
SMART

**Sammlung mathematischer Aufgaben
als Hypertext mit T_EX**

Thermodynamik (Physik)

herausgegeben vom

Zentrum zur Förderung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts
der Universität Bayreuth*

30. Juli 2010

*Die Aufgaben stehen für private und unterrichtliche Zwecke zur Verfügung. Eine kommerzielle Nutzung bedarf der vorherigen Genehmigung.

Inhaltsverzeichnis

1	Temperatur	3
2	Wärmeenergie	4
3	Längen- und Volumenänderung	8
4	Kinetische Gastheorie	11

1 Temperatur

1. (a) Zur mittleren kinetischen Energie der Moleküle.
- (b) Am Rand der Flüssigkeit macht die potentielle Energie eines Teilchens einen Sprung der Höhe ΔW_p . Ein Molekül an der Flüssigkeitsoberfläche kann diese also nur dann verlassen, wenn seine kinetische Energie größer als ΔW_p ist. Auch wenn die *mittlere* kinetische Energie $\overline{W}_k < \Delta W_p$ ist, haben einige Teilchen an der Oberfläche eine kinetische Energie größer als ΔW_p . Diese Teilchen verlassen die Flüssigkeit, sie *verdunsten*. Beim Verdunsten verlassen nur die schnellsten Teilchen die Flüssigkeit, die mittlere kinetische Energie der verbleibenden Teilchen wird dadurch kleiner, die Flüssigkeit wird kälter.
- (c) Bei einer Verdopplung der Geschwindigkeit wird die kinetische Energie eines jeden Teilchens, und damit auch die mittlere kinetische Energie des Gases, vervierfacht.

$$T_2 = 4 \cdot (273 - 23) \text{ K} = 1000 \text{ K} = 727^\circ\text{C}$$

2. $T_1 = 283 \text{ K}$, $T_2 = 2T_1 = 566 \text{ K} = 293^\circ\text{C}$

3. (a) Beobachtung zum Experiment 1: Die Flüssigkeiten mischen sich an der Grenzfläche, die obere Flüssigkeit ist jedoch weiter in die untere Flüssigkeit eingedrungen als umgekehrt.

Beobachtung zum Experiment 2 und Vergleich: Die Beobachtung entspricht der im Experiment 1, jedoch ist die gegenseitige Durchmischung größer.

- (b)
 - Richtig
 - Falsch, Begründung: Die Brownsche Bewegung verläuft ungeordnet.
 - Keine Entscheidung möglich

2 Wärmeenergie

1. Annahmen z. B.:

150ml pro Tasse, $\Delta T = 100^\circ C - 20^\circ C = 80^\circ C$, Sicherung 10A

(a) Wärmeenergie pro Tasse: $4,2 \frac{J}{g^\circ C} \cdot 150g \cdot 80^\circ C = 50kJ$

$$I_{max} = 10A \Rightarrow E_{max} = 10A \cdot 230V \cdot 600s = 1380kJ \Rightarrow 27 \text{ Tassen}$$

Wegen Verlusten und einem Wirkungsgrad unter 100% weniger als 27 Tassen.

(b) Annahme: 10 Tassen werden in 10min gebrüht

$$\Delta E = 10 \cdot 4,2 \frac{J}{g^\circ C} \cdot 150g \cdot 80^\circ C = 0,5MJ \Rightarrow P = \frac{0,5MJ}{600s} = 0,8kW$$

(c) $P = 10A \cdot 230V = 2,3kW$

$$\text{Anzahl Tassen} = 2,3kW : 0,8kW = 2,9$$

Wenn die Steckdose mit einer 10A-Sicherung abgesichert ist, kann man zwei Kaffeemaschinen betreiben; bei höherer Absicherung ggf. mehr.

2. Zunächst erwärmt sich das feste Wachs von $T_1 = 20^\circ C$ bis zu Schmelztemperatur $T_S = 54^\circ C$. Anschließend wird die aufgenommene Energie zum Schmelzen des Wachses verwendet, die Temperatur bleibt konstant, bis das ganze Wachs geschmolzen ist. Dann erwärmt sich das jetzt flüssige Wachs bis zur Temperatur $T_2 = 100^\circ C$.

