dies an einem Beispiel.

Der Zentralwert ist auch der Zentralwert der zentralen Hälfte. Zeige dies mithilfe von Beispielen. Du musst vier Fälle unterscheiden.

25. Normalverteilung

Viele statistischer Erhebungen, vor allem im biologischen Bereich, haben die Eigenschaft, dass die meisten Ausfallswerte relativ nah beim Mittelwert liegen. So gibt es z.B. nur wenige sehr große oder sehr kleine Menschen. Genauere Untersuchungen zeigen, dass in solchen Fällen etwa $\frac{1}{3}$ aller Ausfälle zwischen $(m - s)$ und $(m + s)$ liegen [m - Mittelwert, s - Standardabweichung]. Im Bereich $(m - 2 \cdot s)$ und $(m + 2 \cdot s)$ liegen sogar 95,4%. Liegt eine solche Häufigkeitsverteilung annähernd vor, so spricht man in der Statistik von einer **Normalverteilung**.

Prüfe, ob es sich bei den nebenstehenden statistischen Erhebungen um Normalverteilungen handelt. Falls keine Normalverteilung vorliegt, begründe dies auch inhaltlich.



Gewicht von Mäusen

in g	Häufigk.
10	1
11	0
12	1
13	0
14	2
15	1
16	1
17	3
18	5
19	7
20	8
21	6
22	3
23	4
24	3
25	2
26	1
27	0
28	1
29	1

Zahl der Druckfehler pro Seite

Anzahl	Häufigk.
0	49
1	20
2	5
3	4
4	1
5	0
6	1

Zufallszahlen

Zahl	Häufigk.
0	11
1	10
2	8
3	10
4	12
5	9
6	10
7	13
8	9
9	8

Wurf mit drei Würfeln

Augenzahl	Häufigk.
3	4
4	17
5	28
6	52
7	79
8	109
9	131
10	132
11	135
12	122
13	107
14	74
15	49
16	32
17	13
18	6

26. Wahr oder falsch?

Überprüfe ob die beiden folgenden Aussagen gelten:

- (a) Wird zu allen Ausfallwerten einer statistischen Erhebung eine feste Zahl z addiert, so ändern sich die Spannweite und die mittlere Abweichung nicht, der Mittelwert hingegen wird um z größer.
- (b) Werden alle Ausfallwerte einer statistischen Erhebung mit $z > 0$ multipliziert, so werden Spannweite, Mittelwert und mittlere Abweichung z -mal so groß.

27. Kennwerte

Bilde zwei unterschiedliche Ranglisten, bei denen alle Kennwerte (Spannweite, Mittelwert, Zentralwert, unteres und oberes Quantil) gleich groß sind. Was kannst du aus dem Beispiel folgern?