Leistung der Heizplatte: $P = UI = 230V \cdot 0,80A = 184W$

Vom Wachs aufgenommene Energie: $\Delta W = P \cdot \Delta t$

Zeit	$0 < t < t_1$	$t_1 < t < t_2$	$t_2 < t < t_3$
Δt	$\Delta t_1 = 8 \text{ min} = 480 \text{ s}$	$\Delta t_2 = 12 \text{ min} = 720 \text{ s}$	$\Delta t_3 = 7,75 \text{ min} = 465 \text{ s}$
ΔW	88,3 kJ	132 kJ	85,6 kJ
ΔT	34 K	0	46 K
	$c_{\text{fest}} = \frac{\Delta W}{m\Delta T} = 2,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$	$q_s = \frac{\Delta W}{m} = 148 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$c_{\text{flüssig}} = \frac{\Delta W}{m\Delta T} = 2,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

3. (a) Die potentielle Energie des Eises verwandelt sich zunächst in kinetische Energie und dann über Reibung in Verformungsenergie (Zerkleinerung des Eises) und in innere Energie (Schmelzen).

$$(b) mgh = q_s m \Rightarrow h = \frac{q_s}{g} = \frac{334000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 34 \text{ km}$$

$$(c) mgh = q_s \Delta m \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = \frac{gh}{q_s} = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1000 \text{ m}}{334000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 0,029 = 2,9\%$$

„Höchstens“ deshalb, weil ein Teil der potentiellen Energie zum Erwärmen des Untergrundes und zur Verformung des Eises verwendet wird.

2 Wärmeenergie

4. $T_1 = (-194,83 + 273,15) \text{ K} = 78,32 \text{ K}$, $T_2 = (294,22 - 273,15) \text{ °C} = 21,07 \text{ °C}$

$T_S = (-38,83 + 273,15) \text{ K} = 234,32 \text{ K}$

$$W = \underbrace{mc_{\text{fest}} \overbrace{(T_S - T_1)}^{156 \text{ K}}}_{97,475 \text{ kJ}} + \underbrace{mq_s}_{59,944 \text{ kJ}} + \underbrace{mc_{\text{flüssig}} \overbrace{(T_2 - T_S)}^{59,90 \text{ K}}}_{42,601 \text{ kJ}} = 200 \text{ kJ}$$

5. (a) $m_{\text{Eis}} = 0,025 \text{ kg}$, $E_{\text{schmelzen}} = 8,3 \text{ kJ}$

(b) $m_{\text{Cola}} = 300 \text{ g}$, $\Delta\theta = 6,6 \text{ °C}$, $\theta = 12,4 \text{ °C}$

(c) $11,4 \text{ °C}$; die Abkühlung geschieht im wesentlichen durch das Schmelzen des Eises

6. Beim trocknen der Kleidung wird dem Körper die Verdunstungswärme entzogen.

7. Heißer Dampf verrichtet Arbeit

(a) Nenne drei völlig verschiedene Maschinen, in denen heißer Dampf Arbeit verrichtet.

(b) Erkläre für eine der genannten Maschinen die Funktionsweise genau.

8. (a) $2,9 \cdot 10^6 \text{ kg}$

(b) $6 \cdot 10^{10} \text{ J}$

(c) i. $E_{\text{el}} = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ J}$, $t = 14 \text{ h}$

ii. $7,1 \cdot 10^3 \text{ t}$

iii. mehr Energie nötig

9. (a) $E = 600 \frac{\text{J}}{\text{sm}^2} \cdot 20 \text{ m}^2 \cdot 4 \cdot 3600 \text{ s} = 172,8 \text{ MJ} = C_{\text{schmelz}} \cdot m \Rightarrow m = \frac{E}{C_{\text{schmelz}}} = 517 \text{ kg}$
 $\Rightarrow 517 \text{ l}$

(b) Schnee absorbiert weniger Energie \Rightarrow weniger Schnee schmilzt

(c) $E = c_W \cdot m \Delta\theta = 43 \text{ MJ}$

10. Die anfangs ruhenden Flugzeugräder müssen beim Aufsetzen erst in Bewegung versetzt werden, deswegen schlittern sie anfangs über die Landebahn, mit entsprechend großem Abrieb (und Reibungswärme), den man als Qualm sieht. Beim Aufsetzen bewegt sich der Untergrund gegen das Flugzeug, und die Reifen ruhen anfänglich; beim Kavalierstart ruht der Untergrund anfänglich gegen das Auto, und die Reifen bewegen sich; in beiden Fällen gibt es eine Relativbewegung von Reifen und Untergrund, mit entsprechenden Begleiterscheinungen durch Reibung (Abrieb, Qualmen, Quietschen).

2 Wärmeenergie

11. Bei der Entstehung der Wassertröpfchen wird die Kondensationswärme frei. Diese erhöht in der Wolke die Temperatur der Luft, verringert deren Dichte, erhöht ihren Auftrieb und sorgt so für Aufwinde.
12. (a) Die Temperatur steigt innerhalb der ersten 5 Minuten von 20° auf 100° fast gleichmäßig an. Danach bleibt sie weitgehend konstant auf etwa 100° .
- (b) In den ersten fünf Minuten wird die von der Gasflamme zugeführte Energie für die Erwärmung des Wassers und der Kartoffeln verwendet, danach zum Verdampfen des Wassers. Während der ganzen Zeit wird ein Teil der zugeführten Energie an die Umgebung abgegeben.
- (c) Nach fünf Minuten ist nur noch die Energie zuzuführen, die an die Umgebung abgegeben wird bzw. mit dem Wasserdampf entweicht. Entsprechend kann man die Gasflamme kleiner einstellen. Wird in dieser Phase zu viel Gas verbrannt, verdampft unnötig viel Wasser und damit entweicht auch mehr Wasserdampf.
- (d) Es wird der Wert für die Energie mit ca. 500kJ berechnet.
- (e) In den ersten fünf Minuten wurden beim Verbrennen ca. 2100kJ Energie an den Kochtopf und die Umgebung abgegeben. Zum Erwärmen des Wassers und der Kartoffeln wurden ca. 500kJ genutzt. Für den Wirkungsgrad ergibt sich ein Wert von 24 %.
- (f) Wegen der geringeren Wassermenge wird weniger Energie benötigt. Über der Wasseroberfläche bildet sich Wasserdampf, der eine Temperatur von ca. 100° hat. Dieser Wasserdampf fördert das Garen der Kartoffeln ebenso wie das siedende Wasser.
13. (a) richtige Argumente sind:
- Kalte Luft strömt aus dem Kühlschrank und kühlt den Raum ab.
 - An der Rückseite des Kühlschranks wird die Raumluft erwärmt.
 - Die Erwärmung überwiegt, die Temperatur steigt auf Dauer.
 - Durch die vom Kompressor abgegebene Energie wird der Raum auf Dauer erwärmt.
- (b) Die Luft vor dem geöffneten Kühlschrank wird zwar abgekühlt und die Luft an der Rückseite erwärmt, dies würde sich jedoch auf Dauer ausgleichen. Die Erwärmung des Raumes resultiert aus der zugeführten elektrischen Energie
14. (a) $4,5 \cdot 10^2 \text{ m}^3$; $4,5 \cdot 10^5 \text{ kg}$
- (b) 60 €
15. $1,2 \cdot 10^3 \text{ d}$
16. Deutung des Verlaufs der Kurve:

2 Wärmeenergie

$0 < Q < 108 \text{ J}$ Das Ethanol schmilzt, wobei seine Temperatur stets -114° C beträgt.

$108 \text{ J} < Q < 575,3 \text{ J}$ Das flüssige Ethanol erwärmt sich von -114° C auf $78,3^\circ \text{ C}$.

$575,3 \text{ J} < Q < 1415,3 \text{ J}$ Das flüssige Ethanol verdampft, wobei seine Temperatur stets $78,3^\circ \text{ C}$ beträgt.

$1415,3 \text{ J} < Q$ Das gasförmige Ethanol erwärmt sich.

Schmelztemperatur: -114° C .

Spezifische Verdampfungsenergie: $r = \frac{1415,3 \text{ J} - 575,3 \text{ J}}{1,0 \text{ g}} = 840,0 \frac{\text{J}}{\text{g}}$.

Spezifische Wärmekapazität: $\frac{575,3 \text{ J} - 108 \text{ J}}{1,0 \text{ g} \cdot (78,3^\circ \text{ C} - (-114^\circ \text{ C}))} = 2,430057202 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} = 2,4 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$

17. (a) $\Delta W_{\text{W}} = m_{\text{W}} c_{\text{W}} (T - T_{\text{W}}) = 0,1 \text{ kg} \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot 11,7 \text{ K} = 4,90 \text{ kJ}$

(b) $\Delta W_{\text{Pb1}} = m_{\text{Pb}} c_{\text{Pb}} (T_{\text{s}} - T) = 0,08 \text{ kg} \cdot 0,13 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot 295,3 \text{ K} = 3,07 \text{ kJ}$

(c) Die vom Blei abgegebene Energie ist gleich der vom Wasser aufgenommenen Energie:

$$\Delta W_{\text{Pb1}} + \Delta W_{\text{Pb2}} = \Delta W_{\text{W}} \implies \Delta W_{\text{Pb2}} = 1,83 \text{ kJ}$$

$$W_{\text{Pb2}} = m_{\text{Pb}} q_{\text{s}} \implies q_{\text{s}} = \frac{W_{\text{Pb2}}}{m_{\text{Pb}}} = \frac{1,83 \text{ kJ}}{0,08 \text{ kg}} = 22,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

3 Längen- und Volumenänderung

1. In der Straße befinden sich winzige Risse. In diesen sammelt sich Wasser. Dieses gefriert und dehnt sich dabei aus. Dadurch wird der Riss größer. Das Wasser schmilzt wieder und der Vorgang kann erneut ablaufen.
2. Wenn sich der Streifen nach unten durchbiegt, muss das Material 1 einen größeren Längenausdehnungskoeffizienten haben als das Material 2. Somit sind folgenden Kombinationen denkbar:

Material 1	Material 2
Zink	Kupfer
Zink	Nickel
Zink	Wolfram
Kupfer	Nickel
Kupfer	Wolfram
Nickel	Wolfram

3. (a) für verschiedene Temperaturen die Steighöhe im Rohr markieren und Temperatur messen; dazwischen linear interpolieren
 (b) Schmelz- und Siedetemperatur von Wasser schränken den Messbereich ein; bei Quecksilber liegen Schmelz- und Siedetemperatur ($-39^{\circ}C$ bzw. $357^{\circ}C$) weiter auseinander
4. (a) Annahme: gleicher Druck; $V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 2700m^3 \cdot \frac{309K}{273K} = 3056m^3$; $\Delta V = 356m^3$ entweicht aus dem Ballon.
 (b) Annahme: Volumen von Ballonfahrer und Korb kann man vernachlässigen
 $\rho_L = 1 \frac{g}{l} = \frac{m}{3056 \cdot 1000l} \Rightarrow 3056kg$
5. (a) Jede Temperaturerhöhung führt zu einer Zunahme der mittleren Geschwindigkeit der Gasteilchen und somit zu einer Vergrößerung des mittleren Abstandes zwischen ihnen. Dadurch nimmt die Dichte ab.
 (b) Die Luft im Ballon hat durch ihre höhere Temperatur eine kleinere Dichte als die Luft, die den Ballon umgibt. Der Ballon schwebt, wenn er genauso schwer ist wie die von ihm verdrängte Luft. Deshalb muss aus seinem Inneren durch die Erwärmung so viel Luft verdrängt werden, bis die Masse dieser Luft der von Hülle, Korb und Beladung des Heißluftballons entspricht.

3 Längen- und Volumenänderung

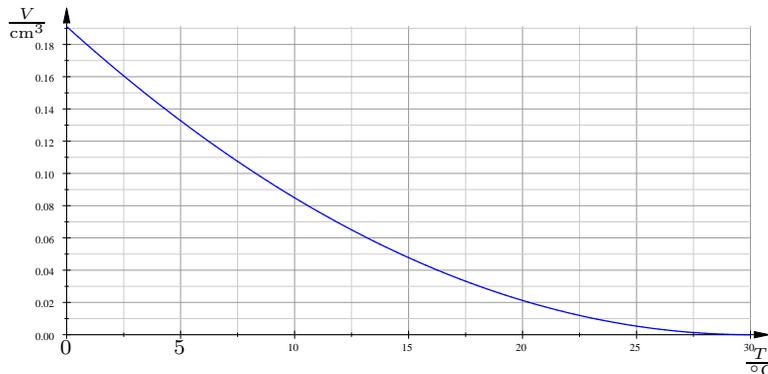
- (c) Aus dem Diagramm wird die Dichte der Luft entnommen. Es wird die Masse der Luft bei 0° (etwa 2240kg) und bei 100° (etwa 1600kg) berechnet. Die Differenz aus den beiden Massen ist die Gesamtmasse aus Hülle, Korb und Beladung (etwa 640kg). Demzufolge können maximal 4 Personen zu je 75kg mitfahren.

$$6. \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \implies p_2 = \frac{992 \text{ hPa} \cdot 2975 \text{ cm}^3 \cdot 306 \text{ K}}{289 \text{ K} \cdot 3100 \text{ cm}^3} = 1008 \text{ hPa} \approx 1,01 \cdot 10^3 \text{ hPa}$$

Der Gasdruck ist größer als der Luftdruck, weil die Spannung der gedehnten Ballonhülle eine zusätzliche Kraft und damit einen zusätzlichen Druck auf das Gas im Ballon ausübt.

$$7. \text{ (a) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} \frac{T}{^\circ\text{C}} & 0 & 5 & 10 & 15 & 20 & 25 & 30 \\ \hline \beta & 0,1911 & 0,1327 & 0,0849 & 0,0478 & 0,0212 & 0,0053 & 0 \end{array}$$

Bei 0°C besteht Wasser aus $\beta(0^\circ\text{C}) = 19,11\%$ LD-Wasser und aus $80,89\%$ HD-Wasser.



- (b) Da die Volumenausdehnungszahl $\gamma_L = 0$ ist, ist die Dichte des LD-Wassers konstant

$$\varrho_L = \varrho_{L0}$$

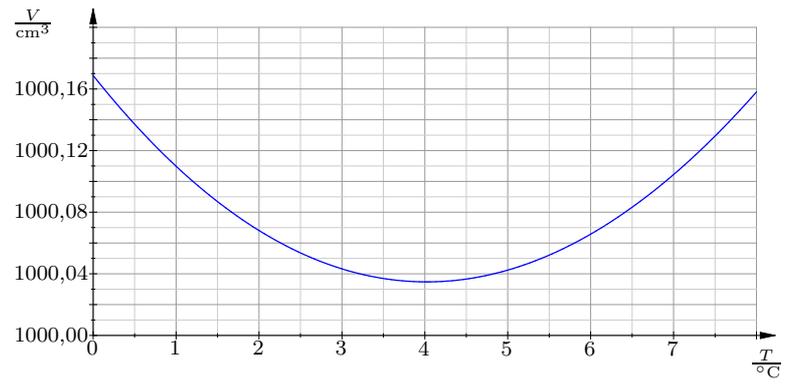
Für die Dichte des HD-Wassers gilt

$$\varrho_H(T) = \frac{\varrho_{H0}}{1 + \gamma_H T}$$

$$\begin{aligned} V(T) &= V_L + V_H = \frac{m_L}{\varrho_L} + \frac{m_H}{\varrho_H} = \frac{m_L}{\varrho_{L0}} + \frac{m_H(1 + \gamma_H T)}{\varrho_{H0}} = \\ &= \frac{\beta(T)m}{\varrho_{L0}} + \frac{m(1 - \beta(T))(1 + \gamma_H T)}{\varrho_{H0}} = \\ &= m \left(\frac{\beta(T)}{\varrho_{L0}} + \frac{(1 - \beta(T))(1 + \gamma_H T)}{\varrho_{H0}} \right) \end{aligned}$$

$\frac{T}{^\circ\text{C}}$	0	1	2	3	4
$\frac{V}{\text{cm}^3}$	1,000169	1,000110	1,000068	1,000043	1,000035
$\frac{T}{^\circ\text{C}}$	5	6	7	8	
$\frac{V}{\text{cm}^3}$	1,000042	1,000066	1,000104	1,000158	

3 Längen- und Volumenänderung



4 Kinetische Gastheorie

1. (a) $N = \frac{pV}{kT} = \frac{99000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 1 \text{ m}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 297,15 \text{ K}} = 2,41 \cdot 10^{25}$

(b) $\frac{3}{2}kT = \frac{M}{2} \langle v^2 \rangle$ und $M = 28u \implies \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{M}} = 515 \frac{\text{m}}{\text{s}} \implies$
 $\langle v \rangle = 0,92 \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 473 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(c) $c_{V,m} = \frac{\Delta W}{n\Delta T} = \frac{\frac{5}{2}Nk\Delta T}{n\Delta T} = \frac{5Nk}{2n} = \frac{5nN_A k}{2n} = \frac{5N_A k}{2} = \frac{5}{2}R = 2,08 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$
 $c_V = \frac{\Delta W}{m \Delta T} = \frac{\frac{5}{2}Nk\Delta T}{N \cdot 28u \cdot \Delta T} = \frac{5k}{56u} = 0,742 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

oder: 1 kmol unseres Gases hat die Masse 28 kg $\implies c_V = \frac{c_{V,m}}{28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 0,742 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

(d) $v_m = 420 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \frac{4N}{\sqrt{\pi}v_m^3} = 7,346 \cdot 10^{17} \frac{\text{s}^3}{\text{m}^3},$

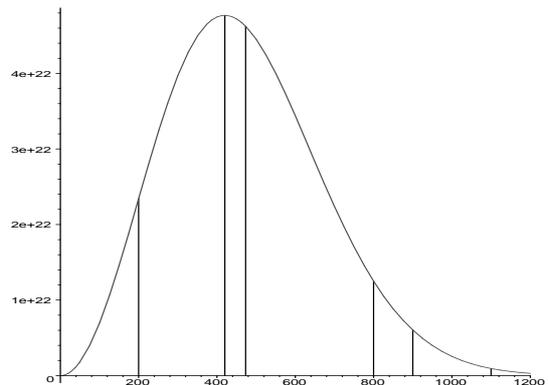
v in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	200	420	473	800	900	1100
σ in $10^{20} \frac{\text{s}}{\text{m}}$	234	477	462	125	60	9

$$\Delta N \approx \frac{\sigma \left(800 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + \sigma \left(900 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{2} \cdot 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 9,28 \cdot 10^{23}$$

$$\Delta N \approx \sigma \left(850 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8,85 \cdot 10^{23}$$

$$\Delta N = \int_{800 \frac{\text{m}}{\text{s}}}^{900 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \sigma(v) dv = 8,99 \cdot 10^{23}$$



2. (a) $N = \frac{pV}{kT} = \frac{99000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 1 \text{ m}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 297,15 \text{ K}} = 2,41 \cdot 10^{25}$

(b) $\frac{3}{2}kT = \frac{M}{2} \langle v^2 \rangle$ und $M = 28u \implies \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{M}} = 515 \frac{\text{m}}{\text{s}} \implies$
 $\langle v \rangle = 0,92 \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 473 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(c) $c_{V,m} = \frac{\Delta W}{n\Delta T} = \frac{\frac{5}{2}Nk\Delta T}{n\Delta T} = \frac{5Nk}{2n} = \frac{5nN_A k}{2n} = \frac{5N_A k}{2} = \frac{5}{2}R = 2,08 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$

4 Kinetische Gastheorie

$$c_V = \frac{\Delta W}{m \Delta T} = \frac{\frac{5}{2} N k \Delta T}{N \cdot 28 u \cdot \Delta T} = \frac{5k}{56u} = 0,742 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

oder: 1 kmol unseres Gases hat die Masse 28 kg $\implies c_V = \frac{c_{V,m}}{28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 0,742 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

(d) $v_m = 420 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \frac{4N}{\sqrt{\pi} v_m^3} = 7,346 \cdot 10^{17} \frac{\text{s}^3}{\text{m}^3}$

v in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	200	420	473	800	900	1100
σ in $10^{20} \frac{\text{s}}{\text{m}}$	234	477	462	125	60	9

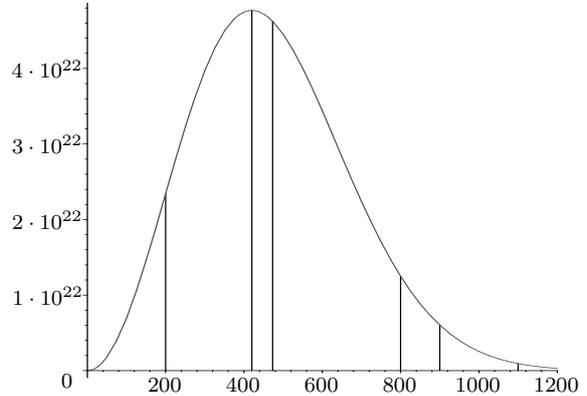
$$\Delta N \approx \frac{\sigma(800 \frac{\text{m}}{\text{s}}) + \sigma(900 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{2} \cdot 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 9,28 \cdot 10^{23}$$

$$\Delta N \approx \sigma\left(850 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8,85 \cdot 10^{23}$$

$$\Delta N = \int_{800 \frac{\text{m}}{\text{s}}}^{900 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \sigma(v) dv = 8,99 \cdot 10^{23}$$

$$\delta_{\text{rel}} = \frac{8,85 - 8,99}{8,99} = -1,59\%$$



3. (a) $\frac{M}{2} v_0^2 = W_{\text{ion}} \implies v_0 = \sqrt{\frac{2W_{\text{ion}}}{M}} = 5,104 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\frac{3}{2} kT_0 = W_{\text{ion}} \implies T_0 = \frac{2W_{\text{ion}}}{3k} = \frac{2 \cdot 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 1,05 \cdot 10^5 \text{ K}$$

(b) Bei H_2 sind bei sehr hohen Temperaturen Rotationen und Schwingungen angeregt, d.h. (N ist die Zahl der H-Atome)

$$W_a = N \cdot \frac{3}{2} kT \text{ und } W_m = \frac{N}{2} \cdot \frac{7}{2} kT \implies \frac{W_a}{W_m} = \frac{3 \cdot 4NkT}{7 \cdot 2NkT} = \frac{6}{7}$$

Bei gegebenem T kann das Gas nicht einmal atomar und einmal molekular vorliegen.

(c) $P = \frac{\Delta N}{N} = \int_{0,99v_m}^{1,01v_m} \frac{4}{\sqrt{\pi} v_m^3} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{v_m^2}} dv \approx \frac{4}{\sqrt{\pi} v_m^3} \cdot v_m^2 \cdot e^{-1} \cdot 0,02v_m = \frac{0,08}{e\sqrt{\pi}} = 1,66\%$

(d) i. $V = \frac{NM}{\rho} \implies p = \frac{NkT}{V} = \frac{NkT\rho}{NM} = \frac{kT\rho}{M} = 3,2 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}$

4 Kinetische Gastheorie

ii. $v_m = \sqrt{\frac{2kT}{M}} = 7,04 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{M}} = 8,62 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\langle v \rangle = 0,92 \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 7,94 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

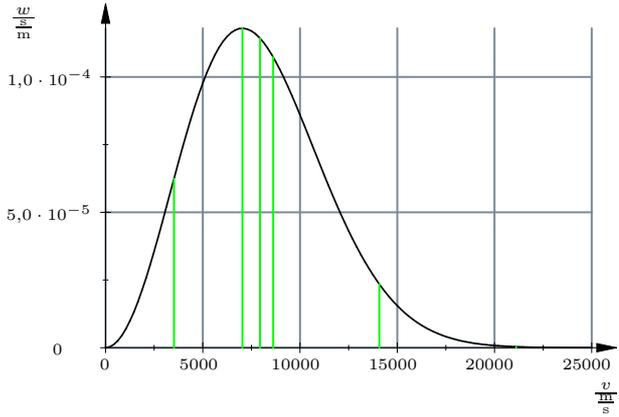
$$w\left(\frac{v_m}{2}\right) = 6,24 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

$$w(v_m) = 1,18 \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

$$w\left(\sqrt{\langle v^2 \rangle}\right) = 1,07 \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

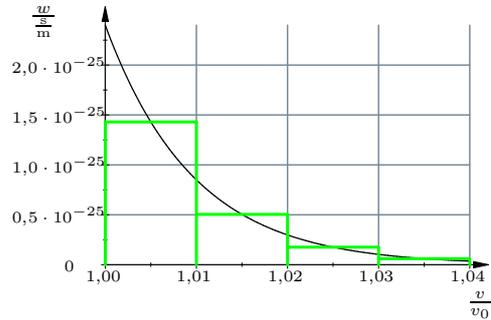
$$w(2v_m) = 2,35 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

$$w(3v_m) = 3,56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{s}}{\text{m}}$$



iii. z.B. $\Delta v = 0,01v_0 = 510,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

v	w in $\frac{\text{s}}{\text{m}}$
v_0	$2,400 \cdot 10^{-25}$
$1,005v_0 = 5,130 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$1,430 \cdot 10^{-25}$
$1,015v_0 = 5,181 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$5,041 \cdot 10^{-26}$
$1,025v_0 = 5,232 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$1,758 \cdot 10^{-26}$
$1,035v_0 = 5,283 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$6,064 \cdot 10^{-27}$



$$P \approx (w(v_1) + w(v_2) + w(v_3) + w(v_4)) \cdot \Delta v = 1,108 \cdot 10^{-22}$$

$$N = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{M} = 7,77 \cdot 10^{21}, \quad \left[P_{\text{exakt}} = \int_{v_0}^{\infty} w(v) dv = 1,175 \cdot 10^{-22} \right]$$

$\Delta N = PN = 0,86$, d.h. es werden praktisch keine Ionen mehr erzeugt.